La nature des objets mathematiques dans le raisonnement

François PLUVINAGE

Well known as difficult to reach, a goal for the mathematics teacher is the mastering of reasoning by his students. We might complete the numerous existing studies about this topic, helping us with the nature of the included *objects*. In the discourse we can distinguish three kinds of objects : the physical objects (for instance a duck), the cultural objects (for instance a square) and the mathematical objects (for instance a function). The usual semantic triangle significant-signified-referent is valid only for the physical objects, while other semantic schemes are working in both other kinds of objects. They are here studied in the case of rational numbers, as through their script and traditional representation as through the proposed formats and forms encountered in the modern software and spreadsheets. We focused our attention on the set of the treatments in a given expressing register and the set of conversions from one register to another.

On considère l'acquisition du raisonnement mathématique comme un objectif d'enseignement difficile à atteindre. Il nous paraît intéressant de compléter des études déjà présentées sur ce sujet par des considérations sur la nature des *objets* en jeu. Dans le discours, trois types d'objets méritent d'être distingués : les objets physiques (exemple : un canard), les objets culturels (exemple : un carré) et les objets mathématiques (exemple : une fonction). Le classique triangle signifiant-signifié-référent n'est véritablement pertinent que pour les objets physiques, d'autres schémas sémantiques fonctionnent pour les deux autres types d'objets. On les étudie dans l'exemple des nombres rationnels, tant au travers de leurs écritures et représentations traditionnelles que dans les formats offerts et les formules de caractère nouveau qu'utilisent les tableurs et certains logiciels de calcul. Ce qui focalise notre attention, c'est l'ensemble des activités de traitement dans un registre d'expression et de conversions entre registres différents praticables dans l'enseignement.

---

1 L'appréhension des objets : un problème pour l'enseignement des mathématiques ?

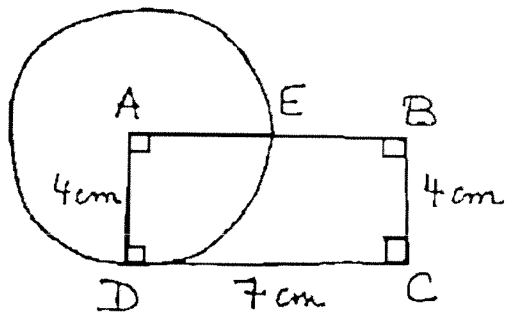
Le problème d'enseigner de manière à ce qu'un maximum d'élèves soient capables de *produire un raisonnement mathématique correct* est d'une difficulté suffisante pour retenir l'attention de chercheurs de spécialités diverses. Pour notre part, nous avons déjà envisagé, dans un article publié en langue espagnole et intitulé « Diferentes formas de razonamiento matemático »[1], des outils d'analyse des raisonnements, de leur nature et de leur degré de difficulté. Il nous paraît à présent utile de prendre en compte d'autres aspects pertinents pour les pédagogues, tout particulièrement la représentation des objets mathématiques

---

[1] F. Pluvinage, 1996, *Diferentes formas de razonamiento matemático*, actas del XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa, Investigaciones en Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

© *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*
6 (1998) (pp. 125 à 138) – IREM de Strasbourg

On pourrait penser que nous sommes là en train de présenter un problème de chercheurs absorbés par des spéculations théoriques, mais n'ayant que des rapports lointains avec le quotidien de la classe. Ce ne serait déjà plus le cas de ceux qui connaissent les niveaux de Van Hiele, pouvant amener des individus différents de parler des mêmes objets sans se comprendre. Et l'observation d'élèves confrontés à des tâches simples met en évidence l'importance d'autres aspects, éventuellement moins connus des pédagogues. L'exemple qui suit, dont l'idée initiale et le schéma reviennent à Bernard Blochs, a été expérimenté en mars 1997, puis incorporé à l'évaluation nationale d'entrée en 6ème de septembre 1997.



Sur ce dessin à main levée (les vraies grandeurs sont écrites en cm), on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D.
Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.

Trouve la longueur du segment [EB] ....

Explique ta réponse : ....

....

Figure 1

Les réponses peuvent être classées selon trois catégories bien identifiables, qui sont les suivantes :

- 3 cm : mathématique = réponse qui correspond au modèle mathématique
- 1.9 ou 2 cm : physique = réponse provenant d'une mesure (usage de la règle graduée),
- 3.5 cm ou 4cm : perceptive = réponse dictée par la perception visuelle ; ou bien le point E est vu comme milieu du côté AB (cas le plus fréquent), ou bien le segment EB est vu de la même longueur que le côté BC (réponse rare).

Les résultats que nous avons observés dans un échantillon de 167 élèves (âgés d'environ 11 ans) de trois collèges sont regroupés dans le tableau qui suit.

Réponses mathématiques	18%
Réponses physiques	28%
Réponses perceptives	52%

S'ajoutent, car tous les élèves de l'échantillon avaient répondu, 2% d'erreurs diverses.

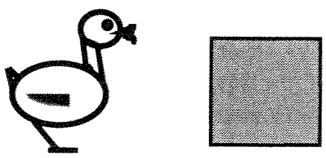
Cette observation donne une idée du chemin à parcourir dans l'enseignement mathématique, pour que la majorité des élèves voient les figures comme des objets sur lesquels il y a directement à raisonner. En l'absence d'expérience d'apprentissage dans cette observation, il ne nous est toutefois pas possible de prétendre au vu de ses résultats, que le trajet à parcourir pour atteindre un tel état ne serait pas aisé, ne nécessitant par exemple que des déclarations adéquates de la part du professeur.

Dans l'Encyclopedia Universalis France, l'article « Objet »[2], dont l'auteur est Gilles Gaston GRANGER professeur au Collège de France, nous montre que la réponse à l'interrogation qui vient d'être mentionnée est négative. Autrement dit, la difficulté est de taille et l'acquisition de la forme d'appréhension qu'exigent les objets mathématiques suppose de la part des élèves un important travail d'appropriation. Citons Gilles Gaston Granger :

« Sur le plan philosophique, la première interrogation sur le statut des objets en tant que visés par une connaissance concerne leur représentation dans un langage . Que signifie le privilège accordé aux noms dans tout symbolisme, comment s'expriment et se distinguent l'existence et la possibilité d'objets de pensée ?
Dans le prolongement de cette problématique, on conçoit qu'il faille examiner la notion d'objet en tant qu'elle se différencie selon les types de connaissances et l'on rencontre tout aussitôt le cas des objets mathématiques. Quel est leur degré d'indépendance à l'égard du symbolisme où ils sont construits, et à l'égard de l'empirie à quoi on les applique avec succès ? En quel sens ont-ils pu être assimilés à des « essences » immuables et autonomes ? »

Sans aller jusqu'à pénétrer dans un domaine fort complexe, qu'explore Raymond DUVAL dans le cadre d'une étude sur l'objet mathématique depuis Kant et Descartes jusqu'à maintenant, nous pouvons jeter un coup d'oeil sur des aspects épistémologiques inscrits depuis la nuit des temps dans l'évolution de la mathématique. Pour nos présents propos, ce sont les aspects les plus importants.

2 Des objets communs aux objets mathématiques



cos (x)

canard objet physique	**carré** objet culturel	**cosinus** objet mathématique	← Les trois types d'objets dont les études mathématiques traitent

Figure 2

Sur la figure 2, présentés par l'image suivie d'une description succincte, apparaissent les trois types d'objets qui sont pris en compte par des études mathématiques. Le discours ne se limite évidemment pas à ces *objets*, il a par exemple les siens propres, tels les connecteurs

[2]© 1996 Encyclopædia Universalis France S.A.Tous droits de propriété intellectuelle et industrielle réservés.

propositionnels ou logiques, tant qu'il sont considérés uniquement comme des outils et non comme des objets sur lesquels portent des traitements. Précisons que ce sont *les objets d'étude* et non pas les *objets de discours* qui retiennent ici prioritairement notre attention.

Les objets usuels ou physiques

Pour ce premier type, le classique *triangle signifiant-signifié-référent* de la sémiologie fonctionne parfaitement bien : tout canard rencontré représente parfaitement l'*objet* « canard ».

Les objets culturels

Cette fois, aucun objet réel ne représente parfaitement un carré. *L'ensemble des triangles sémantiques* liés à divers objets (carrelages, cases d'un échiquier, papier quadrillé...) produit le carré comme résultat d'une *approche*, par sélection des caractéristiques considérées comme pertinentes et élimination des autres propriétés.

Les objets mathématiques

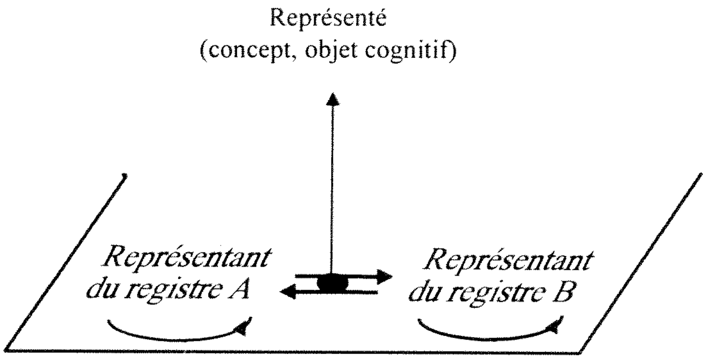
Un objet mathématique doit son existence à des changements de registres d'expression, au minimum de deux d'entre eux, parmi ceux dont on dispose couramment : registre de la langue naturelle, registre algébrique, registre figural-géométrique et registre fonctionnel-graphique.
Par exemple, pour définir le cosinus d'un angle aigu, on considère un triangle ABC rectangle en A ayant en B l'angle aigu voulu et on écrit :

$$\cos \hat{B} = \frac{BA}{BC}.$$

Ce faisant, on a relié le registre de l'écriture algébrique avec celui des figures géométriques.
Pour ce type d'objets, la construction du sens provient à la fois :
- des *traitements* internes à chaque registre mis en jeu,
- des *échanges entre les registres* (cercle trigonométrique et écriture algébrique du cosinus, angles aigus d'un triangle rectangle et écriture algébrique, écriture algébrique et représentation graphique de fonction...), ces échanges étant nommés *conversions* pour bien faire la distinction avec les traitements.

Pour le substituer dans un tel cas au triangle sémiotique, Raymond Duval[3] (cf. pp. 65 à 70) propose un schéma de fonctionnement entre deux registres, centré sur la fonction d'objectivation. C'est lui que nous présentons ci-dessous, à une modification spatiale près, consistant à placer les *représentants* de registres dans un plan, auquel le *représenté* n'appartient pas. L'intérêt du schéma ainsi présenté est de s'adapter aux cas de mise en œuvre de plusieurs registres, sans autre modification qu'un enrichissement du contenu du plan des représentants (un exemple en sera vu, sur les fractions).

[3]Raymond DUVAL, 1995, *Sémiosis et Pensée Humaine*, Peter Lang, CH - Bern



Légende

Arcs fléchés : *traitements (internes à un registre)*

Flèches horizontales : *conversions*

Flèche verticale : *relation propre au sujet connaissant*

Figure 3

Un tel schéma est réellement opératoire : nous en rapportons ici un exemple d'utilisation à l'école, dans une classe du cycle des approfondissements (élèves d'âge normal 9 à 10 ans), à propos du sens d'un nombre rationnel. Auparavant, il vaut la peine de préciser des difficultés que l'on peut s'attendre à rencontrer dans une classe "standard", de telle sorte qu'apparaisse clairement la situation qui se présente quand on s'appuie sur du travail :

- à support écrit,
- direct, c'est-à-dire sans obligation pour les élèves de mobiliser des connaissances relatives à leur environnement extra-scolaire.

Exemple de la « figure » $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$.

Il ne s'agit pas ici de faire une présentation didactique complète des nombres rationnels, qui dépasserait l'objectif de cet article. Deux aspects nous intéressent plus particulièrement : la « figure » formée par l'écriture usuelle des fractions et les registres d'expression impliqués par leur acquisition.

C'est la présentation aujourd'hui habituelle des fractions, avec sa barre horizontale (le *trait de fraction*), qui introduit la dimension 2 dans l'écriture. Une telle présentation ne constituait pas une nécessité stricte, comme on peut le constater en utilisant un logiciel de calcul formel qui propose un trait incliné ; elle s'est pourtant imposée en raison de son caractère commode à l'emploi et de la facilité de vision procurée, bien plus grande que celle qui résulte de la chaîne d'écriture linéaire. Pour l'acquisition des traitements liés à la proportionnalité, tout cela joue un rôle important. Le tableau qui suit présente les points forts du long processus d'enseignement-apprentissage de ce domaine.

Avatars de $\frac{a}{b}$

Problématique	Registres et cadres théoriques
Écriture (limitée) des Égyptiens (1/n et 2/3)	Écriture
Fraction et commensuration (p. ex. trois quarts et un quart de trois)	Géométrie de dimensions 1 et 2
Simplification d'une fraction	Algèbre et arithmétique (Euclide, Gauss)
Nombres irrationnels	Logique : raisonnement par l'absurde, ou algorithme d'Euclide *ad infinitum*
Fractions continues (pouvant être rencontrées à l'occasion d'activités, mais ne figurant pas au programme du collège)	Algorithmique
...	...

On pourrait être surpris de ne pas voir dans le tableau ni la comparaison de fractions ni d'opérations qui mélangent l'écriture et l'arithmétique (multiples, diviseurs). C'est que le tableau est construit à partir de la considération des traitements d'une fraction. Si l'on considère les problèmes impliquant plusieurs fractions, la connaissance qui s'appliquera à chaque fraction est l'équivalence, dont la présentation sous forme d'égalité est

$$\frac{a}{b}=\frac{\lambda a}{\lambda b}.$$

Au passage, on notera que cette présentation est d'usage récent. Ainsi, rencontrait-on dans l'Encyclopédie de Diderot l'écriture

$$a : b :: \lambda a : \lambda b,$$

qui se lisait « a est à b comme λa est à λb ». Tout cela montre clairement qu'il y a un problème de formation d'un système sémiotique dans le processus de constitution du sens des nombres rationnels.

Sans même faire intervenir les éléments qu'apportent les traitements numériques des ordinateurs (notamment les logiciels du type tableur), le réseau de traitements et conversions qui jouent dans la construction du sens d'un rationnel donné (l'exemple choisi pour illustration est 3/4) se présente comme suit. Il faut voir ce réseau dans un plan, comme sur la figure 3, donnant son sens à une fraction, qui n'appartient pas, elle, à ce plan.

« Un nombre rationnel »

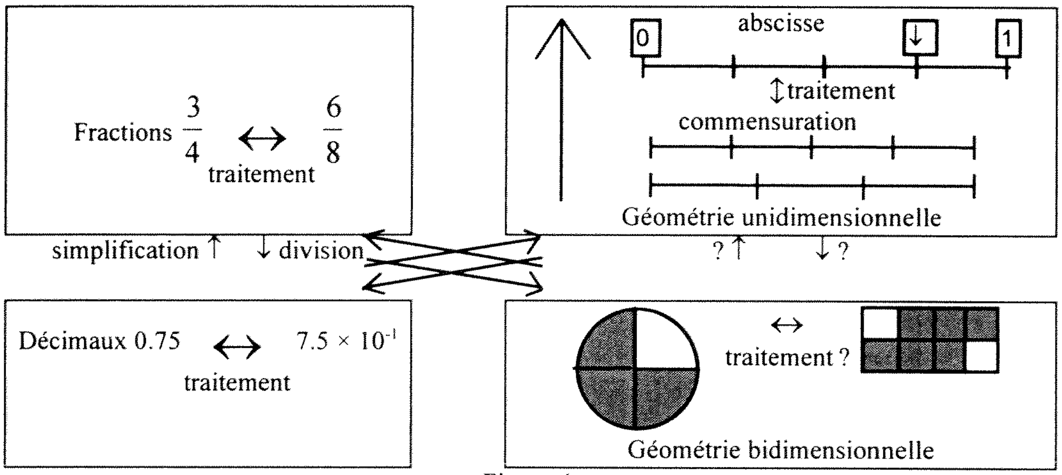


Figure 4

A la vision de la figure 4, le lecteur connaisseur des programmes de l'enseignement du premier degré imaginera des exercices qui auront déjà leur place à l'école élémentaire et sur lesquels certaines études didactiques, en France ou à l'étranger[4], se sont appuyées. Mais il se rendra certainement compte également que la quasi totalité des élèves risque de ne pas rencontrer, durant le déroulement de toute sa scolarité, la panoplie complète des tâches qui figurent dans cette figure. Ainsi, le traitement de transformation d'une détermination d'abscisse en une commensuration ne se rencontre pratiquement dans aucun manuel scolaire. Un intérêt de la figure est précisément d'attirer l'attention sur la diversité des activités qui peuvent être sollicitées dans le domaine. Les schémas que présente la figure 4 peuvent aussi aider à interpréter l'ensembles des réponses, fausses et correctes, fournies sur une interrogation donnée par un élève donné. Même une observation rapide en classe (d'une durée comprise entre une heure et quelques séquences scolaires) permet de voir les différences considérables séparant des activités qu'un examen superficiel pourrait conduire à estimer proches.

3 Une application à l'école élémentaire

Dans une classe à deux niveaux (CE2 et CM1, élèves âgés en principe de 9 à 10 ans) d'une école en milieu rural des environs de Strasbourg, en se consacrant au niveau CM1, nous avons conduit une observation en appui de la recherche menée par Robert Adjiage, professeur à

---

[4]Olimpia FIGUERAS MOURUT de M., 1996, *Juntando partes ; hacia un modelo cognitivo y de competencia en la resolución de problemas de reparto*, actas del XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa, Investigaciones en Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México

l'IUFM d'Alsace, sur l'introduction du calcul fractionnaire avec recours à l'outil informatique pour du travail sur les graduations. Dans le cas présent, eu égard à la durée réduite souhaitée pour l'expérience, l'outil informatique n'a pas été sollicité. En revanche, la dimension (1, 2 ou 3) support des figures présentées, nous avait paru mériter être dès le début dans notre collimateur. C'est avec ces objectifs qu'a été construit un travail en quatre séquences scolaires, à la suite duquel a été passé un questionnaire d'évaluation, le tout ayant eu lieu au mois de mars 1998 avec le concours du professeur de la classe, Maurice Dontenville.

Séquence 1

- **Introduction** : pratique d'une mesure corporelle (référence au pouce de chaque élève), nécessité d'une unité commune, présentation du pouce et du pied anglais (point de vue historique et actualité - cas de l'aviation).
- **Fractionnement et reports** : pratique d'une mesure (la longueur de la table de classe de chacun) à l'aide d'une bande de papier de longueur 1 pied (c'est 30,48 cm), à subdiviser en 12 pouces si nécessaire ; la mise en commun est effectuée dans un tableau "plus que - moins que".

> **Documents remis aux élèves (4 pages)** : extraits du Quid actuel (articles sur les mesures anglaises et le système métrique), du Larousse 1922 et du Meyers Konversationslexikon de 1908 (articles sur Jean-Charles Borda, un des « installateurs » du système métrique).

Séquence 2

Reprise des notions de la séquence 1 : vocabulaire (*un demi, un tiers, un quart* puis formulation régulière lorsque le dénominateur est au moins égal à 5, comme pour *un cinquième*) et écritures $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}...$ et $\frac{2}{3}...$

Séquence 3

- **Manipulation de volumes avec du miel** : remplir une bouteille d'un litre d'eau en utilisant un pot de 500 grammes de miel (il se trouve que la capacité d'un tel pot est de 1/3 de litre). La coïncidence entre 3 kg et 2 l est excellente, mais pour une bonne précision lors de la manipulation, le tracé d'un trait repère, qui n'avait pas été fait dans notre expérience, ne serait pas inutile.
- **Exercices de mise en oeuvre** : Résolution de questions associées à la manipulation effectuée (deux fois un tiers, c'est aussi un tiers de deux), en gardant la présence de l'unité **u** dans une

écriture à laquelle on n'a pas déjà donné sa forme mathématique totalement réduite (exemple d'écriture transitionnelle utilisée : « $3 \times \frac{1}{4} u = \frac{1}{4}$ de $3u$ »).

Séquence 4

Exercices extraits du manuel : pour ces exercices, des bandes et des surfaces ont été utilisées ; le contenu des exercices a porté en particulier sur les heures et coloriage de secteurs angulaires, en correspondance notamment avec le quart d'heure, la demi-heure.

Évaluation

Le questionnaire présenté aux élèves a été volontairement limité à une page, pour que l'ensemble des réponses reste en vue tout au long de la passation. Il est constitué de six questions (voir en fin de cet article l'annexe reproduisant le questionnaire), qui font intervenir les aspects qui ont déjà été mentionnés et que des études didactiques déjà menées par différents chercheurs conduisent à voir comme jouant un rôle. Voici les résultats obtenus parmi les 18 élèves constituant la population CM1 interrogée dans la classe mixte CE2 & CM1. On notera l'écart considérable qui sépare les réussites importantes aux questions 1 et 3, à support imagé bidimensionnel, des échecs quasi généraux à des questions comme 2, 4 ou 5, à support imagé uni ou tridimensionnel. Une explication d'un tel phénomène fait intervenir les traitements internes à un registre d'expression et les conversions entre registres ; l'étude de Robert Adjiage à paraître prochainement l'abordera en détails.

Question 1 : 15 réussites (et donc 3 échecs).

Question 2 : Respectivement 9, 7, 7, 5 et 4 réussites pour les fractions à attribuer aux flèches successives de gauche à droite.

Question 3 : 14 réussites.

Question 4 : 2 (deux) semi-réussites, « n'oubliant » que les 3kg de masse à vide, et, parmi les échecs, 11 réponses *11 kg*.

Question 5 : 3 réussites et, parmi les échecs, 9 correspondant au tracé d'un trait droit (donc ne respectant pas la perspective, qui avait été pourtant été présentée dans cette classe).

Question 6 : pas de réussite complète (qui demande la représentation de l'unité à côté du dessin, ou une indication de valeurs sur le dessin), mais 9 réponses présentant 7 unités que les élèves voient alors, sans penser à la nécessité de le dire, chacune comme un *quart*.

4 Pistes pour des travaux dirigés sur tableur

Afin de compléter le panorama présenté, nous envisageons les caractéristiques de situations favorables à du travail encadré des élèves sur des tableurs. Une réflexion similaire vaut pour des logiciels de calcul symbolique et formel. Une partie de ces quelques réflexions a été rédigée pour le Groupe Technique Disciplinaire de Mathématique, afin de contribuer aux documents d'accompagnement des programmes de la classe de troisième (élèves de 15 ans).

Dans les classes antérieures à la troisième, le calcul numérique est le point de départ pour le calcul littéral, puis devient en quelque sorte sa matière première. Par exemple, on apprend à distinguer une identité et une équation grâce à la substitution de valeurs numériques aux lettres représentant des variables. En classe de troisième, une modification de caractère fondamental s'introduit avec l'imbrication totale du calcul numérique et du calcul littéral. C'est, par exemple, du traitement des variables que l'on s'inspire pour les calculs mettant en jeu des racines carrées. Autrefois, les machines ne permettaient que du calcul approché dans certains cas (fractions non décimales, radicaux par exemple), mais aujourd'hui, les logiciels de calcul symbolique et formel sont accessibles désormais aux collégiens dans certaines calculatrices de poche. Pourvu que l'on ait bien choisi l'écriture à utiliser pour les nombres, ce que l'on appelle encore leur *format*, on peut par exemple obtenir en lecture directe de l'affichage d'une calculatrice une égalité du genre :

$$\frac{1}{666} - \frac{1}{999} = \frac{1}{1998}.$$

Un escalier de fractions égyptiennes (exercice extrait d'un manuel de l'IREM de Strasbourg).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	1										
2	1/2	1/2									
3	1/3	1/6	1/3								
4	1/4	1/12	1/12	1/4							
5	1/5	1/20	1/30	1/20	1/5						
6	1/6	1/30	1/60	1/60	1/30	1/6					
7	1/7	1/42	1/105	1/140	1/105	1/42	1/7				
8	1/8	1/56	1/168	1/280	1/280	1/168	1/56	1/8			
9	1/9	1/72	1/252	1/504	1/630	1/504	1/252	1/72	1/9		
10	1/10	1/90	1/360	1/840	1/1260	1/1260	1/840	1/360	1/90	1/10	
11	1/11	1/110	1/495	1/1320	1/2310	1/2772	1/2310	1/1320	1/495	1/110	1/11

Dans la colonne A du tableau, on trouve les entiers successifs, dans la colonne B, leurs inverses. A partir de la colonne C, toute cellule du tableau s'obtient en retranchant le contenu de sa voisine de gauche du contenu de celle qui est au-dessus (exemples : pour remplir la cellule C2, on retranche le contenu de B2 de celui de B1, pour remplir C3, on retranche le contenu de B3 de celui de B2).

L'écriture égyptienne pour les fractions était limitative : elle utilisait exclusivement les inverses des entiers (fractions de la forme 1/n) et le nombre 2/3. Ainsi devait-on garder pour une fraction comme 3 / 4 une présentation composite dont l'écriture actuelle serait de la forme $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$. « L'escalier » de fractions présenté fait, quant à lui, apparaître des fractions qui ont toutes pour numérateur 1, ce qui explique l'expression de *fractions égyptiennes* utilisée dans l'intitulé.

De la construction d'un tel escalier sur un tableur (niveau du collège) jusqu'à la preuve que les fractions obtenues ont forcément, après simplification, un numérateur égal à 1 (niveau du lycée), il y a un ensemble très complet d'activités portant principalement, en définitive, sur la notion de variable. L'introduction de variables peut aujourd'hui être beaucoup plus graduelle et plus diversifiée qu'avant l'utilisation de l'ordinateur.

Par exemple, dans le cas de notre tableau, la première colonne peut avoir été obtenue de deux façons :

- en introduisant de haut en bas les entiers successifs (ici de 1 à 11),
- en introduisant 1 dans la première cellule, puis *« = [A1] + 1 »* dans la cellule en dessous, étant entendu que *[A1]* s'obtient soit en tapant A1, soit en attrapant par clic sur la souris le contenu de la première cellule, et en utilisant les commandes copier-coller pour faire passer l'information de la deuxième cellule aux cellules inférieures (jusqu'à A11).

Nous voyons que la deuxième méthode, pour plus compliquée qu'elle soit à décrire que la première, qui était a priori beaucoup plus naturelle, est en définitive à la fois la plus simple et la plus performante.

Pour la seconde colonne, où l'on peut introduire en B1 l'inverse 1/A1 avant de copier dans les autres cellules, et pour les autres colonnes, pour lesquelles on peut copier ce qui aura été introduit en C2, c'est à dire « = B1 - B2 », il convient d'être attentif au *format* des nombres, dont nous parlions à propos de l'exemple présenté avant l'escalier de fractions. Quand, par exemple, on choisit pour le contenu des cellules le format *décimal à trois chiffres après le point décimal*, voici comment se présentent les sept premières lignes du tableau.

1	1.000						
2	0.500	0.500					
3	0.333	0.167	0.333				
4	0.250	0.083	0.083	0.250			
5	0.200	0.050	0.033	0.050	0.200		
6	0.167	0.033	0.017	0.017	0.033	0.167	
7	0.143	0.024	0.010	0.007	0.010	0.024	0.143

Commentaires en guise de conclusion

Deux tendances opposées attirent le professeur dans son activité d'enseignement :

- l'enseignement de masse l'incite à être attentif à toutes les compétences d'élèves bien différents, donc à n'aller ni trop loin, ni trop vite,
- le développement des T.I.C. (techniques d'information et de communication, généralisation actuelle de l'informatique) le pousse à utiliser la richesse, la simplicité et la convivialité des outils actuels, même lorsque ceux-ci mobilisent (sans que l'utilisateur en soit nécessairement informé) une mathématique déjà avancée.

Dans ces conditions, quelles nouveautés introduire avec succès dans une classe ? Qu'est ce qui est en définitive trop complexe, trop subtil ou trop particulier pour nos élèves ? L'intérêt du recours à de nouvelles formes d'expression justifie-t-il des économies, c'est à dire des suppressions de telle ou telle pratique ?

Un objectif de la didactique est précisément de répondre à de telles interrogations. En particulier, la théorie des registres d'expression permet de remplacer l'accumulation de savoirs étrangers les uns avec les autres par une aide réciproque des uns par les autres. Une condition est une pratique suffisante, en temps certes, mais surtout en nombre et variété des tâches de traitements et de conversions de registres suscitées par les exercices.

Bibliographie

Raymond DUVAL, 1993, *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*, Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, pp. 37-65, IREM de Strasbourg, France

Raymond DUVAL, 1995, *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuel,* Peter Lang, Suisse.

Olimpia FIGUERAS MOURUT de M., 1996, *Juntando partes ; hacia un modelo cognitivo y de competencia en la resolución de problemas de reparto*, actas del XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa, Investigaciones en Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México

Eugenio FILLOY, 1996, *El teorema de Tales ; significado y sentido en un sistema matemático de signos*, actas del XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa, Investigaciones en Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México

Gilles Gaston GRANGER, 1996, *Objet*, Encyclopedia Universalis France

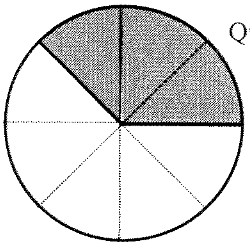
Fernando HITT, 1996, *Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos*, actas del XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa, Investigaciones en Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México

François PLUVINAGE, 1996, *Diferentes formas de razonamiento matemático*, actas del XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa, Investigaciones en Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México

NOM : .... **Date :**.................

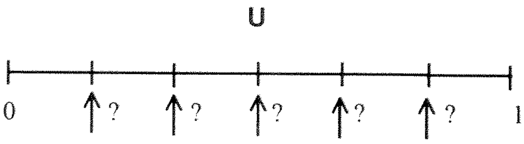
Prénom : ....

1 Un disque fractionné



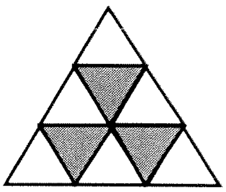
Quelle fraction est grisée ?

2 Une unité fractionnée



A chaque flèche ci-dessus, attribuer sa fraction.

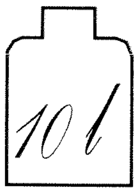
3 Un triangle fractionné



Quelle fraction est grisée ?

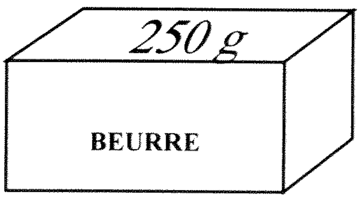
4 Le bidon

Ce gros bidon contient 10 litres et a une masse à vide de 3 kg.



Quelle sera la masse du bidon rempli de miel ? *

5 Du beurre à couper



Comment t'y prendras-tu pour couper 50 g de beurre dans cette plaquette ?

6 Représentation d'une fraction

Fais le dessin que tu veux pour représenter $\frac{7}{4}$.

ton dessin

* *La masse de 2 l de miel est 3 kg (voir p.132).*

Annexe : le questionnaire présenté aux élèves de CM1