

Niveau : 2nde

Énoncé :

Un restaurateur propose en dessert des coupes de glace composées de 3 boules sphériques, de diamètre 4,2cm. Les pots de glace au chocolat ont la forme d'un pavé droit (de dimensions 12 cm, 20 cm et 15 cm) et sont tous pleins, tout comme les pots de glace à la vanille qui eux, sont cylindriques (de hauteur 15 cm et dont la base a pour diamètre 14 cm).

Le restaurateur veut constituer des coupes avec **deux boules au chocolat et une boule à la vanille**.

Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

Objectif : faire travailler les élèves sur un problème de fin de troisième classique afin de revoir les calculs de volumes simples mais surtout de pouvoir se concentrer sur ce que l'on attend dans un écrit de recherche plus que sur le contenu mathématique.

Prérequis : savoir calculer des volumes.

Notions abordées et travaillées dans le problème : calcul de volumes

Comment intégrer ce problème dans la progression : à faire en premier problème de recherche dès le début de l'année (voire le jour de la rentrée).

Durée indicative : 40 minutes (1^{ère} séance) puis 30 à 45 minutes (2^{ème} séance.)

Matériel : avoir éventuellement des bacs de glace vides pour visualiser la contenance, pour faire prendre conscience de certains résultats aberrants.

Écueils et « déblocage » : (en noir : les questions des élèves, en bleu les réponses du professeur)

- **L'élève ne démarre pas**

→ Faire relire l'énoncé, surligner les mots qui semblent importants et les données numériques.

→ Poser la question « De quel renseignement as-tu besoin pour répondre au problème ? »

→ Faire travailler sur un seul parfum de glace.

- « On ne sait pas ce qu'il y a dans le pot ? »

→ Faire reformuler la question : Que cherchons-nous ?

→ Que signifie « ce qu'il y a dans le pot ? »

L'élève, en reformulant, se rend compte que « ce qu'il y a dans le pot » signifie en fait « quel est le volume du pot ? » et poursuit le problème.

- Le volume peut-il être en cm² ?

→ « Combien de longueurs multiplie-t-on entre elles ? »

→ « Le cm² est une unité de quoi ? »

- L'élève effectue le produit du diamètre (4,2) par le nombre de boules au chocolat : (4,2 * 100)

→ Demander ce que représente concrètement ce produit

Quel bilan avec les élèves ?

Après avoir fait un travail sur les écrits, lister les points essentiels de la rédaction qui facilitent la compréhension de la démarche dans un écrit de recherche. (Rappel de l'énoncé, phrases explicatives avant les calculs, hypothèses des théorèmes, conclusion à la fin ...) (voir rubrique « les écrits »)

Particularité du problème : Il ne contient pas de nouveautés vues en classe de seconde ni de grosses difficultés techniques, il est normalement accessible à tous les élèves en début d'année.

Expérimentation : Ce problème, de niveau collège, permet de remettre les élèves en activité mathématique dès le début de l'année mais sans qu'il y ait de réelles difficultés techniques. Il permet alors de travailler avec eux les attendus en matière de rédaction lors d'un écrit de recherche. Le choix des copies qui suivent a donc été fait dans ce but.

Après avoir ramassé les copies des élèves, le professeur en choisit quelques-unes et, lors de la deuxième séance, les élèves ont à émettre des remarques positives ou négatives sur les différents écrits. En voici quelques exemples :

Écrit 1

$$V_{\text{Pot choco}} = 12 \times 20 \times 15 = 3600 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{boule de glace}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \approx 38,5 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{pot vanille}} = \pi \times r^2 \times h \approx 2309,07 \text{ cm}^3$$

$$3600 \div (38,5 \times 2) \approx 47 \text{ pots à acheter}$$

$$2309,07 \div 38,5 \approx 60 \text{ pots à acheter}$$

Donc le restaurateur devra acheter 47 pots choco et 60 pots vanille.

Il lui restera un petit peu de glace par lui.

Dans cet écrit les calculs effectués sont corrects mais les nombres 47 et 60 ne correspondent pas à des pots mais aux nombres de coupes que l'on peut faire avec un

pot de chocolat et un pot de vanille. En s'obligeant à décrire les calculs effectués, les élèves se seraient peut-être rendu compte de leur erreur.

Écrit 2

Élève 2

Exercice

Le volume d'une boule de glace = $\frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 2,1^3}{3} = 38,80$

Maintenant je calcule le volume du cylindre = $\pi r^2 h$
= $\pi \cdot 7^2 \cdot h$

Je divise le volume du cylindre par celui de la boule pour trouver le nombre de boules de glace dans le cylindre.

Je fais la même chose pour le pavé droit

Je calcule le volume du pavé droit = $L \times l \times h$
= $20 \times 12 \times 15$

Je divise le volume du pavé droit par celui d'une boule ce qui nous donnera le nombre de boules contenues dans le pavé

Dans l'écrit n°2, il y a des formules et beaucoup de phrases explicatives. Les élèves ont tendance à confondre « rédaction » et « écrire beaucoup », certains ont tendance à « sur-rédiger » ce qui occasionne une perte de temps et rend parfois la copie moins lisible.

Une même démarche n'a pas besoin d'être détaillée une deuxième fois, par contre les calculs annoncés doivent être écrits.

Écrit 3

On calcule le volume d'une boule. $\frac{3}{4} \pi R^3 = \frac{3}{4} \pi 2,1^3 = 38$

Le volume de la boule est de 38.

On calcule le volume du pot de glace: $\pi \times 7^2 \times 1,5 = 2309$

On calcule le volume du chocolat: $L \times P \times h = 15 \times 20 \times 12 = 3600$.

une glace = 2 boules de chocolat + 1 boule vanille

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 38 + 2 = 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 38 \end{array}$$

$$202 \times 38 = 7600$$

$$100 \times 38 = 3800$$

$3600 \times 2 = 7200 < 7600$ donc il faut 3 pots de chocolat

$2309 \times 2 = 4618 > 3800$ il faut que 2 pots Vanille

Dans l'écrit n° 3, les premiers calculs sont bien expliqués mais la démarche n'est pas exposée. L'élève n'a peut-être pas eu le temps de finir sa rédaction et n'a fait que les calculs. On doit rendre les élèves attentifs à l'importance de la présentation des pistes et démarches, même non terminées. Quand ils reprendront leur travail plus tard ils doivent pouvoir comprendre ce qu'ils ont déjà écrit.

Ecrit4

Calcul du volume de ~~une~~ ^{une} boule:

$$\frac{4}{3} \pi \times 2,1^3 = 39 \text{ cm}^3$$

Calcul du volume de un pot de chocolat:

$$20 \times 15 \times 12 = 3600 \text{ cm}^3$$

Calcul du volume de un pot de vanille:

$$\pi \times 7^2 \times 15 = 2309 \text{ cm}^3$$

Calcul du nombre de ~~pot~~ ^{boule dans un pot} de chocolat ~~nécessaire~~

$$3600 : 39 = 92$$

Calcul du nombre ^{de boules dans un} ~~pot~~ de vanille nécessaire

$$2309 : 39 = 59$$

Nombre de pot nécessaires :-vanille: 2 pots, pour ~~100~~ 100 boules
-chocolat: 3 pots pour 2 boules

La dernière copie est claire, le résultat est juste. On choisit de la présenter aux élèves pour qu'ils voient une 2^{ème} méthode de résolution du problème.

Bilan avec les élèves : On fait le point sur ce que l'on attend en matière de rédaction dans un écrit de recherche :

- Rappeler l'énoncé (de manière concise, les données importantes)
- Annoncer ce que l'on cherche
- Préciser ce que représentent les objets nouvellement introduits
- Décrire avec des phrases chaque étape de la démarche
- Expliquer l'obtention de nouvelles données
- Mettre les formules avant de faire le calcul
- Ecrire les pistes à poursuivre si le temps manque
- Ne pas détailler un raisonnement déjà similaire à un autre qui est déjà expliqué
- **Conclure le problème ou au moins la démarche qui a été entamée**