Les problèmes de mise en équation, en 3ème et en 2nde.

Nicole Cordier

The difficulties that the students meet in modelling with equations the given information of a problem are well known. A recent research has shown that these difficulties come from the errors of representation of the objects described in the statement and it has established a systematic inventory. This paper presents the results of this research as well as two teaching experiments. The first of these experiments aimed to make the students aware of the errors of representation. The second one is based on the use of an intermediate representation for learning how to select the relevant information from the statement and organise it in function of writing a system of equations.The possibility of an efficient teaching of modelling in equations is also put in evidence.

La mise en équation des données d'un problème est une activité qui se révèle difficile pour les élèves de troisième et même pour ceux de seconde. Alors même que les algorithmes de résolution d'un système d'équations sont bien maîtrisés, le passage du texte de l'énoncé à l'écriture des équations s'avère souvent impossible à effectuer correctement. On voit alors apparaître des erreurs sémantiques sur le choix des variables, des incompréhensions ou des oublis dans la lecture de l'énoncé concernant la détermination des relations à prendre en compte, quand il n'y a pas un abandon pur et simple devant une tâche insaisissable. Une telle situation impose avec évidence la nécessité d'un enseignement spécifique, comme cela a été souligné: "c'est la mise en équation des problèmes qui est la plus difficile, l'extraction des informations pertinentes et leur traduction algébrique devraient être l'objet d'un enseignement plus systématique" (G. Vergnaud et A. Cortez, 1986). Mais l'élaboration d'un tel enseignement est

© Annales de Didactique et de Sciences Cognitives
5 (1993) (p.149-176) - IREM de Strasbourg

loin d'être évidente. Les programmes officiels de la classe de 3ème (1989) sont sur ce point révélateurs. Très clairs pour ce qui concerne les algorithmes de résolution (méthode de substitution, de combinaison, graphique, interprétation du résultat), ils se contentent, pour la mise en équations, de suggérer de donner "des exemples variés de problèmes se ramenant au 1° degré".

L'extraction des informations pertinentes de l'énoncé est une démarche complexe. Elle recouvre en réalité deux opérations d'identification différentes. La première est l'identification des objets auxquels réfère le texte de l'énoncé: des erreurs de représentation sur les objets décrits dans le texte entraînent des erreurs d'identification, lesquelles peuvent se traduire par des erreurs dans la redésignation algébrique des objets au moyen de lettres (x, y, z...). La seconde opération est l'identification des relations que le texte de l'énoncé établit entre les objets auxquels il réfère : une compréhension insuffisante du texte entraîne une identification floue de ces relations et se traduit par un abandon ou par des erreurs dans l'écriture du système d'équations.

Il est important de bien distinguer ces deux opérations. Car, contrairement à ce qu'on pourrait croire, beaucoup de difficultés rencontrées par les élèves de troisième ou de seconde se rapportent d'abord à cette première opération d'identification. Ces difficultés ne sont pas toujours faciles à repérer, car elles se trouvent souvent mélangées avec celles propres à la seconde opération. Une recherche récente a montré l'importance des "défauts de représentation" concernant les objets à identifier dans un énoncé de problème, et elle en a établi un inventaire systématique (Kourkoulos, 1990). Il reste bien évidemment les difficultés liées à la seconde opération et qui renvoient aux difficultés propres à la compréhension d'un texte. Un enseignement centré sur la mise en équations semblerait donc devoir combiner à la fois un travail de prise de conscience des défauts de représentation concernant les objets et un apprentissage de la lecture des énoncés de problèmes de mise en équation. On peut se demander cependant si un apprentissage pour la première opération n'entraîne pas un bénéfice tel qu'un travail sur la seconde opération devient inutile, ou si , à l'inverse, un apprentissage de la lecture des énoncés permet de résoudre les difficultés liées à la première opération. C'est cette question que nous nous proposons d'examiner dans cet article.

Pour cela, nous présenterons d'abord les différents défauts de représentation mis en évidence par Kourkoulos, ainsi que leurs conséquences sur l'écriture des équations. Les difficultés relatives à la première opération dépendent de ces défauts de représentation. Puis nous présenterons deux expériences d'enseignement. Une qui privilégie un apprentissage de la première opération, en visant à la prise de conscience de ces différents défauts de représentation: elle a été conduite par

Kourkoulos. Une autre, qui privilégie la seconde opération, et dans laquelle l'apprentissage est davantage conçu comme un apprentissage de compréhension de texte. Ces deux approches ne sont évidemment pas antagonistes, au contraire, elles peuvent être comparées non seulement du point de vue de l'importance des progrès enregistrés, mais aussi du point de vue du coût temporel de leur organisation.

I. Étude des difficultés de mise en équation.

Avant d'analyser les difficultés rencontrées par les élèves lors de la mise en équation d'un problème, il faut définir le cadre à l'intérieur duquel cette étude s'est faite. Tout d'abord, le choix des exercices proposés aux élèves, et qui servent de support à la recherche, a été mûrement réfléchi, car **tous les exercices ne permettent pas de repérer les défauts des élèves** concernant la mise en équations. D'autre part, il faut préciser les méthodes utilisées pour l'analyse des réponses des élèves.

A. Le choix des exercices proposés pour repérer les différentes difficultés que peuvent rencontrer les élèves.

Les exercices utilisent une situation réelle, afin de faciliter la compréhension du texte. Ils ne peuvent pas être résolus par l'arithmétique pratique. Ils doivent aboutir à un système de 2 équations du 1er degré à 2 inconnues. On impose les caractéristiques suivantes :

1. Pour mettre à jour les différents défauts, il est nécessaire de prendre des énoncés comportant 2 dimensions et 2 références. La dimension concerne bien sûr les unités choisies, et la référence est liée à une action, à une situation, à un objet. Par exemple un énoncé évoquant un vélomoteur qui monte puis descend une colline (la montée et la descente sont les deux références), avec des données de temps et de distance parcourue (le temps et la distance sont les deux dimensions). Un des défauts les plus répandus est de ne prendre en compte que les références ou que les dimensions.
2. La première équation à obtenir doit être du type $x+y = a$ ou $x-y = a$, pour ne pas rebuter les élèves d'entrée de jeu. La seconde équation doit être du type $bx+cy = d$, afin d'obliger les élèves à concevoir une multiplication avec les inconnues.
3. Les exercices doivent être donnés sous des versions différentes, afin d'obliger les élèves à réfléchir à la signification des informations et à s'adapter à de nouvelles relations. Voici par exemple une variation possible d'énoncé:

Dans une usine, on fabrique du chocolat. Une première machine produit 13 kg de chocolat par minute. Au bout d'un certain temps, on la remplace par une deuxième machine qui produit 21kg de chocolat par minute. La fabrication dure en tout 510 minutes. *La première machine a fabriqué* 238 kg *de plus que la seconde*. Combien de temps a travaillé la première machine.

Dans une usine, on fabrique du chocolat. Une première machine produit 18 kg de chocolat par minute. Au bout d'un certain temps, on la remplace par une deuxième machine qui produit 24 kg par min. La fabrication a duré en tout 231 min. *La production totale est de* 5040 kg de chocolat. Combien de temps a travaillé la première machine?

4. Certains problèmes doivent être proposés avec des quantités discrètes, c'est-à-dire des quantités qu'on peut séparer en unités ("18 grosses billes..;"), et d'autres avec des quantités continues, associées à des nombres réels ("une barre en zinc pèse 11 g.."). Les élèves réussissent mieux avec les quantités discrètes.

Une liste de problèmes remplissant ces différentes conditions est donnée dans l'annexe A.

B. l'analyse des réponses des élèves.

Kourkoulos a mis au point un ensemble d'exercices répondant aux conditions précédentes et a fait travailler les élèves de 3ème et de 2nde sur ces exercices. Tout d'abord, il a fait passer un questionnaire contenant 4 exercices à mettre en équation puis à résoudre. En analysant les réponses il a remarqué que souvent elles ne permettaient pas de savoir quel avait été le raisonnement de l'élève ayant conduit à ces réponses. De plus, il y avait des réponses où coexistaient plusieurs défauts, ce qui en rendait l'interprétation difficile. Il a donc alors paru nécessaire de recourir à des entretiens individuels pour identifier les défauts de représentation : les élèves étaient invités à expliquer le pourquoi de leurs réponses à chaque étape du raisonnement. C'est de cette manière que Kourrkoulos est passé des erreurs observées à l'identification de défauts typiques, et relativement stables, dans les démarches de résolution. Il a ainsi établi une liste de dix défauts primitifs de représentation.

Un enseignement de la mise en équation utilisant sur des exercices appropriés et progressifs a été ensuite proposé. Là aussi, les élèves étaient invités, à chaque étape de la résolution, à expliquer ce qu'ils écrivaient. Cela a permis de mieux observer les phases où les défauts de représentation provoquaient des difficultés. Et cela a permis également des interventions mieux adaptées.

Il est donc important de bien comprendre que **le repérage et la correction des défauts des élèves ne peuvent pas se faire dans n'importe quelles conditions.** Cela veut dire qu'il ne faut pas se méprendre sur les problèmes que l'on donne aux élèves. Il y a , en effet, des problèmes qui peuvent être réussis même par les élèves qui ont certains des défauts de représentation. Le premier problème "brioches et croissants" donné en annexe en est un bel exemple. Des problèmes de ce type sont très souvent proposés dans les manuels, et ils contribuent à cacher, aux yeux de l'enseignant comme à ceux des élèves, les difficultés et les procédures d'analyse propres aux problèmes de mise en équation. Les problèmes choisis par Kourkoulos, en revanche, sont destinés à faire apparaître les défauts de représentation: ils ne peuvent pas être réussis tant que subsistent ces défauts de représentation. On dit que ce sont de "bons filtres à défauts". Mais un problème pouvant être un bon filtre pour un défaut déterminé et un mauvais filtre pour un autre, il importe de recourir à plusieurs problèmes.

C. Les défauts primitifs de représentation à l'origine des difficultés de mise en équation

Kourkoulos a identifié 10 défauts primitifs de représentation. Ils constituent une base de défauts: la variété des réponses qui peuvent être observées s'explique par la présence de ces défauts pris séparément ou par leur combinaison. Nous allons les présenter brièvement en les illustrant par des exemples.puis nous en donnerons un tableau récapitulatif.

1. Le défaut de **variable référentielle**:

Il y a défaut de variable référentielle quand le seul aspect pris en compte pour le choix d'une inconnue est une action particulière, ou une situation concrète, comme le montre le texte de l'énoncé.

Un vélomoteur monte une colline à la vitesse de 15 mètres par seconde; puis il redescend de l'autre côté à la vitesse de 21 mètres par seconde. Le parcours total a duré 270 secondes, et la montée est de 126 mètres plus longue que la descente. Combien de temps a duré la montée?

Ce défaut de représentation conduit à écrire :

x : la montée, y : la descente

$$x+y=270$$

$$x=y+126$$

2. Le défaut de **somme référentielle**:

Il y a défaut de somme référentielle quand le seul aspect pris en compte pour effectuer une somme est celui des différents "objets" désignés dans le texte, en négligeant la dimension sémantique ou conceptuelle dont ces "objets" relèvent. Une somme "non homogène" est alors effectuée. Ce défaut de représentation conduit à écrire :

x: durée de la montée

puis $(x-126)+x=270$

3. Le défaut de la **variable <u>indice</u>**:

Il y a défaut de la variable indice quand l'indice dimensionnel d'une quantité connue est choisi comme inconnue:

Pour le même problème, un élève ayant ce défaut transforme 15m/s en 15x

4. Le défaut d' **égalité de correspondance**:

Il y a défaut d'égalité de correspondance quand ne sont pris en compte que les objets de référence que le texte met en correspondance. L'égalité écrite signifie seulement une correspondance.

Dans une usine, on fabrique du chocolat. Une *première machine produit* 13 kg de chocolat par minute. Au bout d'un certain temps, on la remplace par *une deuxième machine qui produit* 21 kg de chocolat par minute. La fabrication dure 510 minutes en tout. La *première machine a produit* 238 kg de plus *que la seconde machine*. Combien de temps a fonctionné la 1ère machine?

Un élève ayant ce défaut de représentation écrit:

13x: quantité produite par la 1ère machine

21y: quantité produite par la 2ème machine

$$13x+21y=510$$

5. Le défaut de la **variable <u>indicée</u>**:

Il y a défaut de la variable indicée quand un bloc ax représente une correspondance, mais non pas une multiplication.

Pour le même problème un élève ayant ce défaut écrit:

x est la durée de travail de la 1ère machine

13x signifie que pendant le temps x la machine produit 13 kg/min.

13x représentant pour l'élève une durée il pose donc le système suivant:

$$13x+21y=510$$
$$13x=21y+238$$

On peut noter que s'ajoute ici le défaut de somme référentielle, puisque qu'une durée se trouve additionnée avec des poids.

6. Le défaut de **coefficient de proportionnalité <u>référentiel</u>**:

Il y a défaut de coefficient de proportionnalité référentiel quand l'unité et la quantité qui lui correspond sont représentées par le même symbole.

Une barre métallique est construite en deux parties: la 1ère est en zinc et chaque cm de cette partie pèse 11g. La 2ème est en fer et chaque cm de cette partie pèse 17g. La partie en fer est de 14 cm plus longue que la partie en zinc. La barre pèse en tout 980g. Quelle est la longueur de la partie en zinc?

L' élève ayant ce défaut de représentation estime que 17g c'est pour 1cm et donc que 17g représente 1cm. Il peut alors écrire:

$$11x+17y=980$$
$$11x+14=17y$$

Ce défaut présente une similitude avec le défaut "variable référentielle". En effet, pour celui qui a le défaut de variable référentielle, x signifie soit la masse de la partie en fer, soit sa longueur. Et, pour celui qui a le défaut de coefficient de proportionnalité référentiel, 17 signifie soit 1 cm, soit les 17g. que pèse 1cm

Ce défaut est assez difficile à localiser car, dans un grand nombre d'exercices, il n'empêche pas d'arriver quand même au système correct. Le problème suivant en est un exemple.

Paul a 18 grosses billes et 13 petites billes. Toutes les grosses billes ont la même masse, et toutes les petites aussi. Une grosse bille pèse 7 grammes de plus qu'une petite bille. La masse totale des 18 grosses billes fait 206 grammes de plus que la masse totale des 13 petites. Quelle est la masse d'une petite bille?

Tout en estimant que x signifie soit une petite boule, soit le poids d'une petite boule, on peut écrire:

$$x+7=y$$
$$13x+206=18y$$

7. Le défaut de **variable dimensionnelle**:

Il y a défaut de variable dimensionnelle quand le seul aspect pris en compte pour le choix d'une inconnue est la dimension selon laquelle les quantités relatives à deux objets vont varier. Il apparaît lorsque le seul aspect qui détermine l'emploi de la variable est la dimension.

Pour le problème des barres métalliques cité en 6, ce défaut de représentation conduit à écrire :

x la longueur

$$11x+17x=980$$

8. Le défaut de **bloc référentiel de forme multiplicative**:

L'élève utilise un bloc ax, sans en comprendre précisément la signification, seul l'aspect référentiel est pris en compte.

Pour le même problème des barres métalliques, ce défaut de représentation conduit à écrire :

x : longueur du zinc   y : longueur fer

11x: partie en zinc   17y:partie en fer

Le système suivant est ensuite posé :

$$11x+17y=980$$
$$11x+14=17y$$

Cet exemple permet de voir la difficulté qu'il peut parfois y avoir à bien identifier les défauts en présence. En effet, avec la seule écriture de ce système d'équations, on pourrait aussi bien diagnostiquer un défaut de somme référentielle, un défaut de coefficient de proportionnalité référentiel, ou encore un défaut de variable indicée. C'est seulement par un entretien avec l'élève que le défaut de représentation ayant effectivement conduit à l'écriture d'un tel système peut être identifié.

9. Le défaut de **coefficient de proportionnalité <u>unité</u>**:
Il y a défaut de coefficient de proportionnalité unité quand, pour un coefficient de proportionnalité, le bloc ax est posé pour une quantité dont la valeur est égale à x, alors que a est différent de 1.
Pour le problème des barres métalliques, ce défaut de représentation conduit à écrire :

x: nombre de cm de zinc
11x: longueur de la partie en zinc

10. Le défaut de "**non mise en parenthèses**":
Il est très connu de tous les enseignants.
Pour le problème des barres métalliques, un élève ayant ce défaut de représentation écrit:

x: longueur de la partie en zinc
x+14: longueur de la partie en fer
$$11x+17x+14=980$$

Ces 10 défauts de représentation constituent la base de tous les défauts de représentation possibles concernant la mise en équations des données de l'énoncé. Il y a bien sûr des défauts concernant la résolution du système d'équations. Comme cela sort du cadre du problème que nous étudions, nous nous contenterons de mentionner ceux relevés par Kourkoulos:
-la non-homogénéité des équations,
-les défauts dans l'algorithme de résolution.

Défauts de représentation concernant :	Un vélomoteur monte une colline à la vitesse de 15 mètres par seconde; puis il redescend de l'autre côté à la vitesse de 21 mètres par seconde. Le parcours total a duré 270 secondes, et la montée est de 126 mètres plus longue que la descente. Combien de temps a duré la montée?	Dans une usine, on fabrique du chocolat. Une *première machine produit* 13 kg de chocolat par minute. Au bout d'un certain temps, on la remplace par *une deuxième machine qui produit* 21 kg de chocolat par minute. La fabrication dure 510 minutes en tout. La *première machine a produit* 238 kg de plus *que la seconde machine*. Combien de temps a fonctionné la 1°machine?	Une barre métallique est construite en deux parties: la 1ère est en zinc et chaque cm de cette partie pèse 11g. La 2ème est en fer et chaque cm de cette partie pèse 17g. La partie en fer est de 14 cm plus longue que la partie en zinc. La barre pèse en tout 980g. Quelle est la longueur de la partie en zinc?
la *variable* référentielle	x : la montée, y : la descente x+y=270 x=y+126		
la *somme* référentielle	x: durée de la montée (x-126)+ x=270		
la variable indice	15m/s transformé en 15x		
l'égalité de correspondance		13x: quantité 1ère machine 21y: quantité 2ème machine 13x+21y=510	
la variable indicée		x durée de la 1ère machine, 13x pendant le temps x La machine produit 13 kg/min. 13x représentant une durée 13x+21y=51 13x=21y+238	
le coefficient de proportionnalité *référentiel*			17g c'est pour 1cm, donc 17g représente 1cm. 11x+17y=980 11x+14=17y
la variable dimensionnelle			x la longueur 11x+17x=980
le bloc référentiel de forme multiplicative			x : longueur du zinc y : longueur fer 11x: partie en zinc 17y:partie en fer 11x+17y=980 11x+14=17y
le coefficient de proportionnalité *unité:*			x: nombre de cm de zinc 11x: longueur de la partie en zinc
la non mise entre parenthèses			x: longueur de la partie en zinc x+14: longueur de la partie en fer 11x+17x+14=980

Au cours de son travail Kourkoulos a fait passer un questionnaire dans 3 classes de 3ème et dans 3 classes de 2nde. Ce questionnaire comportait 4 problèmes à mettre en équation et à résoudre. Il l'a fait suivre d'une centaine d' entretiens individuels. Les résultats de cette évaluation approfondie ont été les suivants:

* 22 élèves (24%) ne présentaient pas de défauts de représentation
* 60 élèves (65%) présentaient un des 10 défauts précédents
* 6 élèves traitaient les exercices par des essais d'arithmétique pratique, et 4 effectuaient des mises en équation erronées, qui n'ont pas permis pas de conclure s'ils avaient des défauts de représentation.

On peut donc estimer que la grande majorité des élèves n'était pas, alors, en mesure d'utiliser correctement les symboles algébriques pour représenter les relations entre les quantités.

D. Les élèves et la conception de la multiplication

Pour mettre un problème en équation, une fois que les inconnues sont bien choisies, il faut savoir exprimer correctement les relations entre elles. C'est pourquoi Kourkoulos s'est aussi intéressé aux multiplications que les élèves doivent concevoir pour trouver une quantité inconnue du problème à partir de 2 autres. Il a découvert que les élèves utilisent, au choix, une des 4 procédures suivantes:

1. La **procédure additive** :

Pour le problème déjà cité des barres métalliques, on trouve le dessin suivant

```
11g   11g   11g
I____I____I____I____________________I______________________________I
1cm   1cm   1cm
          ZINC                                     FER
```

La situation pour la partie en zinc est ensuite décrite de la façon suivante:

1cm...........11g

2cm.............22g

x(cm)...........x fois 11g

Cette démarche représente une discrétisation de la longueur (c'est-à-dire qu'elle est séparée en plusieurs morceaux unitaires). Elle est appliquée, par analogie, au cas de la partie en fer y(cm)...........y fois 17g

2. La **procédure de transfert des rapports**:
Lorsqu' il y a distribution homogène entre 2 grandeurs, les rapports entre les quantités correspondantes sont conservés:

si q1=kq2, alors q'1= kq'2

Pour le problème du vélomoteur cité plus haut, cette procédure conduit à écrire: en 1s il parcourt 15m, en 2s il parcourt 2 fois plus, et en x secondes, il parcourra x fois plus, donc 15fois x

3. La **procédure de reconnaissance symbolique:**
La symbolisation du coefficient de proportionnalité est utilisée pour trouver la composition multiplicative à faire:
Pour le problème des machines cité plus haut cette procédure conduit à dire: "13kg par minute, c'est des kg sur des minutes, donc on multiplie par des minutes et le résultat c'est des kg"

4. La procédure provenant de l'**utilisation de la règle de trois (et des tableaux de proportionnalité)** :
ex: pb. 2 l'élève utilise un schéma du type:
1 min________13kg x min?

Peu importe qu'un élève utilise l'une ou l'autre de ces procédures, il est essentiel qu'il puisse choisir. S'il fait une erreur dans le développement de sa démarche, il faut l'aider à poursuivre avec la méthode qu'il a choisie. Kourkoulos a trouvé des possibilités de remédiation aux difficultés qu'un élève peut rencontrer dans chacune de ces procédures. Il vaut mieux privilégier les capacités de l'élève à raisonner seul, plutôt que lui faire apprendre par coeur une formule du type : vitesse = longueur/temps.
Par ailleurs, les règles de représentation et le statut des symboles utilisés influencent la représentation des compositions multiplicatives. Ainsi, certains élèves ayant les défauts "coefficient de proportionnalité unité" ou "blocs référentiels" ne conçoivent pas qu'il faille multiplier. Au contraire, lorsqu'un élève utilise correctement les symboles algébriques pour représenter les relations entre les quantités, il anticipe la recherche conduisant à la conception de la multiplication et bénéficie de critères de contrôle.

Lors d'une évaluation en classe de troisième, avant une expérience d'enseignement, il est apparu que 4 seulement des 28 élèves de la classe concevaient correctement les multiplications.
Une mauvaise conception des compositions multiplicatives entre les différentes quantités peut donc être une deuxième source d'échecs pour la mise en équations. Mais elle s'accompagne souvent d'un défaut de représentation ou peut se trouver renforcée par ce défaut.

II. Un enseignement centré sur la prise de conscience des défauts de représentation

Après avoir identifié les défauts primitifs de représentation pour la mise en équation, Kourkoulos a organisé un enseignement centré successivement sur deux objectifs:
D'abord, l'apprentissage de la résolution des équations et des systèmes d'équations.
Cet apprentissage a duré 10h dans une classe de 3ème. Nous ne nous y attarderons pas, il faut simplement retenir que *cet apprentissage doit absolument être séparé de celui de la recherche de la mise en équation*.
Puis, l'acquisition d'une méthode de travail pour apprendre à mettre un problème en équation.
C'est seulement l'enseignement visant ce second objectif que nous allons présenter ici.

Cet enseignement a été proposé pendant 9H à une classe de 3ème, un mois après la fin de l'enseignement de la résolution des systèmes.
Cette expérience s'est déroulée ainsi:
— passage d'un test initial, pour évaluer les élèves
— une heure de travail collectif consacrée à la recherche de la mise en équation du problème "vélomoteur"
— alternance du travail individuel par exercices, avec aide personnalisée et explications au tableau pour tous (il y a progressivement moins d'aide pour les exercices proposés)
— passage d'un test final.
A la suite de ce test, il est apparu que 18 élèves sur 28 n'avaient plus de défauts de représentation (contre 3 avant cet enseignement) et que 17 élèves concevaient correctement les multiplications (contre 4 seulement avant).

La première heure de cours est importante, elle est consacrée à la présentation d'une procédure qui permet d'effectuer la mise en équation du problème du "vélomoteur" (annexe problème 5). En voici le déroulement.

1. Identification des données.

La première activité a pour objectif de faire identifier **toutes les quantités qui interviennent explicitement <u>ou implicitement</u> dans l'énoncé.** Pour cela, l'enseignant écrit au tableau tout ce qui, d'habitude, est passé sous silence. Ainsi, après la lecture de l'énoncé, il demande aux élèves de relever toutes les quantités qui interviennent dans la situation décrite par l'énoncé, *même celles qui sont sous-entendues* ou pour lesquelles aucune valeur numérique n'est donnée. L'enseignant les écrit au tableau au fur et à mesure avec l'expression qui leur donne un statut d'objet de référence:

-vitesse de la montée: 15m/s

-vitesse de la descente: 21m/s

-durée du parcours total: 270s

-durée de la montée

-durée de la descente

-longueur de la montée

-longueur de la descente

-différence entre les 2 longueurs: 126m.

La deuxième activité porte sur l'organisation de cette liste **par regroupement en une seule donnée des quantités susceptibles d'avoir un lien entre elles.** Ces regroupements peuvent être effectués sous deux aspects, soit sous l'aspect référentiel (montée et descente), soit sous l'aspect dimensionnel. La liste des données obtenues après les regroupements est écrite au tableau. Les lettres x et y sont alors attribuées aux quantités inconnues.

Regroupement effectué selon l'*aspect référentiel*,

vitesse de la montée: 15m/s

durée de la montée: **x**

longueur de la montée:**?**

vitesse de la descente: 21m/s

durée de la descente: y

longueur de la descente:**?**

ensuite ce qui concerne le parcours entier:

durée totale: 270 s

différence entre les 2 longueurs:126m

Regroupement effectué selon l'*aspect dimensionnel*

durée de la montée: x

durée de la descente: y

durée totale: 270s

vitesse de la montée: 15m/s

vitesse de la descente: 21m/s

longueur de la montée: ?

longueur de la descente: ?

différence des longueurs: 126m.

2. Mise en relations des données identifiées.

La troisième activité a pour objectif de **dégager les relations entre ces différentes données**.

Sur la liste obtenue par regroupement dimensionnel, et en regardant les données relatives aux durées les élèves trouvent rapidement la première équation:

$$x+y=270$$

En revanche aucune relation ne peut être trouvée pour les données relatives aux vitesses. Enfin, pour ce qui concerne les données relatives aux longueurs, un travail d'explicitation est nécessaire. Celui-ci est introduit en demandant de revenir à la signification de la vitesse:

en 1s..........15m de montée parcourus

en 2s...........30m

en xs...........? Les élèves trouvent 15x.

Pour y la procédure de transfert des rapports permet d'écrire rapidement:

en y s............21y parcourus.

Les élèves arrivent alors à la deuxième équation:

$$15x=21y+126$$

Selon cette méthode, ce sont les quantités mentionnées explicitement ou implicitement, avec indication d'une valeur numérique ou sans valeur numérique qui se trouvent mises en avant aux yeux des élèves. ***Un travail de réécriture de la première liste obtenue, suivi d'un travail d'interprétation des données de la dernière liste obtenue est donc nécessaire pour arriver à l'écriture du système d'équations.***

Pour bien faire comprendre cette méthode, on recommence la démarche pour le même problème, *mais en prenant pour réécrire la première liste obtenue un regroupement effectué selon l'aspect référentiel et non plus selon l'aspect dimensionnel.*

Puis on recommence une troisième fois la démarche pour le même problème, mais en proposant un choix d'inconnues différent :

— x étant le longueur de la montée et y étant la longueur de la descente, les élèves doivent alors concevoir une division.

— x étant la durée de la montée, alors la durée de la descente est exprimée par 270-x.

— 4 inconnues, deux pour les durées et deux pour les longueurs.

A chaque fois les élèves doivent chercher les équations, résoudre le système et vérifier qu'ils obtiennent bien les mêmes résultats.

Cette première séance, consacrée aux différentes mises en équation possibles du même problème, permet de comprendre que l'identification des données de l'énoncé est une tâche à part entière. Il faut du temps pour écrire la liste des quantités, et pour trouver leurs regroupements, avant de chercher comment les représenter par des symboles algébriques, et d'écrire leurs relations.

Durant les deux séances suivantes, les élèves travaillent individuellement, avec une aide personnalisée. Il y a ensuite un deuxième cours présentant un autre problème, sous 2 versions différentes qui ne conduisent pas au même résultat. Enfin les cinq dernières séances sont consacrées à des exercices que les élèves doivent traiter de manière de plus en plus autonome. (Kourkoulos, p. 517 à 522).

Voici, à titre indicatif, l'évolution des performances enregistrée au terme de cet enseignement qui a porté sur 9 séances consacrées à l'apprentissage de la résolution des systèmes d'équations, après 10 séances visant le premier objectif (Kourkoulos 1990, p.546,549). Certains ont déjà été mentionnés plus haut.

	Défauts de	Représent.	Défauts de	Concp. Mul
28 élèves	oui	non	oui	non
avant	25	3	24	4
après	10	18	10	17

Une comparaison des résultats des élèves de cette classe, sur deux problèmes avec des élèves d'une classe de seconde a donné les résultats suivants (*ibid.* p.552) :

		Réussite	Échec
Modalité A, problème type "chocolat"	15 élèves. de 3ème	10	5
	48 de 2nde	6	42
Modalité B, problème type "vélomoteur"	13 élèves de 3ème	10	3
	44 de 2nde	5	39

Au terme de neuf séances d'un enseignement spécifiquement consacré à la mise en équations des données d'un énoncé, Kourkoulos semble être parvenu à faire évoluer environ un élève sur deux. Ce résultat peut apparaître plus ou moins spectaculaire selon que l'on prend en compte, ou non, le temps que l'enseignement a exigé, et selon aussi qu'on le compare à la situation habituelle ou à ce que l'on est en droit d'attendre si l'on veut mettre à l'épreuve une théorie de l'apprentissage.

L'enseignement proposé par Kourkoulos, présente plusieurs caractéristiques. Tout d'abord il est centré sur l'identification des objets liés aux différentes quantités du texte ou à leur regroupement. Sans négliger l'identification des relations nécessaires pour écrire des équations correctes, celle-ci un travail d'interprétation pour lequel les listes de données obtenues par regroupement ne constitue plus véritablement une aide. Cela explique peut-être pourquoi ce sont surtout les relations entre les objets qui restent mal comprises, plus que la procédure d'identification des objets.

Ensuite, en demandant un inventaire de toutes les quantités explicites ou implicites, il tend à glisser du texte de l'énoncé à la situation décrite par l'énoncé ce qui suppose qu'il n'y a pas de problème pour la compréhension du texte de l'énoncé.

On peut se demander si un travail plus directement centré sur la compréhension du texte de l' énoncé, compréhension qui implique la saisie simultanée des objets et de leurs relations, ne permettrait pas d'améliorer encore les résultats obtenus par Kourkoulos, soit en diminuant le coût temporel de l'enseignement soit en faisant évoluer davantage d'élèves.

III. Un enseignement centré sur la compréhension des énoncés

Des observations ont mis en évidence qu'il ne suffit pas de bien identifier les objets et de pouvoir les redésigner par des lettres pour pouvoir ensuite écrire les équations (Damm1991, p.206-208). *L'identification des relations établies dans un texte entre deux objets dépend d'un facteur non négligeable, le fait qu'il suffise de s'en tenir à la lecture d'une seule phrase, ou qu'il faille au contraire prendre en compte les informations données dans deux phrases différentes.* En outre, la prise en compte de la compréhension du texte s'avère également importante pour l'identification des objets, il faut que l'élève dispose de critères pour contrôler le fait qu'il a bien identifié tous les objets nécessaires à l'écriture d'un système d'équations. Sans revenir ici sur les conditions requises pour développer la compréhension du texte (R. Duval,1986, 1993), indiquons seulement qu'il est essentiel de fournir aux élèves des outils de **représentation du texte** qui permettent d'accomplir simultanément les deux opérations impliquées dans toute compréhension d'un texte:

— l'*identification des objets* dont "parle" le texte, et pour un énoncé de problème de mise en équation, il s'agit des objets à désigner par des lettres,

— l'*appréhension **synoptique** des relations* établies entre tous ces objets.

Ce moyen de représentation doit pouvoir fonctionner comme une "**grille de questions**" pour interroger le texte et pour en extraire les informations pertinentes. Naturellement un tel moyen doit être plus général qu'une grille de questions en ce sens qu'il ne peut s'agir d'une liste de questions préalablement formulées.

Pour fonctionner comme une telle grille de questions, ce moyen de représentation devra permettre d'écrire le système d'équations par simple lecture de l'organisation propre à la représentation. A ce titre, on pourra parler dans cette phase de "représentation intermédiaire entre le texte et le système d'équations".

A. Un apprentissage des opérations de compréhension pour la lecture des énoncés.

Un énoncé de problème de mise en équation comporte des informations qui relèvent de plusieurs dimensions sémantiques ou conceptuelles. La distinction de ces dimensions entre elles est aussi importante que la distinction dimension/objet mise en oeuvre dans le travail de Kourkoulos. Lorsqu'il y a deux dimensions, on songe naturellement à une représentation du type tableau.

Mais attention, *ce n'est pas le tableau déjà construit, partiellement rempli ou non, qui constitue la représentation*! Car alors, un tel tableau déjà construit ne pourrait plus fonctionner comme lieu de travail pour la compréhension de l'énoncé. **Le tableau ne peut apparaître que comme la trame d'une séquence de questions qui se déroule selon les phases suivantes:**

Phase 1 : identification des dimensions sémantiques ou conceptuelles selon lesquelles les informations sont données. Ceci amène à **catégoriser les colonnes et les lignes.** Cette première phase peut être simplifiée lors d'une première séance en donnant la catégorisation d'une des deux dimensions.
Phase 2 : identification des quantités pouvant être directement transcrites dans les cases déterminées par la catégorisation des colonnes et des lignes. On remarquera que cette procédure oblige à **considérer d'emblée les quantités comme étant déterminée par deux catégories.**
Phase 3 : identification des quantités ne pouvant pas être transcrites dans les cases déterminées par la catégorisation des lignes et des colonnes, mais exigeant **la prise en compte de "marges".**
Phase 4 : **choix des inconnues** (on remarquera que le choix des inconnues n'intervient ici qu'en phase 4, ce n'est surtout pas la première opération à faire)
Phase 5 : compléter certaines cases vides par **composition des inconnues et des données directement transcrites**.
Le texte de l'énoncé se trouve ainsi converti en un tableau. La lecture par colonnes (ou par lignes), celles où les inconnues figurent, permet d'écrire les équations.

Il est important de remarquer que, dans cette conversion du texte en tableau, le choix des inconnues et l'identification de toutes les données ne sont ni des objectifs, ni les premières opérations à effectuer. Ce sont les phases 1 et 3 qui sont décisives. La première, l'identification des dimensions, est la condition nécessaire pour qu'il n'y ait pas de défaut de variables référentielles. La deuxième, l'identification des données pouvant être obtenues par composition, est la condition nécessaire pour que toutes les données nécessaires soient bien extraites de l'énoncé.

B. Un exemple

Revenons, pour illustrer notre propos, au problème déjà cité des machines.

Après lecture de l'énoncé, le professeur annonce qu'il va construire un tableau à 2 entrées pour consigner toutes les données. Comme il est question de 2 machines, ce tableau va se présenter ainsi : une ligne pour la 1ère machine, une ligne pour la 2nde. Une ligne marge est également ajoutée :

	.....	....	....
1ère machine			
2nde machine			
....			

*Phase 1 :

on demande aux élèves quelles informations on peut mettre en colonne. Ils répondent: vitesse de production, durée et quantité produite. On reporte les réponses dans le tableau et on obtient:

	vitesse	temps	quantité
1ère machine			
2nde machine			

*Phase 2 :

on demande alors aux élèves de remplir les cases du tableau avec les données de l'énoncé. On obtient:

	vitesse	temps	quantité
1ère machine	13 kg/min		
2nde machine	21 kg/min		

*Phase 3 :

les élèves ont compris la nécessité d'une 3ème ligne, car ils ne peuvent reporter les autres données de l'énoncé. Cette ligne concernera les liens entre les 2 machines. On l'appellera, faute de mieux, "les deux "ensemble" " et on y mettra les renseignements communs. Il y a les données purement relationnelles exprimées par une proposition. On peut alors reporter soit la proposition telle qu'elle, soit une forme paraphrasée et abrégée. On obtient :

	vitesse	temps	quantité
1ère machine	13 kg/min		
2nde machine	21 kg/min		
les deux machines "ensemble"		la fabrication dure 510 mn en tout	La 1ère machine a produit 238 kg de plus que la 2nde,

Naturellement on attire l'attention sur le fait que cette ligne n'est pas la somme des 2 autres!

*Phase 4 :

Il faut maintenant choisir les inconnues. Comme l'énoncé le demande, on appelle x le temps de travail de la première machine, et donc y celui de la seconde. On marquera d'un "?" les cases non remplies, mais nécessaires à la suite des calculs. Il peut rester des cases vides si elles n'ont pas d'utilité dans le raisonnement. Il est alors nécessaire de substituer aux propositions en français une forme paraphrasée ou abrégée. On obtient :

	vitesse	temps	quantité
1ère machine	13 kg/min	x	?
2ère machine	21 kg/min	y	?
les deux machines "ensemble"		le temps de ma.1 plus le temps de ma.2 = 510min	la produc de ma.1 moins la produc. de ma.2 = 238kg

*Phase 5 :

Il faut maintenant que les élèves expriment les quantités représentées par un "?", en utilisant la dénomination des inconnues et les autres informations de la même ligne. C'est un problème de conception de multiplication, qu'on résout en revenant à la procédure additive. Les propositions abrégées de la troisième ligne peuvent alors être traduites. On obtient donc:

	vitesse	temps	quantité
1ère machine	13kg/min	x	13x
2nde machine	21kg/min	y	21y
les deux machines "ensemble"		temps de ma.1 + temps de ma.2 = 510min OU x+y = 510	produ. de ma.1 — prod. de ma.2 = 238kg OU 13x-21y=238

Il ne reste plus qu'à écrire le système, pour lequel on conseille de ne pas écrire d'unités, afin de simplifier sa résolution:

$$x+y=510$$
$$13x-21y=238$$

Comme on le voit, il ne s'agit pas d'abord d'utiliser un tableau, mais de **mettre en oeuvre sur le texte de l'énoncé une grille de questions.** Celle-ci porte successivement sur les dimensions, sur les objets explicitement nommés et associés à une donnée numérique, et enfin sur ceux qui doivent être redésignés par une lettre. Ce sont là trois types de questions très différentes.

Mais cette grille de questions est inséparable d'une organisation **bi-dimensionnelle** des données identifiées. Par cette approche, **les données quantitatives ne sont pas identifiées indépendamment de leur double catégorisation sémantique et des relations que le texte de l'énoncé fixe entre elles**. Il n'y a donc pas séparation entre l'identification des données et l'identification des relations, comme dans l'expérience d'enseignement élaborée par Kourkoulos.

C'est pourquoi l'organisation en tableau peut être une représentation intermédiaire pour convertir le texte d'un énoncé en l'écriture algébrique d'un système d'équations et peut donc constituer un véritable outil de compréhension. Mais cette organisation en tableau ne sera telle qu'à la condition expresse de fonctionner d'abord comme une grille ordonnée de questions.

C. Réalisation dans deux classes

Nous avons présenté cette méthode de travail dans deux classes de troisième, et comparé les résultats obtenus à deux autres classes témoins. L'expérimentation s'est déroulée ainsi :

— quatre classes de 3° du collège ont passé un test initial

— deux des classes reçoivent un enseignement spécifique pendant 4h chacune,

— les quatre classes passent un test final, afin de mesurer l'impact de l'enseignement en question

L'enseignement s'est déroulé de la façon suivante :

Première séance. L'enseignant distribue une fiche de problèmes, et procède avec les élèves à une organisation des données en tableau pour le problème des machines. Il explique comment dégager de cette organisation les deux équations. Les élèves sont ensuite invités à utiliser la même méthode pour mettre en équation des problèmes qui sont des variantes du problème des machines. Cela pour bien faire comprendre la méthode, comme dans l'expérience menée par Kourkoulos. Les premières phases du travail sont effectuées en commun et le travail est poursuivi individuellement.

Deuxième et troisième séances. L'enseignant distribue une autre fiche de problèmes sur des thèmes tous différents: barre de fer, vélomoteur, billes, bateau,...Pour chaque problème, le cadre du tableau est fixé (nombre de lignes et de colonnes) mais il doit être entièrement rempli selon les trois types de questions mentionnés plus haut. Puis on passe à des exercices où le cadre du tableau n'est pas fixé.

Quatrième séance. Les élèves reçoivent une autre fiche de problèmes présentant les principaux cas difficiles (on utilise une division et pas une multiplication, on a une seule inconnue ou trois,...). A la fin, presque toute la classe a trouvé le système correspondant au problème n°6 (annexe), malgré sa complexité.

Pour évaluer l'effet de cet enseignement de quatre séances, nous avons analysé les réponses des élèves aux tests, initial et final, selon deux critères. Le premier est évidemment celui de la réussite d'un point de vue mathématique. Cela implique non seulement l'écriture correcte d'un système d'équations mais aussi sa résolution. C'est le plus important, mais pas nécessairement le plus significatif pour évaluer l'acquisition réelle des élèves. Aussi nous avons pris un second critère, celui de la présence ou de l'absence de défauts de représentation, tels que Kourkoulos les a définis. Pour parler d'acquisition ou de compréhension en ce qui concerne la mise en équations, il ne suffit pas d'enregistrer une augmentation statistiquement significative des réussites, il faut aussi enregistrer une diminution importante des défauts de représentation. Les deux ne sont pas nécessairement fortement corrélés. Car, d'une part, cela dépend des problèmes proposés, tous les problèmes n'étant pas de bons filtres à défauts et, d'autre part, des élèves peuvent ne pas encore parvenir au stade d'une réussite systématique tout en ayant progressé.

Un examen approfondi des réponses a fait apparaitre une diminution importante des défauts de représentation chez les élèves ayant suivi les quatre séances (Cordier,1992). En outre, le nombre des non-réponses, en nette diminution, montre que les élèves n'ont plus renoncé devant des questions difficiles.

L'analyse des réponses selon le premier critère montre une hausse de la réussite des élèves des deux classes expérimentales sur le problème le plus difficile.

Comparaison des réussites

test initial (Voir Annexe B)	population expérimentale (59)	population témoin (55)
1.	.62	.78
2.	.O8	.O9

test final (Voir Annexe B)	population expérimentale (57)	population témoin (55)
1'.	.70	.51
2'.	**.51**	.16

Enfin, il n'est peut être pas inutile de souligner l'intérêt particulier et la forte participation dont les élèves ont fait preuve au cours de ces quatre séances.

Conclusion

Passer du texte d'un énoncé de problème à l'écriture du système d'équations qui permettra de le résoudre est une activité dont la complexité cognitive intrinsèque semble largement sous-estimée, même par ceux qui constatent les difficultés que suscite ce genre de problèmes pour les élèves. Le choix des inconnues n'est pas la première opération. Il résulte d'un ensemble d'opérations qui sont généralement passées sous silence ou très évasivement évoquées sous des consignes du genre "chercher les données pertinentes", ou sous des expressions réductrices comme "traduction d'un énoncé en langage mathématique". Car chacun pense qu'en mathématiques, s'il ne s'agit que de "traduire" il n'y a pas de difficultés.
Le travail de Kourkoulos a montré l'importance de ces opérations qui précèdent le choix des inconnues, en identifiant une liste de dix défauts primitifs de représentation. Mais le repèrage de ces défauts de représentation permet-il d'identifier les opérations cognitives en jeu dans la conversion de certaines données d'un texte en l'écriture d'un système d'équations? Et sur quoi fonder un véritable apprentissage de la mise en équations?
L'expérience d'enseignement organisée par Kourkoulos était centrée sur une prise de conscience des défauts de représentation: il s'agissait essentiellement de proposer des activités qui fassent surgir tous les défauts de représentation et qui permettent d'y remédier. Celle que nous avons tentée était au contraire centrée sur les opérations permettant la conversion d'un texte en une représentation qui
— en rende visible l'organisation,
— montre la double catégorisation sémantique des quantités,
— situe les informations données ainsi que les informations manquantes de l'énoncé les unes par rapport autres.
Ces opérations de conversion étant effectuées "la traduction en langage mathématique" peut alors seulement commencer. Le lecteur pressé, ou en quête d'une recette qui soit efficace et surtout très simple, retiendra une image familière, celle du tableau. Il négligera donc le fait qu'il ne s'agit là que d'une représentation intermédiaire ne pouvant être utile que si elle est utilisée d'abord comme une grille de questions. Mais, après tout, on peut estimer qu'on peut aussi bien découvrir la montagne en montant en téléphérique qu'en escaladant puisque le résultat visible est le même dans les deux cas: on se retrouve au sommet!

En tous cas, par delà les différences d'évaluation et d'interprétation auxquelles ils peuvent donner lieu, ces deux essais d'enseignement prouvent au moins deux choses, un enseignement non subjectif de la mise en équations est possible, et un tel enseignement ne se réduit pas à la mise en place d'algorithmes.

RÉFÉRENCES

Cordier, N., 1992, " La Mise en équation ", Strasbourg, Mémoire de D.E.A.. .

Damm, W., 1991, Compréhension d'un énoncé de problème: le choix de la donnée de référence *Annales de Didactique et Sciences cognitives*, 4, p.197-225

Duval, R., 1986, *Lecture et compréhension des textes*, Strasbourg, IREM.

Duval, R, 1993, *Sémiosis et Noésis*, Préprint.

Kourkoulos, M., 1990, *Modélisation mathématique de situations aboutissant à des équations du 1er degré*, Strasbourg, Thèse ULP.

Vergnaud, G., & Cortez, A., 1986, Colloque franco-allemand de Didactique des Mathématiques

PROBLÈMES DE MISE EN ÉQUATION

ANNEXE A

1) Pierre achète 5 brioches et 6 croissants pour 41F. Avec 5F de plus, il aurait pu acheter 8 brioches et 4 croissants. Quel est le prix d'une brioche et celui d'un croissant?

2) Dans une usine, on fabrique du chocolat. Une première machine produit 13 kg de chocolat par minute. Au bout d'un certain temps, on la remplace par une deuxième machine qui produit 21 kg de chocolat par minute. La fabrication dure 510 minutes en tout. La première machine a produit 238 kg de plus que la seconde machine. Combien de temps a fonctionné la première machine?

3) Une barre métallique est construite en deux parties: la première est en zinc et chaque cm de cette partie pèse 11g. La seconde est en fer et chaque cm de cette partie pèse 17g. La partie en fer est de 14 cm plus longue que la partie en zinc. La barre pèse en tout 980g. Quelle est la longueur de la partie en zinc?

4) Paul a 18 grosses billes et 13 petites billes. Toutes les grosses billes ont la même masse, et toutes les petites aussi. Une grosse bille pèse 7 grammes de plus qu'une petite bille. La masse totale des 18 grosses billes fait 206 grammes de plus que la masse totale des 13 petites. Quelle est la masse d'une petite bille?

5) Un vélomoteur monte une colline à la vitesse de 15 mètres par seconde; puis il redescend de l'autre côté à la vitesse de 21 mètres par seconde. Le parcours total a duré 270 secondes, et la montée est de 126 mètres plus longue que la descente. Combien de temps a duré la montée?

6) On remplit un réservoir en utilisant un robinet qui débite 9 litres d'eau à la minute. Quand ce réservoir est plein, on continue de remplir un deuxième réservoir avec, cette fois, un débit de 13 litres par minute. Quand ce réservoir est plein, on remplit un 3° réservoir en gardant le même débit. Quand le 3° réservoir est plein, on ferme le robinet. En tout, le robinet a marché pendant 93 minutes. Le premier réservoir contient 53 litres de plus que le second réservoir, le troisième réservoir contient 3 fois autant que le second réservoir. Combien de temps a t-il fallu pour remplir le premier réservoir?

ANNEXE B

1. Jean a 18 grosses billes et 13 petites billes. toutes les grosses billes sont de la même masse, et toutes les petites aussi. Une grosse bille pèse 7 grammes de plus qu'une petite. la masse totale des 18 grosses billes fait 206 grammes de plus que la masse totale des 13 petites. Quelle est la masse d'une petite bille ?

2. Un vélomoteur monte sur une colline à la vitesse de 13 mètres par seconde, puis il redescend de l'autre côté à la vitesse de 21 mètres par seconde. La montée est de 238 mètres plus longue que la descente. Le parcours total dure 510 secondes. Combien de temps a duré la descente?

1'. Jean a des boîtes qui contiennent des bonbons rouges et d'autres boîtes qui contiennent des bonbons verts. En tout, il y a boîtes. Chaque boîte de bonbons verts contient 17 bonbons, chaque boîte de bonbons rouges contient 21 bonbons. Jean compte tous ses bonbons : le nombre de bonbons verts dépasse de 102 le nombre de bonbons rouges. Combien jean a-t-il de boîtes de bonbons verts ?

2' Une voiture va d'un village A vers un village B, à la vitesse constante de 60km par heure. Puis elle va du village B au village C à la vitesse de 75 km par heure. Le trajet total dure 5 heures, et la distance de A à B est de 30 km plus longue que celle de B à C. Combien de temps a duré le parcours BC?