Michalis KOURKOULOS et Marie-Anne KEYLING

ELEMENTS SUR LE COMPORTEMENT DES ÉLEVES CONCERNANT L'AUTOCORRECTION DANS LES ALGORITHMES DE L'ALGEBRE ÉLEMENTAIRE : LES STRATEGIES DE LOCALISATION DES ERREURS

Abstract. Selfcorrection constitutes a deciding factor for the learning of elementary algebra's algorithms. Strategies of localisation of mistakes used by pupils seem to be an important point of their selfcorrection procedures. In this paper, we analyse the strategies of mistakes' localisation that we identified in our work on selfcorrection with pupils in France and In Greece.

Résumé. L'autocorrection constitue un facteur décisif pour l'apprentissage des algorithmes de l'algèbre élémentaire. Les stratégies de localisation des erreurs, que les élèves emploient, s'avèrent être une partie importante de leurs procédures d'autocorrection. Dans cet article, nous analysons les stratégies de localisation des erreurs que nous avons pu identifier lors de notre travail expérimental au sujet de l'autocorrection avec des élèves en France et en Grèce.

Mots-clés : autocorrection, contrôle, stratégies de localisation des erreurs, algèbre élémentaire.

---

1. Introduction

Les activités d'autocorrection sont relativement peu étudiées dans la recherche didactique jusqu'à aujourd'hui. Toutefois, les travaux existants indiquent que ce sont des activités très fructueuses dans l'apprentissage des sujets concernés (voir Pluvinage 1983, Régnier 1983, Sowder J. 1992, Kourkoulos 1997, Kourkoulos et Keyling 2001).

Durant les activités d'autocorrection les élèves activent et associent souvent des informations contenues dans leurs nouvelles et anciennes connaissances. Dans certains cas, ils associent aussi des informations qui proviennent de différents cadres (Douady 1984) ou des informations dont la mise en relation nécessite des changements de registres (Duval 1995). La comparaison des informations associées, amène fréquemment les élèves à repérer des incompatibilités et à réfuter des idées erronées. Dans d'autres cas, la mise en relation des informations durant l'autocorrection aide les élèves à clarifier différents aspects du sujet examiné (Kourkoulos 1998, Kourkoulos et Tzanakis 2000).

Dans les algorithmes de l'arithmétique et de l'algèbre élémentaire l'autocorrection apparaît être une activité complexe. Les élèves, pour pouvoir trouver et corriger d'eux-mêmes les erreurs d'un exercice, doivent disposer de

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 9, p. 131 – 152.

critères de contrôle globaux[1] et locaux et les activer. Ils ont aussi besoin de développer une stratégie de localisation des erreurs. Enfin quand une erreur est trouvée, ils doivent formuler des propositions alternatives et contrôler si elles sont correctes. Ainsi malgré leur fertilité, les activités autocorrectives sont assez souvent complexes et sans l'aide appropriée de l'enseignement, la capacité d'autocorrection n'est accessible qu'aux bons élèves (Kourkoulos 1998, Kourkoulos et Keyling 2001).

2. Aspects essentiels de l'autocorrection dans les algorithmes algébriques

Les résultats, qui seront présentés dans cet article concernent essentiellement les stratégies de localisation des erreurs que les élèves emploient dans les algorithmes de l'algèbre élémentaire. Ils font partie de la composition de l'ensemble des résultats de notre travail expérimental[2] sur l'autocorrection depuis 1995. Toutefois, avant de passer à l'analyse des stratégies de localisation des erreurs (3ème partie), nous présenterons quelques éléments sur les résultats obtenus concernant les autres aspects essentiels de l'autocorrection dans les algorithmes algébriques élémentaires.

On peut considérer comme essai d'autocorrection tout essai des élèves pour mieux comprendre les différentes tâches de l'algorithme qu'ils ne savent pas faire correctement. Une conséquence d'une définition aussi large serait de mettre dans le thème de l'autocorrection l'ensemble de l'apprentissage du sujet examiné. Concernant notre travail, nous avons préféré nous concentrer sur la période qui suit

---

[1] Un critère de contrôle global est utilisé pour contrôler si l'ensemble de l'exercice est correct (p.ex. la vérification des solutions d'une équation). Un critère de contrôle local est utilisé pour contrôler une partie limitée du traitement de l'exercice (p.ex. contrôler une opération arithmétique, ou une application de la distributivité, qui est utilisée dans la résolution d'une équation).

[2] Notre travail expérimental concerne l'autocorrection des algorithmes de l'algèbre élémentaire ainsi que de certains algorithmes de l'arithmétique (multiplication et division des entiers et des décimaux, calculs avec des nombres relatifs, priorité des opérations, calcul littéral, résolution d'équations du 1er degré). Ce travail a été réalisé en France et en Grèce. Une partie des expériences a été réalisée par le groupe de l'IREM de Strasbourg qui a travaillé sur l'emploi du logiciel "Arithm" en classe. Le groupe a été coordonné par Keyling M.-A, les membres du groupe ont été: Bayart C., Gos C., Roesch G., Ostermann O., Wambst M., Ziegler M.

Une grande partie du travail effectué, est du travail d'observation du comportement des élèves ayant suivi l'enseignement habituel, et elle a été menée essentiellement auprès des élèves de 11-15 ans. Une autre partie contient des interventions expérimentales d'enseignement. Les interventions d'enseignement au sujet des algorithmes de l'algèbre élémentaire ont été réalisées avec et sans l'emploi du logiciel éducatif "Arithm". Le lecteur, qui voudrait voir l'analyse des différentes parties du travail expérimental effectué peut voir entre autres Kourkoulos 1997, 1998, Kourkoulos Keyling 2001, Keyling et al, à paraître.

l'enseignement introductif des algorithmes. C'est donc la période où l'algorithme enseigné commence à en devenir un aussi pour les élèves (une procédure connue d'avance dont l'application conduit à la solution des problèmes déterminés).[3]

Nos observations, pour tous les algorithmes examinés, ont montré que nous commençons à trouver dans les classes un nombre significatif d'élèves qui réussissent à s'autocorriger à la fin de la période d'enseignement de base de l'algorithme. Plus précisément, à la fin de cette période, on peut distinguer trois catégories d'élèves quant à leur capacité d'autocorrection :

(i) Une minorité qui dispose déjà un système de critères de contrôle et de procédures d'autocorrection assez développées leur permettant d'autocorriger l'ensemble de leurs erreurs. Ces élèves sont en mesure de repérer et de corriger même les inévitables erreurs d'inattention occurrentes lors des applications de l'algorithme. Il s'agit donc d'élèves qui peuvent être certains, quand c'est nécessaire[4], que leurs applications de l'algorithme sont correctes.

(ii) Une autre partie des élèves disposent et activent certains critères de contrôle mais ceux-ci ne leur permettent pas de contrôler et de corriger l'ensemble de leurs erreurs.

(iii) Enfin, une 3ème partie des élèves apparaît comme disposant de très peu de capacité de contrôle. Ces élèves réalisent rarement des autocorrections.

Lors de la période consacrée à la consolidation de l'apprentissage de l'algorithme, on observe une augmentation du nombre d'élèves qui appartiennent aux deux premières catégories. Pourtant ayant quitté le collège, où selon le programme officiel l'enseignement des algorithmes algébriques élémentaires est achevé, seule une minorité d'élèves appartient à la première catégorie. (P.ex. Sur 4 classes de début seconde (108 élèves de la ville d'Héraklion) que nous avons examinées, 38% des élèves étaient en mesure d'autocorriger leurs erreurs

---

[3] Notre travail expérimental concerne aussi bien la période d'enseignement de base des algorithmes que la période d'assimilation. En revanche, il ne concerne pas l'enseignement introductif des algorithmes. On peut aussi considérer des activités relatives à l'autocorrection pour la période de l'enseignement introductif, mais elles sont sensiblement différentes des activités d'autocorrection qu'on peut réaliser pendant la période de l'enseignement de base et la période d'assimilation. Leurs différences sont dues d'une part au fait que la construction d'un nouvel algorithme est un travail en grande partie heuristique et d'autre part au fait que pendant l'enseignement introductif des algorithmes de l'algèbre élémentaire, on introduit souvent de nouvelles symbolisations et/ou de nouveaux emplois des symboles déjà connus.

[4] Le contrôle détaillé de la justesse des applications relativement longues des algorithmes (p.ex. développement des polynômes, résolution d'équations) a un certain "coût" (en termes de temps et de travail), qui peut devenir important pour les élèves. Ainsi les élèves disposant les capacités de s'autocorriger ne le font pas toujours, mais ils le font quand ils jugent qu' il est important d'être certains que leurs applications soient correctes (p.ex. quand l'enseignant demande qu'ils vérifient leur travail, quand il s'agit d'un examen etc).

concernant la résolution des équations du 1er degré ne contenant pas de fractions, de même 30% des élèves pour le développement des polynômes.) Ces faibles pourcentages sont dus à l'absence de travail systématique au sujet de l'autocorrection dans l'enseignement actuel[5]. L'enseignement actuel considère comme satisfaisantes les performances des élèves, sur les algorithmes algébriques, s'ils ne font pas fréquemment des erreurs dans leurs applications. Parmi les élèves qui satisfont à ce critère une partie appartient à la catégorie (i), mais une autre partie non-négligeable appartient à la catégorie (ii). (Ces élèves ne font pas fréquemment des erreurs, mais quand ils en font, dans bon nombre de cas ils n'ont pas les moyens de les trouver et de les corriger.) Cette différence entre les deux groupes d'élèves est encore un élément important dont l'enseignement actuel ne tient pas compte.

Au lycée les algorithmes algébriques élémentaires sont considérés comme connus et ne font pas l'objet d'un enseignement spécifique, pourtant ils sont souvent employés dans le traitement d'autres problèmes (algébriques ou extra-algébriques). Malgré l'absence d'enseignement spécifique, durant cette période on observe une amélioration significative au sujet de l'autocorrection des élèves dans les algorithmes en question. (P.ex. Nous avons examiné les élèves des 4 classes mentionnées ci-dessus deux ans plus tard-en fin de première- et on a trouvé que cette fois 60% des élèves étaient en mesure d'autocorriger leurs erreurs concernant la résolution des équations du 1er degré ne contenant pas de fractions, 56% des élèves étaient en mesure d'autocorriger leurs erreurs concernant le développement des polynômes).

Des activités d'autocorrection adéquates organisées par l'enseignement peuvent aider la majorité des élèves à former des critères de contrôle des algorithmes enseignés. La production d'un critère de contrôle et son utilisation par les élèves, afin de faire moins d'erreurs, constituent d'eux-mêmes une évolution significative concernant l'apprentissage de l'algo-rithme ; mais dans la plupart des cas le bénéfice d'apprentissage des élèves ne se limite pas au précédent. Pendant la procédure de production d'un critère de contrôle, on observe souvent :

Une amélioration de la compréhension d'éléments partiels de l'algorithme. (P.ex. Dans les activités d'autocorrection sur les polynômes, si on introduit l'emploi du modèle de surfaces de rectangles comme critère de contrôle des applications la distributivité, on observe une diminution des erreurs mais aussi une meilleure compréhension de la propriété.)

Une amélioration de la compréhension d'éléments partiels du critère de contrôle

[5] Le fait que les possibilités des élèves au sujet de l'autocorrection restent sous-exploitées dans l'enseignement, actuel est aussi confirmé par les améliorations réalisées par les élèves lors des enseignements expérimentaux que nous avons effectués à ce sujet (Voir réf. 7, 10).

(p.ex. Lors des enseignements expérimentaux, au sujet des multiplications et divisions mentales des décimaux par des puissances positives et négatives de 10, nous avons utilisé comme procédure de contrôle la procédure suivante : transformation des décimaux en fractions, exécution de l'opération avec les algorithmes des fractions, transformation du résultat en décimal (voir réf. 8). L'emploi de ce système d'autocorrection a conduit à des améliorations significatives des élèves non-seulement sur les calculs mentaux examinés mais aussi sur les algorithmes de multiplication et de division des fraction.).

Une amélioration de la compréhension des caractéristiques du problème traité par l'algo-rithme et/ou de la solution qu'il offre (p.ex. en utilisant la vérification de la solution de l'équation non seulement sur l'équation initiale mais aussi dans les équations intermédiaires du traitement, les élèves prennent conscience du fait que la solution de l'équation doit rendre vraies toutes les égalités intermédiaires du traitement et non seulement l'égalité initiale).

Changement(s) sur l'algorithme lui-même. (P.ex. Lors des activités d'autocorrection sur les équations du 1er degré des élèves en prenant conscience des difficultés qu'ils rencontrent sur le traitement de fractions qui contiennent une somme au numérateur, ils ajoutent une parenthèse, mathématiquement inutile, au numérateur [(3x+5)/7], afin d'éviter des erreurs et de faciliter le contrôle des applications de la distributivité sur ces fractions. Bon nombre d’élèves adoptent aussi une écriture plus analytique pour faciliter le contrôle des parties de l’algorithme pour lesquelles ils prennent conscience qu’ils rencontrent des difficultés).

On peut se demander s'il serait possible que les élèves apprennent à appliquer les algorithmes en question de façon systématiquement correcte et que l'autocorrection des erreurs devienne inutile. A ce sujet, on doit noter au moins deux phénomènes auxquels les élèves ne peuvent pas faire face quand ils ne disposent pas des critères de contrôle et des procédures d'autocorrection suffisamment élaborés.

- Les erreurs d'inattention, qui arrivent fréquemment et conduisent à l'échec l'application de l'algorithme, si elles ne sont pas corrigées,
- les défauts de mémorisation des règles syntaxiques des symboles manipulés.

Il est inévitable que ces deux phénomènes se produisent en l’absence de critères de contrôle et de procédures d’autocorrection. Ceci peut s’expliquer par la prise en compte de l'analyse de R. Duval sur les registres de représentation et de traitement. La production de ces phénomènes, en absence de systèmes descontrôle, est caractéristique du fait que les élèves travaillent dans un registre de type discursif symbolique[6]. L'emploi de l'analyse de R. Duval montre aussi que la nécessité

[6] Les traitements dans les registres discursifs symboliques, exigent une grande attention à la forme des signes et à celle des combinaisons de signes que l'on manipule. Aussi, toute erreur est d'habitude fatale pour l'ensemble du traitement. Or, en pratique, il est impossible

d'un système de contrôle suffisamment élaboré, pour faire face à ces phénomènes, est étroitement liée à une des grandes différences entre les traitements dans les registres discursifs symboliques par rapport aux traitements dans les registres discursifs de type verbaux : l'inversion du rapport forme-contenu dans l'identification des unités de sens manipulées.

Un facteur qui s'avère important pour la compréhension des procédures d'autocorrection et du fonctionnement des critères de contrôle dans celles-ci, est le ″coût ″ d'application de ces critères.

– Il y a des critères de contrôle dont la longueur et la difficulté d'application sont comparables à ceux de l'exercice à contrôler (p.ex : la vérification de la division, la vérification de la solution d'une équation du 1er degré; cette dernière peut devenir plus longue et plus difficile pour l'élève que la résolution de l'équation dans le cas où l'équation ne contient pas de fractions mais la solution trouvée en est une),
– d'autres critères de contrôle sont brefs et faciles à appliquer, du moins pour les élèves entraînés à leur application (p.ex : calcul de l'ordre de grandeur du résultat d'une opération arithmétique, critère du reste de la division[7], calcul du degré d'un produit de polynômes). Ces critères peuvent être appliqués mentalement par les élèves,
– enfin il y a des critères dont le coût se situe à un niveau intermédiaire (p.ex. calcul de la constante ou du coefficient du monôme de plus haut degré

---

que les élèves (ou même des adultes) conservent l'attention exigée de façon ininterrompue. Ainsi, il est inévitable que des erreurs d'inattention se produisent et il devient nécessaire de posséder des critères de contrôle et des procédures d'autocorrection suffisamment élaborés pour y remédier et assurer la justesse du traitement.

Pour appliquer les algorithmes enseignés plus facilement (et pas trop lentement) les élèves sont amenés à appliquer les règles de manipulations des symboles sans faire référence aux éléments de sens qui ont permis de les produire et/ou aux éléments des sens qui les justifient. Or si l'élève se livre au jeu d'application des règles de manipulations des symboles sans retrouver de temps à autre les liens entre ces règles et des éléments de sens qui les justifient, il est certain que des défauts et des confusions à la mémorisation de ces règles vont se produire. (Ceci, d'autant plus que les règles utilisées dans les algorithmes algébriques sont multiples et il y a souvent des ressemblances dans leurs formes). L'emploi des critères de contrôle rétablit les liens entre les règles des manipulations des symboles et des éléments de sens qui les justifient, et permet à l'élève de remédier (ou de prévenir) les défauts de mémorisation de ces règles. (Selon le cas, un critère de contrôle permet d'établir des liens entre la règle de manipulation des symboles et des éléments de sens de la règle qui sont internes ou externes au registre algébrique).

[7] Le critère du reste de la division ($r < d$) est important parce que d'une part son application est très rapide et facile, et d'autre part il peut s'appliquer non seulement au reste final de la division (critère global) mais aussi aux restes qui apparaissent dans les étapes intermédiaires de la division (critère local).

d’un produit de polynômes, approximations plus précises que l’ordre de grandeur du résultat d’une opération). Ces critères peuvent s’appliquer mentalement ou non selon l’habileté de l’élève et l’exercice traité.

Notre travail d’observation du comportement des élèves, nous a montré que : Les élèves qui contrôlent fréquemment leur travail et qui procèdent spontanément à des autocorrections, sont des élèves qui disposent de critères de contrôle de bas coût d’application. En revanche, ceux qui ne disposent pas de tels critères de contrôle, arrivent rarement à réaliser des autocorrections et le font encore plus rarement de façon spontanée. Parmi ces derniers élèves, on en trouve qui sont capables d’appliquer des critères de haut coût d’application, si le professeur le demande (tels que la vérification de la division ou la vérification de la solution d’une équation). Mais comme ils ne disposent pas du reste de moyens nécessaires pour arriver à trouver et à corriger leurs erreurs, leurs essais d’autocorrection d’habitude échouent. La longueur et la difficulté de l’application de ces critères, combinées avec le fait qu’ils ne suffisent pas pour obtenir un traitement correct du sujet, amènent ces élèves à abandonner leur emploi sauf dans le cas où celui-ci serait demandé par le professeur.

Les élèves, qui arrivent fréquemment à s’autocorriger dans les algorithmes relativement longs (tels que la division, le développement des polynômes,…) disposent d’un certain nombre de critères de contrôle globaux et locaux de bas coût d’application qui leur permettent d’obtenir facilement des indications sur la justesse de l’ensemble ou des parties du traitement effectué. Si l’emploi d’un de ces critères indique qu’il y a erreur(s), les élèves en question sont en mesure d’activer des moyens de contrôle et d'autocorrection plus étendus et plus complets[8] (autres critères de contrôle, procédures de localisation des erreurs, ...).

Les éléments présentés précédemment, évidemment, ne signifient pas que l'enseignement doit négliger l'apprentissage des critères de contrôle de haut coût d'application, qui permettent souvent de mieux comprendre des aspects essentiels de l'algorithme enseigné. Ils montrent la nécessité pour l’enseignement de s’occuper de façon systématique de la question des critères de contrôle de bas coût

[8] Les critères de contrôle de bas coût d’application sont souvent des "critères insuffisants" (des conditions nécessaires mais pas suffisantes) ou des critères de nature probabiliste ("si j’obtiens dans une division un quotient entier, il y a de fortes chances que ceci soit correct", voir Kourkoulos et Tzanakis 2000). Malgré ce "défaut", leur facilité d'application leur donne un rôle critique dans les procédures d'autocorrection. Par ailleurs on trouve des élèves qui disposent de réseaux de critères de contrôle de bas coût d'application et qui laissent passer inaperçues très peu d'erreurs.

d'application. Dans la situation actuelle le sujet, n'est pas fréquemment pris en charge par l'enseignement. Dans ces cas les élèves doivent produire eux-mêmes les critères de contrôle de bas coût d'application qui sont nécessaires pour construire un système de contrôle efficace concernant l'algorithme enseigné. Or, cette tâche, une grande partie des élèves n'arrive pas à l'accomplir.

3. La localisation des erreurs

Quand les élèves appliquent des algorithmes relativement longs, ils peuvent découvrir l'existence d'erreur(s) en utilisant des critères de contrôle dans deux situations différentes :

- en appliquant un critère de contrôle local juste après l'accomplissement d'une tâche limitée de l'exercice (p.ex. contrôler une application de la distributivité ou une opération arithmétique juste après son exécution, dans le cadre de la résolution d'une équation),
- en appliquant un critère de contrôle global à la fin de la résolution de l'exercice (p.ex. en vérifiant la solution d'une équation). (Voir Pluvinage F. 1983).

Dans le premier cas l'élève doit activer les moyens nécessaires seulement pour corriger la tâche en question. Dans le deuxième cas deux problèmes se rajoutent : d'une part trouver où est l'erreur (localisation de l'erreur) et d'autre part, après avoir trouvé et corrigé l'erreur, suivre et corriger ses conséquences dans le reste du traitement. Face au problème de la localisation de l'erreur nous observons trois types de comportements d'élèves :

3.1. (A) Eviter le problème de la localisation

En barrant l'ensemble du traitement effectué et en recommençant dès le début. Ce comportement est très fréquent parmi les élèves faibles, surtout parce qu'ils ne disposent pas de procédures de localisation d'erreurs (voir réf.10). Mais on l'observe aussi parmi des élèves qui sont capables de s'autocorriger. Une raison, qui conduit des élèves de cette catégorie à choisir d'éviter la localisation de l'erreur, est l'estimation du coût du travail à faire. Ils estiment qu'il est plus rapide de refaire l'exercice que de rechercher et de corriger l'erreur et ses conséquences. Cette estimation dépend de la longueur et de la complexité, d'une part de l'algorithme à refaire et d'autre part de la procédure de localisation de l'erreur qu'ils envisagent d'entreprendre. Il faut noter ici que cette estimation n'a pas un caractère forcement stable pour les algorithmes en question. Ainsi en travaillant avec des élèves de 1ère, nous avons souvent observé de bons élèves, qui ayant effectué un long calcul sur des polynômes ou en trigonométrie, ont réalisé qu'ils ont fait une erreur et ont choisi dans un premier temps de refaire le calcul ; mais, après avoir effectué une partie du calcul, ils ont changé de stratégie et sont retournés à l'ancien travail pour le corriger (évidemment le choix "barrer et refaire" est rarement envisageable quand on traite des algorithmes sensiblement plus longs. P.ex. il est rare que quelqu'un, qui a écrit un programme d'ordinateur de quelques centaines de lignes, choisisse de le refaire parce qu'il contient quelques erreurs).

Un cas particulier pour lequel les élèves choisissent fréquemment de refaire le travail plutôt que de chercher l'erreur, est l'algorithme de la division. L'algorithme contient des éléments qui changent de statut pendant le traitement : le reste d'une étape intermédiaire devient partie du dividende de l'étape suivante. Ainsi ces restes deviennent difficiles à identifier après la fin de la division. En outre, l'organisation spatiale de l'algorithme rend difficile de retrouver dans la division terminée quel chiffre du quotient correspond à chaque dividende intermédiaire. En plus, suivant la manière de travailler de l'élève, il peut y avoir des éléments de l'algorithme qu'il calcule mentalement, ainsi il ne peut pas retrouver de trace écrite de ces calculs après la fin de la division. (Voir aussi réf 4).

3.2. (B) Contrôler sélectivement certaines parties du traitement effectué

Souvent lors de séances d'autocorrection avec des élèves, nous avons observé le comportement suivant. L'élève, ayant fini le traitement d'un exercice, s'aperçoit qu'il y a erreur(s) dans son travail, soit par l'application d'un critère de contrôle global, soit par une indication externe (indication du professeur, solution correcte donnée d'avance,...). Alors, il examine seulement certaines parties de son traitement, qu'il juge comme les plus probables pour être incorrectes. Les interviews effectuées avec des élèves présentant ce comportement montrent que ces élèves attribuent un **indice de confiance** aux différentes tâches qu'ils effectuent (il y a des tâches pour lesquelles ils ont plus confiance, qu'ils les réalisent correctement et d'autres pour lesquelles ils en ont moins). Cet indice de confiance est un facteur important, souvent le seul, qui les conduit à sélectionner les parties du traitement qu'ils vont réexaminer.

Afin de mieux expliquer le fonctionnement et les caractéristiques de l'indice de confiance il est intéressant de présenter quelques exemples des comportements d'élèves.

Exemple(1) : Durant une séance consacrée à l'autocorrection au sujet du développement des polynômes, en fin d'année de 4ème, l'élève avait développé le polynôme de la manière suivante :

$$(1)\quad 6x^2 + 3(x^2+5) -11x + 5(x +2)$$

$$(2)\quad 6x^2 + 3x^2+15 -11x + 5(x +2)$$

$$(3)\quad 6x^2 + 3x^2+15 -11x + 5x +10$$

$$(4)\quad 9x^2 + 15 -11x + 5x +10$$

$$(5)\quad 9x^2 +25-16x$$

$$(6)\quad 9x^2 -16x + 25$$

Comme il a été demandé par le professeur au début de la séance, il a fait la vérification en remplaçant x par une valeur numérique. Il a choisi 2 comme valeur numérique : $6*2^2 + 3(2^2+5) -11*2 + 5*(2 +2)=…=49$, $9*2^2 -16*2 +25=…=29$. Après avoir vu que les résultats n'étaient pas les mêmes, il est allé directement à la ligne (4) de son traitement ; il l'a un peu examinée ainsi que la ligne (5), puis il a barré le -16x de la ligne (5) et l'a remplacé par +6x. Après réflexion, il a changé le signe + en signe -. Ensuite il a modifié, en conséquence, la dernière ligne. Enfin, il a refait la vérification sur la nouvelle expression obtenue : $9*2^2 -6*2 +25=…=49$. L'observateur lui a demandé "Comment as-tu fait pour trouver tout de suite où était l'erreur ?" L'élève : " C'est là où il y a des moins et des plus que je me trompe, enfin ...je ne me trompe pas toujours, quand même ! "

Avec un autre élève, dans une situation similaire, l'observateur a posé la même question après la correction de son erreur. L'élève : "Quand il y a ces signes moins et plus, je sais que là je peux me tromper, c'est à dire ... je me trompe là, mais seulement quand je fais vite".

(a) L'indice de confiance qu'un élève attribue à une tâche, a souvent le caractère d'une opinion relativement stable pour une période d'apprentissage, tel est le cas des élèves ci-dessus.

(b) Dans d'autres cas, il a un caractère conjoncturel. Lors des essais d'autocorrection d'un exercice, l'élève se rappelle des tâches du traitement initial sur lesquelles il a rencontré des difficultés. Ainsi il leur attribue un bas indice de confiance et il les contrôle prioritairement. Les indices de confiance de type conjoncturel apparemment influent sur la formation des indices de type stable. Quand l'élève rencontre fréquemment des difficultés sur la réalisation d'une tâche et lui attribue un bas indice de confiance de type conjoncturel, il s'agit d'une situation qui constitue un facteur puissant conduisant l'élève à attribuer à cette tâche un bas indice de confiance de type stable.

En revenant aux indices de confiance relativement stables, il est intéressant de souligner que, nous avons repéré deux types des motifs pour lesquels les élèves attribuent à une tâche un bas indice de confiance de ce type.

(a1) Il y a les cas où l'élève croit qu'il ne sait pas effectuer de façon satisfaisante une tâche et à cause de ce fait il attribue au résultat qu'il obtient, un bas indice de confiance.

Exemple (2) : après la vérification d'une équation Jean cherchait où il y avait erreur et il a examiné d'abord les produits des relatifs. Après avoir réussi à autocorriger son erreur il a expliqué : "…quand il y a des multiplications avec de signes je ne sais pas bien faire et je me trompe souvent,...donc j'ai pensé que c'est sur ce -3*(-5) et sur le +2*(-3x) que j'ai pu me tromper…"

Dans la plupart de ces cas, les opinions des élèves sont fondées (nous avons observé rarement des élèves qui disaient ne pas savoir bien faire une tâche et qui l'effectuaient correctement de façon systématique). En revanche leurs opinions peuvent être plus ou moins précises. (Ainsi un élève, qui fait des erreurs sur les additions de relatifs mais fait correctement les multiplications et les divisions, peut avoir l'idée générale que toute opération où il y a des nombres positifs et négatifs est un endroit où il risque de faire une erreur, ou alors peut avoir une idée plus précise et savoir que le problème concerne uniquement les additions.)

Ce type d'opinions d'élèves sur leur savoir peut être très utile aussi bien à l'autocorrection des erreurs qu'à la remédiation du problème qui les produit.

Exemple (2 suite) : Les erreurs de Jean sur la multiplication, concernaient le cas où les deux nombres avaient des signes différents ; il mettait au résultat le signe du nombre ayant la plus grande valeur absolue. En revanche il multipliait correctement deux nombres ayant le même signe (il s'agit donc d'un transfert erroné d'une partie de la règle d'addition des relatifs sur la règle de la multiplication). Au début de la période, où nous l'avons observé, il avait l'idée que son défaut concernait en général la multiplication des relatifs. Après avoir travaillé un certain nombre d'exercices en s'autocorrigeant, il s'aperçut que le problème concernait plus précisément la multiplication de deux nombres de signes différents. Par la suite, en observant les résultats, de ses autocorrections il a pu rectifier la partie incorrecte de la règle de multiplication qu'il appliquait.

Nous avons observé, aussi, des cas similaires où les élèves ne sont pas arrivés à autocorriger les parties incorrectes des règles syntaxiques des symboles qu'ils utilisaient. Mais, même dans ces cas, la conception du fait qu'ils ne savent pas effectuer correctement telle ou telle tâche rendait les élèves demandeurs d'explications sur le problème repéré et aussi plus attentifs et intéressés quand l'enseignant fournissait les explications demandées.

Il y a aussi des élèves faibles qui n'arrivent pas à effectuer correctement plusieurs tâches fondamentales pour l'application des algorithmes algébriques (opérations des relatifs, distributivité produits des monômes,….). D'habitude, ces élèves n'ont pas d'opinions relativement précises sur les types des tâches qu'ils n'arrivent pas à effectuer correctement. En revanche, ils expriment des opinions générales indiquant qu'ils croient ne pas pouvoir traiter correctement une large catégorie de problèmes ("les équations…ce n'est pas souvent que j'arrive à trouver la réponse correcte", "Ces exercices de factorisation je ne sais pas les faire" ou encore plus général "…quand il y a des x, je ne sais pas faire…"). Ce type d'opinions, malgré leur intérêt pédagogique et psychologique, ne peut jouer qu'un rôle indirect concernant les procédures d'autocorrection et l'apprentissage spécifique des éléments de base des algorithmes algébriques. Il faut aussi noter qu'il y a d'autres parties dans l'apprentissage de ces élèves, qui doivent être accomplies avant qu'ils arrivent à la formation d'indices de confiance qui soient opérationnels dans les procédures d'autocorrection.

(a2) Quand les élèves appliquent les algorithmes de l'algèbre élémentaire, il est inévitable que des erreurs d'inattention se produisent, de façon plus ou moins fréquente, même par les élèves ayant appris à les appliquer correctement (voir partie 2). Parmi les élèves ayant de bonnes performances dans l'application des algorithmes examinés, nous avons observé que certains disposaient d'indices de confiance qui ne concernaient pas des tâches qu'ils croyaient ne pas savoir effectuer correctement (d'ailleurs pour la plupart de ces élèves, il n'existait pas de telles tâches). Ces indices de confiance concernaient les tâches que les élèves considèrent comme les plus probables pour que des erreurs d'inattention se produisent. (Par exemple, après la vérification arithmétique d'un développement de polynôme l'élève cherchait où il y avait erreur et a examiné d'abord les opérations des relatifs. Après la fin de l'autocorrection nous avons discuté avec lui et il a expliqué concernant la priorité de sa recherche sur les opérations des relatifs : " …quand je fais vite c'est là où il y a des plus et des moins que je me trompe souvent...je veux dire…ce n'est pas que je ne sache pas faire ses opérations mais si je fais vite la je peux faire une bêtise…". Dans une situation similaire, l'élève a cherché ces erreurs en examinant d'abord le développement du produit de deux parenthèses : …+$(x-3)(2x^2-4)$+… Après, en discutant avec lui il avait dit : "J'ai cherché d'abord ça parce que les parenthèses avec des "moins" c'est dangereux. …moi je sais multiplier des parenthèses, mais si je ne fais pas attention c'est dangereux pour faire une erreur, en plus qu'il y avait de moins dedans..")

Ce type d'indice de confiance, on le trouve plus fréquemment parmi les bons élèves et vers la fin de l'enseignement des algorithmes algébriques élémentaires (fin 3ème). Il apparaît aussi assez fréquemment chez les élèves plus âgés. (Ayant examiné individuellement les 23 élèves d'une classe de première, nous avons pu repérer sept d'entre eux qui disposaient de tels indices de confiance, concernant le développement et la factorisation des polynômes ainsi que la résolution des équations du 1er et du 2ème degré. Tous les sept étaient des élèves bons ou moyens.)

Les indices de confiance qui concernent les erreurs d'inattention sont un des moyens que des élèves développent afin de faire face à l'inévitable occurrence de ces erreurs lors de l'application des algorithmes algébriques.

Contrôler sélectivement les parties du traitement de l'exercice qui ont un indice de confiance plus bas que les autres, est une stratégie de localisation des erreurs qui peut donner des résultats beaucoup plus rapidement que les autres stratégies (A ou C), à condition que ces endroits soient peu nombreux. Pourtant, les parties sélectionnées sont celles que l'élève considère comme les plus probables pour contenir des erreurs et il n'est pas certain qu'elles contiennent des erreurs. Ainsi, il arrive que cette recherche n'aboutisse pas à la découverte d'erreurs. Dans ce cas, on a observé deux types des comportements d'élèves :

– l'élève cherche d'abord s'il y a erreur(s) sur un petit nombre d'endroits de l'exercice, qu'il juge comme les plus dangereux pour qu'une erreur soit commise. Si cette recherche ne s'avère pas fructueuse, il change de stratégie et il effectue (A) (barrer et recommencer) ou (C) (recherche systématique de chaque partie de l'exercice),

- l'élève cherche d'abord les parties de l'exercice qui ont le plus bas indice de confiance. S'il ne trouve pas d'erreurs, il continue avec un deuxième ensemble de parties qui ont un indice de confiance moins bas que les précédentes. Il peut continuer ainsi avec un troisième ensemble de parties de l'exercice. Ce deuxième type de comportement montre que l'élève dispose d'indices de confiance de différents niveaux, qui conduisent dans les faits à un classement des différentes parties de l'exercice selon leur risque de contenir une erreur.

Exemple(3) : sur ce type de comportement : Un élève de 3ème, durant une séance consacrée à l'autocorrection, avait développé : $-7x^4+4x^3 +3x- (2x^2 +13)(x^2+3x+4)$, de la manière suivante

$$-7x^4+4x^3 +3x- (2x^2 +13)(x^2+3x+4)$$
$$-7x^4+4x^3 +3x-(2x^4+6x^3+8x^2 + 13x^2+42)$$
$$-7x^4+4x^3 +3x-2x^4-6x^3-8x^2 - 13x^2-42$$
$$-9x^4-2x^3 +3x-21x^2 –42$$

Après le développement, il a fait la vérification en remplaçant x par 3 dans la première et la dernière ligne du traitement (la calculatrice a été utilisée). Après avoir constaté que les deux résultats ne coïncidaient pas, il a examiné d'abord la ligne 3 et la ligne 4 du traitement. Ne trouvant pas d'erreur, il a examiné ensuite la ligne 1 et la ligne 2. Là, il a repéré qu'il n'avait pas multiplié 13 par 3x dans le développement des parenthèses. Alors il a ajouté 39x dans la parenthèse de la ligne 2, et il a modifié en conséquence les lignes 3 et 4 et il a obtenu :

$$-7x^4+4x^3 +3x-2x^4-6x^3-8x^2 -39x - 13x^2-42$$
$$-9x^4-2x^3 -36x-21x^2 –42$$

Avant d'effectuer la 2ème vérification, l'observateur lui a demandé : "Comment as-tu fait pour trouver le 39x qui manquait…et puis, pourquoi tu as d'abord cherché dans les dernières lignes et après à la première et la deuxième ?" Elève : "Bah …là j'ai fait des additions et des soustractions avec des négatifs,… quand il y a des opérations avec des négatifs je me trompe parfois, si je ne fais pas attention, donc je me suis dit que c'était plutôt là qu'il fallait que je cherche, puis comme je n'ai rien trouvé j'ai cherché dans les parenthèses et j'ai trouvé que j'avais oublié de multiplier le 13 par le 3x…".

Elève : "Alors vous allez me dire maintenant où est cette erreur ?" Obs. : "Tu as bien cherché le produit des parenthèses ?" Elève : "Oui j'ai fait très attention mais je n’ai rien trouvé …" Obs. : "As tu regardé les produit des nombres ?, je veux dire les 2*3 , 3*13…, sont-ils corrects ?" Elève : " Ah non,… je n'ai pas regardé à ça , mais c'est trop simple,… je ne crois pas que je me suis trompé là" Obs. : " Regarde quand même!" L'élève examine les produits des coefficients et trouve que 13*4 fait 52 et non pas 42. Elève : " Une erreur si bête!… et ça m' a pris tant de temps pour la trouver!.."

Le travail de l'élève et la discussion avec lui, montrent la présence d'indices de confiance de 3 niveaux. Le plus bas indice de confiance concernait les opérations des relatifs. L'indice de confiance qui concernait le produit de parenthèses était plus haut que le précédant. Toutefois il indiquait qu'une erreur dans cette partie n'était pas exclue. Enfin, le plus haut l'indice de confiance concernait les simples opérations arithmétiques et il indiquait qu'une erreur dans cette partie était improbable. C’est à cause de cet indice de confiance que l'élève ne vérifie pas les multiplications arithmétiques et n’arrive pas à trouver l'erreur sans l'aide de l'observateur.

Ce dernier phénomène, nous l'avons observé chez bon nombre d'élèves. Quand ils font des erreurs dans des parties de l'exercice auxquelles ils attribuent un haut indice de confiance, ils ont des difficultés pour les découvrir. Certains, malgré des examens répétés du traitement effectué, échouent dans leur recherche. D'autres, après des examens répétés du traitement, abandonnent la stratégie (B) et passent à la stratégie (C). Ainsi ils arrivent à repérer ces erreurs. Toutefois, leur manque de souplesse quant au changement de stratégie de localisation des erreurs fait que le coût de découverte de ces erreurs reste élevé.

Les phénomènes présentés précédemment montrent que l'indice de confiance est un élément metacognitif (voir réf. 13), que les élèves disposent à différents niveaux d'élaboration. Pour bon nombre d'entre eux il joue un rôle important dans leurs procédures d'autocorrection, puisqu'ils l'utilisent comme le critère déterminant de leur recherche pour la localisation des erreurs.

3.3. (C) Contrôler systématiquement tout le traitement effectué

La forme de base de cette stratégie de localisation des erreurs est la suivante : l'élève commence au début du traitement de l'exercice (par ex. résolution d'équation, développement des polynômes), il décompose chaque ligne en des parties qui peuvent être traitées et contrôlées indépendamment et il contrôle les traitements effectués sur ces parties. Il y a des élèves qui emploient cette procédure comme leur stratégie initiale pour la localisation des erreurs. On en a aussi observé d'autres qui recourent à cette procédure quand, auparavant, ils ont fait d'autres essais d'autocorrection qui n'ont pas abouti. En fait, il est nécessaire, pour l'élaboration d'un système d'autocorrection efficace, que l'élève dispose de cette stratégie, au moins dans sa forme de base. C’est, parce que dans un cas de figure ou dans un autre (par ex. quand il n'arrive pas à repérer ses erreurs avec l'emploi d'autres stratégies) il devra contrôler de façon systématique la justesse de chaque partie de l'exercice.

Pour les élèves faibles, et pour bon nombre d'élèves moyens, décomposer des applications des algorithmes longues de quelques lignes ou plus, en parties (unités de calculs) pouvant être traitées indépendamment, et ensuite contrôler les traitements effectués sur ces parties, est une tâche qu'ils ne peuvent pas réaliser, sans l'aide appropriée de l'enseignement. Un phénomène intéressant observé à ce sujet est le suivant : quand nous indiquons aux élèves une région plus restreinte (par ex. une ligne de l’algorithme) dans laquelle il faut rechercher les erreurs, bon nombre de ceux qui n’y arrivaient pas, réussissent à trouver et à corriger leurs erreurs. Dans des activités d’autocorrection que nous avons expérimentées nous avons exploré ce phénomène. Un élément essentiel de l’aide offerte aux élèves a été de leur indiquer des régions de leur traitement plus ou moins restreintes (une partie d'une ligne, une ligne, quelques lignes), dans lesquelles il fallait rechercher leurs erreurs. L’étendue des régions indiquées était adaptée aux caractéristiques des élèves. Ces régions devaient être à la fois assez restreintes pour qu’ils arrivent à trouver et à corriger leurs erreurs et assez étendues afin que leur recherche conserve un degré de difficulté qui les pousse à faire évoluer leurs stratégies de localisation et de correction des erreurs. Ce type d’aide a permis à bon nombre d’élèves moyens et faibles de trouver et de corriger leurs erreurs, entrant ainsi dans le jeu de l’autocorrection dont ils étaient exclus jusque-là, tout au moins pour les algorithmes examinés.

Au fur et à mesure que leurs stratégies de localisation et de correction des erreurs s’amélioraient, nous avons augmenté l’étendue des régions indiquées, jusqu’à ce qu’ils soient en mesure de rechercher leurs erreurs dans tout l’exercice.

Dans un premier temps nous avons expérimenté des activités d'autocorrection où les professeurs offraient ce type d'aide sans l'assistance de l'ordinateur, et il était nécessaire de disposer d’un professeur par groupe de trois à cinq élèves[10]. Par la suite, en tenant compte de l'analyse du comportement des élèves, nous avons construit un logiciel ("Arithm") pouvant offrir une partie de l'aide nécessaire aux élèves lors des activités d'autocorrection. Une fonction essentielle du logiciel est d'indiquer à l'élève des régions plus ou moins restreintes[11] de son traitement de l’exercice, dans lesquelles il doit rechercher ses erreurs. Nous

[10] Les activités d’autocorrection nécessitent des interventions individuelles, fréquentes surtout auprès d’élèves moyens et faibles. Ceci est particulièrement vrai pour ce type d’aide, dont l’offre systématique à chaque élève demande beaucoup de temps de la part des enseignants.

[11] L'étendue des régions que le logiciel indique à l'élève est réglée par le professeur afin qu'elle soit adaptée aux caractéristiques de l'élève. Pour la même raison, c'est le professeur qui règle l'accès de l'élève aux autres types d'aide que le logiciel peut offrir.

avons réalisé des activités d'autocorrection assistée par le logiciel, d'une part dans un enseignement avec 3 classes expérimentales et 4 classes témoins, en Grèce, en classe de 4ème, au sujet des équations du 1er degré, et d'autre part, en travaillant, à Strasbourg, avec des petits groupes[12] d'élèves (7 à 12 élèves) moyens et faibles, dans le cadre d'activités de soutien. Dans tous les cas examinés le logiciel s'est avéré fort utile puisqu'il a permis de réaliser nos activités d'autocorrection en ayant un seul professeur par classe (ou par groupe d'élèves)[13]. Après le travail réalisé sur l'autocorrection, les résultats des groupes de travail à Strasbourg et ceux des classes expérimentales en Grèce, ont été améliorés de façon significative. (Voir réf. 10)

Toutefois, les progressions observées chez les élèves ne sont pas homogènes : il y en a qui ont présenté des améliorations importantes et d'autres qui ont peu progressé. L'analyse du travail des élèves a montré que, aussi bien leur amélioration concernant l'apprentissage de l'algorithme examiné que l'évolution des stratégies de localisation des erreurs et d'autocorrection sont fortement liées à leur capacité à décomposer un algorithme en unités de calcul pouvant être traitées et contrôlées indépendamment. Ce sujet présente d'importantes difficultés pour bon nombre d'élèves moyens et faibles. Au début du travail expérimental certains de ces élèves réalisent de telles décompositions mais elles sont souvent erronées puisqu'elles ne respectent pas les règles de priorité des opérations (p.ex. Un élève avait écrit que 2x+4x-9x(x+1)2+ 6x+11x = 3x(x+1)2+17x et il essayait de contrôler si 2x+4x-9x est égal à -3x). D'autres considèrent la transformation d'une ligne en la suivante seulement comme une transformation de l'ensemble de la ligne et ne font aucune décomposition, même dans les cas où leur transformation contient plusieurs tâches ou des tâches complexes. Aussi, beaucoup d'entre eux, peu de temps après la fin de la transformation d'une ligne, ne peuvent pas identifier les tâches qu'ils ont réalisées pour effectuer cette transformation.

– Malgré le travail effectué, une partie de ces élèves n'est pas arrivée à dépasser ces difficultés. Ces élèves n'arrivent pas à décomposer leurs propres écrits (applications des algorithmes) en unités de calculs qui peuvent être contrôlées et traitées indépendamment. Or, cette capacité est

---

[12] A Strasbourg, nous avons travaillé avec 5 groupes de 4ème, pendant 4-6 séances, sur les nombres relatifs et les expressions arithmétiques mettant en jeu les priorités des opérations. Nous avons travaillé avec aussi 1 groupe de 4ème, pendant 4 séances, et avec 3 groupes de 3ème, pendant 6-8 séances, au sujet du développement et de la réduction des polynômes. Concernant le traitement des polynômes nous avons effectué encore un enseignement avec 3 classes expérimentales et 4 classes témoins, en 3ème, mais l'analyse des résultats de cet enseignement n'est pas encore achevé.

[13] Avec l'assistance du logiciel dans la plupart des cas les élèves arrivent à trouver et à corriger leurs erreurs sans l'aide du professeur. Ceci libère du temps précieux au professeur, qui peut se consacrer alors à fournir l'aide nécessaire aux élèves qui n'arrivent pas à trouver et à corriger leurs erreurs malgré l'assistance du logiciel.

étroitement liée à la capacité de considérer une expression algébrique (ou arithmétique) comme étant composée d'unités de calculs (élémentaires ou plus complexes) liées entre elles par les règles de priorités des opérations. Il s'agit donc d'une capacité qui a un caractère fondamental pour l'apprentissage de l'algèbre. A la fin du travail expérimental, les élèves en question ont de meilleurs résultats dans les exercices demandant un calcul élémentaire (p.ex. une opération sur les relatifs) ou plusieurs opérations mais alors d'un seul type (p.ex. somme ou produit de plusieurs relatifs). En revanche, ils n'arrivent pas à traiter correctement des expressions plus complexes,

– une autre partie des élèves progresse lentement mais de manière significative dans la décomposition des algorithmes en unités de calculs qui peuvent être traitées et contrôlées indépendamment. La progression de ces élèves dépend sensiblement du temps qu'on a consacré au travail dans leur groupe. S'ils ont une durée de travail suffisante, ils font apparaître une évolution significative dans leurs stratégies de localisation des erreurs et d'autocorrection. En parallèle, ils progressent de manière significative aussi bien dans le traitement des exercices simples que dans celui des exercices complexes. (Il y a même des élèves de cette catégorie qui, à partir d'un certain moment, ont fait apparaître une très forte évolution, indiquant un déblocage de la compréhension du sens et de l'organisation des expressions algébriques),

– une autre partie des élèves n'a pas de difficultés importantes pour décomposer une expression algébrique en unités de calculs qui peuvent être traitées indépendamment mais ils n'ont pas incorporé ce type de travail dans leurs procédures de localisation des erreurs. Ces élèves réalisent une progression importante même quand ils travaillent pendant une période relativement courte (4-5 heures) sur des activités d'autocorrection assistées par le logiciel ("Arithm") : ils apprennent à utiliser de façon systématique la décomposition des transformations effectuées en unités de calculs qui peuvent être contrôlées indépendamment afin de localiser leurs erreurs. Ceci provoque une amélioration significative de leurs procédures d'autocorrection. Ils présentent aussi une amélioration importante du traitement des exercices simples et encore plus pour celui des exercices complexes sur le sujet examiné.

Il est aussi important de signaler que, l'apprentissage effectué dans le traitement d'un sujet (p.ex. expressions arithmétiques) concernant la décomposition de l'algorithme en unités de calculs indépendantes et la stratégie de localisation des erreurs qui en découle, s'est transféré et réinvesti dans le traitement d'autres sujets (p.ex. calculs littéraux, résolution d'équations).

3.4. Variantes de la stratégie C (contrôler systématiquement tout le traitement)

La vérification arithmétique des transformations des polynômes, ainsi que la vérification des équations, permet de vérifier aussi la justesse des lignes intermédiaires du traitement, sans être obligé de commencer au début du traitement et sans avoir à décomposer les lignes testées en unités de calculs qui les constituent. Parmi les élèves à qui on a enseigné cette possibilité, on en trouve qui, quand la vérification globale du traitement leur indique l'existence d'erreur(s), continuent en vérifiant une ligne à peu près au milieu du traitement (p.ex. l'élève vérifie la ligne 3 ou 4 de son traitement qui a six lignes). En discutant avec ces élèves nous avons constaté qu'ils font ceci dans l'espoir d'éviter l'examen détaillé d'une de deux parties de l'exercice.

Ensuite ils examinent la partie (ou les parties) qu'ils identifient comme contenant une (des) erreur(s). Dans certains cas, ils font ceci en commençant du début vers la fin de la partie examinée et en décomposant chaque ligne en des unités de calcul qui peuvent être traitées et contrôlées indépendamment. Dans d'autres cas ils continuent à utiliser la vérification arithmétique des lignes intermédiaires de la partie examinée, jusqu'à ce qu'ils repèrent deux lignes successives où la transformation de l'une en l'autre contienne une (des) erreur(s) et c'est seulement à ce moment qu'ils décomposent la première des deux lignes en unités de calculs afin de les contrôler. Dans les deux cas il s'agit de stratégies qui contrôlent systématiquement tout le traitement effectué, mais elles sont plus évoluées que la forme de base de cette stratégie (3.1.). En effet le nouvel élément introduit (la vérification de la ligne intermédiaire), permet de faire des économies substantielles dans le travail de contrôle des tâches qui composent les transformations d'une ligne à l'autre.

Sur d'autres problèmes en mathématiques, surtout quand leur traitement est long, on retrouve chez des élèves l'idée d'organiser le travail de contrôle en partageant le traitement effectué en grandes parties, dont certaines (ou toutes) peuvent être contrôlées globalement et indépendamment des autres. Ceci permet de faire des économies substantielles sur les contrôles de tâches locales. (P.ex. Dans les problèmes de mise en équation(s), on trouve des élèves qui vont vérifier d'abord la résolution de l'équation et ensuite, une fois que la justesse de la résolution est assurée, ils vont passer au contrôle du travail de mise en équation).

On peut remarquer ici, que dans certains cas (comme le traitement des polynômes ou la résolution des équations) la séparation du traitement en parties à contrôler est assez malléable (l'élève peut sélectionner la ligne du traitement qu'il veut pour effectuer une vérification intermédiaire). Dans d'autres cas, les endroits où le traitement peut être séparé en grandes parties à contrôler sont restreints; ils dépendent en fait de la structuration de la résolution du problème (tel est le cas dans la mise en équation(s) des problèmes, mais aussi quand nous voulons contrôler et corriger les erreurs d'un programme d'ordinateur

François Pluvinage nous a fait remarquer que le partage en grandes unités à contrôler est une pratique très répandue non seulement en mathématiques mais également dans des domaines comme l'électronique, l'informatique ou la mécanique. En fait, elle devient nécessaire, pour des raisons d'économie du travail de contrôle et de correction, dès qu'il s'agit de rechercher les erreurs ou les défauts dans un algorithme long ou dans une construction faite de plusieurs parties élémentaires.

4. Discussion

- L'organisation des activités d'autocorrection adéquates dans l'enseignement des algorithmes de l'algèbre élémentaire peut jouer un rôle important pour leur apprentissage. Ces activités aident les élèves à mieux comprendre différents aspects de l'algorithme. Elles contribuent aussi à l'élaboration par les élèves des systèmes d'autocorrection efficaces. L'existence de ces systèmes est nécessaire pour la stabilité de l'apprentissage des algorithmes enseignés. Elle est aussi nécessaire pour que les élèves puissent assurer la justesse de leurs applications et faire face aux erreurs qui se produisent inévitablement quand ils travaillent dans un registre comme celui de l'algèbre, qui est un registre discursif de type symbolique. Enfin, la réalisation de telles activités aide les élèves faibles et une grande partie des élèves moyens à entrer dans le jeu de l'autocorrection, dont ils restent exclus dans la situation d'enseignement actuel,
- les stratégies de localisation des erreurs sont une partie importante des procédures d'autocorrection des algorithmes de l'algèbre élémentaire. Les éléments que nous avons présentés montrent que ces stratégies présentent certains aspects spécifiques à l'algorithme examiné mais ils ont des caractéristiques fondamentales qui sont communes. Par ailleurs, ces communes caractéristiques concernent aussi les stratégies de localisation des erreurs (ou des défauts) rencontrées dans des domaines extra-mathématiques.

L'analyse de ces caractéristiques explique le fait que, les progrès réalisés sur les stratégies de localisation des erreurs, durant l'enseignement d'un algorithme, se transfèrent et se réinvestissent dans l'apprentissage des algorithmes suivants. Elle montre aussi que l'apprentissage et l'évolution de ces stratégies peuvent s'échelonner durant l'enseignement des différents algorithmes de l'algèbre élémentaire. Pourtant, l'enseignement actuel ne traite pas de façon systématique le sujet de l'autocorrection en général et, dans ce cadre, la question des stratégies de localisation des erreurs n'est pratiquement pas prise en compte. En conséquence leur apprentissage ne s'effectue que de façon très insuffisante pour une grande partie des élèves. Ces élèves n'arrivent pas à construire des procédures d'autocorrection efficaces, qui sont un facteur décisif pour l'apprentissage des algorithmes examinés.

BIBLIOGRAPHIE

(1) DOUADY R., 1984, Le jeux des cadres, Doctorat, Université Paris VII.

(2) DUVAL R., 1995, Semiosis et pensée humaine, Ed. Péter Lang, Berne.

(3) FILLOY E., ROSANO T., 1985, "Obstructions on the acquisition of elementary algebraic concepts and teaching strategies" P.M.E. 134 – 147.

(4) KAKLAKIS G., 1999, Possibilités d'autocorrection des élèves de 6ème sur l'algorithme de la division, Mémoire de Maîtrise, DSE de l'Université de Crète.

(5) KEYLING et al, à paraître, L'emploi du logiciel "Arithm" en classe, IREM de Strasbourg.

(6) KIERAN C., 1990, Indroducing Algebra : A functional approach in a computer environment 14th I.C.P.M.E., Mexico, vol II, 51-59.

(7) KOURKOULOS M., 1997, Self-correction and the use of educational software in learning the algoritms of arithmetic and algebra, (in greek) acts of the 1st C.I.T.S, 31-58.

(8) KOURKOULOS M., 1998, Caractéristiques des critères de contrôle utilisés par les élèves à l'application des algorithmes de l'Arithmétique et de l'Algèbre, 224-236, Acts of 1st C.D.M., Ed. Univ. de Crète et IFA.

(9) KOURKOULOS M., Tzanakis K., 2000, Estimation and checking procedures as fundamental aspect of the conception and learning of mathematics algorithms, 264-285, Acts of 2nd C.D.M., Ed. Univ. de Crète.

(10) KOURKOULOS M., KEYLING M.-A., “Self-correction in algebraic algorithms with the use of educational software : an experimental work with 13-15 years old pupils”, 5th International Conference on Technology in Mathematics Teaching , July 2001, Klagenfurt Austria, proceedings' Editor : öbv & hpt, Vienna, Vol. 1, 301-305 on paper version, 8 pages on cd-rom version.

(11) PLUVINAGE F., 1983, Variations des questions, questionnaires à modalités, actes of 4th I.C.M.E., 465-477.

(12) REGNIER J.C., 1983, "Etude didactique des tests autocorrectifs en trigonométrie" Thèse de doctorat, U.L.P.

(13) SCHOENFELD A., 1992, Learning to think mathematically : Problem solving, Metacognition, and sense making in Mathematics, Handbook of Research in Mathematics Teaching (H.R.M.T.), an NCTM project, Ed. D.G. Grouws, Macmillan Publishing Company, NY, 334-370.

(14) SOWDER J., 1992, Estimation et number sense, H.R.M.T., 371-390.

(15) VERGNAUD G., CORTEZ A., 1990, "From arithmetic to algebra : Negotiating a jump to learning process." Proceedings of 14th I.C.P.M.E., Mexico, Vol 2, 27-35.