

NICOLAS GAUVRIT

GÈNES ET MATHÉMATIQUES : LA GÉNÉTIQUE PEUT-ELLE PRÉSENTER UN INTÉRÊT POUR LA DIDACTIQUE ?

Abstract. Genes and mathematics: Educational studies in mathematics and the genetics of mathematical difficulties. We review a series of recent genetic accounts of mathematical difficulties or disabilities, and briefly discuss possible theoretical interests of these experimental findings for future research in the field of mathematical education.

Résumé. Nous passons en revue et synthétisons un ensemble de résultats récents en génétique qui aborde la question des difficultés mathématiques des élèves, et discutons l'intérêt théorique que ces résultats pourraient présenter pour la didactique des mathématiques.

Mots-clés. Difficultés mathématiques, didactique, génétique, cognition mathématique.

Introduction

Un pourcentage important d'élèves du primaire et du secondaire présente des difficultés scolaires en mathématiques dans un ou plusieurs domaines. L'INSEE¹ estimait en 2006 le pourcentage de personnes « faibles en mathématiques » à 27% de la population française (Micheaux & Murat, 2006). Ces difficultés sont suffisamment répandues pour avoir débordé le cadre de la didactique : plusieurs disciplines comme la psychologie, les neurosciences ou la sociologie tentent de comprendre les raisons de ces difficultés.

Contrairement à l'approche didactique, qui « déconstruit » les objets mathématiques en lien avec leur enseignement, ces différentes disciplines ont tendance à voir « les difficultés mathématiques » comme une problématique homogène, et une fraction seulement des études de psychologie ou de neurosciences distinguent un *domaine* mathématique particulier – comme le calcul (Dehaene, 2003), la géométrie (Voss & Paller, 2010) ou la résolution de problèmes (Ogawa, Yamazaki, Ueno, Cheng, & Iriki, 2010) – et très exceptionnellement une tâche ou un type de tâches particulier, comme on l'a fait en neurosciences en distinguant, à l'intérieur des compétences élémentaires en calcul, ce qui relève de l'estimation des grandeurs dans une approche spatiale et ce qui relève de l'application de règles de calcul dans une approche symbolique (e.g. Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003).

¹ L'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques est un organisme public français. Il publie régulièrement des données statistiques concernant le pays.

Malgré cela, la psychologie cognitive ou les neurosciences ont été considérées comme des sources d'inspiration ou de compléments théoriques par les didacticiens des mathématiques, et leur apport est reconnu (Duval, 1996 ; Brun, 1994) ou tout au moins discuté (Kelly, 2011).

En ce qui concerne la génétique, il semble en revanche que ses apports potentiels à la réflexion didactique n'aient guère été étudiés. Bien que l'éloignement des deux disciplines soit évident et puisse conduire à supposer que la génétique ne pourra jamais être d'aucun secours pour la didactique, il nous semblait important d'aborder cette question.

Dans cet article, nous présenterons d'abord les divers types de difficultés mathématiques abordées par les chercheurs de psychologie, neurosciences et génétique ainsi que quelques outils d'évaluation ; puis les résultats principaux de la génétique, les controverses et débats qui agitent le monde de la génétique en rapport avec la question des difficultés mathématiques des élèves. Enfin, nous discuterons de l'intérêt possible de ces résultats pour la didactique des mathématiques... et de leurs limites.

1. De la « faiblesse » au trouble du calcul

Pour ce qui concerne la définition des troubles des apprentissages et les catégories de difficultés rencontrées par les élèves, la génétique est en accord avec la psychologie et les neurosciences. Dans ces disciplines, et pour ce qui nous concerne dans les études portant sur les aspects génétiques des difficultés mathématiques, les expériences portent selon le cas sur des sujets tout-venants (recherche des corrélations entre le niveau mathématique et d'autres variables) ; sur des sujets présentant un niveau mathématique faible ; ou sur des cas ou des groupes considérés comme pathologiques. Il existe une gradation entre le sujet normal et troublé, conduisant à plusieurs catégories d'élèves, et à des études parfois difficiles à comparer parce qu'elles ne portent pas sur les mêmes « difficultés ».

1.1. Niveau de sévérité

On peut d'abord classer les populations étudiées en fonction du degré de difficulté mathématique rencontrée. Un certain nombre de recherches se focalisent sur des enfants non-problématiques selon les enseignants mais « faibles en mathématiques » (*low achievers*). La population concernée est généralement définie par ce qu'elle obtient un score de mathématiques inférieur à un score critique modeste, souvent de l'ordre du 40^{ème} percentile, mais dont la définition exacte varie d'une étude à l'autre (Geary, 2004).

Les élèves présentant des « difficultés mathématiques » (*mathematical difficulties* ou *mathematical disabilities*) sont généralement définis par un critère du même type, mais un peu plus sévère. Par exemple, celui-ci pourra être de se trouver sous

le 20 ou 25^{ème} percentile pour un score standardisé de mathématiques (Geary, 2004).

Les élèves faibles ou en difficultés ne sont pas considérés comme troublés (ou souffrant d'une pathologie). Dans le domaine de la pathologie, deux notions proches et souvent confondues dans la littérature sont utilisées : celles de *dyscalculie* et de *trouble du calcul*.

Une dyscalculie est définie par une faiblesse *spécifique* en *calcul*. Autrement dit, l'enfant dyscalculique a une intelligence normale, et ne souffre pas de difficultés d'apprentissages généralisées – mais les comorbidités sont fréquentes – pour une synthèse, voir INSERM (2007). On considère généralement les termes *dyscalculie* et *trouble du calcul* comme synonymes.

Le *trouble du calcul* est pourtant défini dans le manuel diagnostique des troubles mentaux DSM-IV (APA, 2004, p. 54) comme un trouble spécifique invalidant des apprentissages *mathématiques*, que n'expliquent pas d'autres atteintes plus générales (e.g. retard mental). Cette définition rejoint l'*échec électif en mathématiques* décrit par Brousseau (1980). On remarquera que selon le DSM-IV, qui est la référence diagnostique des psychologues scientifiques, le trouble du *calcul* est donc défini par le niveau *mathématique*, ce qui ne manquera pas de surprendre les didacticiens, d'autant que les troubles du langage sont eux décomposés en troubles liés à la réception, troubles liés à l'expression, troubles phonologiques, bégaiement etc.

Dans la pratique, les auteurs utilisent des méthodes variables pour sélectionner les échantillons, tant en ce qui concerne la mesure du niveau mathématique (ou en calcul) que sur le respect d'un critère de divergence entre le niveau général et le niveau en mathématiques.

L'incohérence des critères pratiques utilisés par les auteurs aboutit à des estimations hétérogènes de la prévalence de la dyscalculie. Des prévalences de 10,9% (Ostad, 1999), 6,5% (Gross-Tsur, Manor, & Shalev, 1996), ou 3,6% (Lewis, Hitch, & Walker, 1994) ont été rapportées. Quant à Fischer (2007), il aboutit, avec une définition plus rigoureuse excluant notamment les troubles génériques des apprentissages, à une prévalence de l'ordre de 1%.

1.2. Décomposition des compétences et spécificité

Une approche didactique des difficultés mathématiques conduit souvent à classer ces difficultés soit en fonction du domaine mathématique touché (géométrie, numération, etc.), soit en fonction de la fonction cognitive sous-jacente (pour la géométrie, on peut imaginer un trouble de la perception visuelle ou de l'organisation spatiale par exemple).

Dans la plupart des études de psychologie, neurosciences ou génétique portant sur les difficultés mathématiques, cette classification n'est pas abordée, et l'on envisage seulement la possibilité d'une difficulté mathématique générique.

Néanmoins, avec l'avancé des recherches sur le sujet, les particularisations sont de plus en plus fréquentes, surtout là où les résultats sont nombreux. C'est le cas de la dyscalculie au sens propre (trouble de *calcul*), qui est désormais couramment décomposée en plusieurs classes selon la fonction cognitive touchée, et il n'est pas rare de trouver des études portant spécifiquement sur *un type* de dyscalculie, par exemple dans les études de cas (Roux, 2009). Plus généralement, les études de cas cliniques, qui décrivent dans le détail le comportement d'un individu particulier, permettent de bien distinguer les fonctions mathématiques touchées et préservées.

En dehors des études de cas et des domaines où, la recherche avançant, on distingue des catégories un peu finement, une classification grossière ressort. Il existe en effet de nombreux travaux de neuropsychologie cités par les didacticiens, portant spécifiquement soit sur le raisonnement et la résolution de problèmes (Soto-Andrade, 2006), soit la géométrie (Duval, 2005), soit le calcul (Roditi, 2005).

Même si on peut déplorer l'absence de classification objective fine et validée des difficultés mathématiques, on voit donc que la neuropsychologie admet une catégorisation des difficultés mathématiques, fondée non sur des éléments mathématiques, mais sur des fonctions cognitives sous-jacentes (perception, langage, raisonnement). Ces grandes catégories sont reprises par l'approche génétique de la cognition mathématique.

1.3. Mesures des performances mathématiques

Les expériences qui nécessitent de rassembler un échantillon d'élèves faibles, en difficulté, ou dyscalculiques, passent par l'administration de tests mathématiques aboutissant à des scores plus ou moins standardisés.

Une partie des études utilise comme indice de compétences mathématiques les résultats scolaires en mathématiques, ce qui pose évidemment un certain nombre de problèmes. La docimologie de Piéron dont l'un des buts était d'étudier la manière dont les enseignants évaluent les élèves a largement montré le caractère imparfait des « notes » et leur dépendance vis-à-vis de critères sociaux et psychologiques de l'évaluateur, même en mathématiques – la situation est pire dans les matières littéraires (de Landsheere, 1992). Une note faible en mathématiques peut certes provenir d'un mauvais « niveau » mathématique, mais aussi d'un conflit entre la vision mathématique d'un élève et d'un enseignant, ou encore, bien évidemment, d'un élément de la situation de classe que précisément la didactique étudie et dont elle montre l'importance.

D'autres études utilisent des tests de compétences mathématiques étalonnés, comme le Zareki-R (Von Aster & Shalev, 2007) par exemple. En psychologie scolaire, les deux tests les plus connus sont probablement l'UDN-II (Meljac & Lemmel, 1999) et le TEDI-Math (Grégoire, Van Nieuwenhoven, & Noel, 2002).

Le premier est fondé sur un approche piagétienne des apprentissages et permet de distinguer plusieurs grands domaines : logique, conservation, utilisation du nombre, raisonnement spatial, compréhension des opérations. Ces 5 classes correspondent à 5 épreuves distinctes et, bien qu'elles ne se fondent pas sur une analyse didactique des situations mathématiques courantes, paraissent compatibles avec une approche didactique.

Le second, TEDI-Math, s'est construit en référence aux récents développements de la neuropsychologie de la numérosité notamment, et permet de distinguer la voie symbolique et la voie spatiale de la perception des grandeurs, ainsi que de tester séparément les 5 principes de Gelman et Gallistel (1978) concernant le dénombrement.

Dans les deux cas, le spectre des compétences « mathématiques » abordées est limité par rapport à ce que la didactique pourrait souhaiter. L'accent est toujours mis sur le nombre, au sens le plus élémentaire, avec une approche presque naïve de la numération. Les opérations sont elles aussi abordées selon une modalité insuffisante pour le didacticien, où la pluralité des manières de voir le même objet n'est pas même envisagée. L'addition n'est par exemple comprise que comme un ajout. Néanmoins, les catégories qui se dessinent à l'intérieur de ce spectre réduit est compatible avec une vue didactique et devrait permettre l'échange entre les deux disciplines.

Signalons aussi qu'il existe depuis quelques années un test standardisé dédié au dépistage de la dyscalculie, le Dyscalculia Screener (Butterworth, 2003).

2. La question de l'héritabilité

C'est dans ce cadre conceptuel, et au moyen du type d'outils que nous venons de décrire, qu'un courant de recherche pluridisciplinaire s'organisant autour de la psychologie a cherché à déterminer les causes des difficultés mathématiques des élèves. Parmi les disciplines engagées dans ces travaux, la génétique a d'abord été convoquée pour trancher la question de l'inné et de l'acquis.

Un ensemble important de résultats suggestifs amènent à considérer qu'une part des variations du niveau mathématique est d'origine génétique. L'étude de certaines maladies génétiques montre par exemple des profils de troubles mathématiques caractéristiques. Les méthodes classiques de calcul d'héritabilité (agrégation familiale, méthode des jumeaux) confirment ces résultats, même si on

peut interroger certaines hypothèses de base et, plus encore, la variabilité des estimations rapportées.

2.1. Maladies génétiques et difficultés mathématiques

Un ensemble de maladies génétiques s'accompagnent de troubles psychologiques divers, dont des difficultés électives en mathématiques pour certaines, avec même parfois des profils de compétences caractéristiques, comme dans le cas de la phénylcétonurie, une maladie génétique du métabolisme associée à des troubles de l'attention et des fonctions exécutives, dégradant les performances dans les tâches de résolution de problèmes complexes (Antshel, 2010).

Les anomalies chromosomiques « X » sont fréquemment liées à divers troubles cognitifs, mais semblent toucher plus spécifiquement les habiletés mathématiques. C'est le cas pour le syndrome du X fragile (Murphy, 2009), mais aussi la monosomie X – ou syndrome de Turner (Butterworth, Granà, Piazza, Girelli, Price, & Skuse, 1999). Des patients souffrant du syndrome de Turner sont par exemple plus lents dans les tâches de dénombrement de points (Butterworth, 1999), même lorsqu'il n'y a que deux points et que le dénombrement peut se faire d'une seule fixation oculaire (Bruandet, Molko, Cohen, & Dehaene, 2004). On a montré que la cognition mathématique pouvait être particulièrement affectée par le syndrome de Klinefelter, dû à une trisomie X (Butterworth, 2008).

Il semble aussi que le syndrome de Williams-Beuren, causé par une microdélétion² dans le locus 7q11.23³, soit associé à des anomalies de la cognition mathématique, indépendamment de l'âge mental, du QI et du niveau de langue. Les patients concernés ont des résultats significativement plus faibles sur un ensemble de tâches arithmétiques simples, comme des comparaisons de nombres (deux nombres écrits en chiffres apparaissant à l'écran, les sujets doivent dire lequel est le plus grand), sériation (les sujets doivent ranger des nombres par ordre croissant), additions de petits nombres (typiquement compris entre 0 et 9) que des patients appariés souffrant d'un trouble autistique (Paterson, Girelli, Butterworth, & Karmiloff-Smith, 2006).

On a associé de même un trouble du « raisonnement abstrait » en mathématique au syndrome vélocardiofacial ou maladie de DiGeorge (Shprintzen, 2000). Cette maladie génétique résulte d'une microdélétion au locus 22q11. Certains auteurs ont avancé que le lien entre la délétion et le trouble du raisonnement passait par des anomalies structurelles des lobes pariétaux, notamment une dysymétrie entre les deux lobes (Eliez, Schmitt, White, & Reiss, 2000). Une étude plus récente utilisant

² Absence d'une petite partie (moins de 5 Mb) de chromosome.

³ Un *locus* est une partie de chromosome. Le numéro précédant la lettre *q* est le numéro du chromosome concerné (ici 7).

l'imagerie fonctionnelle montre que pour les patients vélocardiofaciaux, une suractivation du gyrus supramarginal gauche apparaît dans les tâches arithmétiques requérant un raisonnement complexe (Eliez, Blasey, Menon, White, Schmitt, & Reiss, 2001). Les auteurs suggèrent que cette sur-activation est une conséquence d'un défaut structurel du lobe pariétal gauche, provenant elle-même de la délétion.

De Smedt et ses collègues (2006) ont étudié 14 enfants de 6 à 10 ans et les ont comparés à des élèves normaux appariés pour l'âge, le QI et le sexe. Les épreuves utilisées étaient les suivantes : (1) lecture et écriture de nombres à un ou deux chiffres (2) comparaison de nombres à un chiffre apparaissant (en chiffre) sur un écran (3) « comptage », une épreuve qui regroupe des tâches de dénombrement, de comptage à l'endroit, à l'envers, et de n en n (4) calcul mental sur des nombres de 1 ou 2 chiffres (5) résolution de problèmes additifs ou soustractifs. Cette dernière épreuve contient des problèmes simples, comme « Anne et Marie ont 11€ à elles deux. Anne a 4€ Combien a Marie ? », et des problèmes contenant des informations inutiles (on ajoute par exemple « Pierre a 3€ » dans un énoncé du type précédent). Seule la dernière épreuve, supposée faire intervenir un raisonnement abstrait, montre une différence entre les enfants DiGeorge et le groupe contrôle, ce qui contraste avec les résultats trouvés dans le cas du syndrome de Williams-Beuren.

Ces divers tableaux cliniques montrent qu'une maladie génétique peut avoir un effet sur les apprentissages mathématiques. Mais là n'est pas le plus important : les configurations de ces situations cliniques sont diverses et permettent de dissocier certaines fonctions qui sont de premier intérêt pour la didactique. Les troubles du raisonnement sont par exemple saillants dans la maladie de DiGeorges alors que les opérations élémentaires sur les petits nombres sont relativement préservées. Au contraire, les patients Williams-Beuren semblent plus handicapés dans les petits calculs qu'ils ne le sont (et ils le sont) en raisonnement. Cette *double dissociation*⁴ permet de conclure que raisonnement abstrait et calculs élémentaires reposent sur des bases fonctionnellement différentes et légitiment « cognitivement » un classement des problèmes (du point de vue) de l'élève qui séparerait raisonnement et calcul, donnant des indices sur la structure des connaissances.

Ces divers éléments ne prouvent en revanche en aucune façon que les variations normales dans les compétences mathématiques soient d'origine génétique. Une maladie génétique peut toucher une fonction sans que cette fonction soit sous la dépendance des gènes en dehors des cas pathologiques. Pour mesurer la part des

⁴ La situation que nous décrivons est utilisée en neuropsychologie pour montrer que deux fonctions mentales ou cérébrales sont distinctes ; c'est la *méthode de double dissociation*.

compétences mathématiques attribuable aux gènes ou « hérabilité »⁵ il faut se référer à des études de génétique d'un autre ordre.

2.2. Estimation de l'hérabilité dans le modèle ACE⁶

La comorbidité fréquente des différents troubles des apprentissages et les études anciennes montrant l'hérabilité importante des troubles de l'apprentissage de la lecture (Scerri & Schulte-Körne, 2009) ont conduit certains auteurs à reprendre et tester l'hypothèse de Kosci (1974) d'une origine génétique de la dyscalculie et des difficultés mathématiques.

On a pu montrer une certaine agrégation familiale des cas de dyscalculie : la probabilité d'être dyscalculique est près de 10 fois supérieure à la normale si l'on a un frère ou une sœur dyscalculique (Shalev, et al., 2001).

Les recherches utilisant la méthode des jumeaux (où l'on compare des jumeaux monozygotes et dizygotes) tentent pour la plupart de quantifier la part génétique des variations normales ou pathologiques des compétences mathématiques dans le cadre du modèle ACE qui sépare parmi les causes explicatives l'environnement partagé, l'environnement non-partagé, et les causes génétiques (Loehlin & Nichols, 1976).

Certains travaux de ce type se sont concentrés sur les variations normales des compétences mathématiques (Wadsworth, DeFries, Fulker, & Plomin, 1995), et arrivent à la conclusion d'une hérabilité partielle significative du niveau mathématique. La « part de variation » attribuable aux gènes, mesurée par l'hérabilité h^2 , varie considérablement d'une étude à l'autre. Dans un article de synthèse, Olivier et ses collègues (2004) montrent que l'hérabilité des compétences ou difficultés mathématiques rapportée varie de 0,20 à 0,90...

Alarcon et ses collègues (Alarcon, DeFries, Gillis Light, & Pennington, 1997) ont par exemple conduit une des premières recherches expérimentales sur les facteurs génétiques des difficultés mathématiques. Ils ont sélectionné des paires de jumeaux monozygotes et dizygotes dont l'un au moins présente des difficultés mathématiques, ici définies par un QI supérieur à 90 associé à un niveau mathématique inférieur de 1,5 écart type au moins à la moyenne. Ils estiment l'hérabilité à $h^2 = 0,38$ (il s'agit d'une moyenne sur les différents types de difficultés mathématiques considérées).

⁵ L'hérabilité h^2 mesure la part de variation de la variable dépendante (ici le score mathématique) que l'on peut attribuer aux gènes (Falconer & MacKay, 1996).

⁶ Le modèle ACE décompose les sources de variations (de performance mathématique par exemple) en trois sources : gènes Additifs, environnement Commun (ou partagé par la fratrie), Environnement unique (non-partagé).

2.3. Remarques sur l'héritabilité des compétences mathématiques

Il ne fait plus de doute aujourd'hui que des facteurs génétiques influencent les compétences mathématiques du sujet normal, et jouent un rôle dans l'apparition de troubles des apprentissages mathématiques. Il reste que la quantification précise de la part héritable n'est pas encore faite.

Le modèle de base qui sous-tend fréquemment ces études est également discutable à plusieurs égards (Schonemann, 1997). La décomposition ACE suppose en effet par exemple que les trois facteurs environnement non-partagé, environnement commun et génétique sont indépendants et couvrent l'ensemble du spectre. Or, rien n'indique que la ressemblance moins grande des jumeaux dizygotes ne conduit pas les parents à avoir une attitude plus discriminante pour ces jumeaux. Dans le modèle ACE, on suppose qu'entre une paire de jumeaux monozygotes et une paire de jumeaux dizygotes, la seule différence se situe au niveau génétique. Les paires de jumeaux ont une « part » d'environnement commun et partagé indépendante de la zygocité. Or, si l'hypothèse d'une plus grande différenciation parentale était vérifiée, le partage ACE n'est plus valable, et une partie des variations est attribuée à tort aux gènes. Partant, l'héritabilité est surestimée.

Un autre problème peut-être plus important encore réside dans la négligence des corrélations et interactions entre les causes génétiques et environnementales, dont on peut toutefois espérer qu'elles seront abordées par les chercheurs dans un avenir proche, compte tenu de l'essor des études épigénétiques dans d'autres domaines.

3. La recherche des gènes

Au-delà de la vérification de l'existence d'une influence génétique sur les difficultés mathématiques, un ensemble de recherches tentent de déterminer quels sont les gènes, ou du moins les *loci*, impliqués dans ces influences. La méthode des QTL (*quantitative trait loci*) permettant de lier loci et caractères quantifiables continus est particulièrement adaptée à ce type de recherches.

3.1. L'hypothèse des gènes généralistes

Les compétences mathématiques, celles concernant la lecture, et l'intelligence générale g , sont fortement liées chez les tout-venants (Hecht, Torgesen, Wagner, & Rashotte, 2001). Suite à cette observation, des auteurs ont cherché dans quelle mesure la part de variation dans les compétences mathématiques attribuable aux gènes était, elle-même, à la fois une explication des variations en mathématiques, en lecture et en intelligence générale. Un ensemble de résultats convergent vers l'idée qu'environ deux tiers des variations de compétences mathématiques explicables par les gènes sont constitués d'influences génétiques affectant également la lecture et le facteur g (Kovas, Harlaar, Petrill, & Plomin, 2006).

Une hypothèse naturelle en découle, celle dite des « gènes généralistes » (*generalist genes hypothesis*) selon laquelle il existe un ensemble de gènes impliqués simultanément dans le niveau mathématique en général, et même dans les différents troubles des apprentissages scolaires (Kovas & Plomin, 2006) – pour une critique, voir Ramus & Fisher (2009). Aussi la recherche de gènes impliqués dans les compétences mathématiques s'est-elle surtout orientée vers la détermination de ces « gènes généralistes ». Les variations alléliques de ces gènes⁷ pourraient avoir un effet sur des caractéristiques cognitives générales comme la vitesse de traitement, la mémoire à court terme, ou la capacité attentionnelle dont on sait qu'elles sont liées aux compétences mathématiques.

Dans le cadre de l'hypothèse des gènes généralistes, certaines études abordent au moins indirectement la question de la légitimité d'étudier les influences génétiques dans le cadre du modèle ACE classique. Kovas, Petrill et Plomin (2007) ont par exemple étudié cinq domaines mathématiques (applications des mathématiques, compréhension du nombre, calculs et connaissances, interprétation mathématique, processus non numériques) chez des jumeaux monozygotes et dizygotes de 10 ans. Aucune différence n'est constatée entre les cinq domaines mathématiques considérés. En revanche, il apparaît de manière surprenante que la corrélation entre les performances des jumeaux ne dépend pas significativement du fait que les enfants soit ou non dans la même classe et avec le même enseignant. Lorsque les jumeaux sont dans des classes différentes, ces corrélations sont de 0,57 (monozygotes) et 0,37 (dizygotes). Lorsqu'ils sont dans la même classe, ces corrélations sont respectivement de 0,58 et 0,38. Les auteurs en concluent que l'enseignant et la situation de classe agissent différemment sur des enfants différents, fussent-ils jumeaux. Ceci remet en cause l'hypothèse que, dans le cas de jumeaux partageant la même classe et le même enseignant, l'enseignement doit être classé dans l'environnement partagé...

3.2. Recherche de gènes

Deux publications récentes rapportent un ensemble de SNP (*single nucleotide polymorphism*)⁸ susceptibles de faire partie des gènes « généralistes », et d'avoir un effet sur les apprentissages mathématiques. (Docherty, et al., 2010 ; Docherty, Kovas, Petrill, & Plomin, 2010).

Docherty, Kovas, Petrill, et Plomin (2010) ont par exemple mesuré les compétences mathématiques de 4927 enfants à plusieurs reprises (7, 9, 10 et 12 ans). Une étude génétique portant sur 43 SNP potentiellement impliqués dans les apprentissages a également été menée. 10 de ces SNP ont ensuite été étudiés

⁷ On appelle *allèle* les différentes formes possibles d'un même gène.

⁸ On appelle ainsi une variation génétique portant sur un unique nucléotide.

individuellement. Les résultats confirment pour ces 10 SNP une influence générale sur les apprentissages et fonctions cognitives, avec de légères variations selon les SNP. Parmi les gènes identifiés on trouve le GRIK1, qui code pour un récepteur au glutamate impliqué dans la plasticité cérébrale (Bortolotto, et al., 1999), ou encore le DNAH5, qui a été démontré vital pour le bon développement cérébral (Ibanez-Tallon, et al., 2004).

Les auteurs admettent que, comme souvent dans ce genre d'étude, les effets sont faibles⁹. Il est probable qu'un grand nombre de gènes en interaction jouent un rôle dans les capacités et difficultés d'apprentissage, et l'on ne peut pas espérer trouver « le » gène de l'intelligence mathématique.

Même si une grande partie de l'influence génétique n'affecte pas spécifiquement les mathématiques, il reste qu'on estime qu'un tiers de la variabilité des habiletés mathématiques attribuable aux gènes ne peut s'expliquer que par des facteurs génétiques non partagés avec les autres fonctions cognitives (Kovas, Harlaar, Petrill, & Plomin, 2006). Aucune publication à notre connaissance n'identifie des gènes impliqués dans des habiletés mathématiques *spécifiques*.

3.3. Remarques sur les gènes généralistes (ou non)

L'identification des gènes jouant un rôle dans les apprentissages mathématiques n'a commencé que récemment, et l'on peut espérer dans l'avenir avoir accès à des résultats plus importants en termes d'effet. L'avancé de la science dans le domaine est longue, et seule une infime partie des possibilités a été explorée pour le moment. Le projet *ALLEN brain atlas*¹⁰ mis en place par le *ALLEN institute for brain science* est régulièrement mis à jour, et recense les gènes qui s'expriment dans le cerveau. Selon l'institut ALLEN, 82% des 25 000 gènes humains sont concernés.

L'implication de gènes dont les effets sont en partie connus, comme le GRIK1 ou le DNAH5 est une piste pour explorer les fonctions cognitives sous-jacentes aux compétences mathématiques, et pourrait ainsi – à l'avenir – faciliter l'étude de la structure des compétences mathématiques.

Discussion conclusive

Dans la littérature internationale concernant l'éducation mathématique, la génétique est désormais considérée comme un élément dont il faut tenir compte, même si les implications pratiques sont évidemment extrêmement limitées. Butterworth et Laurillard (2010) l'expriment en disant que la génétique *informe* le

⁹ Les parts de variations expliquées dépassent très rarement 1%. Dans cette étude, l'ensemble des 43 gènes expliquent 0,53% des variations seulement.

¹⁰ Disponible à l'adresse <http://www.brain-map.org/>

didacticien. Sans donner de réponses pratiques directes aux questions didactiques, elle pourrait ainsi fournir un cadre et des indications sur ce qui est possible ou non en termes d'interventions didactiques.

Plus précisément, la génétique permet dans certains cas d'identifier les fonctions cognitives ou de montrer la dissociation de telles fonctions en lien avec les apprentissages mathématiques. Les fonctions cognitives sous-jacentes ont un intérêt pour le didacticien : même si les catégories didactiques ne sont pas les catégories cognitives, les premières doivent prendre en compte les dernières. Un cas désormais classique où la distinction des fonctions cognitives a été investie par la didactique est celui de la perception des nombres. Des travaux de neurosciences ont permis d'identifier une *double* voie de la perception des nombres (une voie symbolique et une voie spatiale approximative), que la didactique a intégrée dans son cadre.

L'idée *a priori* que la génétique ne peut rien apporter à la didactique est, en dehors de l'éloignement réel des problématiques, en partie fondée sur des erreurs concernant le génétique, et notamment l'idée que ce qui est génétique est fixe, insensible aux actions didactiques. Or tel n'est pas le cas, d'une part parce que les influences génétiques s'expriment souvent en interaction avec l'environnement, et d'autres part parce que les influences génétiques, si elles ne sont pas contournables, peuvent conduire à développer des programmes palliatifs.

On a par exemple identifié, au-delà de différences d'intelligence générale d'origine génétique, des variations portant spécifiquement sur la vitesse de traitement (Geus, Wright, Martin, & Boomsma, 2001), ou encore les compétences spatiales ou la mémoire chez des adultes (McClearn, et al., 1997). Ces catégories (mémoire, vitesse de traitement) qui ont une légitimité neuropsychologique et même génétique, forment une base de réflexion pour penser une organisation didactique différenciée.

Un trouble spatial, dont on a vu la réalité génétique, peut être la cause de difficultés numériques chez les enfants. Meljac (2007) cite le cas d'un enfant de primaire qui, éprouvant des difficultés en mathématiques, s'est avéré souffrir d'un tel trouble spatial. L'enfant a pu surmonter en partie ses difficultés en traduisant les problèmes concrets en une version abstraite, autrement dit en privilégiant la voie symbolique, selon l'auteur. Par exemple, un problème additif présenté sous forme imagée peut être traduit en une opération formelle, alors que les enseignants préconisent souvent l'utilisation de schémas et procédures concrètes. Meljac suppose que la multiplication des schémas et images dans les manuels scolaires peut avoir, pour ce type d'enfants, un effet inverse à celui escompté.

Malgré les intérêts que nous venons de mentionner, il reste évident que la génétique n'a pas d'autre vocation à court terme, dans le champ didactique, que

d'étayer une base théorique. On n'envisage pas qu'elle pourrait dicter les pratiques enseignantes dans le détail, et encore moins *remplacer* l'analyse didactique. Au-delà de la limite liée à la différence entre les approches, on a vu que la taille des effets génétiques liés à tel ou tel groupe de gènes particuliers est toujours infime. Les effets génétiques sont en interaction entre eux, et en interaction avec le milieu, ce qui complique encore les choses.

Dans des disciplines comme la médecine ou la psychopathologie, l'étude des interactions gènes-environnement a permis depuis quelques décennies de mieux comprendre l'influence complexe des gènes « en situation ». Les thèmes concernés vont du cancer à la dépression nerveuse, en passant par les maladies neuro-dégénératives ou le trouble bipolaire (e.g. Moffitt, Caspi et Rutter, 2006). On peut imaginer que des études de ce type seront amenées à se développer dans un avenir proche, et permettront d'éclairer l'influence des gènes en ce qui concerne l'éducation mathématiques, en intégrant l'interaction avec le milieu.

L'approche génétique de la cognition mathématique apparaît donc comme une source d'information limitée et théorique, mais néanmoins précieuse pour le didacticien, un domaine où une « veille scientifique » pourrait s'avérer utile à l'avenir, spécialement si des tentatives de quantification de l'interaction gène-environnement sont menées.

Bibliographie

- ALARCON, M., DEFRIES, J. C., GILLIS LIGHT, J., & PENNINGTON, B. F. (1997). A twin study of mathematics disability. *Journal of Learning Disabilities*, **30.6**, 617-624.
- ANTSHEL, K. (2010). ADHD, learning, and academic performance in phenylketonuria. *Molecular Genetics and Metabolism*, **99**, S52–S58.
- APA. (2004). *Mini DSM-IV-TR. Critères diagnostiques*. Paris: Masson.
- BORTOLOTO, Z., CLARKE, V., DELANY, C., PARRY, M., SMOLDERS, I., VIGNES, M., ET AL. (1999). Kainate receptors are involved in synaptic plasticity. *Nature*, **402**, 297-301.
- BROUSSEAU, G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de Laryngologie Otologie Rhinologie*, **101.3-4**, 107-131.
- BRUANDET, M., MOLKO, N., COHEN, L., & DEHAENE, S. (2004). A cognitive characterization of dyscalculia in Turner syndrome. *Neuropsychologia*, **42**, 288-298.
- BRUN, J. (1994). Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. Dans (Eds. Artigue et alii.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- BUTTERWORTH, B. (1999). *The Mathematical Brain*. London: Macmillan.
- BUTTERWORTH, B. (2003). *Dyscalculia Screener*. London: nferNelson Publishing Company.
- BUTTERWORTH, B. (2008). *State-of-science review : SR-D4*. London: The Government Office for Science.
- BUTTERWORTH, B., & LAURILLARD, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: identification and intervention. *ZDM Mathematics Education*, **42**, 527–539.
- BUTTERWORTH, B., GRANÀ, A., PIAZZA, M., GIRELLI, L., PRICE, C., & SKUSE, D. (1999). Language and the origins of number skills: karyotypic differences in Turner's syndrome. *Brain & Language*, **69**, 486-488.
- DE LANDSHEERE, G. (1992). *Evaluation continue et examens. Précis de docimologie. (7ème ed.)*. Bruxelles: Labor.

- DE SMEDT, B., SWILLEN, A., DEVRIENDT, K., FRYNS, J.P., VERSCHAFFEL, L., GHESQUIERE, P. (2006). Mathematical disabilities in young primary school children with velo-cardio-facial syndrome. *Genetic Counseling*, **17**, 259–280.
- DEHAENE, S. (2003). *La bosse des maths*. Paris: Odile Jacob.
- DEHAENE, S., PIAZZA, M., PINEL, P., & COHEN, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, **20**, 487-506.
- DOCHERTY, S., DAVIS, O., KOVAS, Y., MEABURN, E., DALE, P., PETRILL, S., ET AL. (2010). A genome-wide association study identifies multiple loci associated with mathematics ability and disability. *Genes, Brain and Behavior*, **9.2**, 234-247.
- DOCHERTY, S., KOVAS, Y., PETRILL, S., & PLOMIN, R. (2010). Generalist genes analysis of DNA markers associated with mathematical ability and disability reveals shared influence across ages and abilities. *BMC genetics*, **11**, 61-70.
- DUVAL, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, **16.3**, 349-380.
- DUVAL, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, **10**, 5-53.
- ELIEZ, S., BLASEY, C. M., MENON, V., WHITE, C., SCHMITT, J. E., & REISS, A. L. (2001). Functional brain imaging study of mathematical reasoning abilities in velocardiocardial syndrome (del22q11.2). *Genetics in Medicine*, **3.1**, 49-55.
- ELIEZ, S., SCHMITT, J., WHITE, C., & REISS, A. (2000). Children and adolescents with velocardiocardial syndrome: A volumetric MRI study. *American Journal of Psychiatry*, **157**, 409-415.
- FALCONER, D., & MACKAY, T. (1996). *Introduction to Quantitative Genetics*, 4th Ed. Harlow: Longmans Green.
- FISCHER, J.-P. (2007). Combien y a-t-il d'élèves dyscalculiques ? *ANAE. Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, **93**, 141-148.
- GEARY, D. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, **37.1**, 4-15.
- GELMAN, R., & GALLISTEL, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.
- GEUS, E., WRIGHT, M., MARTIN, N., & BOOMSMA, D. (2001). Genetics of brain function and cognition. *Behavior Genetics*, **31.6**, 489-495.

GRÉGOIRE, J., VAN NIEUWENHOVEN, C., & NOEL, M.-P. (2002). L'évaluation des dyscalculies avec la batterie TEDI-MATH. *Glossa*, **82**, 52-65.

GROSS-TSUR, V., MANOR, O., & SHALEV, R. (1996). Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features. *Developmental Medicine & Child Neurology*, **38.1**, 25-33.

HECHT, S., TORGESEN, J., WAGNER, R., & RASHOTTE, C. (2001). The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical skills: A longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, **79**, 192-227.

IBANEZ-TALLON, I., PAGENSTECHE, A., FLIEGAUF, M., OLBRICH, H., KISPERT, A., KETELSEN, U., ET AL. (2004). Dysfunction of axonemal dynein heavy chain Mdnah5 inhibits ependymal flow and reveals a novel mechanism for hydrocephalus formation. *Human Molecular Genetics*, **13**, 2133-2141.

INSERM. (2007). *Expertise collective : Dyslexie, dysorthographe, dyscalculie, bilan des données scientifiques*. Paris: Les Editions de l'INSERM.

KELLY, A. (2011). Can cognitive neuroscience ground a science of learning? *Educational philosophy and theory*, **43.1**, 17-23.

KOSC, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, **7**, 46-59.

KOVAS, Y., PETRILL, S.A. & PLOMIN, R. (2007). The origins of diverse domains of mathematics: Generalist genes but specialist environments, **99.1**, 128-139.

KOVAS, Y., & PLOMIN, R. (2006). Generalist Genes: Implications for Cognitive Sciences. *Trends in Cognitive Sciences*, **10.5**, 198-203.

KOVAS, Y., HARLAAR, N., PETRILL, S., & PLOMIN, R. (2006). 'Generalist genes' and mathematics in 7-year-old twins. *Intelligence*, **35**, 473-489.

LEWIS, C., HITCH, G., & WALKER, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- and 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, **35**, 283-292.

LOEHLIN, J., & NICHOLS, R. (1976). *Heredity, environment, and personality: A study of 850 sets of twins*. Austin: University of Texas Press.

MCCLEARN, G., JOHANSSON, B., BERG, S., PEDERSON, N., AHERN, F., PETRILL, A., ET AL. (1997). Substantial genetic influence on cognitive abilities in twins 80 or more years old. *Science*, **276**, 1560-1563.

- MELJAC, C. (2007). Les troubles du calcul et leur remédiation. Dans (Eds Ionescu, & Blanchet), *Psychologie du développement et de l'éducation* (pp. 309-326). Paris: PUF.
- MELJAC, C., & LEMMEL, G. (1999). De l'UDN 80 à l'UDN II : questions de méthode. *European review of applied psychology*, **49.4**, 287-294.
- MICHEAUX, S., & MURAT, F. (2006). Les compétences à l'écrit, en calcul et en compréhension orale selon l'âge. *Données sociales - La société française*, 195-202.
- MOFFITT, T.E., CASPI, A., & RUTTER, M. (2006). Measured gene-environment interactions in psychopathology. *Perspective on Psychological Science*, **1.1**, 5-27.
- MURPHY, M. (2009). A review of mathematical learning disabilities in children with fragile X syndrome. *Developmental disabilities research review*, **15.1**, 21-27.
- OGAWA, A., YAMAZAKI, Y., UENO, K., CHENG, K., & IRIKI, A. (2010). Neural correlates of species-typical illogical cognitive bias in human inference. *Journal of Cognitive Neuroscience*, **22.9**, 2120-2130.
- OLIVER, B., HARLAAR, N., HAYIOU-THOMAS, M., KOVAS, Y., WALKER, S., & S.A., P. (2004). A twin study of teacher-reported mathematics performance and low performance in 7-year-olds. *Journal of Educational Psychology*, **96.3**, 504-517.
- OSTAD, S. (1999). Developmental progression of subtraction studies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, **14.1**, 21-36.
- PATERSON, S., GIRELLI, L., BUTTERWORTH, B., & KARMILOFF-SMITH, A. (2006). Are numerical impairments syndrome specific? Evidence from Williams syndrome and Down's syndrome. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, **47.2**, 190-204.
- RAMUS, F., & FISHER, E. (2009). Genetics of language. Dans (Ed. Gazzaniga), *The Cognitive Neurosciences IV* (pp. 855-871). Cambridge: MIT Press.
- RODITI, E. (2005). L'éducation face aux théories de la construction du nombre chez l'enfant. *Spirale*, **36**, 37-52.
- ROUX, M.-O. (2009). À propos de la dyscalculie spatiale : une contribution clinique. *La Psychiatrie de l'Enfant*, **52.2**, 495-505.
- SCERRI, T., & SCHULTE-KÖRNE, G. (2009). Genetics of developmental dyslexia. *European Child and Adolescent Psychiatry*, **19.3**, 179-197.
- SCHONEMANN, P. (1997). Models and muddles of heritability. *Genetica*, **99**, 97-108.

SHALEV, R. S., MANOR, O., BATSHEVA, K., AYALI, M., BADICHI, N., FRIEDLANDER, Y., ET AL. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, **34.1**, 59-65.

SHPRINTZEN, R. (2000). Velo-Cardio-Facial syndrome: A distinctive behavioral phenotype. *Mental Retardation and Developmental Disabilities Research Reviews*, **6**, 142-147.

SOTO-ANDRADE, J. (2006). Un monde dans un grain de sable : Métaphores et analogies dans l'apprentissage des mathématiques. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, **11**, 123-147.

VON ASTER, M., & SHALEV, R. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, **49.11**, 868-873.

VOSS, J., & PALLER, K. (2010). Real-time neural signals of perceptual priming with unfamiliar geometric shapes. *Journal of Neuroscience*, **30**, 9181-9188.

WADSWORTH, S., DEFRIES, J., FULKER, D., & PLOMIN, R. (1995). Cognitive ability and academic achievement in the Colorado Adoption Project: A multivariate genetic analysis of parent-offspring and sibling data. *Behavior Genetics*, **25**, 1-15.

NICOLAS GAUVRIT
LDAR, Paris VII
ngauvrit@orange.fr