L'ERREUR DE PERSEVERATION

EN ARITHMETIQUE

J.P. FISCHER*

If a teacher offers a sequence of computations, e.g. four additions followed by a multiplication, some students perseverate in addition. Fischer (1988b) hypothesized that this perseveration behavior is not necessarily caused by inattention. It could originate in the use of a procedural memory which is more sensitive to (here biasing) repetition priming. The experiment presented here gives some empirical support to this hypothesis.
In the conclusions, the fecundity of this finding is underlined: to our great surprise, it (with other results) explains an old observation by Hans Berger who is more known for his discovery of electroencephalography but was also interested in arithmetic (Berger, 1926).

Jasper (1931) a défini la **persévération** comme « *la tendance d'un ensemble de neurones, une fois activé, à persister de manière autonome dans cet état d'activation, en offrant une résistance à tout changement de cet état* ». Il a aussi comparé cette qualité du processus nerveux à l'inertie de la matière physique, et a proposé une série de tests pour la mettre en évidence. L'un de ces derniers est un test arithmétique, inspiré des travaux de Jersild (1927): ce test consiste à présenter 3 pages de chiffres regroupés en paires. Sur la première page, les sujets doivent additionner les chiffres de chaque paire pendant 2 minutes 1/2. Sur la seconde, ils doivent les multiplier, également pendant 2 minutes 1/2. Enfin, sur la troisième, ils doivent, **alternativement**, additionner et multiplier pendant 5 minutes.

* L'auteur voudrait remercier tous les élèves (différents de ceux de l'autre expérience rapportée dans le présent volume) et maîtres des classes impliquées dans l'expérience, ainsi que tous les "relecteurs".

© *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*
2 (1989) (p.153-171) IREM de Strasbourg

La différence entre le nombre de calculs pendant les 5 premières minutes et celui pendant les 5 minutes suivantes est une mesure de la persévération, une différence importante étant un indicateur de persévération.

Depuis, et même antérieurement, les neurologues cliniciens ont rapporté de nombreux cas pathologiques de persévération dans le domaine numérique. Et Grewel (1969), dans un article de synthèse sur les acalculies, classe la persévération en calcul parmi les acalculies secondaires et cite l'exemple (didactique ?) du patient qui calcule : 2 x 2 = **4**; 2 + 4 = **8** ; 3 - 3 = **9**.
Or, un test comme celui de Jasper suggère qu'il y a continuité entre les sujets déclarés "atteints" de persévération et ceux qui ne le sont: on ne voit pas, en effet, pourquoi la distribution des différences ne serait pas approximativement normale. Mais Werner (1946) a mis en doute cette continuité en essayant de montrer que la persévération pathologique était qualitativement (et pas seulement quantitativement) différente de celle que l'on peut observer chez les élèves faibles. Pour ces derniers, Werner suggère qu'il s'agit plutôt de globalisme, d'indifférenciation. Comme nous avons nous-même (Fischer, 1988b) souligné l'intérêt d'une étude du phénomène de persévération pour éclairer une erreur fréquente en calcul mental, le point de vue de Werner nous a paru "gênant". En effet, si l'étude de la persévération non pathologique se ramenait à l'étude d'une "faiblesse" aussi générale (et vague !) que le globalisme ou le manque de différenciation invoqué par Werner, elle serait sans intérêt particulier pour la didactique des mathématiques.

Pour "trancher" cette question de continuité entre normal et pathologique, une expérience "décisive" consisterait à comparer des élèves, présentant un déficit neurologique reconnu, à des élèves, **de même niveau**, n'en présentant pas. La consultation d'une base de données (PsycINFO) nous a permis de trouver une recherche (Gutezeit et Mai,1974) qui effectuait une telle comparaison expérimentale. Et ces auteurs n'ont pas trouvé de différence significative pour la fréquence des persévérations entre les groupes contrôle et expérimental. De plus, en généralisant, ils ont conclu que les tendances à la persévération ne sont pas typiques des enfants ayant des lésions cérébrales légères, pas même dans des conditions de stress.

Quelque peu rassuré, au moins sur le problème de la différence entre pathologique et normal, nous pouvons maintenant décrire notre propre expérience avant de présenter les hypothèses dont la formulation est largement dépendante du matériel expérimental utilisé.

Expérience

Le programme JusteFaux. L'outil logiciel utilisé pour la présente expérience étant encore une fois le programme **J**uste**F**aux, il nous suffit de présenter très brièvement les grandes caractéristiques de ce logiciel (voir aussi Fischer, 1988c et l'autre contribution du présent volume). Nous insisterons cependant sur l'une d'entre elles - la présentation dans **deux modalités** - qui est centrale dans la présente approche expérimentale.
Juste**F**aux présente des égalités, **J**ustes ou **F**ausses, par exemple 3+6=9, 11-5=8, 7x9=64, 20:5=4, etc..., impliquant les quatre opérations arithmétiques. L'élève doit simplement répondre, dans un délai limité, si l'égalité affichée est **J**uste ou **F**ausse en appuyant sur la touche **J** ou **F**. Le programme mesure et enregistre à la fois le **T**emps de **R**éponse (TR) et l'exactitude de cette réponse pour chacune des 112 égalités (invariables) proposées à tous les élèves. Ces derniers sont encouragés à répondre vite mais correctement avant tout.
La méthode **J**uste**F**aux prévoit deux passations au cours d'une session. L'organisation de deux ou plusieurs sessions, à plusieurs mois d'intervalle, permet une évaluation précise des progrès des élèves. Quant à l'intérêt des deux passations, espacées d'environ une ou deux semaines, il est, entre autres, de pouvoir présenter les égalités dans deux modalités. Au cours de l'une des passations, l'élève se voit ainsi proposé 56 égalités **REG**roupées (modalité **REG**): d'abord 14 additions, puis 14 soustractions, puis 14 multiplications et, enfin, 14 divisions, en étant prévenu, avant chaque bloc de 14 égalités, de la nature de l'opération impliquée dans le bloc suivant. Au cours de l'autre passation, les 56 (autres) égalités proposées sont mélangées (ou **N**on **R**egroupées: modalité **NREG**), et l'élève n'est pas prévenu de la nature de l'opération qui suit.

Les initialisations. Pour la présente expérience nous avons fixé le délai de réponse à 695 **c**enti**s**econdes (cs), et l'intervalle entre deux questions à 2,5 secondes. En outre, et surtout, nous avons aménagé un jeu très particulier de 112 égalités. En effet, dans la version de base du logiciel **J**uste**F**aux et dans la modalité NREG, la nature de l'opération change systématiquement d'une égalité à l'autre. Par exemple, deux (ou plus) additions ne se suivent jamais. Pour pouvoir étudier la persévération, nous avons donc dû introduire, dans la modalité NREG (ce qui respecte le principe de la méthode et ne piège pas vraiment les élèves), des séries de, par exemple, quatre additions. L'égalité suivante, une multiplication, sera qualifiée par la suite de **cruciale**. Comme nous avons des séries de **2** ou **4** opérations nous préciserons même **2-cruciale** ou **4-cruciale**.

Les égalités cruciales. Outre le fait qu'elles peuvent être **2** ou **4** -cruciales, nous les regrouperons en opérations directes (addition et multiplication) et opérations inverses (soustraction et division). Le jeu des 112 égalités se décompose en 2 sous-jeux de 4 blocs de 14 égalités chacun. Nous avons extrait ci-après les égalités cruciales et les égalités "intéressantes" qui les précèdent immédiatement, en précisant leurs sous-jeu et bloc d'appartenance:

1) 4 opérations directes 4-cruciales:

2x6=12 (sous-jeu 1, bloc 1) précédée par 4 additions : 8+3=11, 1+2=4, 5+3=6, et 3+6=9[1]
2x3=6 (sous-jeu 2, bloc 1) précédée par 4 additions: 5+6=11, 3+3=5, 6+3=7, 2+5=9;
4+2=6 (sous-jeu 1, bloc 4) précédée par 4 multiplications: 7x7=49, 2x5=11, 4x3=10, 6x3=18;
1+5=6 (sous-jeu 2, bloc 4) précédée par 4 multiplications: 9x9=81, 0x8=2, 5x3=17, 7x2=14.

2) 4 opérations inverses 4-cruciales:

54:9=6 (sous-jeu 1, bloc 2) précédée par 7-5=2, 12-8=3, 11-5=8, 12-7=5;
30:6=5 (sous-jeu 2, bloc 2) précédée par 8-5=3, 17-8=8, 11-8=2, 13-6=7;
11-2=9 (sous-jeu 1, bloc 3) précédée par 15:3=5, 81:9=8, 35:7=3, 48:6=8;
14-7=7 (sous-jeu 2, bloc 3) précédée par 12:4=3, 49:7=5, 24:4=8, 16:8=2.

3) 4 opérations directes 2-cruciales:

3+4=7 (sous-jeu 1, bloc 2) précédée par 3x0=0 et 2x2=3;
2+7=9 (sous-jeu 2, bloc 2) précédée par 3x3=7 et 4x5=10;
1x7=7 (sous-jeu 1, bloc 3) précédée par 0+9=11 et 4+4=8;
4x1=4 (sous-jeu 2, bloc 3) précédée par 8+0=8 et 3+2=7.

4) 4 opérations inverses 2-cruciales:

13-5=8 (sous-jeu 1, bloc 1) précédée par 28:4=6 et 20:5=4;
13-8=5 (sous-jeu 2, bloc 1) précédée par 32:4=7 et 10:2=5;
18:9=2 (sous-jeu 1, bloc 4) précédée par 15-8=5 et 9-3=6;
27:3=9 (sous-jeu 2, bloc 4) précédée par 11-5=6 et 9-3=7.

(1) Les égalités sont rapportées dans leur ordre de présentation dans la modalité NREG. La dernière est toujours celle qui précède immédiatement l'égalité cruciale dans cette modalité.

Remarque. Pour légitimer davantage la comparaison entre additions et multiplications (voir l'hypothèse 4 résultante), nous avons permuté, dans deux des quatre classes impliquées, les blocs de présentation des 2 additions et des 2 multiplications 4-cruciales.

Le plan expérimental. Il est important de préciser que les égalités cruciales sont également présentées dans la modalité REG où, évidemment, elles suivent des opérations de même nature. Ceci permet de comparer les réussites dans les deux modalités. Mais le programme JusteFaux standard ne propose pas, à un élève donné et au cours d'une session, le même sous-jeu d'égalités à la fois dans les modalités REG et NREG. La comparaison intra-élève des réussites s'est donc faite grâce à un aménagement du plan expérimental. Ce dernier a été conçu de manière à ce que, sur **deux** sessions, chaque élève ait répondu, dans chacune des deux modalités, une (et une seule) fois à chacune des 16 égalités cruciales.

Les élèves. L'expérience a porté sur quatre classes de la campagne messine. L'analyse est restreinte aux 74 élèves présents aux deux sessions organisées, l'une plutôt en début d'année (octobre à janvier), l'autre vers la fin (mai et juin), dans ces classes. Deux des classes sont des CMM, i.e. des **C**ours **M**oyens **1** et **2** (4ème et 5ème année d'école), et les deux autres des CM1. L'un de ces CM1 n'est cependant pas une classe "réelle": il s'agit du regroupement des CM1 de deux classes d'une même école (qui ne comprenait qu'un CE2/CM1 et un CM1/CM2). Tout ceci fait que nous parlerons parfois, dans nos commentaires, de demi-classe. Précisons que dans l'un des CMM le taux des élèves ayant dépassé l'âge standard était 0,47[1].
Les passations se sont en général déroulées par groupes de 6 élèves, sur des NanoRéseaux standard. Précisons que ces derniers étaient, dans deux des classes, au fond de la salle de la classe elle-même. Les élèves savaient que dans la modalité NREG les opérations sont mélangées mais n'ont évidemment pas été informés des aménagements particuliers de l'ordre de présentation.
Les observations se faisant dans le cadre d'une évaluation des élèves, nous avons bien entendu obtenu l'accord et la coopération des maîtres concernés. Ceci nous a également conduit à considérer le bon déroulement des passations comme prioritaire par rapport à nos observations sur la persévération: celles-ci n'ont donc pas toujours pu être très systématiques.

(1) *Précisons que ce CMM n'a pas apporté de contribution particulière aux erreurs de persévération. Par contre, à la session 1, quelques élèves ont "démissionné" aux divisions dans la modalité REG.*

Hypothèses

Hypothèse 1 (préalable): Lorsque les opérations sont "mélangées" (modalité NREG), les égalités cruciales conduisent à plus d'erreurs.

Cette hypothèse soulève immédiatement une question par rapport à l'objectif de la recherche: comme des recherches antérieures (Jersild, 1927; Spector et Biederman, 1976; et nous-même) ont montré que les opérations mélangées sont plus difficiles, ou en tout cas conduisent à des TR plus longs, les erreurs plus nombreuses dans NREG ne prouveront pas que les élèves ont persévéré.
Outre celui du qualificatif **préalable**, nous avons fait au moins deux choix destinés (en partie) à répondre à une telle question.
Le premier choix porte sur les égalités cruciales. On aura pu remarquer que les opérations directes cruciales sont toujours des calculs triviaux. Comme nos recherches ont montré que les multiplications et les petites additions ne conduisent guère à des différences de réussite dans les deux modalités, nous avons, pour les opérations directes, une bonne réponse à la question soulevée.
Le deuxième choix est celui de présenter toujours des opérations 4- et 2-cruciales. En effet, si c'était une plus grande difficulté générale de la modalité NREG qui faisait davantage échouer les élèves à nos égalités cruciales, ils devraient tout autant échouer aux égalités 2-cruciales qu'à leurs homologues 4-cruciales.

Remarque. Comme le premier argument ne vaut pas pour les opérations inverses, nous précisons que nous avons surtout introduit ces dernières par souci d'équilibre, afin de préserver (en cas d'effet important) aussi bien la comparaison des niveaux que celles des opérations.

Hypothèse 2 (de l'amorçage): Les multiplications sont moins sensibles à l'amorçage que les additions.

Il s'agit là d'une hypothèse qui devrait découler d'un résultat que nous croyons avoir solidement établi (Fischer, en préparation) et qui est d'ailleurs très bien visualisé par la figure 2 de l'autre contribution du présent volume. Précisons ce résultat.
Dans la modalité REG, du fait que l'élève est prévenu de la nature de l'opération qui va suivre, on peut considérer qu'il bénéficie d'un **amorçage** facilitant (voir Fischer, 1988b; 1988d). Et cet amorçage s'est révélé moindre pour les multiplications que pour les autres opérations: la différence, au niveau des TR, n'est pas énorme (même pas un dixième de seconde), mais est statistiquement significative et a été retrouvée plusieurs fois.

L'interprétation générale de ce phénomène et de l'analyse de Fischer et Pluvinage (à paraître) est que les multiplications relèvent davantage d'une mémoire déclarative (celle qui contient la phrase "sept fois sept, quarante-neuf" ou l'image " 7 x 7 = 49 "), alors que les soustractions ou, à un titre moindre, les additions(1), relèvent plutôt d'une mémoire procédurale (celle qui contient, non pas le résultat de 9+7, mais une procédure pour le retrouver).
Comme nous avons ici un jeu d'égalités et un ordre de présentation très particuliers - secondairement aussi, des élèves différents - il est intéressant de vérifier, avec la méthode et les tests statistiques précisés dans Fischer (1988a), si nous arrivons à retrouver cette moindre sensibilité (à l'amorçage) des multiplications. En outre, la problématique et le langage introduits sont nécessaires pour comprendre la suite. Nous nous limitons ici aux additions et multiplications car ce sont les seules opérations impliquées dans l'hypothèse 4 (aussi à cause du problème des divisions soulevé en note précédemment).

Hypothèse 3 (de la persévération): Dans les classes normales, certains élèves persévèrent effectivement. Il ne s'agit pas toujours d'élèves "faibles". De préférence, il s'agit d'élèves ayant recours à leur mémoire procédurale.

Cette hypothèse comporte essentiellement trois points. Le premier consistera, après les évidences indirectes fournies par la confirmation de l'hypothèse 1 (qui doit nécessairement être confirmée puisque c'est un préalable à la suite !), à citer des évidences, obtenues par l'observation directe ou l'interview, en faveur du fait que certains élèves ont effectivement **persévéré**. Après 4 additions, par exemple, ils ont continué à faire une addition à la place de la multiplication cruciale qui a suivi.
Le second consistera, principalement à partir de renseignements informels donnés par les maîtres sur ces élèves, à montrer que certains d'entre eux ont des performances scolaires au-dessus de la moyenne.
Enfin, le troisième point consistera, d'abord, à soutenir que les "procéduralistes", i.e. les élèves qui ont plus fréquemment recours à leur mémoire procédurale (à notre tâche au moins), devraient être plus sûrs que rapides, et s'opposer ainsi à leurs camarades "déclarativistes" (et à ceux qui répondent intuitivement ou au hasard), qui devraient être plus rapides que sûrs.

(1) *Dans notre autre contribution, nous avons souligné une tendance développementale pour les additions dans la direction d'un recours plus fréquent à la mémoire déclarative (la connaissance par cœur) avec l'âge. Comme ici, les élèves sont plus jeunes que dans Fischer et Pluvinage (à paraître), il est possible que l'opposition entre additions et multiplications soit plus nette.*

Ceci nous conduira alors à analyser et interpréter plus systématiquement la distribution des élèves ayant échoué à au moins une opération directe 4-cruciale, ou bien dans la modalité NREG (i.e. ceux qui sont le plus susceptibles d'avoir persévéré), ou bien dans REG.

Hypothèse 4 (résultante) : Les élèves ne persévèrent pas davantage aux multiplications cruciales précédées par des additions qu'aux additions cruciales précédées par des multiplications.

Cette hypothèse **résulte** de la confirmation des hypothèses précédentes. Pour l'expliciter davantage, il nous paraît nécessaire de présenter d'abord le problème théorique auquel elle essaie d'apporter un élément de réponse.

Les élèves peuvent trouver le résultat d'un calcul numérique soit par recherche directe dans leur mémoire (traitement déclaratif), soit par application de procédures, règles, heuristiques,...(traitement procédural). Mais un des problèmes de la modélisation théorique est de savoir quel traitement va être déclenché en premier chez l'élève (ou l'adulte d'ailleurs). Intuitivement, on peut écarter le fait qu'il y ait une reconstruction du résultat par un traitement procédural avant le traitement déclaratif: si nous savons par coeur "sept fois sept", "quarante-neuf" s'impose à nous bien avant que nous ayons eu le temps de faire, ou penser consciemment à faire, l'addition répétée de 7, six ou sept fois ! Mais le problème de savoir si les deux traitements se déclenchent simultanément[(1)] ou si le traitement procédural ne se déclenche qu'après échec du traitement déclaratif (parce que le résultat ne se trouve pas, ou n'est pas accessible, en mémoire) est un problème non résolu à notre connaissance. Par exemple, Ashcraft (1987) a opté pour la première solution, alors que Siegler et Shrager (1984) ont choisi la seconde.

Nous pouvons maintenant expliquer pourquoi notre hypothèse pourrait apporter un élément de réponse à ce problème. Si les deux traitements sont déclenchés en parallèle, les séries de 4 multiplications aussi bien que les séries de 4 additions activeront les deux types de mémoire et provoqueront autant d'erreurs de persévération aux additions qu'aux multiplications cruciales. Par contre, si le traitement déclaratif est déclenché avant le traitement procédural les choses sont différentes. Les additions, qui font davantage appel à la mémoire procédurale, sensible à l'amorçage, conduiront à la persévération, alors que les multiplications, qui font davantage appel à la mémoire déclarative (voir Fischer et Pluvinage, à paraître), moins sensible à l'amorçage, ne devraient pas conduire à la persévération.
Comme nos propres informations sur le cerveau nous conduisent à le voir comme un « *extraordinaire système de traitement de l'information en parallèle* » (Thompson, 1986), nous avons opté, comme Ashcraft (1987), pour un déclenchement en parallèle.
L'hypothèse 4 résultante a été formulée en conséquence.

(1) Dans ce cas le traitement déclaratif nous donnerait la réponse beaucoup plus vite (lorsqu'elle est présente et accessible en mémoire) et interromprait alors le traitement procédural à peine commencé.

Hypothèse 1 (préalable)

Codage. Nous avons traité séparément les 4 types d'égalités cruciales. Pour un type d'égalités, nous avons défini la Réussite dans une modalité comme une réussite totale, i.e. une réponse correcte aux 4 égalités de ce type présentées dans cette modalité, et, en conséquence, l'Echec comme une réponse fausse (ou Non Réponse dans le délai) à l'une au moins de ces 4 égalités. Par exemple, un élève qui s'est trompé, ou n'a pas répondu, à l'une au moins des égalités 2x6=12, 2x3=6, 4+2=6, 1+5=6 présentées dans la modalité NREG, se verra attribuer un échec aux opérations directes 4-cruciales dans la modalité NREG. En croisant les Réussites et Echecs (ainsi définis) dans les deux modalités, nous pouvons présenter quatre tableaux.

Tableau 1. Le tableau 1, qui concerne les opérations directes 4-cruciales, est présenté séparément, car c'est lui qui retiendra essentiellement notre attention par la suite.

NREG

		Réussite	Echec
REG	Réu	43	21
	Ech	4	6

$\chi^2 = 10{,}24(p< 0{,}005)$[1]

Tableau 1: Opérations directes 4-cruciales

(1) *Nous utilisons le chi-deux de MacNemar. Comme les conditions de l'application de la correction de Yates semblent assez floues, nous ne l'avons appliquée, pour les deux tableaux majeurs (1 et 3), quez lorsqu'elle est défavorable à nos hypothèses. Comme les effectifs minimaux restent également flous et discutés (cf. Delucchi, 1983), nous avons calculé, ici, la probabilité exacte, si l'on ignore les deux cases R-R et E-E, d'avoir, sous l'hypothèse nulle, une distribution (21 contre 4) au moins aussi favorable à notre hypothèse (d'un plus grand nombre d'échecs dans la modalité NREG:) cette probabilité est inférieu re à 0,0005. Mais précisons que le "conservatisme" du chi-deux ne provient pas ici de la seule correction de Yates. Il provient aussi de fait que la probabilité exacte que nous avons calculée correspondant à un test unilatéral - une unilatéralité qui semble s'imposer ici - alors que le chi-deux est, de manière inhéren te, bilatéral.*

Il apparaît nettement que les élèves ont davantage échoué dans la modalité NREG: **21** élèves sont en effet en échec dans NREG, i.e. se sont trompés (ou n'ont pas répondu) au moins une fois à l'une des 4 égalités que nous venons de rappeler, tout en répondant correctement à toutes ces égalités dans la modalité REG, contre seulement **4** qui se sont trompés au moins une fois dans REG sans jamais se tromper dans NREG à ces mêmes égalités.

Tableaux 2. Les autres tableaux obtenus sont les suivants:

REG	NREG: R	NREG: E
R	41	15
E	10	8

$\chi^2 = 0{,}64$ ($p>0{,}10$)
Tableau 2a: op. dir. 2-cruciales

REG	NREG: R	NREG: E
R	14	25
E	12	23

$\chi^2 = 4{,}57$ ($p<0{,}05$)
Tableau 2b: op. inv. 4-cruciales

REG	NREG: R	NREG: E
R	8	23
E	5	38

$\chi^2 = 10{,}32$ ($p<0{,}005$)
Tableau 2c: op. inv. 2-cruciales

Commentaires. Le tableau 2a, pour les opérations directes **2**-cruciales, ne conduit pas à la même différence que le tableau 1 pour les opérations directes **4**-cruciales. Ceci est un argument indirect en faveur du fait que c'est bien la persévération produite par les égalités précédentes qui pourrait être responsable d'un certain nombre d'échecs dans la modalité NREG. En effet, il est raisonnable de penser qu'après 2 égalités la tendance à persévérer est moindre qu'après 4.

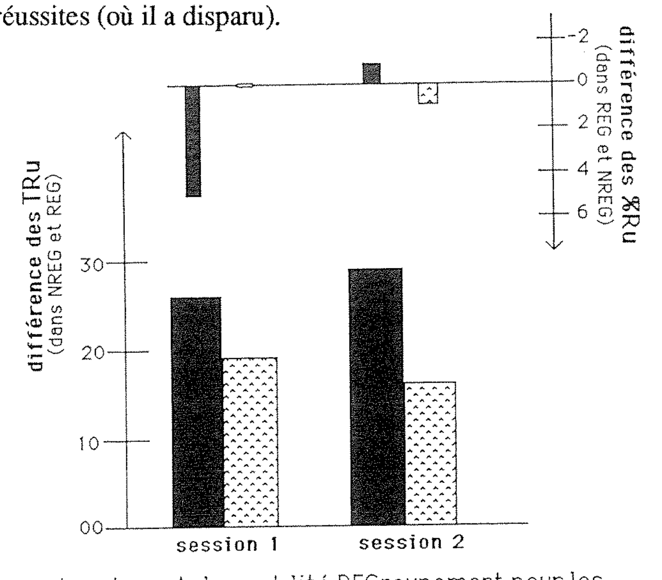
Les tableaux 2b et 2c, pour les opérations inverses, conduisent tous les deux à des différences significatives. Néanmoins, ici la différence pour les égalités 2-cruciales est plus accentuée que pour les 4-cruciales. Ceci suggère que ce n'est pas essentiellement la persévération qui a entraîné la différence de difficulté des deux modalités.

En conséquence, nous ne nous intéresserons dorénavant plus aux opérations inverses, ni, non plus, aux opérations 2-cruciales pour lesquelles l'hypothèse préalable ne s'est pas vérifiée.

Remarque. L'interview nous a quand même permis de repérer une élève au moins qui semble bien avoir persévéré dans les opérations inverses. Il s'agit de **Car**, une élève qui avait échoué aussi, dans la modalité NREG, à 1+5=6 en 174 cs. Comme cela s'est passé au cours de la passation 2 de la session 2, i.e. quand l'expérience était terminée, nous avons essayé de savoir, en l'interrogeant, si son échec à 1+5=6 était bien une erreur de persévération. Elle affirma que non, qu'elle voulait appuyer sur J mais a appuyé sur F, mais rajouta que parfois elle ne faisait pas attention au signe: « *Une fois c'était moins et j'ai fait divisé.* » . Et l'analyse des résultats enregistrés confirme effectivement qu'elle s'est trompée à deux soustractions, l'une 2- et l'autre 4- cruciale.

Hypothèse 2 (de l'amorçage)[(1)]

Observations. Pour visualiser les résultats concernant l'hypothèse 2, nous avons construit les histogrammes ci-après. Nous y représentons la différence des Temps de **Réussite** (TRu= moyenne des TR corrects) dans les deux modalités par les histogrammes larges et montants, et celle des Pourcentages de **Réussite** (%Ru) par les histogrammes effilés et descendants. Nous pouvons ainsi comparer l'**avantage de la modalité REG** pour les **additions** (en noir) à celui pour les **multiplications** (en pointillés). Et cela pour les deux sessions et les deux critères. Par exemple, au cours de la session 1, les élèves ont, aux additions, mis 26 cs de moins pour répondre (correctement), et ont eu 5% de réussites en plus, dans la modalité REG. En comparaison, on voit qu'aux multiplications, à cette même session 1, l'avantage de la modalité REG est moindre (19 cs) pour les TRu et, surtout, pour les réussites (où il a disparu).



Avantage de la modalité REGroupement pour les additions (= ■) comparativement aux multiplications (= ⬚)

(1) *Nous avons omis d'éliminer les élèves non communs aux deux sessions dans cette analyse* ***intra-session*** *(les fluctuations d'effectif ont d'ailleurs été faibles : 74 + 1 élèves à la session 1 et 74 + 3 à la session 2).*

Commentaires. L'avantage de la modalité REG pour les additions est significativement supérieur ($p < 0,05$) à celui pour les multiplications, à la session 1 pour les TRu et %Ru, et à la session 2 pour les TRu. Comme la seule tendance contraire à notre **hypothèse 2** - les %Ru à la session 2 - n'est pas significative ($p > 0,10$), nous en concluons que cette dernière s'est **confirmée: Les multiplications ont été moins sensibles à l'amorçage que les additions.**

Hypothèse 3 (de la persévération)

Observations. Toutes les erreurs rapportées ici s'étant produites dans la modalité NREG à une égalité cruciale, nous ne le reprécisons pas chaque fois.
Cél a échoué à 4+2=6, i.e. a appuyé sur **F**, en 185 cs. Elle s'exclame: « *Quoi ! (...) Ah j'ai cru que c'était multiplié !* »
Jed , pour 4+2=6, oralise l'égalité présentée: « *Quatre fois deux, six* », et appuie sur **F** au bout de 174 cs.
Dav ne fait pas de commentaires spontanément lorsqu'il se trompe à 2x3=6 en 98 cs. Mais, lorsqu'à la fin de la série nous attirons son attention sur le fait qu'il y a 2 fautes dans la série il précise: « *J'avais cru que c'était plus: je me suis trompé.* », et est parfaitement capable d'indiquer précisément l'égalité (2x3=6) à laquelle il s'est trompé.
Aud, lorsqu'elle échoue à 6x2=12 en 194 cs, s'exclame: « *Quoi ! (...) Oh c'était un multiplié !* ».
Ces observations montrent donc que, au moins dans les cas rapportés, les erreurs aux opérations directes 4-cruciales, sont bien des erreurs de signe. En outre, comme le signe erroné correspond toujours à celui de la série de 4 égalités qui a précédé immédiatement l'égalité cruciale, nous pouvons, sans grand risque, parler de **persévération.**
Remarquons aussi que ces élèves sont parfaitement capables d'identifier la nature de leur erreur. Particulièrement remarquables à ce point de vue sont les comportements de **Cél** et **Aud**: elles semblent, une fois que le message évaluatif ("Non !") les a averties de leur erreur, relire l'égalité dans leur tête (ce que nous avons marqué par des points entre parenthèses). Non seulement elles avaient donc bien le bon code dans leur tête, mais le fait qu'elles arrivent à le relire quelques secondes après prouve que cette égalité n'a pas pu être relue dans une mémoire sensorielle et donc était bien dans leur Mémoire à Court Terme (d'autant que le message évaluatif agit comme un masque, i.e. abrège la persistance de l'image dans la mémoire sensorielle iconique).

Ces observations montrent donc aussi que, au moins dans ces cas, **l'erreur n'est pas vraiment une erreur de lecture (d'encodage), mais bien une erreur de traitement.** Ce traitement pourrait être insuffisant (le signe opératoire n'est pas pris en considération), prématuré (le signe n'est pas encore complètement décodé), ou déformant (par l'effet persévérateur des calculs précédents). Notons d'ailleurs que ces possibilités peuvent très bien se combiner: c'est peut-être parce qu'un signe opératoire est encore très activé que le nouveau signe n'est pas pris en considération ou décodé complètement.

Etude de cas. Quelques cas d'élèves qui se sont trompés à au moins une égalité cruciale dans NREG, i.e. qui sont soupçonnables de persévération, nous paraissent intéressants à édudier.
Aud, dont nous venons de décrire la réaction après son échec à 6x2=12 lors de la session 2, s'est aussi trompée, toujours dans NREG, à 2x3=6 lors de la session 1. La maîtresse nous précise qu'elle est l'une des deux "**meilleurs**" de sa demi-classe **en raisonnement.**
Yan, l'autre **"meilleur" en raisonnement** de cette demi-classe, s'est lui aussi trompé, dans NREG, à 2x3=6 en 366 cs. Comme le suggère ce dernier TR, il est très lent (en calcul). En outre, et comme **Aud**, il fait beaucoup de fautes d'orthographe tout en étant capable de les corriger.
Dans une autre classe, **Car**, dont nous avons déjà parlé (hypothèse 1), semble avoir accumulé les "bêtises" au cours de la session 2, dans la modalité NREG. Voilà une élève qui, en fin de CM1, se trompe à 1+5=6, fait des divisions lorsqu'on affiche des soustractions,... Tout maître un peu expérimenté pourrait prédire qu'une telle élève se retrouve plutôt vers la fin du classement scolaire que vers le début. Mais il se tromperait lourdement! Lorsque nous avons regardé le classement en mathématiques au cours du deuxième trimestre, **Car** était tout simplement **première** de sa classe. Et la maîtresse confirme que c'est l'une des deux "meilleurs", son **point fort** étant, ceci étonnera moins, **le raisonnement.** Précisons que l'autre "meilleur" de cette classe, **Rég**, s'est lui aussi trompé à 2x3=6, en 160 cs, dans NREG.
Ces cas paraissent encore plus intéressants lorsqu'on les constraste avec un autre cas, celui de **Pie** qui, pour sa part, s'est trompé à 2x3=6 en 94 cs mais **dans REG** et non pas dans NREG. **Pie**, un redoublant qui a eu de très bonnes performances d'ensemble à JusteFaux, est décrit par la maîtresse comme un élève ayant des connaissances mais incapable de les utiliser dans une activité constructive. « *En français c'est pareil. Quand je demande de trouver un mot, il est souvent le premier à le trouver. Mais dès que je demande de construire une phrase avec ce mot, il n'y arrive plus.* » nous a-t-elle expliqué.

Essai d'analyse plus systématique. Pour avoir un critère objectif nous permettant de qualifier un élève de "**plus sûr que rapide**" ou, inversement, de "**plus rapide que sûr**" (voir présentation de l'hypothèse 3), nous avons rangé, pour chacune des deux sessions, les 74 élèves d'une part suivant le nombre d'Erreurs, d'autre part suivant le **T**emps moyen de **R**éponse **n**on **e**rronée (TRne)[(1)]. Chaque élève a donc un rang moyen (=moyenne des rangs aux deux sessions) aux Erreurs et aux TRne: dans le cas où son rang moyen aux Erreurs est meilleur que son rang moyen aux TRne, nous le qualifions de "plus sûr que rapide"; dans le cas contraire, nous le qualifions de "plus rapide que sûr".
Avec ces critères et ce vocabulaire, nous pouvons envisager une conséquence de l'hypothèse selon laquelle les élèves qui sont "victimes" de la persévération utilisent davantage une mémoire procédurale. En effet, les méthodes procédurales (reconstruction du résultat) sont reconnues être plus lentes que les méthodes déclaratives (récupération du résultat en mémoire). L'hypothèse conduit donc à penser que les **21** élèves du tableau 1, qui ont échoué à au moins une opération directe cruciale dans NREG mais pas dans REG, devraient être "plus sûr que rapides".

Cette conséquence ne s'est confirmée que moyennement: 13 des 21 élèves sont effectivement "plus sûrs que rapides". Mais il faut tenir compte du fait qu'un élève qui prend trop de risques, et qui sera "plus rapide que sûr", a, à peu près (si l'on fait abstraction de la différence entre modalités), autant de chances de se retrouver dans l'une des deux cases de la diagonale décisive du tableau 1 que dans l'autre. Par conséquent, sur les 8 élèves qui ne vérifient pas la conséquence prévue, il doit y en avoir un certain nombre qui ne constituent pas vraiment une objection à notre hypothèse de départ: leur échec dans NREG est dû à un facteur (prise de risque par exemple) pouvant affecter aussi bien les connaissances procédurales que déclaratives. Notons d'ailleurs que **la distribution des 21 élèves** de la case Echec (dans NREG) - Réussite (dans REG) du tableau 1 dans nos deux catégories **contraste avec celle des 4 élèves** de la case Réussite (dans NREG) - Echec (dans REG): tous ces derniers sont en effet "plus rapides que sûrs".

(1) *Nous appelons **R**éponse **n**on **e**rronnées les réponses correctes et les Non Réponses (dans le délai de 695 cs). A ces dernières nous avons attribué un temps de 695 cs + 50 cs pour le calcul du TRne moyen.*

Hypothèse 4 (résultante)

Tableau 3. Pour tester l'hypothèse que les séries d'additions ne conduisent pas davantage à la persévération que les séries de multiplications, nous avons construit un tableau croisant les Réussites et Echecs aux additions et multiplications 4-cruciales dans la modalité NREG exclusivement. Avec un codage analogue à celui utilisé pour construire le tableau 1, nous attribuons un Echec aux additions (resp. multiplications) à un élève qui a échoué au moins une fois à l'une des deux additions (resp. multiplications) 4-cruciales dans la modalité NREG. Sinon, c'est-à-dire s'il a réussi à ces deux dernières additions (resp. multiplications), nous lui attribuons une Réussite. Voci le tableau obtenu:

ADDITION	MULTIPLICATION Réussite	MULTIPLICATION Echec
Réu	47	15
Ech	8	4

$$\chi^2 = 2{,}13 \ (p>0{,}10)$$

Tableau 3: Comparaison des additions et multiplications 4-cruciales

Commentaires. Le résultat non significatif obtenu est une confirmation de l'hypothèse 4 qui affirme la non différence. Néanmoins, il faut voir que la différence observée, à savoir plus d'échecs dans les multiplications, i.e un effet plus important de la série des 4 additions, va dans la direction de la thèse adverse (voir présentation de l'hypothèse). Ceci, joint au fait que les effectifs sont faibles, ôte l'essentiel de son poids au résultat statistique trouvé.

CONCLUSION

En abordant cet article sur la persévération en arithmétique, il n'était pas dans nos intentions de discuter la persévération dans sa généralité. La persévération est en effet un phénomène complexe présentant de nombreuses variétés (Goldberg, 1986) et ayant probablement des origines multifactorielles (Bayles et al., 1985).
Nous voulions ici traiter **la persévération**, non pas comme un signe clinique de dysfonctionnement cérébral, mais simplement comme la **conséquence d'un amorçage biaisant**. Un tel point de vue avait essentiellement deux conséquences que nous avons essayé d'approcher expérimentalement:
1) On peut observer le phénomène de persévération dans des classes normales et dans des conditions de stress très léger;
2) On peut appliquer à la persévération certaines caractéristiques plus générales de l'amorçage.

Pour ce qui concerne le premier point, nous avons réussi à montrer, statistiquement (hypothèse 1) et par l'observation directe (partie 1 de l'hypothèse 3), que certains élèves, après une série de 4 additions (resp. multiplications) continuent effectivement à faire des additions (resp. multiplications) si on leur propose une multiplication (resp. addition).

Pour ce qui concerne maintenant le second point, nous avons essayé de trouver un support empirique à l'hypothèse que les méthodes procédurales de calcul pourraient plus facilement engendrer la persévération que les méthodes déclaratives (Fischer, 1988b; 1988d).
Avant d'y arriver vraiment, nous avons revérifié un résultat qui est à la base de notre hypothèse et qui apparaît comme une "instanciation" de l'hypothèse générale selon laquelle l'amorçage relève de la mémoire procédurale (Squire, 1987; voir aussi Fischer, 1988d). Ce résultat est que les **multiplications**, qui relèvent davantage d'une mémoire déclarative, sont **moins sensibles à l'amorçage que les additions** qui sont, à l'origine et souvent encore au CM, procédurales. Il a été clairement confirmé (hypothèse 2).
Nous avons ensuite analysé quelques cas d'élèves qui ont été "victimes" de la persévération, ainsi qu'un cas qui leur faisait constraste. Cette analyse a confirmé que quelques élèves "victimes" de la persévération n'étaient nullement des élèves en difficulté scolaire (partie 2 de l'hypothèse 3).
Tout au contraire, nous avons pu observer, plus d'une fois, que certains d'entre eux brillaient en mathématiques, dans le raisonnement notamment. Or, si les "victimes" de la per-

sévération recourent davantage à leur **mémoire procédurale**, c'est peut-être parce qu'elle est, originellement ou par l'exercice, particulièrement **efficiente**. Comme la mémoire procédurale est **gouvernée par les règles** (Cohen et Squire, 1980), il est alors beaucoup moins étonnant que nous ayons trouvé des élèves **brillants en raisonnement** parmi les "victimes" de la persévération. Egalement, en contre partie, ces élèves pourraient avoir une mémoire déclarative moins efficiente: il n'est donc pas étonnant qu'ils soient, en majorité, plus sûrs que rapides (partie 3 de l'hypothèse 3). En outre, ils pourraient être très "vulnérables" aux égalités cruciales lorsque les opérations sont mélangées parce que le mécanisme correcteur d'erreurs[(1)], décrit dans Fischer (1988b; 1988d) et qui s'appuie sur la mémoire déclarative, ne joue peut-être pas pleinement son rôle.
Enfin, nous avons essayé de montrer une application théorique de nos approche et résultats (hypothèse 4). La conclusion ayant été un peu décevante, nous aimerions terminer cet article avec une autre application, assez inattendue, de ces derniers.

Il s'agit d'une observation ancienne de Berger (1926). Ce dernier, neuropsychiatre à Iéna, avait observé plusieurs cas de persévération en calcul[(2)], dont les deux suivants (les questions ou interventions de l'expérimentateur sont entre parenthèses, les réponses du patient en **gras**):
- le premier a calculé : (7x9 ?): **63**; (12x13 ?): **156;** (17+32 ?): **52...42...92**; (17-7 ?): **7** - (Non !) - **10**; (62-19 ?): **49** - (Non !) - **43**; (93:31 ?): **49** - (Non ! 93:31 ?) - **31**;
- le second: réponse immédiate à 2x3, 3x4 et 4x5, mais (10:5 ?): **5**; (12:6 ?): **6**; (8:2 ?): **2**.
Après ce deuxième cas, Berger commente: « *Il est intéressant de remarquer à nouveau que, comme chez le patient précédent,* ***ce n'est pas la multiplication qui est touchée par la persévération*** *mais la division.* ». Rajoutons à ce commentaire que l'addition et la soustraction, chez le premier patient, semblent également touchées, et précisons que Berger n'a pas avancé d'explication à cette curieuse épargne des multiplications.
Or nos approches et résultats permettent aujourd'hui d' "expliquer" cette observation: les multiplications sollicitent davantage une mémoire déclarative (notons d'ailleurs Berger souligne la rapidité de la réponse de l'un de ses patients), peu sensible à l'amorçage, alors que les autres opérations, sollicitent davantage une mémoire procédurale, sensible à l'amorçage,

(1) *Notons que le mécanisme correcteur d'erreurs ne peut fonctionner que sur des égalités* ***correctes****, mais que toutes les égalités "cruciales" le sont.*

(2) *Il est important de noter que les persévérations rapportées par Berger sont, presque exclusivement, des persévérations* ***intra****-opérations (et non inter-opérations comme les nôtres) : sinon il pourrait y avoir contradiction avec les fondements de notre hypothèse 4.*

i.e. pouvant conduire aux persévérations observées par Berger.
Nous voyons donc comment nos approches et résultats peuvent éclairer une observation vieille de plus d'un demi-siècle. Nous convenons que cet éclaircissement arrive avec beaucoup de retard. Mais il faut savoir que Hans Berger a aussi découvert l'électroencéphalographie (en 1929). C'est donc plutôt lui qui, par la finesse de ses observations(3), devait avoir beaucoup d'avance sur son temps !

REFERENCES

Ashcraft M.H., 1987. Children's knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In J. Bisanz, C.J. Brainerd & R. Kail (Eds), *Formal methods in developmental psychology.* New York: Springer.
Bayles K.A., Tomoeda C.K., Kaszniak A.W., Stern L.Z. & Eagans K.K., 1985. Verbal perseveration of dementia patients. *Brain and Language,* **25**, 102-116.
Berger H., 1926. Über Rechenstörungen bei Herderkrankungen des Grosshirns. *Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankeiten,* **78**, 238-263.
Cohen N.J. & Squire L.R., 1980. Preserved learning and retention of pattern-analyzing skill in amnesia: Dissociation of Knowing how and Knowing that. *Science,* **210**, 207-210.
Delucchi K.L., 1983. The use and misuse of chi-square: Lewis and Burke revisited. *Psychological Bulletin,* **94**, 166-176.
Fischer J.P., 1988a. La mesure des TR en arithmétique élémentaire: Spécificités d'une tâche de vérification. In R. Duval (Ed), *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives: Vol.1.* Strasbourg: IREM.
Fischer J.P., 1988b. Le rôle positif des erreurs n'est-il pas surfait ? In R. Duval (Ed), *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives: Vol.1.* Strasbourg: IREM.
Fischer J.P., 1988c. 11-3=9 : Juste ou Faux ? (Une méthode moderne d'évaluation de - et des progrès dans - la connaissance des faits numériques élémentaires). Montigny-lès-Metz: CDDP.

(3) Il mesurait les Temps de Réponse de ses patients au 1/5 de seconde près !

Fischer J.P., 1988d. Les erreurs de lecture: un éclairage des sciences cognitives. *Psychologie Scolaire,* **65**, 23-38.
Fischer J.P., en préparation. Priming of the four arithmetical operations: Why are the multiplications less sensitive than the subtractions ?
Fischer J.P. et Pluvinage F., à paraître. Complexités de compréhension et d'exécution des opérations arithmétiques élémentaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques.*
Goldberg E., 1986. Varieties of perseveration: A comparison of two taxonomies. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology,* **8**, 710-726.
Grewel F., 1969. The acalculias. In P.J. Vinken, G.W. Bryun (Eds), *Handbook of clinical neurology (vol. 4).* Amsterdam: North-Holland.
Gutezeit G. & Mai P., 1974. Tachistoskopische Untersuchungen zur Mengenerfasung und -schätzung an leicht hirngeschädigten Kindern. *Praxis der Kinderpsychologie und Kinderpsychiatrie,* **23**, 130-139.
Jasper H.H., 1931. Is perseveration a functional unit participating in all behavior processes? *Journal of Social Psychology,* **2**, 28-51.
Jersild A.T., 1927. Mental set and shift. *Archives of Psychology,* **89** (reprinted).
Siegler R.S. & Shrager J., 1984. Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed), *Origins of cognitive skills.* Hillsdale: Erlbaum.
Spector A. & Biederman I., 1976. Mental set and mental shift revisited. *American Journal of Psychology,* **89**, 669-679.
Squire L.R., 1987. Memory and brain. New York: Oxford University Press.
Thompson R.F., 1986. The neurobiology of learning and memory. *Science,* **233**, 941-947.
Werner H., 1946. Abnormal and subnormal rigidity. *Journal of Abnormal and Social Psychology,* **41**, 15-24.