

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN

**ECLAIRAGES ET QUESTIONS POUR LA
DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES :
Cadres et registres en jeu dans la résolution de problèmes en lien
avec les connaissances des élèves et recherches sur l'action des
enseignants en classe.**

Abstract. The first part of this paper is a reflection on the use of two notions to analyse the mathematical activity of students in problem solving, related to their knowledge: settings changes (Douady, 1987) and conversion of semiotic registers (Duval, 1995). The second part presents some results and some prospects on the action of the teacher in class in connection with recent theoretical progress.

Résumé. Cet article comporte deux parties. La première est consacrée à une réflexion sur l'usage des notions de changement de cadres (Douady, 1987) et de conversion de registres de représentation sémiotique (Duval, 1995) pour l'analyse de l'activité mathématique des élèves dans les résolutions de problème en relation avec les connaissances dont ils disposent. La seconde présente quelques résultats et perspectives des recherches françaises sur l'action de l'enseignant en classe en relation avec les avancées théoriques des dernières années.

Mots-clés : didactique des mathématiques ; registres sémiotiques ; conversion de registres ; changements de cadres ; résolution de problèmes ; interaction de points de vue ; action de l'enseignant ; pratiques des enseignants.

François Pluvinage a abordé de nombreux aspects de la didactique des mathématiques et même de l'épistémologie de la didactique. Cependant il fallait choisir et je commence par en citer quelques-uns qui me paraissent importants mais que je n'effleurerais que très indirectement, les laissant à la discussion générale :

- le lien éventuel entre les recherches en didactique des mathématiques et l'évolution des manuels : est-ce que le découpage des contenus effectué par les manuels tient compte des résultats des recherches, est-ce qu'il est une meilleure aide à l'étude pour l'élève, une meilleure aide pour organiser son enseignement pour l'enseignant ? Comment les recherches s'intéressent-elles aux manuels scolaires ?
- plus généralement, la question de la responsabilité de la recherche par rapport à l'enseignement : quels effets (positifs ou négatifs) les recherches ont-elles sur l'enseignement ? Comment les chercheurs communiquent-ils avec les enseignants ? Dans quelles structures, quelles rencontres, quelles publications ? Comment interviennent-ils dans la formation des enseignants à une époque où beaucoup d'entre eux ont un poste dans un IUFM ?

- le rapport entre la didactique des mathématiques et les disciplines connexes comme la psychologie, la sociologie, l'anthropologie, la linguistique ou les sciences de l'éducation, entre la didactique des mathématiques et les didactiques des autres disciplines. Quelle est la place des recherches pluridisciplinaires pour aborder des questions d'enseignement ? Peut-on comparer les didactiques ? Y a-t-il des savoirs didactiques qui transcendent les disciplines ?
- la question fondamentale des rapports entre mathématiques et didactique des mathématiques qui a été évoquée sous deux formes : celle des outils mathématiques, notamment d'analyse de données, utilisés en didactique des mathématiques et celle de l'épistémologie. Jusqu'où l'analyse didactique colle-t-elle à l'analyse mathématique ou épistémologique ?

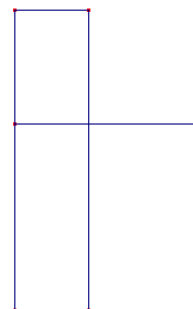
Je me contenterai de réagir sur les deux points qui me sont les plus familiers : celui de l'articulation entre différents registres de représentation que je mettrai en parallèle avec l'utilisation des changements de cadres et celui des recherches sur les pratiques de l'enseignant ou l'action de l'enseignant.

1. Jeux de cadres et articulation de registres

François Pluvinage a souligné dans son exposé l'importance des faits langagiers en mathématiques et l'importance de la coordination des registres de représentation. Il a aussi rapproché les changements de registre des changements de cadres. Ceux-ci ont été utilisés par Régine Douady (1987) dans les jeux de cadres comme outil à la disposition de l'enseignant ou de l'ingénieur didacticien pour poser des problèmes qui font sens pour les élèves et permettent de faire avancer leurs connaissances. Je ferai deux remarques à ce propos :

a) Dans l'analyse didactique, il n'est pas toujours aisé de savoir si on a affaire à un changement de cadres ou de registres et il me semble que cela peut dépendre des connaissances supposées aux élèves. Je vais l'illustrer sur un exemple. Prenons le problème suivant, qui peut être proposé à des élèves de CM2 (comme nous l'avons fait avec R. Douady) ou à des élèves de seconde, et examinons les outils à la disposition des élèves dans les deux cas : "Parmi les rectangles de périmètre 50 cm, quel est celui qui a la plus grande aire ?"

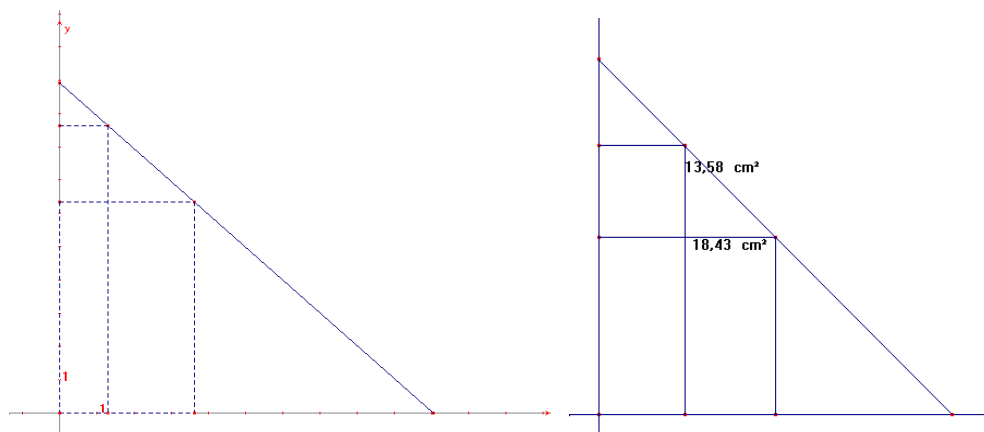
Le problème est posé dans le cadre géométrique, dans le registre du langage naturel. Mais c'est un problème de mesures, périmètre et aire activent des connaissances sur des formules qui peuvent inciter les élèves à passer dans le cadre numérique. Dans le cadre géométrique, les élèves disposent du registre graphique des rectangles dessinés mais ils peuvent aussi matérialiser les rectangles en les découpant dans du papier et recourir à des manipulations pour faire des comparaisons. C'est d'ailleurs un moyen de trouver la réponse et même d'en avoir une justification (comme je l'ai vu en CM2) qui est de l'ordre de l'exemple générique, selon la terminologie de Balacheff (1988) et qu'il suffirait de formaliser pour aboutir à une démonstration : la comparaison de ce qui dépasse.



Cette procédure de base - dessiner des rectangles de périmètre 50 cm - ne permet pas forcément de résoudre le problème, mais elle permet en général de le traduire dans le cadre numérique par la formule $l + L = 25$ dans le registre symbolique ou, dans le registre du langage naturel, "parmi les couples de nombres dont la somme est 25, quel est celui qui a le plus grand produit ?".

Mais les essais au hasard ne donnent pas grand chose. Il faut garder une trace des essais pour les organiser. Là, souvent, l'enseignant est obligé d'intervenir, à moins que ce ne soit une habitude de la classe, pour proposer de faire un tableau ou un graphique. Il suggère ainsi un changement de registre dans le cadre numérique.

l	L	A
5	20	100
10	15	150
2	23	46
12	13	156



Le registre des tableaux incite à ordonner et donc à repérer une variation. Dans le registre graphique plusieurs représentations sont possibles puisqu'on a 3 variables. Le graphique des couples (l, L) représente plus facilement les rectangles pour des élèves de CM2 que celui des couples (l, A) . On peut utiliser un registre mixte en écrivant l'aire à côté du point qui représente le rectangle.

Ici, le graphique est porteur d'une connaissance qui n'est présente ni dans le cadre numérique, que ce soit dans le registre symbolique de l'écriture des nombres ou dans celui du tableau, ni dans le cadre géométrique, que ce soit dans le registre des figures ou sur les rectangles découpés, c'est la continuité. C'est pourquoi le passage au graphique relève davantage à ce niveau d'un changement de cadres que d'un changement de registre : on n'a plus affaire aux mêmes objets, on obtient des points alignés et non plus des nombres ou des rectangles. De plus, le graphique peut jouer le rôle d'intermédiaire entre le cadre géométrique et le cadre numérique parce que les deux s'y retrouvent et qu'il porte des connaissances qui ne sont pas disponibles dans les autres cadres. En effet, le dessin du rectangle est présent en même temps que ses dimensions (et même la mesure de l'aire si on l'écrit à côté du point qui représente le rectangle) et la continuité de la variation est matérialisée par le segment qui représente l'ensemble des rectangles. On a ici l'ensemble des rectangles avec un ordre qui permet de rendre compte de la variation. Or l'ensemble des rectangles n'est pas disponible dans les autres cadres. Le graphique permet de poser le problème général parce que c'est l'amorce du cadre des fonctions. Il permet aussi d'accéder à la preuve géométrique par le lien qu'il permet entre le géométrique et le numérique. Un logiciel de géométrie dynamique apporte un nouveau milieu qui facilite la liaison entre le cadre numérique et le cadre géométrique. On peut représenter géométriquement le demi-périmètre, le déplacement du point figurant le sommet commande alors les déplacements sur le

graphique et les valeurs numériques affichées. Le classement des Cabrifigures parmi les représentations n'est pas facile. Cela avait alimenté quelques discussions dans le séminaire de Raymond Duval à l'IUFM Nord-Pas-de-Calais il y a quelques années, mais je ne me souviens pas que l'on ait tranché.

Si on pose le même problème en classe de seconde, le cadre algébrique est disponible, ainsi que le sous cadre des fonctions : on peut exprimer l'aire en fonction de la largeur, avec une représentation dans le registre des écritures symboliques $A = l(25-l)$ qu'on peut traduire point par point dans le registre graphique, ce qui rendra évident le résultat. On a bien cette fois représentation d'un même objet référent dans des registres différents, même si, là encore, la continuité n'est accessible que dans le registre graphique. On a en revanche à ce niveau une possibilité de démonstration dans le cadre algébrique et le registre des écritures symboliques : $A = -l^2 + 25l = -(l-25)^2 + 12,5^2$.

En fait, peu importe si on a affaire à un changement de cadre ou de registre. L'important est que les outils sémiotiques font partie intégrante de l'activité mathématique parce que ce sont des instruments de cette activité qui repose, en reprenant la terminologie de Bosch et Chevillard (1999), sur la manipulation d'ostensifs contrôlée par des non ostensifs. Les cadres contiennent à la fois les ostensifs et non ostensifs de l'activité mathématique, c'est-à-dire les règles de manipulation des ostensifs ainsi que les raisons de ces règles alors que les registres de représentation sémiotique comprennent certains des ostensifs ainsi que les règles de manipulation.

b) Quelle relation entre articulation de registres de représentation et construction des connaissances ? L'articulation de registres de représentation est-elle un préalable à l'usage des objets représentés dans le traitement de problèmes mettant en jeu ces objets ou le traitement de problèmes concernant les objets aide-t-il à l'articulation des registres qui les représentent ? En fait, je crois que l'action a lieu dans les deux sens et que l'articulation des registres de représentation se fait en interaction avec le développement des connaissances sur les objets représentés. Je vais le montrer avec un exemple de géométrie, une vieille question revenue d'actualité : cas d'isométrie des triangles ou transformations géométriques ? Il s'agit d'un exemple extrait d'un mémoire de stagiaires PLC2.

Les trois stagiaires enseignent en seconde. Ils ont posé le problème suivant en devoir à la maison à leurs trois classes à un moment où le chapitre sur les triangles isométriques a été traité et où il y a eu aussi des exercices de réinvestissement sur la symétrie centrale. Les deux méthodes sont donc en principe disponibles.

Soit ABCD un parallélogramme de centre O.
 Soit M un point du segment [AB], distinct de A et B.
 La droite (OM) coupe [CD] en N.
 Faire une figure.
 Le but de cet exercice est de démontrer que O est le milieu de [MN], de deux manières différentes.

Partie A

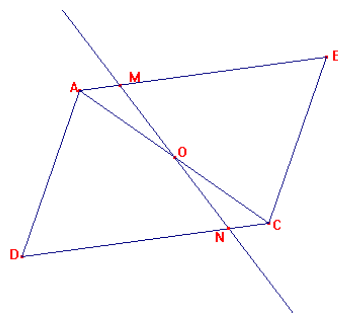
- 1- Montrer que $\widehat{M\hat{A}O} = \widehat{O\hat{C}N}$ et que $\widehat{A\hat{O}M} = \widehat{N\hat{O}C}$.
- 2- Démontrer alors que AOM et OCN sont isométriques.
- 3- Quelles égalités de longueur peut-on déduire ?
- 4- En déduire que O est le milieu de [MN].

Partie B

Soit s la symétrie centrale de centre O

- 1- a- Déterminer l'image des points A et B par s. Justifier votre réponse.
 b- Déterminer l'image des droites (AB) et (OM) par s. Justifier votre réponse.
- 2- En déduire que N est l'image de M par s.
- 3- Montrer que O est le milieu de [MN]

On remarquera que l'exercice est très détaillé, pour l'une comme pour l'autre méthode. Tout le schéma des démonstrations est indiqué, les élèves n'ont qu'à reconnaître les théorèmes suggérés et à les mettre en œuvre. Or les stagiaires constatent que les élèves ont beaucoup mieux réussi la partie A que la partie B.



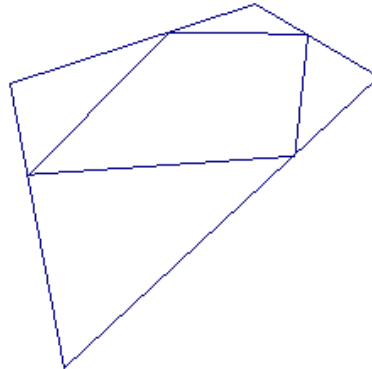
Les élèves ont rencontré des difficultés pour trouver l'image de la droite (OM) : la plupart des élèves ont utilisé le fait que N est l'image de M par la symétrie centrale pour le montrer et ils ont été évidemment bloqués à la question 2 ; les autres n'ont en général pas su traiter la question 2 parce que très peu d'élèves ont compris qu'il fallait considérer le point M comme intersection des droites (AB) et (OM) pour trouver son image. D'ailleurs, les élèves, à qui on demandait leur avis sur les méthodes ont trouvé la première plus facile et l'un des élèves a dit "car j'ai du mal avec les images des points".

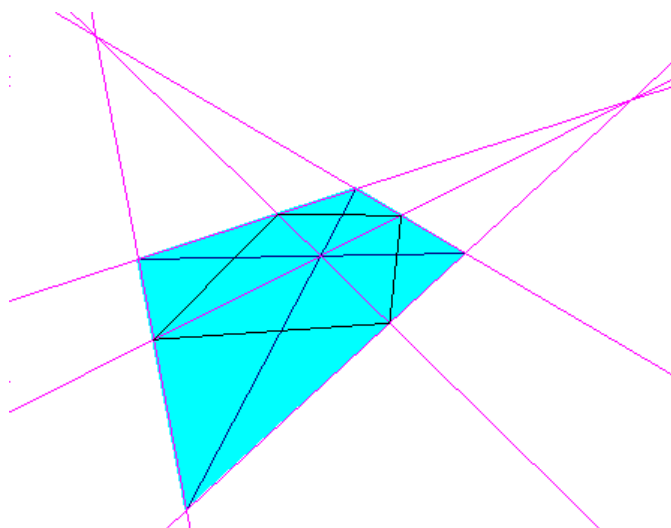
On voit ici une interaction entre la vision de la figure et les connaissances nécessaires pour traiter le problème géométrique dans le sous-cadre des transformations ou dans celui des propriétés de configurations notamment les cas d'isométrie des triangles.

Pour montrer l'égalité des angles et l'isométrie des triangles, on regarde les triangles comme des surfaces et les côtés comme des bords de ces surfaces ce qui est cohérent avec la vision au premier coup d'œil de la figure comme juxtaposition et inclusion de surfaces. La seule difficulté est de choisir le bon cas d'isométrie : on

ne connaît qu'une égalité de côtés, il faut donc s'occuper des angles mais cette difficulté est prise en charge par l'énoncé. Pour la démonstration qui utilise les propriétés de la symétrie centrale, il y a nécessité d'un changement de dimension : il faut voir le point M comme intersection des droites et déduire l'image de M de celle des droites. C'est un véritable changement de point de vue sur la figure : penser un point comme intersection de deux droites plutôt qu'une droite comme joignant deux points. De plus, si l'on pense à la symétrie centrale, l'évidence perceptive de la correspondance entre les points M et N bloque la recherche d'une démonstration : il faut une bonne maîtrise du raisonnement et une bonne connaissance des propriétés de la symétrie centrale pour mettre de côté cette évidence et se dire que c'est ce que l'on cherche à démontrer et qu'il faut donc trouver d'autres éléments qui définissent M et dont on peut prouver plus facilement l'image. Inversement, la connaissance des propriétés de la symétrie centrale aide à ce changement de regard quand on se demande ce que l'on sait et ce que l'on peut facilement déduire des données.

Ce travail perceptif sur la figure et le changement de dimension, notamment repérer des intersections et des alignements, voir un point comme intersection de lignes, peut se faire bien avant l'apprentissage de la démonstration, par exemple à travers la production et la reproduction de figures (au sens de dessin). C'est l'objet d'une recherche que nous menons actuellement à l'IUFM Nord Pas de Calais. Par exemple, on a proposé à des élèves de CM2 de reproduire la figure suivante à une taille différente déterminée par la donnée du polygone extérieur. Il faut pour cela repérer des alignements ou des intersections, y compris à l'extérieur du cadre de la figure de départ.





C'est le même genre de préoccupations qu'avaient Pluvinage et Rauscher en 1986 dans "La géométrie construite mise à l'essai" quand ils voulaient privilégier au début du collège une géométrie de construction où on travaille sur des figures effectives, résultat d'un programme de tracé qu'il faut concevoir pour reproduire une figure.

2. Recherches sur l'enseignant

François Pluvinage a préféré ne pas développer la question de la formation initiale et continue des enseignants de mathématiques, disant qu'elle lui semblait ne relever que très partiellement de la recherche en didactique des mathématiques et qu'au-delà de la préparation des concours, la formule qui lui paraissait la plus féconde était celle de la participation à des recherches action, telles qu'on peut les pratiquer dans les IREM.

Sans minimiser le caractère essentiel pour la formation continue des recherches action qui sont menées dans les IREM, et j'en profite pour rappeler que la recherche en didactique des mathématiques est née des IREM, je voudrais quand même dire que la recherche en didactique doit prendre dans son champ d'étude la question de la formation des enseignants et, en amont, celle de l'étude du rôle de l'enseignant dans l'enseignement des mathématiques et des pratiques ordinaires des enseignants. Elle a commencé à le faire et les recherches dans ce domaine se développent beaucoup depuis une dizaine d'années. Dès la fin des années 80 et le début des années 90, les difficultés de transmission des ingénieries didactiques et les nécessités de la formation amènent les didacticiens à faire un peu plus de place à l'enseignant dans leurs objets d'étude, écartant la tentation première de se substituer à lui. L'objet d'une recherche scientifique est la production de

connaissances et non la modification du système. Cependant, pour que les recherches en didactique soient utiles aux enseignants et à terme puissent avoir une influence sur la formation des enseignants, il faut d'abord mieux comprendre les déterminants de l'action de l'enseignant en classe. D'ailleurs, une des premières recherches s'intéressant directement aux pratiques ordinaires des professeurs a été menée à Strasbourg, c'est la thèse de Rauscher (1993). Il cherche à déterminer les objets d'enseignement que se donnent des professeurs de sixième en géométrie à travers leurs pratiques d'évaluation. Bolon (1996) a aussi mené une étude indirecte des pratiques ordinaires des enseignants de l'école et de sixième en regardant les raisons qui leur faisaient adopter ou rejeter un scénario d'enseignement sur les décimaux ou la manière dont il était transformé. Les recherches actuelles s'appuient en général sur des pratiques observées. Les méthodes sont diverses mais il s'agit souvent d'études cliniques, rarement statistiques.

J'ai été amenée en 2001, dans le cadre du programme cognitique, à participer à un rapport de synthèse (Perrin-Glorian, 2002) sur les recherches concernant l'étude des stratégies de l'enseignant en situation d'interaction. J'étais chargée des travaux de didactique des mathématiques. Un résumé de ce rapport sera publié et le rapport complet devrait paraître sous forme électronique mais il n'est évidemment pas question de reprendre l'ensemble de cette synthèse ici, ce serait beaucoup trop long. Je vais simplement pointer les questions abordées et les avancées de ces dix dernières années dans les recherches françaises.

2.1. Questions abordées par les recherches

Contrairement à ce qui se passe au niveau international, les recherches sur les croyances des enseignants de mathématiques, présentes dans les recherches françaises au début des années 90 sont pratiquement inexistantes actuellement. Les différentes recherches abordent les questions par des entrées diverses liées aux cadres théoriques et aux méthodes choisis, mais on peut retrouver des préoccupations communes ou largement partagées dans les recherches, que j'ai tenté de dégager, même si la formulation de la question peut faire référence à un cadre théorique plutôt qu'à un autre.

2.1.1. Déterminer des contraintes et des marges de manœuvre de l'enseignant

L'enseignant est soumis à un certain nombre de contraintes qui viennent de l'institution scolaire (programmes, examens, horaire prévu...), de l'établissement (emploi du temps de la classe, manuel scolaire, les autres classes où il enseigne, collègues...), des nécessités de l'enseignement (évaluation...), des élèves (niveau scolaire, origine sociale...), et de lui-même (son histoire, ses propres connaissances sur le sujet qu'il doit enseigner, ses préférences, sa tolérance au bruit...). Il lui reste cependant certaines marges de manœuvre pour s'adapter à ces contraintes. Rechercher ces contraintes et ces marges de manœuvre revient aussi à identifier des

institutions (au sens large) auxquelles l'enseignant a affaire et qui risquent d'avoir un effet sur la viabilité de l'une ou l'autre des stratégies qu'il pourrait mettre en place.

2.1.2. Rechercher des caractéristiques de la position d'enseignant dans une institution didactique

Il s'agit ici de déterminer des caractéristiques générales de la fonction de l'enseignant dans la transmission des savoirs, en tenant compte éventuellement du type d'établissement et du niveau scolaire donné et du contenu précis enseigné. On identifie par exemple des tâches de l'enseignant ou des fonctions qu'il remplit dans la situation didactique, dans l'organisation et la gestion des relations de l'élève avec le savoir, à la fois dans le choix des activités qu'il lui propose, dans l'organisation de son travail et dans la gestion des interactions en classe. On cherche aussi comment peuvent se constituer des routines et quelles sont leurs raisons d'être. L'enseignant est alors vu comme un sujet générique, et les réponses aux questions sont en général d'ordre théorique pour fournir un cadre d'analyse de situations concrètes.

2.1.3. Identifier les moyens utilisés par l'enseignant pour gérer son projet d'enseignement et la place laissée à l'élève dans la réalisation de ce projet

Pour aborder cette question, il faut faire un certain nombre de choix méthodologiques et théoriques car cela suppose d'en traiter plusieurs autres : il faut d'abord déterminer le projet de l'enseignant qui ne se ramène ni aux programmes, ni aux textes qu'il utilise ou fournit aux élèves, ni même à ce qu'il déclare de ce projet. Ce projet peut aussi être défini à différents grains : sur l'année, sur un contenu d'enseignement, sur une séance, sur un exercice, sur une intervention. De même l'activité mathématique de l'élève n'est pas accessible directement : on peut seulement identifier des problèmes, des tâches, c'est-à-dire des activités potentielles de l'élève ou repérer des actions d'un élève, des prises de parole, c'est-à-dire des indices de l'activité des élèves qui restent à interpréter en termes de connaissances mises en jeu. Enfin les moyens didactiques eux-mêmes peuvent être d'ordres très divers : choix de problème, mise en place de dispositifs, discours, organisation du travail des élèves, de leurs prises de parole... Aborder la question de la gestion par l'enseignant de son projet d'enseignement et de l'apprentissage des élèves suppose la mise en place de cadres théoriques et de méthodes adaptées qui ont un effet sur le type de réponse obtenu.

2.1.4. Rechercher des régularités et des variabilités

Ce type de recherche suppose qu'on a identifié un certain nombre de variables qui permettraient de caractériser l'action de l'enseignant en classe et un certain nombre de contraintes qui pourraient avoir un effet sur ces variables. Les régularités peuvent être recherchées chez un même enseignant d'une séance à l'autre, sur un même contenu, sur des contenus différents, elles permettent alors d'identifier certains niveaux de routines. Les régularités entre enseignants différents correspondraient à des caractéristiques de la fonction enseignante, au moins dans un contexte donné : niveau, environnement scolaire, contenu fixés. Les variabilités correspondraient à la part personnelle de l'enseignant, l'investissement de ses marges de manœuvre. Là encore, on peut rechercher des régularités et des variabilités à différents niveaux : une régularité peut correspondre à une contrainte institutionnelle qui n'est pas valable pour le système d'enseignement en entier mais pour une sous-institution. On peut par exemple trouver des régularités dans un collège de banlieue qui ne se retrouvent pas dans un lycée de centre ville.

2.1.5. Comprendre comment se construisent les connaissances de l'enseignant

L'enseignant dispose d'un savoir mathématique, d'un savoir théorique d'ordre pédagogique et didactique et aussi d'un savoir d'expérience. Différents facteurs peuvent contribuer à modifier ces connaissances : cela peut être des lectures personnelles, des rencontres, des formations, mais aussi la pratique professionnelle elle-même. Il est souvent constaté la difficulté de faire évoluer les pratiques par la formation d'où l'hypothèse formulée par certains chercheurs que les connaissances de l'expérience contribuent à automatiser la pratique de l'enseignant, par la mise en place de routines et d'un système d'inter-régulations de ces routines. Ainsi, ces connaissances seraient un des déterminants de la stabilité de la pratique, d'où l'importance de savoir comment elles se forment.

2.2. Quelques résultats

Les résultats sont d'ordre divers. Il faut noter d'abord un *développement et une précision des cadres théoriques* proprement didactiques, comme les notions de milieu et de contrat en théorie des situations, le développement d'un cadre d'études des praxéologies didactiques dans l'approche anthropologique, et aussi l'importation de concepts d'ergonomie cognitive et leur articulation avec les concepts didactiques pour étudier des situations de classe.

Les recherches permettent à la fois de relever *des régularités* en même temps qu'une *grande diversité dans les pratiques* analysées. Des *régularités* modulo de petites adaptations au niveau global en ce qui concerne par exemple *le respect de certaines contraintes* comme les programmes ou le temps consacré à l'enseignement d'une question ou certains types d'exercices abordés dans

l'enseignement d'un contenu donné. Mais une *grande variabilité au niveau local* sur l'ordre de présentation, la répartition dans le temps et le développement des différents points. Les premiers travaux portaient essentiellement sur le discours des enseignants, les travaux plus récents prennent en compte beaucoup plus de paramètres. Des études en cours en REP et en ZEP paraissent montrer des régularités chez des groupes d'enseignants qui semblent apporter une réponse collective à un ensemble de contraintes. Il ne faut pas perdre de vue cependant que l'enseignant en classe est amené à gérer non seulement les contraintes externes dues au programmes, aux élèves etc... mais aussi les contraintes internes à la situation didactique et à son propre projet d'enseignement.

Parmi les régularités observées, *le recours à des pratiques ostensives* a été relevé par de nombreux chercheurs, y compris dans des situations expérimentales où est organisé un apprentissage par adaptation à une situation voulue adidactique. La résistance des pratiques ostensives malgré les inconvénients relevés par les chercheurs au niveau de l'apprentissage a conduit à étudier quelles fonctions elles remplissent pour les enseignants et pour les élèves, et à rechercher des conditions d'efficacité de ces pratiques, en liaison éventuelle avec d'autres.

L'importance de la *gestion de la mémoire de la classe en liaison avec l'avancée du temps didactique* dans un enseignement à partir de situations a été mise en évidence. Pour gérer l'avancée du savoir dans la classe, le professeur a besoin de garder en mémoire non seulement l'organisation du savoir à enseigner et les situations proposées aux élèves mais aussi ce que chacun d'eux a produit pour pouvoir gérer ce qu'il y a lieu de rappeler ou au contraire d'oublier en fonction de la progression des connaissances des élèves.

Ces derniers temps, beaucoup de travaux ont cherché à étudier *les régulations de l'enseignant*, par ses actions sur le milieu de la situation ou sur le contrat didactique, et plus généralement à caractériser les différentes fonctions didactiques que remplissent les actions de l'enseignant et la manière dont il peut les mettre en œuvre en identifiant des *gestes professionnels de l'enseignant*. Les études portent sur des enseignants ordinaires, des enseignants chevronnés ou des enseignants débutants, cherchant dans ce cas à voir notamment comment évolue le rapport personnel au contenu enseigné et comment se construit un rapport professionnel.

2.3. Des pistes

Au niveau international, on voit au cours des années 90 un déplacement de la recherche d'explication du niveau de l'enseignant en tant qu'individu vers une prise en compte de ce que certains appellent le contexte, c'est-à-dire notamment les contraintes de fonctionnement d'une classe, composée d'élèves particuliers, située dans une institution scolaire qui assigne certains objectifs à l'enseignement, lui fournit certains moyens, les contraintes de fonctionnement du savoir lui-même, et

divers déterminants du métier d'enseignant. C'est ainsi que depuis le milieu des années 90 se développent de plus en plus de recherches cherchant à *comprendre l'économie des classes ordinaires et ce qui détermine la stabilité des pratiques*. La France est un des pays où ce tournant a été le plus net et les approches théoriques qui y ont été développées donnent des outils pour la prise en compte des différents aspects qui permettent de comprendre les pratiques des enseignants.

Cependant certaines questions n'ont pas encore été abordées ou ne sont qu'à leurs balbutiements : on ne trouve rien par exemple sur la spécificité de l'enseignant polyvalent pour l'enseignement des mathématiques. Il n'y a pratiquement rien non plus sur l'effet sur les élèves de certaines stratégies d'enseignement. Les premiers travaux s'intéressant aux enseignants avaient comme objectif de voir directement les effets de certaines variables concernant l'enseignant ou ses choix sur l'apprentissage des élèves. Cependant, des corrélations ne donnent pas des explications ni des moyens d'agir. Le problème s'est avéré très complexe, aussi bien pour caractériser les pratiques des enseignants que pour évaluer l'apprentissage des élèves ce qui fait que les chercheurs ont acquis la conviction qu'il n'y avait sans doute pas de stratégie d'enseignement efficace en toute circonstance ni de comparaison universelle des stratégies. Les recherches actuelles cherchent à prendre en compte la complexité de la situation didactique et du rôle de l'enseignant pour mieux caractériser sa fonction, ses intentions ou ses actions. Certaines commencent à prendre en compte le travail hors de la classe (par exemple les devoirs à la maison) comme un moyen d'interaction différé à mettre en relation avec les interactions en classe. Les recherches sur la formation des enseignants se développent mais sont encore peu nombreuses, surtout celles où il s'agit de comprendre comment se constituent les savoirs professionnels de l'enseignant et non d'obtenir un comportement de l'enseignant défini a priori.

Des recherches associant des chercheurs de plusieurs disciplines sur les mêmes objets ont commencé à voir le jour ainsi que des recherches de didactique comparée. Par ailleurs, les méthodes utilisées restent en général très lourdes ce qui amène à privilégier les études de cas. Les collaborations entre équipes qui se développent notamment à travers la constitution de réseaux nationaux, devraient permettre de donner une assise plus large aux résultats obtenus et on peut espérer que l'avancée des recherches permettra d'améliorer l'efficacité des méthodes et d'envisager de les alléger.

BIBLIOGRAPHIE

BALACHEFF Nicolas, 1988, *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de collège*. Thèse d'état, Université de Grenoble 1.

BOLON Jeanne, 1996, *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège*, Thèse Université René Descartes- ParisV.

BOSCH Mariana et CHEVALLARD Yves, 1999, La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/1, 77 - 123

DOUADY Régine, 1987, Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 7 n°2, 5-31.

DUVAL, 1995, *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang, Bern, 395 pages.

PERRIN-GLORIAN, 2002, Chapitre 8 : Didactique des mathématiques, in Bressoux P. (éditeur) *Les stratégies de l'enseignant en situation d'interaction. Note de synthèse pour Cognitique. Programme Ecole et Sciences cognitive*, Université Pierre Mendès France Grenoble 2, remis au Ministère de la Recherche en février 2002, 203-239.

PLUVINAGE François et RAUSCHER Jean-Claude, 1986, La géométrie construite mise à l'essai, *Petit x n°11*, 5-36.

RAUSCHER Jean-Claude, 1993, *L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes : le cas de l'enseignement de la géométrie au début du collège*, Thèse, IREM de Strasbourg.

QUELQUES REFERENCES POUR LES TRAVAUX SUR L'ENSEIGNANT

ARTIGUE M. & al., 2000, *De l'analyse des travaux de recherche concernant les T.I.C. à la définition d'une problématique de leur intégration à l'enseignement*, Rapport de recherche pour le C.N.C.R.E.

BLOCH I., 1999, L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/2, 135-193.

BODIN A. & CAPPONI B., 1996, Junior Secondary School Practices. In Bishop A.J., éléments, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (Eds) *International Handbook of Mathematics Education*, 565-614, Kluwer Academic Publishers.

BROUSSEAU G., 1996, L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In Noirfalise, R. & Perrin-Glorian, M.J. (Eds) *Actes de la VIIIème Ecole d'été de didactique des mathématiques à Saint-Sauves d'Auvergne*, 3-46, IREM de Clermont-Ferrand.

- BRUN J., CONNE F., FLORIS R., & SCHUBAUER-LEONI M.L. (Eds), 1998, *Méthodes d'étude du travail de l'enseignant, Actes des secondes journées didactiques de La Fouly*, Interactions Didactiques, Genève.
- CHEVALLARD Y., 1997, Familiale et problématique, la figure du professeur, *Recherches en didactique des mathématiques*, 17/3, 17- 54.
- CHEVALLARD Y., 1999, L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/2, 221-265.
- COMITI C. & GRENIER D., 1997, Régulations didactiques et changements de contrat, *Recherches en didactique des mathématiques*, 17/3, 81-102.
- COULANGE L., 2000, *Etude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique. Cas des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de troisième*. Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.
- GRUGNETTI L. & JACQUET F., 1996, Senior secondary school practices in Bishop, A.J. Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (Eds) *International Handbook of Mathematics Education*, 615-645, Kluwer Academic Publishers.
- HACHE C., 2001, L'univers mathématiques proposé par le professeur en classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1.2, 81-98.
- HACHE C. & ROBERT A., 1997, Un essai d'analyse des pratiques effectives en classe de seconde ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classes, *Recherches en didactique des mathématiques*, 17/3, 103-150.
- HERSANT M., 2001, *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement. Le cas de la proportionnalité au collège*, Thèse, Université Paris 7.
- KRAINER K., GOFFREE F., & BERGER P., 1999 (Eds) *European research in Mathematics Education I.III, On research in mathematics teacher Education*, Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- MARGOLINAS C., 1992, Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12/1, 113-158.
- MARGOLINAS C., 1993, La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, In Margolinas (Ed.) *Les débats de didactique des mathématiques*, 89-102, Grenoble : La pensée sauvage.
- MARGOLINAS & PERRIN-GLORIAN (Editeurs invités), 1997, *Recherches en didactique des mathématiques*, 17/3, La pensée sauvage, Grenoble, (numéro entièrement consacré au thème de l'enseignant) et Editorial de ce numéro, 7-15.
- MASSELOT P., 2000, *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre I.U.F.M.) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école (une étude de cas)*, Thèse, Université Paris 7.

- MATHERON Y., 2000, *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée. Quelques exemples*, Thèse, Université d'Aix Marseille I.
- MERCIER A., 1998, La participation des élèves à l'enseignement, *Recherches en didactique des mathématiques*, 18/3, 279-310.
- PERRIN GLORIAN M.J., 1999, A study of teachers' practices : organisation of contents and of students' work. In Krainer K. & Goffree F., *On research in Mathematics Teacher Education. From a study of teaching practices to issues in teacher education.*, Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, Osnabrück.
- PORTUGAIS J., 1995, *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*, Peter Lang, Bern.
- ROBERT A., 1999, Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe, *Didaskalia*, 15, 123-157.
- RODITI E., 2001, *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Etude de pratiques ordinaires*, Thèse, Université Paris 7.
- SALIN M.H., 1999, Pratiques ostensives des enseignants, In Lemoyne, G. & Conne, F. (Eds), *Le cognitif en didactique des mathématiques*, 327-352, Les Presses de l'Université de Montréal.
- SCHUBAUER LEONI M.L., 1999, Les pratiques de l'enseignant de mathématiques : modèles et dispositifs de recherche pour comprendre ces pratiques, In Bailleul (Ed.) *Actes de l'école d'été d'Houlogate*, tome 1, Rectorat de Caen.
- SENSEVY G., MERCIER A. & SCHUBAUER-LEONI M.L., 2000, Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20, *Recherches en didactique des mathématiques*, 20/3, 263-304.
- SOURY-LAVERGNE S., 2001, Connaissances et mise en œuvre d'un micromonde dans les interactions de préceptorat distant, *Sciences et techniques éducatives, numéro spécial "Communication Homme-Machine et Apprentissage*.
- VERGNAUD G., 1993, Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel, In Artigue, M., Gras, R., Laborde, C. & Tavinot, P. (Eds) *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, 177-191, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- VERGNES D., 2001, Effets d'un stage de formation en géométrie, *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1.2, 99-121.

Marie-Jeanne Perrin-Glorian
IUFM Nord-Pas-de-Calais