Le travail présenté ici par l'I.R.E.M. de Strasbourg est le produit d'une thèse de doctorat soutenue à l'U.S.H. de Strasbourg par
Jean-Claude RAUSCHER
en Sciences de l'Education, le 5 janvier 1993, sous le titre :

L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes.

Le cas de l'enseignement de la géométrie au début du collège.

Directeurs de thèse : *Louis LEGRAND*
François PLUVINAGE
Rapporteurs : *Colette LABORDE*
Michel TARDY

Sommaire

Conclusion :

Chapitre I

Présentation générale du contexte et de l'objet de la recherche.

1. Le développement des capacités de traitements intellectuels dans l'enseignement des mathématiques.

L'enseignement des mathématiques n'échappe pas au diagnostic réalisé par J. COLOMB (1987) à la suite d'une observation de 500 cours d'arts plastiques, de français, d'histoire et géographie, de langues vivantes et de mathématiques, prodigués par 27 instituteurs de CM2 et de 70 professeurs de sixième : "Un écart important existe entre le discours de la noosphère (instructions officielles, inspections....) sur les grandes finalités de l'enseignement qui sont du côté de la formation de compétences générales, opératoires, transférables, du développement de l'esprit critique, de l'acquisition de capacités de raisonnement..., et ce que nous avons pu observer dans les classes où l'attention est surtout portée à l'énoncé et à l'acquisition de connaissances déclaratives, précises, ponctuelles..."

S'il en est ainsi, est-ce parce que les professeurs pensent que le développement des capacités de traitements intellectuels accompagne ou suit automatiquement la transmission des connaissances formelles indiquées par les programmes ? Répondre par l'affirmative, ce serait oublier que les recherches montrent de façon convergente que la prise de conscience par les enseignants de ce que leurs sollicitations ne vont pas assez dans le sens de l'appel au développement de la réflexion des élèves, ne suffit pas pour faire évoluer significativement leurs pratiques. Dans les faits, à la suite de tentatives ou réformes novatrices et de déclarations d'intentions très nettes, il apparaît que les enseignants continuent à inciter majoritairement à l'acquisition de connaissances et très peu au développement mental favorisant la réflexion. Ce constat apparaît par exemple dans les "Notes de Synthèse" du N° 88 de la "Revue Française de Pédagogie", où M. CRAHAY (1989) fait une synthèse des recherches effectuées autour de la question : "Changer sa façon d'enseigner, est-ce possible ?"

On peut alors se demander à quoi tient cette focalisation de l'action des professeurs vers la transmission de connaissances déclaratives, précises, ponctuelles, au détriment du développement des capacités de traitements intellectuels, focalisation qui semble résister aux meilleures intentions du monde.

Devant la difficulté de développer des compétences de haut niveau chez leurs élèves, les professeurs sont-ils obligés de se contenter de transmettre les connaissances formelles ? Ou bien, la difficulté pour le professeur d'objectiver les capacités de traitements intellectuels et par conséquent la difficulté d'évaluer leurs développements chez les élèves incitent-elles à orienter l'action pédagogique vers les éléments de connaissances dont l'acquisition est plus facilement observable ?

La résistance que les faits offrent aux tentatives de réorientation de l'action pédagogique témoigne en tout cas d'une difficulté importante qui, pour avoir des chances d'être levée, nécessite une connaissance plus précise des phénomènes d'enseignement en jeu. Une contribution à cette connaissance nous a paru un objectif de travail prioritaire.

Tout d'abord, il est possible de se demander si l'opposition indiquée (capacités générales vs. connaissances) est si grande qu'il pourrait paraître. Pour ce qui est des élèves, les enseignants soulignent justement combien les capacités fondamentales (savoir lire un énoncé, organiser des données etc..) font défaut aux élèves "faibles". Assurer le développement intellectuel des élèves n'est pas seulement un choix gratuit, mais c'est une condition nécessaire pour assurer une bonne intégration des connaissances à transmettre.

2. Quels points d'appui se donnent les professeurs pour bâtir leur enseignement ?

Les instructions officielles indiquent la direction à suivre; elles ne sont pas pour autant des guides méthodologiques: l'enseignant est maître de ses procédures. Alors comment avoir prise sur le développement intellectuel des élèves ? Nous voulions observer les professeurs dans leurs pratiques afin de décrypter les efforts qu'ils font dans ce sens et aussi d'envisager l'impact de ces efforts sur la progression des élèves. Une première option s'offrait à nous : une observation du déroulement des pratiques en classe. C'est là un champ d'observation classique qui a été balisé par de nombreuses grilles permettant d'analyser ce qui se passe entre le professeur et ses élèves en classe. G. DE LANDSHEERE (1982) dresse un panorama de ces instruments d'observation. Parmi les exemples les plus connus, le système N.A. FLANDERS a pour but la détermination du degré de liberté que le maître laisse à ses élèves. Le système que G. DE LANDSHEERE (1982) a élaboré lui-même avec la collaboration de E. BAYER permet d'analyser les fonctions des interventions orales des professeurs : fonctions d'organisation, d'imposition, de développement, d'évaluation etc. Mais si ces grilles décrivent ce qui se passe effectivement sur le terrain, elles ne permettent pas de décrypter les éléments de la situation pédagogique que les enseignants prennent en compte pour préparer leur action pédagogique. Or si les recherches recensées par M. CRAHAY (1989) montrent qu'une prise de conscience de ce qui se passe effectivement en classe ne suffit pas pour faire évoluer significativement la pratique du professeur, elles soulignent en revanche l'importance du type de préparation qui précède les séances d'enseignement et le type de réflexion qui les suit. C'est vers cet aspect de la pratique des enseignants que nous comptions, pour cette raison, diriger notre observation. C'est là que nous avions a priori des chances de repérer ce qui structure en profondeur la pratique des enseignants pour développer les capacités de traitements intellectuels chez leurs élèves à travers l'enseignement des mathématiques et ce qui par conséquent est susceptible d'être modifié pour faire évoluer significativement les pratiques.

Quels sont les points d'appui que se donnent les professeurs pour définir leur enseignement ?

"A qui pensent les enseignants quand ils planifient leurs cours ?" se demande F. TOCHON (1989). Il observe que les recherches sur les constructions mentales et les catégories que les enseignants utilisent pour organiser leurs pratiques prennent de plus en plus d'ampleur, dans le monde anglo-saxon du moins. Il explique cet engouement pour l'étude des processus de pensée des professeurs par la résistance que rencontrent les concepteurs de programmes et d'innovations lorsqu'ils ignorent les représentations et la rationalité qui guident réellement les pratiques des enseignants. Pour notre part, notre étude se propose de contribuer à la connaissance des fondements de la pratique des enseignants. L'étude de F. TOCHON, elle, mettait plutôt en avant les problèmes de planification de l'enseignement par les professeurs.

Notre étude se range donc dans la catégorie des recherches qui s'intéressent précisément à dégager des variables liées aux enseignants de mathématiques.

R. NOIRFALISE (1986) s'est intéressé à la nature de l'information traitée par l'enseignant quand il envisage son action pédagogique. Il oppose attitudes centrées sur les contenus et attitudes centrées sur l'élève et montre que ces attitudes ont une influence sur ...les attitudes des élèves envers la discipline et, dans une certaine mesure, leurs connaissances.

A l'aide de concepts issus de la psychanalyse, J. NIMIER (1983 et 1986) étudie quant à lui, les divers modes de relation que les professeurs peuvent avoir à "l'objet mathématique" : savoir mathématique vécu comme un espace de lois contraignantes, ou comme un espace de créativité, monde du refuge pour les uns, instrument de découverte du réel pour les autres, etc. Pour J. NIMIER, ce décryptage entre dans un processus formateur de prise de conscience par les enseignants de leurs représentations, processus qui vise à les rendre "plus libres vis-à-vis de leur discipline et plus accueillants à celle des autres" et qui peut ainsi aboutir à "une meilleure maîtrise des mécanismes de transmission des connaissances dans la classe".

Au départ, nous étions surtout préoccupés de savoir comment les enseignants conçoivent l'espace qui existe entre eux et les élèves, espace où se transmettent les connaissances. Donnent-ils l'occasion et le temps aux élèves de se construire un espace "transitionnel" ? Nous empruntons cette expression à WINNICOTT (1980), psychanalyste d'enfants, pour désigner un espace où les enfants ont l'occasion de faire leurs propres expériences. Les enseignants essayent-ils d'installer chez leurs élèves un questionnement, ou, pour reprendre l'expression de L. LEGRAND (1969) d'un “étonnement” ? Bref, les enseignants privilégient-ils la transmission d'un savoir constitué ou l'initiation à un savoir à construire ? De par notre propre expérience d'enseignant de mathématiques et de par les recherches dont nous avions connaissance, nous étions aussi guidés par les études qui se penchent, dans une perspective constructiviste, sur la nature des moyens d'apprentissage que les professeurs offrent à leurs élèves. C'est ainsi que J. DREVILLON (1980) analyse l'influence de facteurs tels que la présence ou de l'absence d'activités exploratoires, des modes d'interactions verbales en classe, sur le développement de la pensée opératoire des élèves.

Quels sont alors les “processus de régulation” que les enseignants envisagent de donner aux élèves pour situer les résultats de leurs activités par rapport à un but visé (L. ALLAL, 1988, p 96) ? L'élève aura-t-il surtout en face de lui la parole du professeur ; ou bien le professeur envisage-t-il aussi des tâches matérielles qui donneront aux élèves des occasions de réajuster leurs actions ; ou encore, aux yeux des professeurs, les interactions verbales entre élèves ont-elles aussi leur place ?

Et quels sont les moyens que se donne le professeur pour contrôler son action en classe ? Prévoit-il des procédures par lesquelles il peut contrôler le travail d'un ou plusieurs élèves ? Ou bien se centre-t-il uniquement sur le contrôle du déroulement des contenus dans les temps qu'il s'accorde ?

Parallèlement à cette attention que nous comptions accorder aux procédures de régulation que définissent les professeurs pour préparer leur action d'enseignement, notre collaboration à des recherches menées dans le cadre de l'I.R.E.M. de Strasbourg nous rendait très attentif à la nature des tâches effectives que les élèves ont à effectuer dans leurs apprentissages (F. PLUVINAGE , J.C. RAUSCHER, 1986) et aux connaissances des professeurs, relatives à ce sujet.

Notre objet d'étude n'était donc pas une analyse du déroulement de l'enseignement dans les classes, mais une analyse des repères que se donnent les professeurs de mathématiques pour bâtir leur enseignement.

3. Un contexte adéquat et une action propice pour notre étude.

Pour réaliser notre observation, il fallait donc trouver des professeurs qui soient prêts à nous montrer sur quelles bases s'appuient leurs pratiques. Il fallait donc solliciter la production d'éléments comparables qui rendent compte des repères que se donnent les professeurs pour définir leur enseignement. Que ces éléments soient recueillis à partir de questionnaires et entretiens, ou à partir d'indices objectifs de leur travail (tests, exercices proposés aux élèves, cahiers des élèves etc.), il fallait éviter d'ajouter à la pratique des enseignants des éléments inhabituels qui leur apparaîtraient artificiels et superflus, risquant ainsi de ne pas refléter le travail qu'ils accomplissent d'habitude. Il fallait par exemple éviter que les enseignants soient tentés de répondre de façon idéalisée en fonction, non pas de la réalité de leur pratique, mais de l'image qu'ils se font du "bon enseignant".

Il était donc souhaitable de trouver un contexte dans lequel les enseignants puissent nous donner des éléments de leurs pratiques dans le cadre d'une tâche qui s'intègre à leur travail habituel.

Le contexte de l'évaluation nationale CE2/6ème nous semblait remplir cette condition. Certes exceptionnelle, cette opération proposait un but autour duquel observateur et observés pouvaient aisément se retrouver : à partir du support commun constitué par le test de début d'année conçu pour couvrir les prérequis de l'enseignement mathématique au collège et plus particulièrement en classe de Sixième, évaluer l'état initial des élèves et les faire progresser. De plus, que ce soient les enseignants de sixième ou les responsables nationaux de l'opération, tous avaient conscience que l'opération déboucherait sur des questions pour lesquelles il n'y avait pas de réponses toutes prêtes : instruments d'analyse des productions des élèves, moyens de "remédiation" etc. Comme à son époque la "rénovation des collèges" impulsée par A. SAVARY l'avait fait, nous pensions qu'une telle opération pouvait galvaniser et fédérer des professeurs dans des actions de recherche conformes à notre objet d'étude.

Dans l'Académie de Strasbourg, une action locale, pilotée par F. PLUVINAGE professeur à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, en appui à l'évaluation nationale, était entreprise afin de fournir des dossiers d'études susceptibles d'apporter certains éléments de réponses (convention passée au mois de novembre 1989 entre la Direction de l'Evaluation et de la Prospective au Ministère de l'Education Nationale (D.E.P.) et l'Université Louis Pasteur). Initialement le projet était centré sur l'analyse des données de l'évaluation et de données complémentaires recueillies sur un échantillon restreint d'élèves de 6ème de l'Académie. Il était aussi prévu de réaliser un test de fin d'année pour étudier les évolutions des élèves au cours de l'année.

Nous avons alors proposé notre collaboration à ce projet d'étude pour recueillir et analyser des éléments d'information du côté des enseignants et de leurs pratiques : conduite et analyse d'entretiens, relevé de progressions d'enseignement et indications sur les moyens mis en œuvre pour faire progresser les élèves selon leurs points de départ au collège. Si l'analyse des données de l'évaluation était nécessaire pour dégager les moyens effectifs de "remédiation" et ainsi fournir des aides aux formations pédagogiques à entreprendre, il nous semblait que des informations sur les pratiques des enseignants étaient aussi utiles pour dégager les besoins de formation.

Notre proposition fut acceptée et l'action locale en appui de l'opération nationale a donc comporté deux volets : une étude statistique de données recueillies auprès d'un échantillon d'élèves de Sixième, une recherche conduite auprès des professeurs enseignant dans les classes de l'échantillon.

Dans la perspective de notre recherche cette action semblait donc propice pour obtenir la collaboration d' enseignants dont nous suivrions les efforts d'enseignement. D'autre part, le fait que cette action nous fournisse aussi des informations du côté des élèves, nous permettait d'envisager la mise à l'étude de l'existence de corrélations entre les caractéristiques observées dans les pratiques et les résultats des élèves.

4. Un aspect clé dans le travail des professeurs : le regard qu'ils portent sur les apprentissages à réaliser par leurs élèves.

Notre idée était donc de suivre quelques professeurs de 6ème au cours de l'année scolaire 89 / 90 et de récolter des informations sur leurs pratiques en liaison avec le but de l'Opération "Evaluation nationale" qui était de déterminer les besoins d'apprentissages des élèves afin de les faire progresser. Sans entrer ici dans les détails des méthodologies et des contenus des prises d'informations, nous pouvons dès maintenant indiquer que, si en début d'année nous avons récolté des informations de diverses natures, notre attention s'est très vite centrée sur un aspect particulier des pratiques des enseignants. Et au cours de l'année, c'est cet aspect qui a progressivement déterminé nos prises d'informations.

Dans la diversité des aspects dont nous nous sommes entretenus avec les professeurs dès le début de l'année, nous avons en effet remarqué des différences notables dans les descriptions qu'ils faisaient des apprentissages à effectuer par les élèves. Ces entretiens se faisaient pourtant à partir d'un même objet qui était le test de début d'année de l'évaluation nationale. Nous nous sommes alors demandés s'il ne s'agissait pas là, avant des critères d'organisation de la communication entre l'enseignant et les élèves ou de choix du matériel adéquat, d'un élément important qui caractérise la pratique des professeurs.

J. DREVILLON (1980) formule une distinction entre la pédagogie pensée (intentions et projets) et la réalisation pédagogique vécue réellement (interaction enseignant -élèves). Pour que la deuxième corresponde autant que possible aux intentions de la première, il s'agit de savoir sur quels types d'éléments constitutifs du projet porterons les choix cruciaux.

On peut donc se demander si tous ces choix ne sont pas subordonnés à un travail préalable : le repérage des apprentissages à faire à partir des contenus à enseigner. J. DREVILLON (1980), en soulignant que les enseignants revendiquent une action sur les méthodes de pensée des élèves, décrit comment très souvent, ils évaluent les résultats de leurs efforts : "Lorsqu'on parle de développement (*de la pensée opératoire*), on évoque surtout une évolution des processus cognitifs et non pas une simple accumulation de connaissances. Ceci n'empêche pas que dans la pratique, le niveau des connaissances précises tienne souvent lieu d'indicateur, ô combien lointain d'un phénomène psychologique que l'on prétend connaître ainsi sans l'avoir étudié.".

Au delà du point de vue spécifique du développement génétique qu'adopte DREVILLON, nous pensons qu'il pointe là un maillon essentiel dans la pratique des enseignants : pour avoir la possibilité d'une prise sur le développement des capacités de traitements intellectuels, il est nécessaire de connaître et de définir les compétences que l'on doit développer chez les élèves. Autrement dit, nous pensons que le véritable degré de liberté que nous pouvons avoir au niveau de notre action pédagogique est fonction du degré de repérage des objectifs d'apprentissage destinés à réaliser les finalités souhaitées. Il s'agit donc là vraisemblablement d'une partie essentielle du travail des professeurs. Or, bien souvent, les actions pédagogiques sur le terrain ont des objets plus ou moins finement définis par les professeurs.

Les recherches qui se tournent vers les pratiques des enseignants supposent, en général implicitement, que les connaissances des professeurs relatives à la discipline enseignée sont homogènes. Elles tendent plutôt en général à dégager des différences du côté des attitudes : attitudes centrées sur les contenus ou sur les élèves, différences de conception du savoir mathématique etc. On peut néanmoins se demander si cette homogénéité présupposée par les recherches, à propos des connaissances des professeurs, est aussi forte que cela en ce qui concerne non pas les contenus disciplinaires strictement dits, mais en ce qui concerne les compétences que nécessitent les activités relatives à ces contenus. Et on peut aussi se demander quel est l'impact d'éventuelles différences sur les résultats des enseignements.

Dans la pratique des professeurs définissant et régulant leur enseignement, notre étude analysera donc en fait un aspect à notre avis primordial : le regard porté par les professeurs sur les tâches que les élèves ont à effectuer pour que se développent leurs capacités de traitements intellectuels à travers l'enseignement des mathématiques.

5. Un champ d'innovations et de recherches : la définition et le repérage des objectifs de compétences.

C'est en 1950 que B. S. BLOOM, en voulant rendre plus objective (c'est-à-dire plus juste et plus observable) l'évaluation des connaissances des étudiants, a été amené à dépasser la notion de contenu pour catégoriser et ordonner la complexité des opérations mentales opérant sur les contenus transmis. Au delà d'applications maladroites, il reste que la démarche qui consiste à décrire les différents degrés d'intégration des connaissances par un sujet, a connu un certain retentissement, en Europe depuis les années 70. Primitivement centrée sur la comparaison des niveaux d'exigences terminales, puis de l'adéquation entre le niveau des ces exigences terminales et celui de l'enseignement déroulé, cette perspective a ensuite mis en avant la nécessité de l'analyse des objectifs comme moyen de réguler et de rationaliser l'enseignement et les apprentissages à réaliser. Il s'agit de définir les compétences à acquérir, mais aussi de se donner les moyens de contrôler les progrès accomplis en analysant a priori et au fur et à mesure les compétences que possèdent les apprenants pour pouvoir contrôler les progrès accomplis.

Dans l'enseignement des mathématiques en France, de nombreuses recherches ont adopté explicitement ces points de vue successifs.

A partir des années 70, on a vu apparaître des analyses de sujets d'examen à l'aide de taxonomies des objectifs adaptées à l'enseignement des mathématiques. C'est la classification appelée N.L.S.M.A. ("National Longitudinal Study of Mathematical Abilities") qui a servi le plus fréquemment de référence pour comparer les compétences qui sont réellement mises à l'épreuve et les rapporter aussi à celles qui ont été effectivement travaillées en classe. Ainsi dans le Bulletin A.P.M. n° 305 Septembre 1976, une équipe de l'IREM de Strasbourg composée de L. CHOPPART-LALLIER, F. FLESH, J-C KEYLING et F. PLUVINAGE propose-t-elle aux publics des professeurs une analyse comparative de différents sujets de Baccalauréat. Plus récemment, les taxonomies d'objectifs cognitifs sont toujours utilisées lorsqu'on veut comparer des niveaux d'exigences. Ainsi la dernière "Enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques" menée durant l'année scolaire 1981-1982, à l'initiative de l'Association Internationale pour l'Evaluation des Rendements Scolaires (E. BARBIER, D. ROBIN, 1985) utilise-t-elle les quatre niveaux de comportement que l'on trouve dans la taxonomie de BLOOM pour comparer les degrés de complexité exigés des élèves pour les divers sujets d'enseignement.

La thèse de M-C. DAUVISSIS (1982), met en question la validité des instruments que constituent les taxinomies d'objectifs cognitifs, comme moyens de réduire les écarts d'appréciation entre évaluateurs dans un examen.

Une équipe de recherche de l'I.R.E.M. de Besançon animée par A. BODIN ("Objectifs et évaluation" I.R.E.M. de Besançon, 1983), a élaboré des instruments d'évaluation qui doivent permettre aux enseignants et aux élèves de baliser le cheminement des apprentissages au collège.

La recherche de F. PLUVINAGE (1977) sur les "comportements de réponses par enquêtes à plusieurs modalités pour définir les difficultés des exercices scolaires en mathématiques" et celle de R. GRAS (1979) qui apporte une "contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques" s'attaquent toutes deux au délicat problème de la hiérarchisation des objectifs cognitifs dans le domaine de l'enseignement des mathématiques.

Depuis lors, l'analyse expérimentale des tâches que l'élève a effectivement à effectuer continue à s'affiner dans tous les domaines et à tous les niveaux de l'enseignement des mathématiques. Nous aurons l'occasion de référer par la suite plus précisément à quelques-uns de ces travaux.

6. Les objectifs de compétences dans les programmes et les instructions.

On peut aussi trouver une trace de plus en plus précise de ces points de vue dans les commentaires qui accompagnent les remaniements successifs des programmes depuis 1976. D'après D. HAMELINE (1979), c'est cette année-là que le discours des Instructions officielles fait pour la première fois référence aux objectifs en terme de capacités des apprenants, dans la Note à l'Inspection Générale "Les objectifs généraux de l'Education". Avant cette date, la fonction essentielle des programmes et des commentaires était de fixer avec grande précision les contenus à enseigner.

Ainsi, les Instructions du 28 février 1969 stipulent :

"En raison de la diversité consentie de leurs modes d'enseignement, les professeurs éprouveront le désir, et le besoin même, de faire converger leurs intentions vers un objectif commun ; les présentes instructions ont pour dessein de les aider dans cette voie et, sans leur imposer de consignes, elles s'emploient à expliciter le contenu de certaines rubriques, à préciser l'interprétation de certaines phrases, à uniformiser le sens de certains termes".

Les commentaires apparaissent alors pour l'essentiel comme une suite de présentation d'objets mathématiques strictement définis. L'exemple de la définition de "la droite affine" à distinguer de "la droite physique" et de "la droite euclidienne", reprise à son époque dans le "Canard Enchaîné" est resté célèbre. Ni les programmes, ni les commentaires ne précisent les conditions dans lesquelles ces objets sont utilisés.

Pour donner un exemple, la symétrie par rapport à un point, aussi appelée "symétrie centrale", apparaît alors dans les programmes en quatrième sous la forme suivante :

"Isométries du plan euclidien : ce sont par définition, les bijections du plan euclidien sur lui-même qui conservent la distance. Exemples : translations, symétries, centrales, symétries orthogonales"

Et les commentaires précisent alors :

" Symétrie centrale : soit S un point du plan; la correspondance qui à tout point M associe le point M' tel que S soit le milieu de MM' est une application bijective du plan sur lui-même,

qui coïncide avec son application réciproque; on l'appelle symétrie centrale de centre S, ou par abus de langage lorsqu'il n'y a pas de risque de confusion, symétrie de centre S".

Suivent encore les définitions et les démonstrations des propriétés de cette transformation.

A l'inverse, pour prendre l'exemple des programmes les plus récents en mathématiques, les compléments aux programmes de 1985 donnent peu de précisions sur les définitions mathématiques des contenus à enseigner, mais précisent "le sens et les limites des contenus des programmes", et "les compétences exigibles" à propos de ces contenus. L'exemple de la symétrie centrale nous permettra de faire le parallèle avec l'orientation des programmes de 1969.

En 1985, les programmes en cinquième stipulent :

"Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale en exploitant des situations-problèmes nécessitant des manipulations, des dessins, des mesures :

Construction de l'image d'un point, d'une figure simple;

Mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles, des aires

Exemples d'utilisation de ces propriétés"

Les compléments précisent alors le sens et les limites des contenus du programme:

"Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale : l'effort portera sur un travail expérimental (demi-tour, pliages...) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples, à partir desquelles se dégageront de façon progressive les propriétés conservées par symétrie centrale. La symétrie centrale n'a à aucun moment à être présentée comme une application du plan dans lui-même. Suivant les cas, elle apparaîtra sous la forme :

De l'action d'une symétrie centrale donnée sur une figure;

De la présence d'un centre de symétrie dans une figure

Les élèves doivent connaître les propriétés élémentaires de la symétrie centrale : conservation des distances, de l'alignement, des angles; parallélisme d'une droite et de son image".

Ils précisent aussi les "compétences exigibles des élèves":

"Construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'une demi-droite, d'un segment, d'une ligne polygonale, d'un cercle.

Reconnaître dans une figure simple un centre de symétrie, un axe de symétrie."

Nous assistons ainsi à un essai pour fixer, non seulement les contenus à transmettre, mais aussi les traitements que les élèves doivent être capables d'effectuer sur ces contenus. Les commentaires ne décrivent plus dans les détails les formes mathématiques que doivent revêtir finalement les contenus à enseigner, mais précisent les compétences que les élèves doivent acquérir. De plus, afin d'éviter un travers dans lequel sont tombées certaines applications de la "pédagogie par objectifs" tel que l'assimilation et réduction abusives des activités, supports des apprentissages à faire, aux objectifs comportementaux à maîtriser, les commentaires prennent le soin de distinguer les compétences à maîtriser ("exigibles") en fin d'apprentissage et les activités qui servent de support aux développement des apprentissages en signalant "les travaux qui portent sur des notions en cours d'acquisition et qui visent à développer des compétences sans mise en forme de connaissances générales" et les "travaux d'initiation dont la maîtrise n'est pas exigible". Pour reprendre le vocabulaire utilisé par J. HOUSSAYE (1988) nous passons nettement d'une situation pédagogique qui relève du processus "enseigner", centrée sur la présentation de contenus bien définis aux élèves, à une situation qui relève plus du processus "apprendre" où le professeur organise des situations dans lesquelles les élèves atteindront les objectifs d'apprentissage décrits. La tâche du professeur ne se réduit plus à bien dérouler les programmes, mais il est aussi responsable de la progression de ses élèves.

7. Les Evaluations A.P.M.E.P. et CE2/6ème.

A la suite de notre aperçu sur les programmes de mathématiques les plus récents, on pourrait penser que les professeurs ont à leur disposition un outil fiable pour préciser les objectifs à atteindre et pour y mener les élèves. Mais à la suite de "L'Evaluation du programme de mathématiques" que l' Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (A.P.M.E.P. 1987) a entreprise, on constate des disparités très importantes entre les taux de réussite à des questions qui étaient en principe censées tester les mêmes compétences. Les descriptions proposées par les commentaires se montrent ainsi insuffisantes pour permettre de définir les compétences à tester. Une analyse plus fine de ce qui est effectivement demandé aux élèves reste à faire, à partir de leurs productions .

De façon plus récente encore, l'opération "Evaluation Nationale CE2/6ème" menée par le ministère se propose d'abord de donner aux enseignants l'occasion à travers une série de tests de constater "les acquis et les faiblesses des élèves dans le domaine des apprentissages de base" pour ensuite définir l'enseignement à effectuer. Depuis la suppression des "filières" au collège (1975), les instructions prônent une "pédagogie différenciée" destinée à prendre en compte les problèmes d'apprentissage des élèves. Or, comme le souligne L. LEGRAND (1986), le fondement de toute différenciation est la connaissance des populations à enseigner. Il faut donc se donner les moyens de cette connaissance. Jusqu'à présent les instructions préconisaient pour cela, "l'observation des élèves, l'analyse des difficultés, la recherche de leurs causes" (Circulaire du 19 juillet 1978. "Soutien, approfondissement et pédagogie différenciée dans les collèges"). Selon quelles modalités et avec quels instruments d'analyse ? Cela reste à l'initiative des enseignants. On peut alors craindre avec L. LEGRAND (1986) que les prises d'informations soient très sommaires et peu analysées. De ce point de vue, en 1989, l'opération "Evaluation CE2/6ème" présente l'avantage d'assurer un support élaboré et commun pour mener cette analyse. Mais que font les enseignants de cette masse d'informations que leur procurent les productions des élèves à ce sujet ? Que ce soient les enseignants de sixième ou les responsables nationaux de l'opération, tous ont conscience que l'opération débouche sur des questions pour lesquelles il n'y a pas de réponses toutes prêtes. La première de ces questions, avant de définir des moyens de "remédiation", est de savoir de quels instruments d'analyse des productions des élèves, on dispose. Sur le terrain, ces instruments restent en dernier ressort à définir par les enseignants eux-mêmes.

Cette opération "Evaluation Nationale CE2/6ème" converge ainsi avec les indications de "L'Evaluation du programme de mathématiques" de l'A.P.M.E.P. pour rappeler, au croisement de la discipline à enseigner et de la population des apprenants, les deux aspects d'une tâche essentielle qui reste à la charge des enseignants qui veulent développer les capacités de traitements intellectuels chez leurs élèves : définir des objectifs de compétence non seulement à partir des programmes mais aussi à partir de la connaissance des élèves en charge.

8. L'apport possible des recherches en didactique des mathématiques.

Si les deux opérations évoquées montrent que le travail de définition et de repérage des apprentissages à faire est en dernier ressort à la charge des professeurs, elles soulignent en même temps les besoins de confrontations, de recherches et de formations dans ce domaine.

En première approximation, on peut classer les recherches actuelles en didactique des mathématiques par leurs objets : les unes portent leur regard sur le fonctionnement et les conditions d'appropriation des connaissances, les autres se centrent d'emblée sur la nature des tâches à effectuer par les élèves. Toutes peuvent apporter des éclairages intéressants dans le repérage des objectifs d'apprentissage.

a Fonctionnement et conditions d'appropriation des connaissances.

Les premières ont donc, comme premier objet, le fonctionnement et les conditions d'appropriation des connaissances par les élèves. Elles passent souvent par l'analyse préalable des représentations qui font obstacles à l'appropriation d'un concept mathématique chez les élèves (G. BROUSSEAU, 1983).

Ces représentations qui font obstacles, peuvent être de nature ontogénétique : les travaux de PIAGET inspirent ainsi de façon toujours actuelle des recherches qui tentent de caractériser les structures logiques liées à un stade donné du développement des enfants face à des concepts mathématiques. C'est la visée qui guide par exemple de travaux de G.VERGNAUD (1981a) étudiant le développement des structures additives et multiplicatives chez les élèves.

Ces représentations peuvent parfois aussi s'expliquer par la place qu'elles ont occupée dans l'épistémologie des concepts en jeu. Ainsi, G. GLAESER (1981) analyse les difficultés que les mathématiciens ont dû surmonter pour opérer avec des nombres négatifs ; il montre aussi la correspondance de ces difficultés avec les difficultés que rencontrent les élèves telles qu'on peut les déceler à travers les erreurs qu'ils font.

G. BROUSSEAU (1983) signale aussi les obstacles d'origine didactique liés aux choix faits dans le cadre des curricula eux-mêmes. Il donne comme exemple la présentation des décimaux sur le modèle des entiers, très tôt dans la scolarité des élèves. Cette présentation va entraîner une conception des décimaux qui fera par la suite obstacle à une bonne appropriation de la notion de nombre réel.

Dans notre recherche en géométrie (F. PLUVINAGE , J.C. RAUSCHER, 1986) et à la suite des travaux de C. LABORDE (1982), nous avons constaté nous-même qu'en 6ème, l'exigence prématurée de la connaissance rigoureuse du vocabulaire géométrique pouvait faire oublier l'acquisition de compétences préalables favorisant l'intégration de ce vocabulaire par les élèves.

Ces analyses montrent donc que les connaissances elles-mêmes peuvent constituer un obstacle à l'intégration d'autres connaissances et qu'un examen plus précis du fonctionnement des connaissances est nécessaire. Cet examen plus précis introduit déjà des modifications dans la manière de voir les places respectives des connaissances à acquérir et du développement mental : leur prétendue opposition initiale tend à s'estomper.

Après la mise à jour de ces obstacles, les travaux cherchent donc à définir des procédures d'enseignement favorisant "la transmission et l'appropriation du savoir, c'est-à-dire la reconstruction du savoir par celui qui apprend" (G. VERGNAUD 1981b).

R. DOUADY (1986) analyse ainsi à quelles conditions, une activité permet de faire apparaître des connaissances comme des outils mathématiques vraiment nécessaires avant de leur donner leur statut comme objets institutionnalisés du savoir.

Par exemple, en ce qui concerne le problème de la notion de nombre décimal que nous avons évoqué précédemment, elle présente ainsi une activité abordable et maîtrisable par les élèves. Dans cette activité, cette notion apparaît sous un aspect essentiel, habituellement ignoré à l'école primaire, à savoir comme un moyen de désigner d'aussi près qu'on veut une mesure qu'on ne sait pas désigner de manière exacte comme un nombre.

En géométrie, nous avons, à l'I.R.E.M. de Strasbourg, mis au point des activités dans lesquels l'exigence de la connaissance du vocabulaire géométrique est mis en perspective, très souplement, dans une dimension fonctionnelle. Par exemple, avant tout apprentissage systématique d'un vocabulaire, il s'agit pour les élèves d'élaborer des programmes de construction de figures. Ces programmes seront ensuite testés dans leur efficacité par des camarades qui essayeront de reproduire les figures en question sans les avoir vues .

Par la nature de leur objet, tous ces travaux peuvent nous servir d'outils à double titre. Tout d'abord, ils guident l'analyse des productions de nos élèves afin de repérer les difficultés effectives qu'ils rencontrent dans l'appropriation des notions. Ensuite, ils fournissent des indications sur la définition de tâches qui favorisent l'appropriation efficace des connaissances en jeu. Et de fait, c'est dans ces fonctions que ces recherches servent souvent de références dans les formations des enseignants. C'est, par exemple, le cas des formations liées à l'opération "Evaluation nationale CE2/6ème" : le volume I des livrets qui a été mis dans les mains des formateurs nationaux s'intitule "Analyser les productions des élèves, mettre en oeuvre des remédiations" et évoque bon nombre de recherches de ce type.

b Nature effective des tâches à effectuer par les élèves.

Plus directement encore, certains travaux cherchent à repérer la nature des tâches qui sont effectivement difficiles à réaliser par les élèves. Les difficultés ainsi repérées ne sont pas forcément de nature mathématique mais mettent en évidence la nécessité pour les élèves de posséder certaines compétences pour progresser dans l'acquisition de connaissances mathématiques. Ces recherches dépassent le cadre général donné par les taxonomies cognitives pour affiner l'analyse des traitements en question.

F. PLUVINAGE (1977) montre par exemple que le niveau de complexité des connaissances (d'après la taxonomie N.L.S.M.A) ne détermine pas seul, la difficulté d'exercices mathématiques : l'analyse des résultats à une série de tests, prouve que la difficulté d'exercices pour lesquels un ou plusieurs algorithmes de résolution a été fourni à l'élève, ou dans lesquels l'énoncé oriente vers une démarche de résolution, est liée à la façon dont l'élève est amené à prendre en considération les données de l'exercice. La formulation de l'énoncé détermine en fait la complexité de l'algorithme de résolution. Avec des formulations différentes relatives apparemment à un même objectif, l'élève a à exécuter des tâches de natures différentes. Pour effectuer l'exercice, l'élève peut dans un cas par exemple, se contenter de prélever les informations dans l'ordre où elles apparaissent dans l'énoncé, alors que dans un autre cas, il peut d'abord être obligé de réorganiser les données avant d'aborder l'exécution finale de son travail.

Autre exemple, dans son travail sur "Le rôle des représentations dans l'appropriation de la notion de fonction", I. GUZMAN REMATAL (1990) constate que l'enseignement des fonctions a recours à plusieurs registres de représentations (graphique, algébrique, algorithmique, en tableaux). Elle montre que ce sont les articulations entre ces divers registres, qui constituent une difficulté et une condition de l'appropriation de la notion de fonction par les élèves. Elle montre aussi que ce sont là des activités, plus sémiotiques que mathématiques, qui ne sont pratiquement pas sollicitées et donc peu développées dans l'enseignement.

Tout comme les recherches qui analysent les conditions d'appropriation de certains concepts en mathématique, ces recherches qui abordent plus directement la nature des tâches que les mathématiques donnent l'occasion de développer, constituent aussi un fond de références possibles pour les professeurs pour analyser les productions de leurs élèves et déterminer les apprentissages à faire.

9. Questions sur la pratique des enseignants résultant des apports de la recherche.

En général, les études précédemment évoquées montrent rigoureusement, dans des cadres expérimentaux, l'impact de la prise en compte dans les modalités d'enseignement des variables dégagées, sur la progression des élèves. Cela nous incite à penser que l'intégration de telles références dans la pratique des enseignants peut être profitable. Mais, comme le signale L. LEGRAND (1977), le passage de conditions expérimentales au système d'enseignement dans sa généralité et dans sa réalité n'est pas sans poser de problèmes de champs de validité et de diffusions.

Avec H. STEINBRING (1988), on peut se demander ce qui distingue le savoir du professeur de mathématiques dans sa classe du savoir exploré dans les recherches en didactique.

Pour notre part, nous avons alors d'abord voulu voir si des indices relevés dans la pratique habituelle des enseignants telle qu'elle est, plaidaient effectivement pour cette intégration. Autrement dit, nous avons voulu savoir si l'on pouvait rapporter certains aspects des pratiques habituelles des enseignants aux variables dégagées par certaines recherches et ensuite, si la pertinence des variables didactiques dégagées dans des cadres expérimentaux se vérifiait aussi sur le terrain en général.

D'autre part, on sait qu'il ne suffit pas de décréter l'intégration d'apports de recherches ou d'expériences pour qu'elle se réalise. Des questions de stratégie de formation se posent. Nous avons donc aussi voulu observer le terrain des pratiques habituelles dans le but de déterminer les conditions d'une telle intégration.

a Première question : une intégration souhaitable ?

Une écoute, même succincte, des enseignants permet en effet de repérer des différences importantes dans ce qui, à leur yeux, est objet d'apprentissage. Pour donner un exemple, au cours d'entretiens, à propos des renseignements apportés par le test national de début d'année en 6ème, des professeurs ont eu l'occasion de se prononcer sur la signification d'erreurs de placement de virgule dans les calculs. Certains professeurs évoquent alors uniquement une erreur de l'ordre de l'inattention ou de la non assimilation d'un algorithme, alors que d'autres, sans rejeter l'hypothèse d'une erreur fortuite, mettent en avant la possibilité d'une conception erronée du décimal chez les élèves en question (décimal = juxtaposition de deux entiers séparés par une virgule). Les professeurs produisent donc des analyses très différentes sur un même fait. La question suivante se pose donc :

"Qu'est-ce qui, aux yeux des professeurs de mathématiques en 6ème est objet d'enseignement ?".

Nous pensons que le corpus des recherches didactiques actuelles alliées aux références plus anciennes des recherches sur l'objectivation des traitements intellectuels à développer dans l'enseignement permet la constitution d'instruments d'observation pour donner des éléments de réponse à cette question.

A la lumière de ces instruments, nous voudrions donc dégager les types d'analyse que produisent les enseignants pour repérer ce qui, effectivement, est objet d'enseignement à leurs yeux.

Nous pensons a priori, que des analyses aussi différentes dans leur nature que dans l'exemple de l'erreur du placement de la virgule, ont de fortes chances de déterminer ensuite des stratégies d'enseignement différentes et par conséquent influent réellement sur les apprentissages faits par les élèves. Dans notre exemple, si l'on considère qu'il s'agit uniquement d'une non assimilation des algorithmes opératoires, on aura tendance à répéter les exercices de ce type. Si l'on considère qu'il s'agit peut-être aussi d'une conception erronée du nombre décimal chez l'élève, on mettra en place des activités qui pourront mettre en évidence l'inadéquation de cette conception (par confrontation d'un même résultat dans plusieurs registres par exemple : calcul papier-crayon, calcul machine, report de longueurs...).

Après avoir dégagé les types d'analyses produites par les enseignants, nous voudrions aussi étudier l'impact des différences constatées sur les progressions des élèves.

b Deuxième question : les conditions d'une bonne intégration.

En admettant que l'intégration des dimensions d'analyse mises en relief soit souhaitable, la question se pose alors des conditions de cette intégration dans la pratique des enseignants. Pour tels professeurs par exemple, telle étude pourrait parfaitement apporter des informations intégrables et utiles parce qu'ils sont a priori réceptifs à tel type de problèmes, alors que pour tels autres professeurs, n'étant pas a priori sensibles aux dimensions abordées par l'étude, cet apport d'informations restera sans effet. Finalement, nous pensons que dans le cadre des formations, il ne s'agit pas tant de communiquer des réponses préétablies aux professeurs, que de développer leur instrument d'analyse à partir de ce qu'il est au départ. Les composantes d'une formation efficace ne peuvent se définir in abstracto (tout comme la définition des objectifs d'apprentissage des élèves!) mais dans l'observation des pratiques habituelles. C'est dans ces conditions qu'on peut éventuellement repérer les dimensions auxquelles il serait utile de rendre sensibles les enseignants et qu'on peut définir les modalités d'une telle sensibilisation. A notre avis, avant d'étudier d'autres aspects des modalités d'enseignement, il est donc tout à fait primordial de se pencher sur le type d'analyse des tâches à effectuer que réalisent les professeurs a priori, dans le cadre de leur travail habituel. Pour aborder les problèmes de formation cette fois-ci, nous retrouvons donc la question qui nous préoccupe:

"Qu'est-ce qui, aux yeux des professeurs de mathématiques en 6ème est objet d'enseignement ?".

10. Résumé de la problématique ; hypothèses

A la lumière d'un instrument d'analyse qu'il nous faudra élaborer en référence à un corpus de recherches, nous observerons les objets d'enseignement que se donnent les professeurs de mathématiques pour transmettre les connaissances et développer les capacités de traitements intellectuels.

Une première hypothèse dans notre démarche a été que cette observation pouvait révéler des différences entre professeurs à propos des objets d'enseignement qu'ils se donnent.

Sous réserve du recueil de données satisfaisant à la première hypothèse, **une deuxième hypothèse** sera qu'il existe des corrélations entre les différences repérées et les différences entre les évolutions des élèves. Nous examinerons donc l'impact des caractéristiques dégagées sur la progression des élèves.

A la suite des analyses effectuées, nous soulèverons le problème des besoins et conditions de formation qui apparaissent à la lumière des résultats .

Chapitre II

Le domaine considéré : la géométrie au début du collège.

1. Trois domaines distincts d'apprentissages.

Après avoir précisé l'aspect de la pratique des enseignants que nous considérerons, nous allons maintenant préciser le domaine disciplinaire auquel nous allons nous attacher. Au cours de notre premier entretien avec les professeurs, nous avons évoqué tous les contenus abordés par le test passé par les élèves de 6ème en septembre. A priori, dans la perspective constructiviste qui nous guidait au départ, il n'y avait pas de raison de faire une sélection quant aux contenus disciplinaires abordés. Mais dès lors que le repérage des tâches que les élèves ont à effectuer venait au centre de notre recherche, il nous fallait absolument considérer un domaine disciplinaire qui offre un horizon cohérent d'apprentissages à faire.

Pour choisir un domaine, nous nous sommes référés au document qui doit guider la pratiques des professeurs : les programmes de 1985 utilisent trois rubriques pour classer les contenus à enseigner : les "travaux géométriques", les "travaux numériques" et enfin "organisation et gestion de données; fonctions". Remarquons d'abord que les intitulés même de ces trois rubriques, incitent à développer des activités, plutôt qu'à transmettre des savoirs figés. De ces trois rubriques, les deux premières correspondent à un découpage assez classique des contenus en mathématiques. En revanche, l'intitulé "Organisation et gestion de données" désigne un point de vue que l'on avait moins l'habitude de voir explicité dans l'enseignement des mathématiques en France, du moins au niveau des contenus au programme. Il souligne ce que le programme de 1985 appelle "le caractère d'outil des mathématiques".

En fait, les trois rubriques ne correspondent pas uniquement à une partition des contenus mathématiques. La lecture des "compléments" au programme, nous montre que sommes en face de la présentation de trois axes d'apprentissage distincts, à parcourir progressivement par les élèves au cours des quatre années de collège.

Pour les "*Travaux géométriques* ", l'objectif constamment rappelé est "la description et la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace". Au cours des quatre années, les outils proprement mathématiques utilisés pour réaliser cet objectif appelé fondamental, se multiplient : symétrie axiale en 6ème, centrale en 5ème, translation et théorème de Pythagore en 4ème, rotation et théorème de Thalès en 3ème. Parallèlement, c'est l'utilisation de ces outils pour l'entraînement progressif au raisonnement déductif qui est souligné.

Pour les "*Travaux numériques* ", l'objectif constamment rappelé est "la résolution de problèmes". La multiplication d'exercices de technique pure doit être évitée, mais les différentes formes de calculs (exacts ou approchés) sont à utiliser : calcul mental, à la main, avec calculatrice. Là aussi, les outils pour exprimer des situations et traiter des problèmes se multiplient progressivement: notion de nombre relatif, quotient de deux décimaux, puissance et racine carrée d'un nombre. L'élève rencontre différentes formes d'écriture des nombres et doit, en bout d'apprentissage, pouvoir choisir celles qui sont appropriées aux situations.: forme décimale ou fractionnaire, notation scientifique etc. Parallèlement, l'élève est initié très progressivement au langage et au calcul algébriques comme outils.

En ce qui concerne la rubrique "*Organisation et gestion de données-Fonctions* " c'est l'initiation à la lecture, à l'interprétation et à l'utilisation de diagrammes, de tableaux, de graphiques qui est mise en avant, tout au long des quatre années. Ces travaux sont aussi l'occasion d'une initiation progressive à la notion de proportionnalité, à l'aide d'outils mathématiques de plus en plus puissants : on commence en 6ème et 5ème par décrire des situations à l'aide de tableaux de nombres et de représentations graphiques ; en 4ème et 3ème on formalise ces situations à l'aide de fonctions linéaires et affines.

Dans chacun de ces trois domaines, nous discernons un équilibre et une interdépendance entre les finalités allouées à l'enseignement des mathématiques telles que G. VERGNAUD (1987) les analyse. Il distingue trois finalités principales :

1- La transmission du patrimoine scientifique.
2- La formation d'une diversité de compétences mathématiques utiles à une diversité d'usages professionnels.
3- La contribution à la conceptualisation du réel chez l'enfant, l'adolescent et l'adulte.

(Pour notre part, à la place de "réel", nous préférons employer le terme "environnement" moins diversement et lourdement connoté que le terme "réel")

Dans les trois rubriques du programme, la première finalité intervient par les objets de savoir proprement mathématiques qui sont à acquérir. Par exemple :

- les transformations, les théorèmes de Thalès et de Pythagore en géométrie,
- les différentes formes de nombres, le calcul algébrique dans le domaine numérique,
- les différentes formalisations de la notion de proportionnalité pour la gestion des données.

Parallèlement ces objets mathématiques sont mis dans une double perspective qui correspond aux deux autres finalités de l'enseignement des mathématiques.

D'une part, les notions mathématiques apparaissent comme des outils de description, de représentation et de traitement de données relatives à des situations diverses. Il s'agit là de constituer une plate-forme de compétences pour contribuer, au présent à l'acquisition de compétences nécessaires dans d'autres disciplines et, au futur, au développement de formations professionnelles plus précises. Cette perspective apparaît spectaculairement dans les manuels actuels de mathématiques au collège. Contrairement à leurs proches ancêtres, ils ressemblent beaucoup plus à un livre de sciences naturelles ou humaines qu'à une présentation stricte de contenus mathématiques. Les manières d'illustrer des situations très diverses y abondent : tableaux de données à lire, diagrammes de diverses sortes, cartes représentants non seulement des distances mais aussi des durées de transport, programmes d'ordinateurs etc.

D'autre part, les compléments prennent grand soin pour insister sur la progressivité des apprentissages à faire : *"apprentissage progressif des capacités de découverte et de démonstration"* en géométrie, *"introduction prudente aux écritures puis au calcul littéral"* dans le domaine numérique, et nous avons vu aussi que le traitement de situations de proportionnalité permettait l'émergence et l'utilisation progressives d'outils de plus en plus abstraits. Le découpage selon les quatre années réalise donc bien sûr une partition des contenus mais suggère aussi une hiérarchisation des tâches à effectuer sur ces contenus, hiérarchisation qui correspond à une progression dans les apprentissages. De façon générale, les instructions mettent en garde *"Le professeur, sait identifier et prévoir les subtilités qu'il est préférable de taire, les démarches rigoureuses qui sont à remplacer par des arguments accessibles aux élèves, les exigences prématurées de formulation qui entravent une bonne progression"*. Les propriétés mathématiques peuvent ainsi dans un premier temps rester implicites et fonctionner comme des théorème-en-acte (VERGNAUD, 1981a), puis être explicitement utilisées dans les raisonnements. On demande ainsi aux professeurs de tenir grand compte du niveau de représentation de l'environnement des élèves.

Nous retrouvons un principe qui a été mis en avant par J. BRUNER (1973) avec sa conception d'une spirale curriculaire ("spiral curriculum") consistant à reprendre les mêmes sujets à des niveaux cognitifs et langagiers différents. Il fait évidemment référence, entre autres, à PIAGET pour justifier la définition de telles spirales.

Plus récemment, et de façon plus proche des contenus d'enseignement, ce sont aussi des références à l'épistémologie des concepts mathématiques en jeu qui ont guidé les recherches.

Des connaissances mathématiques transmissibles, à condition de les situer dans une perspective opératoire et en tenant compte du niveau de représentation de l'environnement des élèves, des compétences utiles dans divers secteurs disciplinaires et qui s'appuient sur des connaissances mathématiques, la conceptualisation de l'environnement qui se formalise progressivement à l'aide de connaissances mathématiques et dans une perspective opératoire : par cet équilibre et cette interdépendance qui existent entre les trois grandes finalités de l'enseignement des mathématiques à l'intérieur de chacun des domaines disciplinaires évoqués par le programme, nous voyons donc bien se dessiner trois espaces d'apprentissages distincts. Et, lorsque les interactions entre les trois types de travaux sont signalées et encouragées, c'est dans le but d'appuyer le développement des apprentissages propres à chaque axe ; ainsi, le commentaire rappelle que les travaux géométriques pourront *"constituer le support d'activités numériques conjointes (grandeurs et mesures) ou de notions en cours d'acquisition (repérage, proportionnalité)"*.

Cette volonté de cohérence très nettement perceptible dans le programme de 1985, constituait à nos yeux un argument de poids pour que notre choix pour circonscrire notre observation, se porte sur l'un de ces trois domaines. Quels reflets du domaine choisi, les professeurs allaient-ils donner par rapport aux lignes directrices qui sont présentées par le programme et qui régissent en principe les contenus de leur enseignement ? Ou, pour revenir plus précisément à notre objet d'étude, quels objectifs de compétence allaient-ils repérer et définir dans le domaine choisi ?

2. Choix du domaine pour notre observation.

Malgré un nombre limité d'exercices relatifs à la géométrie dans le test initial de septembre, plusieurs raisons nous ont fait apparaître que le domaine des travaux géométriques constituait un choix tout à fait intéressant pour notre observation.

Les compléments au programme précisent que "les élèves apportent de l'école élémentaire une expérience des figures les plus usuelles et que l'objectif fondamental en sixième est encore la description et le tracé de figures simples". Mais dans les premiers entretiens, les professeurs se montraient unanimes pour dire que les véritables apprentissages en géométrie commençaient en 6ème. Certains professeurs ont même précisé que les élèves ont fait jusque là, en quelque sorte, du "bricolage" en géométrie. Dans une certaine mesure, l'analyse factorielle réalisée par F. PLUVINAGE sur les résultats des élèves au test initial de septembre confirme l'impression des professeurs. Dans cette analyse, les erreurs des élèves en géométrie sont rangées dans la catégorie des erreurs que l'on peut imputer à un manque de connaissances ou d'expérience (F. PLUVINAGE , J.C RAUSCHER, 1990). Il s'agit donc d'apprentissages qui n'ont pas encore été vraiment abordés ou qui, en tout cas, ne sont pas encore achevés. Dans cette analyse factorielle, ces erreurs de méconnaissances s'opposent aux erreurs de dysfonctionnement qui surgissent par rapport à des apprentissages qui ont en principe déjà atteint leur terme à l'école primaire. C'est le cas de l'addition de nombres entiers par exemple.

Certains élèves font alors des erreurs comparables à de mauvaises habitudes contractées par des sportifs. Dans l'addition d'entiers, certains élèves peuvent par exemple faire des erreurs systématiques de disposition des calculs. Les deux types d'erreurs n'appellent pas les mêmes traitements pédagogiques : en ce qui concerne les erreurs de dysfonctionnement, il faudrait trouver des procédures d'interprétation et de redressement des erreurs pour les quelques élèves qui en font. En ce qui concerne les erreurs imputables à un manque de connaissances ou d'expérience, il s'agit surtout de se rendre compte à quel endroit de l'apprentissage en sont effectivement les élèves dans les classes, afin de définir la progression d'enseignement et de caler en connaissance de cause le démarrage ou la continuation de l'enseignement de ces notions. L'analyse montre qu'en géométrie, la répartition de ces erreurs dues à des méconnaissances est très liées aux écoles d'origine des élèves ; cela peut conforter le sentiment des professeurs, qu'on ne peut, a priori, pas trop compter sur une pratique uniforme de la géométrie à l'école primaire.

Mais surtout, l' idée exprimée par les professeurs que c'est en 6ème que les choses "sérieuses" vont commencer, correspond chez eux à la perspective suivante : c'est au collège que la géométrie commence à se profiler comme support de raisonnements rigoureux et, c'est dès la 6ème qu'on jette les bases de cet apprentissage là. Les professeurs soulignent par exemple, que c'est dans cet enseignement, tout particulièrement, que les élèves ont à développer leurs capacités d'expression linguistique. Donc, même si la géométrie tient relativement peu de place dans le test du premier trimestre, l'acquisition de compétences en géométrie constitue de l'avis général des professeurs interviewés un grand enjeu de l'enseignement en 6ème. Il était donc tentant de voir si cette belle unanimité des professeurs sur l'importance de l'enjeu se retrouvait en ce qui concerne le panorama des repérages précis des apprentissages à développer.

Nous avions donc un domaine d'apprentissage que les professeurs considèrent comme relativement vierge. Ils considèrent qu'ils ont toute la responsabilité du démarrage de cet enseignement. Il s'inscrit pour eux dans une perspective très nette d'une initiation à la rigueur du raisonnement. Notons au passage que l'Enquête Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques, signalée au précédent chapitre, montre qu'il s'agit là d'une option "culturelle" particulièrement nette dans les programmes en France.

La thèse de M.C. DAUVISSIS (1983) nous laisse en tout cas entrevoir que la géométrie est un domaine où des différences d'appréciation se manifestent tout particulièrement entre correcteurs d'un examen se situant au bout des quatre années de collège. D'après elle (p 847), le fait d'expliciter en commun les critères d'évaluation, avant correction, aurait même comme conséquence d'accentuer les divergences, contrairement à ce qui se passerait par exemple en algèbre. L'unanimisme qui semble présider à une description sommaire par les professeurs des buts de l'enseignement de la géométrie, ne semble donc pas exister au niveau d'une évaluation plus précise des productions des élèves. Une telle constatation, nous encourage à étudier les repérages effectués par nos professeurs dans ce domaine de la géométrie en première année de en première année de collège, au début de cet apprentissage qui, à leur yeux, commence alors à se développer et qui trouve son aboutissement à la sortie du collège.

Aux yeux des professeurs, cette perspective d'un enseignement bien défini qui démarre en sixième et dont ils ont toute la responsabilité, ne se retrouve pas de la même façon dans les deux autres domaines de travaux signalés par le programme. Dans le domaine des travaux numériques en 6ème, même si les résultats montrent que le monde des nombres décimaux est très loin d'être maîtrisé par les élèves, les professeurs considèrent qu'il s'agit d'apprentissages d'école primaire à conforter et à prolonger. Il est vrai que dans le domaine numérique, l'initiation à de nouveaux mondes, tels que le monde de l'algèbre, s'esquisse à peine en 6ème. Quant au domaine de l'organisation et de la gestion de données, il n'apparaît pas dans les pratiques comme un domaine aussi autonome que la géométrie. Il est très lié au domaine des travaux numériques et la notion fondamentale qui lui donne sa perspective essentielle d'apprentissage, à savoir la notion de proportionnalité est, aux dires de la majorité des professeurs, abordée très tardivement dans l'année, une fois que les apprentissages numériques de base sont revus. Certes il s'agit là d'une stratégie qui se discute, mais cet abord tardif ne nous permettait pas aisément de suivre les professeurs dans leur travail. Devant la minceur des travaux effectués en fin de deuxième trimestre, et même en début de troisième trimestre, nous n'avons pas exploité nos prises d'informations dans ce domaine.

Enfin, une raison plus personnelle a fait tourner notre regard vers la géométrie. Nous étions très intéressés par un ensemble de recherches centrées sur l'enseignement de la géométrie et qui constituaient dans notre esprit autant de références judicieuses. Elles abordent le sujet par des perspectives variées, à partir desquelles nous pourrons élaborer un instrument cohérent pour analyser les repérages effectués par les professeurs. Cette élaboration nous intéresse d'autant plus, que nous avons participé nous-même à l'I.R.E.M. à une recherche centrée sur l'observation des tâches à réaliser en géométrie, par les élèves de collège . Notre étude présente, centrée sur l'observation des pratiques des enseignants, nous apparaît alors comme une occasion d'approfondir et de prolonger cette recherche initiale.

3. La place et le rôle de l'enseignement de la géométrie dans l'enseignement obligatoire.

Dans l'histoire récente de l'enseignement des mathématiques, la place et le rôle de la géométrie ont varié.

Avant que le système de la scolarité obligatoire s'unifie à partir de 1959, tous les élèves de France n'entraient pas en sixième. Les cursus étaient alors différenciés et correspondaient à des profils de formation définis en fonction des besoins du système de production (L. LEGRAND, 1986). D'un côté, un enseignement tourné vers des compétences pratiques ou techniques, professionnellement rapidement utilisables. De l'autre, un enseignement plus réflexif et théorique, en vue d'une formation à long terme des cadres de la société. Dans le premier cas, la maîtrise d'un formulaire de calculs d'aires et de volumes constituait l'essentiel des apprentissages à faire en géométrie. Dans le deuxième cas, l'enseignement de la géométrie constituait l'occasion privilégiée pour l'initiation au raisonnement hypothético-déductif ; la maîtrise des cas d'égalité des triangles constituait par exemple un objectif d'apprentissage important. Sans que cela soit explicité pour les élèves, c'était l'antique modèle euclidien de la géométrie qui constituait la toile de fond de cette initiation.

Par volonté politique, et sous la pression des contraintes économiques du monde moderne, le système scolaire a formellement évolué vers une unification des cursus des élèves, d'abord jusqu'à 14 ans, puis 16 ans. En mathématiques, l'adaptation des contenus enseignés et des méthodes pédagogiques au monde scientifique et économique présent, a été considérée comme un levier essentiel de cette unification. Mathématiciens "Bourbakistes" et psychologues "Piagétiens" ont siégé côte à côte dans les commissions de réforme de l'enseignement des mathématiques. Les premiers ont mis en avant la nécessité de transmettre les outils mathématiques dans leurs formes mathématiques les plus actuelles et les plus rigoureuses. Les seconds souhaitaient aussi un renouvellement des méthodes pédagogiques tenant compte des plus récentes connaissances du développement de la pensée opératoire chez les enfants. En géométrie, les commentaires du programme de 1969, suggèrent pour les classes de 6ème et de 5ème de se limiter à *"des constatations physiques, auxquelles on s'attache à donner un mode d'expression correct"* alors qu'en 4ème et de 3ème, *"la géométrie offre le premier exemple de mathématisation d'une réalité physique"*. Le programme de quatrième précise : *"A la fin de l'année scolaire, la géométrie, née de l'expérience, devra apparaître aux élèves comme une véritable théorie mathématique ; c'est à dire que des faits ayant été admis (axiomes), d'autres en sont déduits (théorèmes)"*. On reconnaît là, un clivage inspiré par la théorie des stades opératoire de PIAGET. Mais nous avons vu dans le chapitre précédent, que, si les programmes de mathématiques donnent force détails sur les définitions formelles des contenus à transmettre, ils se contentent en revanche de souligner la nécessité d'observations et d'expériences préalables à l'axiomatisation, mais sans donner de détails opérationnels. Ainsi si les programmes distinguent et opposent les différents stades opératoires, ils ne donnent pas d'indications didactiques pour provoquer leur émergence. Ce flou est justifié au nom de la liberté quant aux méthodes pédagogiques. Les instructions du 28 février 1969, signalent ainsi :

"Ces programmes ont été établis en relation avec des expériences qui se proposaient de renouveler à la fois le contenu de l'enseignement et son style ; leur bilan est en cours ; les professeurs s'en informeront, ils ne se croiront pas liés par elles.- La commission confie en fait

aux professeurs l'initiative d'une expérimentation élargie. Pour une telle fin, les professeurs se voient confirmer la liberté de leurs options en ce qui concerne l'ordonnance de leur programme et l'exercice de leur pédagogie; en retour il leur incombe le soin de rendre leur action réellement efficace, d'achever leur programme avec l'année scolaire et de transférer sans inconvénient leurs élèves en d'autres mains.- En raison de la diversité consentie de leurs modes d'enseignement, les professeurs éprouveront le désir, et le besoin même, de faire converger leurs intentions vers un objectif commun; les présentes instructions ont pour dessein de les aider dans cette voie et, sans leur imposer de consignes, elles s'emploient à expliciter le contenu de certaines rubriques, à préciser l'interprétation de certaine phrases, à uniformiser le sens de certains termes.".

En fait, devant l'inflation des notations symboliques et des définitions mathématiquement rigoureuses qui figuraient dans les programmes et les commentaires, il semble bien que les phases d'observation et les expériences nécessaires évoquées par ces mêmes programmes aient été réduites au profil de l'exigence très rapide d'une expression mathématiquement normée et de la connaissance formelle des modèles mathématiques. En 1980, A. REVUZ, partisan de la première heure de cette réforme, en fait un bilan avec ce titre évocateur : "Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ?" Il ne rejette pas l'idée de la "modernisation" nécessaire des contenus, bien au contraire, mais il note que "les contenus doivent être moins perçus comme des résultats figés que comme les modalités d'une activité intellectuelle dont la pratique ne se diffuse que lentement".

On peut paraphraser cette analyse à l'aide des trois finalités de l'enseignement des mathématiques dégagées par G. VERGNAUD : la transmission du savoir mathématique (finalité 1) ne doit pas évincer la question de l'accès des élèves à ce savoir (finalité 3) dans une perspective où ce savoir apparaît comme un outil (finalité 2). Comme nous l'avons vu, c'est une telle analyse qui a guidé l'élaboration des programmes les plus récents, ceux de 1985.

Et dans cette perspective, la géométrie ne semble pas être mal placée. En 1979, l'I.N.R.P., a publié une enquête sur le comportement des maîtres dans l'enseignement des mathématiques au CE2 et CM2 pour faire le bilan de l'impact de la réforme qui avait aussi touché l'école primaire (AUDIGIER et al., 1979). L'analyse factorielle menée dans cette enquête révèle que le degré d'importance que les professeurs accordent aux contenus dits "modernes" ne contribuent pas à caractériser spécifiquement une orientation pédagogique. Dix ans après la réforme, ces contenus ne semblent donc pas être la pierre de touche d'un enseignement se définissant par l'innovation soulignent les auteurs de l'enquête (p 119). En revanche, une grande importance donnée aux objectifs concernant les "transformations géométriques" semble aller de paire avec les pratiques pédagogiques les plus actives. Et les auteurs concluent par une question : "L'enseignement de la géométrie qui fut pourtant un des enseignements les plus traditionnels qui soit et qui paraissait tombé en désuétude, est-il en train de réapparaître lié à des pratiques pédagogiques qui privilégient le travail de groupe, l'imagination et la discussion entre enfants ?".

Mais le problème se pose peut être en d'autres termes au collège. Comme nous l'avons vu, les professeurs pensent que c'est là que des apprentissages fondamentaux en géométrie démarrent. Dans une comparaison des pratiques et des attentes des enseignants de CM2 et de 6ème face aux disciplines menée par l'I.N.R.P., J.C. GUILLAUME (1986) montre qu'en mathématiques, au delà de fortes convergences, comme par exemple sur le fait d'associer mathématiques et rigueur, des décalages apparaissent dans la façon d'envisager l'enseignement : "D'une façon générale, les professeurs ont tendance à privilégier le cours, au moins au niveau des traces écrites auxquelles il donne lieu. Ils accordent plus d'importance à la précision écrite ou parlée et au vocabulaire mathématique" (p 190).

Il est vrai que de tous temps, les instructions ont insisté sur ce point : *"Le professeur ne sera jamais trop exigeant vis-à-vis des élèves (et parfois vis-à-vis de lui-même) quant à la correction et à la pureté de l'expression écrite ou verbale de la pensée"* précisent les instructions du 1er octobre 1946. *" L'enseignement des mathématiques doit habituer l'élève à s'exprimer clairement, avec un vocabulaire simple mais dans un langage précis (décrire un objet mathématique, formuler une hypothèse, énoncer une définition ou une propriété, exposer une démonstration..."* indiquent celles de 1977. Là aussi aucune précision méthodologique n'est donnée pour mener cet apprentissage à bien. Or de nombreuses études qui se sont penchées sur la fonction du langage dans la construction des connaissances montrent qu'il s'agit là d'un apprentissage complexe qui ne peut se faire que de façon très progressive. La recherche de C. LABORDE (1982), porte sur les interactions qu'il y a entre la langue naturelle et les écritures symboliques toutes deux utilisées dans le discours mathématique par le professeur et par les élèves, dans le cadre de la scolarité au début du collège et tout particulièrement dans le domaine de la géométrie. Elle montre la nécessité de la prise en considération des conceptions des élèves et l'importance de la situation de production des formulations. Le programme de 1985 suggère d'ailleurs une très grande prudence pour l'obtention d'une expression de qualité : *"Le professeur est attentif au langage et aux significations diverses d'un même mot. Il évite de fixer d'emblée le vocabulaire et les notations : seuls peuvent en profiter, en effet, les élèves qui ont une expérience préalable du sujet ou de fortes capacités d'anticipation. Dans le cours du traitement d'une question, vocabulaire et notation s'introduisent selon un critère d'utilité; ils sont à considérer déjà comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ"*. Nous voyons donc dans ce dernier programme une prise en considération bien plus détaillée de cet apprentissage linguistique pour lequel la géométrie offre un bon support. On peut alors se demander de façon plus précise, comment les professeurs envisagent cet apprentissage : exigence immédiate d'un langage normé ou perception de compétences intermédiaires ?

Cet apprentissage linguistique peut être considéré comme important car il conditionne l'acquisition des connaissances et aussi l'accès au monde du raisonnement hypothético-déductif. Mais il peut aussi être considéré comme une fin en soi : il entre alors dans la perspective de l'acquisition de compétences utiles dans d'autres disciplines et préparant à l'accès aux formations professionnelles du monde présent. Ainsi les interactions entre un langage naturel et une écriture symbolique sont-elles en jeu dans tous les domaines scientifiques. Les figures géométriques donnent lieu à des opérations de natures variées : programmation d'une construction, perception des informations importantes sur une figure, transformations de figures etc. Nous voyons là se profiler des compétences utiles dans notre monde où le traitement d'images, la définition d'algorithmes ou la maîtrise de diverses représentations de l'espace tiennent beaucoup de place.

4. Résumé des enjeux de l'enseignement de la géométrie.

Le développement précédent consacré au rôle et à la place de la géométrie dans notre enseignement nous a montré que nous avons là un domaine qui est un support pour la réalisation des grandes finalités de l'enseignement des mathématiques.

- La géométrie est l'occasion de passer de comportements d'observation aux raisonnements hypothético-déductifs.
- Elle offre des situations adéquates pour travailler la maîtrise de divers registres.
- Enfin, elle initie à la manipulation de différents objets du savoir mathématique.

Par ces trois aspects, elle peut ainsi donner l'occasion aux élèves de progresser dans les modes de conceptualisation et de traitement du monde environnant et ceci, d'une part dans une perspective de développement ontogénétique et d'autre part dans une perspective d'acquisitions de compétences extra-disciplinaires ou préprofessionnelles.

Par rapport à ces enjeux, il sera alors intéressant de voir quels sont les objets d'enseignement que se donnent les enseignants. Par exemple, quels sont les apprentissages qu'ils repèrent comme nécessaires pour faire passer les élèves du monde de l'observation au monde de la déduction, ou encore quels sont les apprentissages envisagés pour développer les compétences à l'intérieur d'un registre ou entre différents registres ?

Chapitre III

La démarche d'observation.

Comme nous l'avons vu, le contexte de l'évaluation nationale CE2/6ème nous semblait propice pour que des professeurs puissent nous montrer sur quelles bases s'appuient leurs pratiques. Il restait à trouver l'échantillon des professeurs de mathématiques de 6ème, volontaires pour collaborer à notre action. Ensuite, il fallait organiser les prises d'informations qui rendent compte des repères que se donnent les professeurs pour définir leur enseignement.

Nous allons donc maintenant expliciter les principes méthodologiques qui ont guidé le choix de l'échantillon des professeurs et les prises d'informations .

1. L'échantillon des élèves et des professeurs.

1. 1. Critères et procédure de choix de l'échantillon des élèves et de celui des professeurs.

Pour la collecte des données du côté des élèves, il fallait un échantillon d'une taille autorisant les traitements statistiques envisagés, tout en permettant que s'en dégage une image suffisamment représentative de l'ensemble de la population scolaire de 6ème. Un échantillon d'environ 500 élèves de quatre collèges correspondant aux zones de population habituellement distinguées dans les études sur l'enseignement (centre ville, banlieue résidentielle, faubourg populaire et milieu rural) était pour cela envisagé.

Pour composer cet échantillon, il nous fallait trouver des collèges dont les professeurs de mathématiques de 6ème, avec l'accord des administrateurs des établissements, accepteraient de participer aux deux volets de l'action académique en appui à l'opération nationale. Pour cela nous avons contacté les professeurs assurant l'enseignement des mathématiques en 6ème au cours de l'année scolaire 1989/1990 au sein d'une douzaine d'établissements à Strasbourg et dans les environs, de façon à avoir des chances que soient représentées les diverses conditions d'environnement voulues. Le premier contact s'est établi par l'intermédiaire d'une lettre personnelle présentant l'opération à ces professeurs.

Afin d'éviter d'introduire un contexte mental faussé et d'obtenir une réelle coopération dans le but recherché, nous étions attentif à l'importance qu'il y avait de présenter aux collègues, notre position institutionnelle et les motivations de notre recherche. C'est ainsi que dans notre proposition nous avons précisé :

- le contexte et notre propre fonction d'enseignant :

"Pour cette rentrée, nous serons tous bientôt concernés par l'opération ministérielle "Evaluation des acquis en 6ème" qui a pour but de mettre au clair les acquis et les difficultés de nos élèves afin d'y apporter une réponse dans notre enseignement."

- le but de l'action :

"L'Inspection Pédagogique Régionale proposera des journées de formation à ce sujet. Mais, nous savons bien qu'au delà de quelques pistes indicatives, une solution toute faite n'existe pas et qu'une efficacité dans ce domaine nécessite une mise en commun des idées et des compétences qui s'expriment sur le terrain. Toute pratique ou initiative même a priori modeste ou implicite peut s'avérer d'intérêt général."

- l'objet de la recherche et la fonction que nous y avons:

"C'est à cet effet qu'avec l'appui de l'I.R.E.M et de l'I.P.R., je compte mener une recherche sur les caractéristiques des méthodes pédagogiques mises en oeuvre en 6ème."

-Le travail demandé aux professeurs

"Cela nécessite que je puisse m'entretenir au cours de l'année scolaire avec quelques professeurs qui seraient prêts à exprimer leurs réflexions sur l'utilisation du test national et à me donner certaines informations sur leur enseignement en 6ème."

Pour répondre aux questions que se posaient les professeurs et les administrateurs contactés, M. PLUVINAGE et moi-même, avons ensuite rencontré les personnes dans leurs établissements. Ainsi, certaines conditions de l'étude ont pu être précisées, telles que l'anonymat des élèves, de l'établissement, des professeurs, ou encore le plan de travail envisagé pour que les collègues puissent se rendre compte de l'ampleur du travail supplémentaire que l'action représentait par rapport à l'opération générale d'évaluation. Le contrat passé avec la D.E.P. prévoyait la rétribution des professeurs sous forme "d'heures supplémentaires effectives". C'est à la suite de ces présentations que les professeurs, avec l'accord de leur administration, décidèrent de leur collaboration à l'opération .

1. 2. Les établissements et les professeurs retenus.

Pour le premier volet de l'opération, nous avons finalement trouvé et retenu quatre établissements dans lesquels tous les professeurs enseignants les mathématiques en 6ème étaient prêts à fournir les résultats du test national et quelques renseignements supplémentaires relatifs à la scolarité passée ou présente de leurs élèves (âges, bilan du CM2, bilan de fin du premier trimestre). Ils étaient en outre d'accord pour faire passer à leurs élèves et à corriger un test commun, en fin d'année.

Parmi tous ces professeurs, certains furent aussi prêts à collaborer au deuxième volet de l'opération qui concerne plus spécifiquement notre recherche: entretiens au cours de l'année et présentation de certains documents à propos de leur enseignement en 6ème. Dans la plupart des cas, nous avons pu suivre au moins deux enseignants du même établissement. Certaines comparaisons, à l'intérieur d'un même établissement, sont donc possibles dans notre étude.

L'échantillon des élèves est finalement constitué d'un peu plus de cinq cents élèves issus de vingt-deux classes de Sixième. Il ne comporte pas de classes de S.E.S.; à cela près, il comporte toutes les classes de Sixième de quatre collèges des environs de Strasbourg correspondant à différentes zones de population (centre ville , banlieue résidentielle, faubourg populaire, milieu rural). Aux classes de ces quatre collège, nous avons ajouté une classe d'un collège de ville moyenne dont le professeur était prêt à participer à l'ensemble de l'opération et dont nous trouvions la collaboration intéressante car son enseignement était a priori connu pour ses caractéristiques originales (mise en oeuvre d'une initiation au travail autonome).

Voici donc ces collèges avec leur situation et le nombre de classes de 6ème concernées :

Collège A	centre ville	6 classes
Collège B	banlieue résidentielle	2 classes
Collège C	faubourg populaire	6 classes
Collège D	milieu rural	7 classes
Collège E	ville moyenne	1 classe

En ce qui concerne les professeurs, nous avons finalement suivi plus spécialement neuf professeurs dans leurs activités d'enseignement :

Collège A	Michel (2 classes) et Bernadette (1 classe)	6
Collège B	Richard (1 classe) et Danièle (1 classe)	
Collège C	Jean (2 classes)	
Collège D	Claude (2 classes), William (2 classes) et Gérard (2 classes)	
Collège E	Joëlle (1 classe)	

1. 3. Validité et représentativité des échantillons.

Questions par questions, l'analyse des résultats de l'échantillon des élèves au test national de début d'année montre des résultats très proches des résultats nationaux; une erreur de transcription dans les résultats nationaux a même pu être repérée par comparaison avec les résultats locaux. Il se confirme donc que la volonté de choisir des collèges dont les environnements soient représentatifs de différents milieux de recrutement, a débouché sur la constitution d'un échantillon représentatif de l'ensemble de la population des élèves qui ont passé le test national. En ce qui concerne notre étude nous avons ainsi, du côté des élèves, des données qui nous permettront d'envisager d'analyser par la suite les interactions entre les pratiques des professeurs et les "niveaux" des classes dont ils sont chargés.

Si la représentativité de l'échantillon des élèves au sens statistique est convenable, on peut en revanche s'interroger sur la représentativité du petit nombre de collègues participant au deuxième volet de l'opération par rapport à l'ensemble de la population des professeurs de mathématiques de sixième en général.

Tout d'abord, c'est un accord préalable des professeurs concernés qui a conditionné la constitution de notre échantillon. Le volontariat était bien sûr une condition nécessaire pour recueillir des informations fiables dans une procédure quand même assez lourde pour les enseignants (contacts tout au long de l'année etc.). Du fait de ce mode de constitution de l'échantillon, il n'était pas envisageable d'en maîtriser, a priori, certaines variables, comme nous avons pu le faire en ce qui concerne le choix des collèges contactés. Cela n'est pas gênant dans la mesure où il ne s'agit pas, dans notre étude, de déterminer les caractéristiques des professeurs qui expliquent les phénomènes qui sont l'objet de notre étude, mais bien plutôt d'envisager les liens entre les phénomènes observés et les niveaux et les progressions des élèves.

En revanche, il faut bien se demander si on n'obtient pas, par le volontariat, un échantillon atypique de l'ensemble de la population. Par exemple, il est bien connu, que dans les formations à public volontaire, on touche fréquemment une fraction de la population, non forcément négligeable, mais relativement stable et typée au cours des années. On peut alors imaginer que les enseignants de notre échantillon se caractérisent, par exemple, par un esprit de curiosité et de recherche particulièrement accentué par rapport à l'ensemble de la population.

De fait, nous pouvons distinguer différents degrés de volontariat dans notre recrutement. Certains professeurs contactés ont donné un accord d'emblée enthousiaste, alors que d'autres, n'ont décidé de participer à l'action qu'après hésitations et contacts plus longs avec nous-même et leurs collègues plus hardis.

D'autre part, les quelques avis que nous donnaient les professeurs lors des premiers contacts, à propos de la validité de l'évaluation nationale en sixième, ou encore à propos de la participation à des actions de formations, nous laissaient finalement supposer qu'on avait un échantillon comportant une diversité d'attitudes professionnelles. Il y avait des professeurs friands de formations et de recherches pédagogiques. D'autres se montraient surtout intéressés par les savoirs mathématiques purs. De même, en ce qui concerne les modalités d'enseignement, des professeurs prônant des "méthodes actives" côtoyaient des professeurs plus sceptiques devant l'orientation des nouveaux programmes et qui regrettaient que les élèves n'apprennent plus assez par coeur.

Les expériences professionnelles, en ce qui concerne les classes de collège, étaient comparables : les professeurs sont titulaires de leur poste et ont au moins une dizaine d'années d'expérience en collège. Pour les formations initiales on retrouve des P.E.G.C. et des certifiés. Deux des collègues enseignent parallèlement dans les classes du second cycle que comporte leur établissement. Un des professeurs est engagé dans des actions de formations, un autre dans l'élaboration de livres de mathématiques premier cycle, un troisième complète sa formation initiale en passant une licence de mathématiques.

Cet aperçu très rapide de l'identité professionnelle et de la personnalité des enseignants, nous indique donc qu'il n'y a pas de disparités très importantes du point de vue des carrières professionnelles. Il n'a pas, par exemple, de débutants ou d'enseignants temporaires.Comme point commun à ces 9 professeurs, il faut aussi souligner le sérieux dans le travail et la préoccupation par rapport à leur enseignement que révèlent les entretiens que nous avons eus avec eux. Mais cet aperçu nous indique aussi que nous touchons des personnes ayant des orientations pédagogiques apparemment variées.

Si nous ne pouvons prétendre avoir constitué un échantillon statistiquement représentatif de l'ensemble de la population des professeurs, nous pouvons en revanche estimer qu'une diversité d'attitudes pédagogiques et de personnalités s'y trouve représentée. Les prises d'informations ultérieures recueillies par entretiens nous le confirmeront. Cette diversité nous permettra de considérer que nous avons, en première approximation, neutralisé les variables autres que celle qui est le sujet de notre étude, à savoir la définition des objets d'enseignement par les professeurs.

Par rapport à la problématique de la définition des objets d'enseignements, en ce qui concerne les similitudes et les différences que nous dégagerons, nous n'aurons donc pas non plus l'assurance d'une représentativité statistique. Mais il s'agit ici surtout d'avoir une meilleure connaissance du phénomène en jeu. Cette connaissance est un préalable indispensable avant toute étude concernant la représentativité. Mais la diversité des personnes contactées, nous laisse présager d'une exemplarité des similitudes et différences qui seront dégagées.

2. Les prises d'informations.

2. 1. Les problèmes soulevés par les prises d'informations.

Il restait à organiser concrètement nos prises d'informations. Les professeurs étaient sollicités pour exprimer leurs réflexions sur l'utilisation du test national et à donner certaines informations sur leur enseignement en 6ème, tout au long de l'année scolaire, pour montrer sur quelles bases s'appuient leurs pratiques. Mais de telles prises d'informations ne sont pas sans présenter quelques difficultés méthodologiques.
A ce propos, nous discernons trois questions :

- la question de la fidélité des informations recueillies à l'objet de l'observation,
- la question de la comparabilité des informations d'un professeur à l'autre,
- la question de l'authenticité des informations recueillies.

2. 2. Des informations fidèles à l'objet de l'observation ?

Il s'agit de recueillir un corpus qui rende compte de la réalité que nous voulons mettre en évidence. Les recherches qui ont pour objet les attitudes ou les pratiques des enseignants nous rendent attentif aux écarts qui peuvent exister entre le matériel qui est sensé refléter un phénomène et ce phénomène lui-même.

Tout d'abord, soulignons que, dans notre esprit, il n'y a pas d'ambiguïté sur la nature des informations que nous avions à recueillir. En demandant aux professeurs de donner des informations sur leurs pratiques, ce n'était pas pour nous un moyen de se rendre compte de ce qui se passe effectivement dans leurs classes, mais un moyen de mettre à jour les éléments auxquels ils sont attentifs, lorsqu'ils préparent et régulent leur action en dehors des séquences d'enseignement proprement dites. Comme le souligne J. DREVILLON (1980), les observations et évaluations faites par les professeurs sont à considérer comme de simples comportements (p.161). Et c'est bien là le statut que nous comptions donner aux descriptions et avis que les professeurs auraient l'occasion d'exprimer. C'est cette expression qui est le véritable sujet de notre observation.

Si nous ne risquions pas, à notre avis, de confusion sur la nature des informations recueillies, en revanche le problème de leur interprétation reste entier. Ainsi, l'étude concernant l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire publiée par l'I.N.R.P. (AUDIGIER et al., 1979), nous met-elle en garde contre l'interprétation de faits isolés (p 31). Parallèlement à l'enquête sur les comportements en mathématiques des élèves de CE2 et CM2 en mathématiques, l'étude se propose de mieux connaître les visées pédagogiques des maîtres. L'outil employé pour cela est un questionnaire fermé.

A travers ce questionnaire, une majorité d'enseignants exprime l'opinion suivante : "La présentation d'une notion doit être faite à partir d'une manipulation" et rejette l'item : "Le maître doit consacrer la majeure partie du temps à présenter les notions". On pourrait alors croire que l'enseignant privilégie des modalités d'enseignement favorisant le traitement des contenus en jeu par les élèves eux-mêmes. Pourtant un peu plus loin dans le questionnaire, à propos de la description de l'introduction d'une notion nouvelle, une grande partie des mêmes enseignants retiennent l'item : "Vous exposez la notion nouvelle en manipulant vous-même le matériel", situant ainsi les traitements entièrement du côté de l'enseignant, ce qui, confronté avec les opinions précédentes, donne une idée plus précise de leur pratique.

Cet exemple, nous rend très attentif au problème de l'interprétation d'une information isolée. Ce n'est finalement que la confrontations d'informations, avec la mise en évidence de recoupements ou de divergences qui permet une interprétation plus fiable. Et de fait, les études qui ont pour but de mettre à jour les attitudes d'enseignants multiplient souvent les angles d'observation.

Ainsi, citons la recherche de R. NOIRFALISE (1986) qui pour caractériser l'attitude des enseignants, s'est intéressé "à ce sur quoi la personne centre son attention, à la nature de l'information traitée quand elle agit". Il oppose attitude centrée sur les contenus et attitude centrée sur l'élève. L'observation qu'il effectue ne se fait pas en situation d'enseignement. Il met les professeurs en situation de décision par rapport à des situations fictives de prises de décisions. Il utilise tout d'abord un questionnaire qui lui permet de caractériser l'attitude "globale" de l'enseignant. Devant chaque item le professeur doit choisir entre deux phrases, celle qui lui paraît renvoyer à la position ou à la pratique qui rend son action professionnelle la plus efficace, l'une des deux correspondant à une attitude centrée sur les contenus, l'autre sur les élèves. Outre des comparaisons internes à ce questionnaire, R. NOIRFALISE étudie les corrélations des réponses avec les réponses relatives à un questionnaire destiné à caractériser l'attitude des enseignant dans une situation de relation duelle. L'enseignant doit compléter des fragments d'entretiens par les réponses qu'il juge adéquates. C'est finalement la confrontation des réponses aux deux questionnaires qui permet à NOIRFALISE d'affiner la description des attitudes de ses professeurs.

Dans notre cas, nous avions l'avantage de réaliser notre prise d'information dans un contexte non fictif où nous pouvions observer des professeurs dans un travail réel. Mais ce contexte pouvait-il nous offrir l'occasion de telles confrontations d'informations pour assurer une base fiable à l'interprétation des informations recueillies ?

Une première chose était que nous pouvions suivre les professeurs tout au long de l'année. Des prises d'informations réalisées à des moments différents pouvaient ainsi être confrontées et ainsi conforter ou réorienter une première impression.

D'autre part, dans le cadre de l'action menée avec la D.E.P., nous étions amené à prendre en compte des informations débordant du cadre stricte des séquences de mathématiques, en particuliers sur les modalités de constitutions et d'organisation des classes dans l'établissement, de fonctionnement des équipes de professeurs d'un point de vue intra ou interdisciplinaire. Les repères que se donnent les enseignants pour définir leur enseignement pouvaient ainsi être situés par rapport à des données sur l'environnement de leur action.

Et enfin, nous avons eu l'occasion de recueillir des informations de natures différentes. Les entretiens et les questionnaires donnent des indications sur la perception que les professeurs ont de leur enseignement et des apprentissages des élèves. Le relevé de progressions d'enseignement et l'analyse des productions écrites des élèves, et des évaluations proposées aux élèves par les professeurs donnent, de leur côté, quelques indications sur la réalité de l'enseignement effectué. Là encore, la confrontation des informations de natures différentes pouvait donner une assise plus solide à l'interprétation des faits observés.

En ce qui concerne l'expression des objets d'enseignement vers laquelle nous avons petit à petit centré notre attention, nous avons aussi été amené à distinguer deux types de corpus dont la confrontation était un sujet d'intérêt en soi.

-D'un côté, nous avons pu nous entretenir avec les professeurs au sujet de l'apport que représentait pour eux les résultats de l'évaluation nationale. Ces entretiens nous ont permis d'aborder avec eux les difficultés que rencontraient, à leurs yeux, les élèves et les objectifs d'enseignement qu'ils jugeaient prioritaires etc.

-De l'autre côté, nous avons pu demander aux professeurs de concevoir des questionnaires destinés à évaluer les progressions des élèves au cours de l'année.

Nous avions donc deux types d'informations :

- d'un côté, des informations relatives aux conceptions que les professeurs ont de leur enseignement et à la perception qu'ils ont des apprentissages de leurs élèves;
- de l'autre, nous avions des indications relevant déjà du versant réalisation de ces conceptions et représentations.

Il était alors intéressant de confronter ces deux types d'informations pour en analyser les convergences et les divergences.

Notre sujet de recherche a ainsi pu s'affiner et se préciser au cours de l'année, sur cette toile de fond d'informations variées relatives à une période (une année scolaire) et à une action (suivi des élèves de 6ème) cohérentes. Cette toile de fond constituait, à nos yeux, une base d'interprétation fiable des faits au centre de notre observation.

2. 3. Des informations comparables ?

Le travail de définition des objectifs et l'analyse des résultats des élèves sont habituellement sous-jacents aux préparations de cours, aux conceptions de test de contrôle et aux corrections correspondantes. Mais ce travail et cette analyse sont rarement formalisés et explicités dans le cadre de leur pratique, par les professeurs. Et s'ils le sont, c'est à des degrés variables d'un professeur à l'autre. Certains rédigent effectivement un plan de travail comportant les objectifs poursuivis, ou une note de synthèse, à la suite de la correction d'un devoir. Mais ces éléments restent souvent informels, et, en tout cas, à usage personnel, difficilement accessibles et comparables.

Or, pour mettre en évidence les caractéristiques des repérages effectués par les professeurs pour définir les objectifs et suivre les progressions des élèves, il fallait que d'un professeur à l'autre, nous puissions nous baser sur des informations comparables. Des indices tels que les notes de préparation risquaient en fait de ne refléter que des différences à propos des modalités de travail personnel. Mais ils ne permettraient pas la mise en évidence de similitudes et différences entre les repérages effectués par les professeurs.

Les documents, tels que les tests conçus pour faire le point des progressions des élèves, sont en revanche des documents qui se plient à certaines normes (documents écrits, destinés aux élèves, temps de passation etc.) et prêtent ainsi plus facilement à comparaisons.

Mais le problème reste entier en ce qui concerne la prise d'informations qui doit rendre compte de la perception qu'expriment les professeurs à propos des objets d'enseignement et d'apprentissage. Dans notre cas, une investigation sur un petit nombre de personnes, c'est a priori à des entretiens que nous pensions recourir. La première prise d'informations se fit ainsi au cours du mois d'octobre après la passation du test national. Nous prenions rendez-vous avec les professeurs concernés en leur signalant les sujets que nous comptions aborder avec eux :

- Impressions générales sur l'utilité d'une telle évaluation.
- Évocation des principaux enseignements du test à travers les items du test
- Évocation des objectifs à poursuivre en ce début de 6ème et au cours de l'année
- Description des moyens d'enseignement correspondants
- "Remédiations" éventuellement envisagées
- Impressions générales sur la classe de 6ème en question
- Description du mode d'organisation des enseignements en 6ème

Ces entretiens s'engageaient après que nous ayons rappelé le canevas de l'entretien. Afin de ne pas influencer les enseignants par notre propre vision, tout en restant fidèle au canevas proposé, nous avons essayé de nous contenter de parcourir avec les enseignants les différentes questions du test en rappelant à l'occasion, si nécessaire, l'un ou l'autre point du canevas que nous désirions voir aborder. Ces entretiens d'une durée d'une bonne heure environ étaient enregistrés et retranscrits fidèlement afin de pouvoir faire l'objet d'une analyse de contenus.

Cette retranscription des entretiens représenta pour nous un travail matériellement considérable et très stimulant pour notre réflexion. Trop peut-être ...? En effet, nous nous trouvions là devant une mine d'informations de tous ordres qu'il fallait trier... Il nous apparut très vite que ce corpus ne serait pas directement exploitable pour une comparaison comme nous l'avions espéré.

Quelques exemples nous montreront pourquoi. D'un entretien à l'autre, il y avait des disparités très importantes entre les temps consacrés aux différents points du canevas, ou aux domaines disciplinaires abordés par le test : tel professeurs s'étend très longuement sur les références à ses élèves, alors que tel autre les ignore presque, tel enseignant parle surtout des nombres décimaux et très peu de la géométrie etc. Faut-il interpréter ces différences comme très significatives ?

Ces disparités peuvent évidemment refléter des différences d'attitude entre les enseignants, ainsi que des différences entre la nature du travail d'analyse et d'exploitation réalisé. Le professeur qui pense a priori que l'évaluation nationale ne sert à rien, ne se donne pas tellement la peine d'approfondir l'analyse des résultats, alors qu'un préjugé favorable incite à analyse. Ou encore, comme le montre l'analyse de R. NOIRFALISE, tel professeur a l'habitude de référencer les analyses qu'il produit, à ses élèves alors que tel autre se centre sur les contenus .

Mais plus sûrement, nous pensons que les disparités risquent fort d'être dues à des circonstances matérielles indépendantes de la volonté des enseignants, et qu'elles ne constituent donc pas un matériel fiable pour les interprétations. Ainsi, certaines de ces disparités peuvent s'expliquer par les différences de dates auxquelles les entretiens ont eu lieu. Avec tous les aléas et contraintes de nos emplois du temps respectifs, il s'est écoulé un certain temps entre le premier et le dernier de ces entretiens (de début octobre pour le premier à mi-novembre pour le dernier).Il se trouvait donc que nous rencontrions des professeurs qui n'en n'étaient pas tous au même stade de réflexion par rapport au calendrier de l'opération "Evaluation Nationale". En effet, d'un côté, nous rencontrions des enseignants qui venaient tout juste d'avoir corrigé les tests et de l'autre des enseignants pour qui cette correction était déjà lointaine et qui avaient déjà rencontré, comme prévu par l'opération, les parents pour leur présenter les résultats de ce test initial. Il est certain aussi qu'une différence de six semaines en début de 6ème explique aussi une différence de connaissance de la classe et des élèves dont on a la charge.

Mais d'autre part, il nous est apparu que notre canevas n'était pas assez cadré et peut être un peu ambitieux dans la diversité des points que nous souhaitions y voir abordés. De ce fait, le contenu des entretiens était soumis aux aléas d'une conversation à bâtons rompus. Dans le feu de la réflexion, l'enseignant (et il y en a qui sont expansifs !) peut ainsi longuement s'attarder sur tel domaine au détriment, temps oblige, de tel autre domaine qui aurait suscité un exposé tout aussi passionné.

Même si cette première prise d'information ne répondait pas d'emblée au critère de comparabilité, nous avons quand même tenté d'analyser de façon rigoureuse les contenus de quelques-uns des entretiens qui nous semblaient les plus complets et comparables. Pour pouvoir réaliser cette analyse, avant de nous occuper strictement des contenus évoqués, nous avons d'abord repéré les modalités communes aux discours produits par les professeurs pour exposer les éléments de leurs diagnostics.

Dans un premier temps, tous les termes se rapportant à une description ou à une évaluation des compétences en ce début de 6ème ont été extraits des réponses des enseignants. Certains de ces éléments se réfèrent directement au test national. D'autres éléments se réfèrent à des procédures personnelles d'évaluation.

Ensuite le corpus ainsi extrait a été classé en *unités de base* dont le déterminant est la *description d'une tâche ou d'une compétence* d'élèves de 6ème. Par exemple : savoir placer la virgule dans un calcul, effectuer une opération avec des entiers, reconnaître les figures de base en géométrie etc.

Sur ces unités de base, se greffent en général des *marqueurs de difficulté*, par lesquels les enseignants annoncent une difficulté et signalent son ampleur sur la population concernée. Ils le font soit avec des indications précises (par exemple: 1 élève, 4 ou 5 élèves, 30% des élèves font telle ou telle erreur...) ou alors de façon globale (par exemple: *ils* ne savent pas, *ils* confondent etc.).

Les professeurs donnent aussi très souvent des précisions sur :

-les *antécédents* ou le *type de difficulté* qui expliquent éventuellement une lacune (par exemple: "ils ne l'ont pas vu à l'école primaire", ou bien "c'est une difficulté dans le langage").

-des remarques sur la qualité du repérage évoqué dans les unités de base. Quel crédit et quelle signification va-t-on donner à telle ou telle erreur (par exemple: "ce n'est pas grave", "je ne sais pas si on peut leur demander cela", "inattention "etc.).

-une éventuelle *indication de prévision d'évolution ou de formation* (par exemple: "acquis rapidement", "apprentissage fondamental en 6ème" etc.)

C'est à l'aide de ce schéma que nous avons analysé les premiers entretiens. Mais cette structure que l'on peut repérer dans l'expression des professeurs nous servira surtout à définir les modalités d'une prise d'information plus rigoureuse au troisième trimestre après l'évaluation de fin d'année afin que les réponses répondent au critère de comparabilité.

2. 4. Des informations authentiques ?

A priori, nous avions choisi un contexte en continuité avec les tâches réelles qu'ont à effectuer les professeurs dans leur travail. Dans ce contexte nous devions obtenir des informations, qui reflètent effectivement les avis et pratiques des professeurs et non pas un corpus artificiellement présenté par les professeurs pour la circonstance. Il restait à vérifier si les procédures concrètes de prises d'informations présentées précédemment n'induisent pas par exemple des réponses idéalisées en fonction, non pas de la réalité de la pratique des enseignants, mais de l'image qu'ils se font du bon enseignant ou encore des desseins qu'ils nous prêtent.

En ce qui concerne les informations recueillies par entretiens, nous avons rencontré une seule équipe de professeurs qui nous a posé un problème. Au cours des entretiens, ces professeurs sont constamment restés sur leur réserve, mettant ainsi leur interviewer en fâcheuse posture... Nous pensons en l'occurrence que ces professeurs sont les seuls de notre échantillons qui ne se sont pas donnés un statut de collaborateurs rendant compte de leurs avis et de leurs pratiques habituelles. Ils se sont mis plutôt dans une situation d'examinés dont on attendrait des idées "extraordinaires", au sens véritable du terme. C'est en tout cas comme cela que nous interprétons leurs nombreuses réflexions soulignant la banalité de leurs propos. Pour les autres professeurs nous n'avons pas ressenti de problème de cet ordre. Dans les entretiens, nous n'avons ressenti aucune autre préoccupation que celle d'analyser les apports du test national et d'exposer et d'étayer les points de vue émis.

On peut néanmoins se demander si les enseignants n'ont pas là réalisé un travail d'analyse plus approfondi que celui qu'ils auraient fait autrement. A notre avis c'est parfois le cas, mais ce n'est pas gênant dans la mesure où, même si le professeur est amené à envisager des questions qu'il aurait autrement laissé en pointillés, cet approfondissement est en continuité avec sa pratique habituelle et révèle simplement les potentialités d'analyse et de contrôle qu'il possède.

On peut aussi se demander si, pour analyser ou faire des propositions de tests, les professeurs ne se sont pas conformés à un modèle qui ne serait pas le leur et qu'ils auraient prêté par exemple à l'observateur. Nous pensons, comme nous l'avons signalé plus haut, que l'étendue, la variété et le contexte réel des prises d'informations ne permettraient pas de présenter durablement un modèle d'analyse étranger à celui qui le produit.

Il en est de même en ce qui concerne les propositions de test, d'autant plus que, comme nous aurons l'occasion de le préciser, ces propositions étaient destinées à contribuer à l'élaboration d'un test que les élèves auront réellement à passer.

2. 5. Résumé des prises d'informations réalisées au cours de l'année pour la mise à l'épreuve de la première hypothèse.

Dès le début de l'année pendant laquelle nous avons travaillé avec les professeurs, nous avons remarqué des différences notables dans les descriptions qu'ils faisaient des apprentissages à effectuer par les élèves. Ces descriptions se faisaient pourtant à partir d'un même objet qui était le test de début d'année de l'évaluation nationale.

Cette constatation est à l'origine de la première de nos deux hypothèses, à savoir l'existence de différences entre professeurs, dans les objets d'enseignements qu'ils se donnent pour transmettre les connaissances et développer les capacités de traitements intellectuels, en sixième, dans le cadre de l'enseignement de la géométrie.

Pour repérer ces différences nous comptions observer les professeurs dans deux circonstances :

- dans l'élaboration d'épreuves destinées à évaluer les progressions des élèves
- dans l'analyse des productions des élèves, analyse qu'ils font pour évaluer les progressions des élèves.

Dans le tableau qui suit, nous résumons les prises d'informations qui sont relatives à cet objet d'étude proprement dit, c'est-à-dire les objets d'enseignement et d'apprentissage que l'enseignant repère dans le domaine de la géométrie en 6ème.

Période de l'année scolaire 89/90	Méthode de la prise d'informations	Objet d'analyse
1er trimestre, mois d'octobre, après la passation du test national par les élèves de 6ème.	Entretiens d'une à deux heures cadrés par un canevas de thèmes	Descriptions et évaluations des compétences des élèves en début d'année par les professeurs
Fin deuxième trimestre	Production par chaque professeur d'un test destinés à évaluer les progression des élèves au cours de l'année	Modalités d'évaluation des progressions des élèves par les professeurs
3ème trimestre, mois de mai après la passation d'un test commun destiné à évaluer les progressions des élèves	Questionnaire ouvert élaboré en fonction de l'analyse de contenus des entretiens du premier trimestre	Descriptions et évaluations des compétences des élèves en fin d'année et de leurs progressions par rapport au début de l'année par les professeurs

Il est à noter que ce n'est pas uniquement dans ces circonstances que l'enseignant a à repérer et à définir les objets d'enseignement et d'apprentissage. Il déploie aussi implicitement une activité d'évaluation dans le cadre de ses actions et réactions face à sa classe par exemple, ou encore par la définition des moyens d'enseignement et d'apprentissage qu'il met en place. Mais nous centrons notre analyse strictement sur des occasions où il exerce explicitement une activité d'évaluation.

En revanche, il faut rappeler, que nous avons eu l'occasion de récolter des renseignements sur d'autres aspects de la pratiques des enseignants.

-Au premier trimestre dans le cadre des entretiens au sujet du test du début d'année et au deuxième trimestre dans le cadre d'entretiens au sujet de l'enseignement déroulé en géométrie depuis le début de l'année :

-descriptions de procédures d'enseignement ou de remédiations

-descriptions des modes de fonctionnement de l'enseignement en 6ème dans l'établissement

En fin d'année, prélèvement de tous les documents écrits reçus et produits en mathématiques par deux élèves par classe (cahier de cours, d'exercices, interrogations, dossiers de documents etc.).

Si ces informations ne donnent pas à proprement parler lieu à une analyse exhaustive dans le cadre de notre recherche, elles nous permettent, à l'occasion, de resituer les autres informations dans le contexte général des conceptions et pratiques des enseignants.

Chapitre IV

Les professeurs proposent un test final destiné à évaluer les progressions des élèves.

Comparaisons.

1. Quel corpus pour quelle analyse ?.

1. 1. Le corpus.

Pour caractériser et comparer les objets d'enseignement que se donnent les professeurs dans le domaine de la géométrie en 6ème, nous comptions observer leurs pratiques dans les circonstances suivantes :

- élaboration par les professeurs d'épreuves destinées à évaluer les progressions des élèves depuis le début de l'année,
- analyse qu'ils font des productions de leurs élèves pour évaluer les progressions.

Le premier de ces points est l'objet du présent chapitre.

Au cours du deuxième trimestre nous avons invité chaque professeur à faire une proposition de test final. L'objectif de ce test était communiqué aux professeurs sous la forme suivante :

« Il s'agit d'élaborer une proposition de questionnaire destiné à tester tes élèves au sujet de l'enseignement que tu as mené jusque là (fin du deuxième trimestre), tant dans le domaine des travaux numériques que dans le domaine des travaux géométriques. Le test doit être conçu pour deux séances de 50 minutes environ. Son objectif est de faire non seulement le point sur les connaissances et savoir-faire acquis depuis le début en sixième, mais aussi de mesurer les évolutions importantes à tes yeux depuis le début de l'année.»

Il s'agit là d'une activité que les professeurs ont l'habitude de pratiquer régulièrement tout au long de l'année pour évaluer les apprentissages réalisés par leurs élèves. La différence à noter ici, est que les professeurs ont eu à se situer dans une perspective couvrant un temps d'enseignement plus long et dans l'idée d'évaluer les évolutions par rapport au test commun initial proposé en début d'année dans le cadre de l'opération "Évaluation Nationale CE2/6ème". Cette perspective plus globale a pu constituer pour certains professeurs une nouveauté dans leur pratique : ils sont en général plus habitués à procéder à des évaluations ponctuelles, chapitre après chapitre par exemple. Ces chapitres correspondent en général aux découpages des contenus proposés par le livre en usage. Il sera alors intéressant d'observer ces professeurs dans le cas où ils sont confrontés à l'élaboration d'un test destiné à évaluer globalement les principaux objectifs des deux premiers trimestres d'enseignement en 6ème.

1. 2. Le but de l'analyse du corpus.

Au cours des entretiens que nous avions eus avec eux au premier trimestre, les professeurs ont eu l'occasion d'analyser les productions des élèves relatives au test national. Notre attention avait alors été attirée par le fait que ces entretiens révélaient d'importantes différences dans la manière dont les professeurs décrivaient les traitements à effectuer par les élèves pour répondre aux questions du test. Ces différences allaient-elles alors apparaître au niveau des propositions de tests destinés à faire le bilan des apprentissages ?

Le lecteur pourra s'assurer par un coup d'oeil, même rapide, que les propositions faites par les professeurs sont proches par les contenus mathématiques abordés mais diffèrent de façon importante par la forme par laquelle ces contenus sont présentés.

Certaines propositions se présentent presque uniquement sous forme de textes. Dans d'autres, la partie texte est minime et s'efface au profit d'une quantité importante de figures. Enfin dans d'autres tests, on devine un souci plus systématique de varier les modes de présentation des contenus avec lesquels les élèves ont à travailler.

En ce qui concerne ce qu'on pourrait appeler en première approximation les niveaux d'exigence demandés aux élèves, les propositions semblent aussi très différentes. Le plus souvent, on demande aux élèves de reproduire des figures ou de repérer des propriétés qui sont en général déjà codées sur les figures. Mais parfois les questions vont plus loin et il est demandé aux élèves d'émettre des conjectures ou et de justifier des faits observés.

A première vue, les questions des tests proposés par les professeurs diffèrent donc de façon perceptible par les traitements que les élèves doivent enclencher pour y répondre. Il s'agit alors pour nous de préciser et de systématiser notre analyse pour repérer ces traitements. Par la suite, dans les chapitres qui suivront, nous pourrons envisager de confronter les résultats de notre analyse aux résultats des classes de ces professeurs. Le but sera alors de déterminer si les différences dégagées sont en rapport avec les progressions des élèves, ou si elles sont les indices d'un possible phénomène de régulation en fonction du contexte de classes.

Dans le chapitre présent, il est donc d'abord nécessaire d'exposer plus précisément, en référence à l'ensemble des recherches et des outils qui nous ont guidés, les dimensions que nous prendrons en compte pour réaliser notre analyse destinée à comparer les propositions de test de fin d'année des professeurs.

1. 3. La nature de l'analyse ; des références possibles..

Nous avons déjà eu l'occasion de dresser un panorama des enjeux que peut recouvrir l'enseignement de la géométrie au collège :

- l'enseignement de la géométrie a pour but l'acquisition de connaissances propres à la discipline : définitions, formules, théorèmes etc....
- la géométrie est l'occasion pour les élèves d'évoluer dans leur façon de penser : passage de l'observation au raisonnement hypothético-déductif.
- les travaux en géométrie permettent le développement de compétences extra-disciplinaires : maîtrise de divers modes de représentation et d'expression (images, textes ...), initiation à la programmation, etc.

Dans notre étude, nous nous retrouvons au niveau de l'opérationnalisation de ces finalités, sur le terrain de la pratique par les professeurs face à leurs élèves. Nous nous sommes donc naturellement tournés vers les travaux qui, par leur nature, ont été amenés à objectiver cette opérationnalisation en décrivant en particulier les traitements que les élèves effectuent dans des épreuves d'évaluation.

La première référence qui s'impose alors est celle à la voie ouverte par la classification des objectifs cognitifs élaborée par BLOOM. Nous verrons en quoi ces classifications et tout particulièrement celles spécifiques à la discipline mathématique, peuvent être utiles pour notre propos.

Nous verrons aussi en quoi elles sont insuffisantes et nous serons alors amenés à nous référer à des modèles multidimensionnels des activités mentales tel que celui de GUILFORD.

De plus, nous verrons qu'il est essentiel de nous tourner aussi vers travaux, tels ceux de PIAGET, qui par observations tentent de rendre compte des niveaux de pensée des élèves. Les travaux de VAN HIELE seront notre principale référence dans ce domaine.

Mais avant de nous lancer dans l'élaboration de notre outil d'analyse, il nous semble d'abord utile de préciser la façon dont nous avons défini et répertorié les unités de base du corpus. Pour étayer notre élaboration, nous serons en effet amenés à nous référer à quelques exemples tirés du corpus.

1. 4. Définition des unités de base du corpus.

Les propositions, faites par les professeurs, pour un test final figurent dans l'annexe de ce chapitre. Nous y avons aussi fait figurer la partie concernant la géométrie du test initial passé en début d'année, ainsi que le test final qui a été en fin de compte proposé au 512 élèves de l'échantillon de référence.

Pour répertorier les tâches proposées par les professeurs, nous avons, tant que possible, respecté leurs découpages des tests en tâches distinctes.

C'est ainsi qu'à un premier niveau, nous respectons le découpage en exercices indépendants proposés par les professeurs. Lorsqu'un tel exercice demande aux élèves une tâche unique, bien précisée, nous la retenons et la répertorions comme unité de base à analyser. Par exemple, dans son test, Bernadette propose un exercice II :

"Construire un triangle ABC sachant que AB = 9,5 cm, AC = 6,3 cm, BC = 5,7 cm"

Nous avons répertorié cet exercice comme une unité sous la référence Be 2, pour signaler qu'il s'agit du deuxième exercice retenu comme une unité dans la proposition de Bernadette.

Mais le plus fréquemment, à un deuxième niveau, les professeurs subdivisent les exercices en questions. En principe, chacune de ces questions demande aux élèves de réaliser une tâche bien précise à partir d'une situation explicitée : citer les droites parallèles d'une figure donnée, reproduire une figure donnée , dire la nature d'une figure, tracer une perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné, calculer la mesure d'un angle à partir de la donnée de la mesure d'autres angles etc... Lorsqu'une question demande aux élèves une tâche unique, bien précisée, quelle que soit la complexité ou la nature de sa réalisation, nous la retenons comme item de base. Par exemple, dans son test, Bernadette propose un exercice I comportant quatre questions relatives à une figure présentée à côté de cet exercice I :

1) Quelles sont les droites parallèles ?
2) Quelles sont les droites perpendiculaires ?
3) Construire une droite d_6 perpendiculaire à d_2.
4) Comment sont d_1 et d_6 ?"

Nous avons répertorié pour cet exercice quatre unités sous les références "Be 1a", "Be 1b", "Be 1c" et "Be 1d". "Be" pour signaler qu'il s'agit d'items relatifs à la proposition de test de Bernadette, "1" pour signaler qu'il s'agit du premier exercice de sa proposition et "a", "b", "c" et "d" pour signaler qu'il s'agit respectivement de la première, de la deuxième, de la troisième et de la quatrième question de cet exercice.

Mais il se trouve que parfois, certaines questions explicitent plusieurs demandes distinctes. Par exemple, dans son test, Richard demande dans une même question aux élèves :

"Tracer le demi-cercle de rayon 2,5 cm et de centre le point C, milieu du segment UH. Que représente le point S ?"

Nous avons distingué dans cette demande une succession de deux tâches distinctes. La première phrase correspond pour nous à un premier item demandant aux élèves de produire une figure; la deuxième phrase correspond à un deuxième item demandant de donner un renseignement sur la situation donnée. Dans ces cas là, nous n'avons donc pas pu nous conformer strictement à la numérotation des questions de l'exercice, proposée par les professeurs. Nous avons donc été amené à subdiviser certaines questions en unités distinctes. C'est ainsi que pour l'exemple de Richard évoqué ci-dessus, *"Tracer le demi-cercle de rayon 2,5 cm et de centre le point C, milieu du segment UH. "* et *"Que représente le point S ?"* se trouvent répertoriés sous deux références distinctes, Ri 1e et Ri 1f. C'est aussi la solution que nous avons adoptée lorsqu'une question unique comporte un enchaînement d'instructions de tracés, sans que le professeur ait jugé utile de numéroter les différentes instructions. Bien sûr, il sera parfois intéressant de relever que telles ou telles unités sont regroupées par le professeurs sous une même question. C'est pour cela que dans le tableau répertoriant les différentes unités, nous avons signalé les références qui correspondent à une subdivision de questions, en les soulignant. On peut constater que cette distorsion entre le découpage réalisé par le professeur et notre propre découpage en unités est en fait assez rare.

Pour la suite de notre travail, nous aurons fréquemment l'occasion de citer des extraits du corpus. Pour situer ces extraits dans le corpus, nous nous référerons au répertoire des unités de base que nous venons de définir. Il figure dans les annexes de ce chapitre.

Pour étayer l'élaboration de l'outil d'analyse des propositions de test, nous aurons parfois à nous référer à aux pourcentage de réussite (des 512 élèves) relatifs aux questions du test initial ou final. C'est pour cela que nous signalons déjà dans les annexes de ce chapitre les 10 points du test initial et les 18 points du test final qui nous ont servis pour repérer les évolutions des élèves entre le début et la fin de l'année, avec les scores de réussites respectifs. Ce document sera bien sûr très utile aussi dans les chapitres qui suivent.

2 Elaboration de l'outil d'analyse en référence aux modèles existants.

2. 1. Un premier aspect : la complexité cognitive.

2. 1. 1. Les contenus mathématiques abordés par les professeurs.

Pour amorcer notre élaboration, nous allons d'abord aborder la comparaison des propositions par l'aspect le plus communément considéré lorsque des enseignants envisagent des épreuves d'évaluation, à savoir les contenus en jeu. Nous sommes là dans le domaine de l'opérationnalisation de l'une des finalités de l'enseignement des mathématiques, à savoir, en l'occurrence, que l'enseignement de la géométrie a pour but l'acquisition de connaissances propres à la discipline : définitions, formules, théorèmes, etc. Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, il s'agit là d'un premier (et parfois unique) niveau d'encadrement de l'activité d'enseignement des professeurs proposé par les programmes.

Pour réaliser la comparaison, nous avons simplement dressé la liste des contenus évoqués : droites, droites parallèles, angles, triangles, triangles particuliers, médiatrice d'un segment etc. A ce niveau, nous ne distinguons les contenus que par les objets qu'ils évoquent et non pas par les modes de présentation de ces contenus ou par une précision sur les processus cognitifs dans lesquels ils sont impliqués.

En ce début de scolarité en collège, les professeurs respectent, sans trop d'écarts, les contenus que le programme de 6ème demande d'aborder. En effet, dans les propositions de test des professeurs, nous remarquons une assez grande convergence : points, droites, segments et relations entre ces objets, triangles et triangles particuliers constituent le gros des contenus abordés par tous. Le fait que certains professeurs, se distinguent en abordant en plus les quadrilatères particuliers avec leurs propriétés (ce qui n'est pas au programme de la classe de Sixième) n'apporte pas de grandes distorsions entre proposition du point de vue des contenus abordés. Même remarque en ce qui concerne les angles qui ne sont pas évoqués par tous. Cela s'explique par le fait que les tests ont été élaborés au cours du deuxième trimestre et que les contenus dépendaient alors de la progression des classes à ce moment là. Ainsi, ne voyons nous apparaître ni symétrie orthogonale, ni géométrie dans l'espace. Il est vrai aussi que le test devait se situer en grande partie dans le prolongement du test national du premier trimestre, pour repérer la progression des élèves. Cette consigne, respectée par les professeurs, a donc certainement contribué au fait que les propositions ont une très grande partie en commun en ce qui concerne les contenus évoqués.

Cette homogénéité constitue donc une bonne base de départ pour affiner notre analyse afin de comparer la nature et la complexité des travaux que les professeurs demandent aux élèves de réaliser à partir de ces contenus.

2. 1. 2. Un point de départ : la taxonomie des objectifs cognitifs de BLOOM.

Cette nécessité d'analyser les traitements que les élèves ont à effectuer, au-delà des contenus disciplinaires, est celle qui a amené B.S. BLOOM à élaborer une classification des processus cognitifs qui sont en jeu dans les questions. Constatant qu'à tous les niveaux de l'enseignement, les épreuves faisaient surtout appel à la mémoire et très peu à la réflexion, il a, dès 1948, rédigé un document destiné à inciter les professeurs à varier la nature des questions posées. Comme nous l'avons déjà signalé, ces travaux ont reçu un écho important en France dans l'enseignement des mathématiques, au moment où l'on s'est rendu compte qu'il n'était peut-être pas suffisant de "moderniser" les contenus pour faire évoluer l'enseignement des mathématiques, mais qu'il fallait aussi préciser les traitements à effectuer par les élèves à partir de ces connaissances.

B.S. BLOOM a ainsi défini et classé dans un ordre de complexité croissant les processus cognitifs en jeu.

Tout d'abord, par la **connaissance**, il s'agit de pouvoir rappeler les contenus étudiés.

Par la **compréhension**, il s'agit de prouver en traduisant, en interprétant ou en extrapolant, que les contenus sont compris.

L'**application** consiste à utiliser des méthodes ou des règles connues pour apporter des renseignements sur des situations données.

Enfin par les processus d'**analyse**, de **synthèse** et d'**évaluation**, il s'agit de discerner ou de produire des relations, des méthodes ou des structures qui n'étaient pas connues préalablement.

2. 1. 3. La complexité cognitive définie dans la classification N.L.S.M.A.

On a pu, comme le font V. et G. DE LANDSHEERE (1982), souligner que le système élaboré par BLOOM est hétérogène. Ainsi pour certaines catégories, les sous-catégories correspondent à des distinctions entre la complexité des contenus en jeu. Par exemple pour la catégorie *"connaissance"* nous notons des distinctions entre la *"connaissance des faits particuliers"*, la *"connaissance des conventions"*, la *"connaissance des classifications"* ou la *"connaissance des principes et des lois"*. Pour d'autres catégories, ce sont des spécifications des traitements appliqués aux contenus qui fondent les distinctions; ainsi pour la catégorie *"compréhension"* nous notons les rubriques *"transposition"*, *"interprétation"*, *"extrapolation"*.

La hiérarchie élaborée de façon pragmatique par BLOOM, possède néanmoins sa logique : la complexité des tâches à exécuter est définissable à partir des modes d'utilisation des connaissances en jeu. A un premier niveau, l'élève doit prouver qu'il possède formellement les connaissances en question. Il s'agit ensuite de savoir reconnaître les relations qui régissent ces connaissances : il prouve ainsi sa compréhension des connaissances. Enfin, il s'agit de savoir utiliser ces connaissances dans des situations données, comme des opérateurs pour produire de nouvelles données. Dans ce dernier cas, BLOOM distingue alors le cas où cette utilisation est elle-même déjà objet de connaissance préalable, du cas où la méthode à utiliser reste à déterminer par l'élève.

Cet effort pour hiérarchiser la complexité des tâches à effectuer à partir des connaissances a été développée plus explicitement encore dans la classification N.L.S.M.A. (National Longitudinal Study of Mathematical Abilities) (WILSON in BLOOM, HASTING, MADAUS, 1971), directement issue des travaux de BLOOM, mais adaptée pour s'appliquer spécifiquement aux énoncés d'exercices mathématiques.

Cette classification comporte 4 niveaux A, B, C et D correspondant à peu près respectivement aux niveaux définis par BLOOM.

F. PLUVINAGE (1977) souligne que cette classification trouve sa cohérence autour de la notion de complexité cognitive définie à partir de la notion de *"fait spécifique"*. Les *"faits spécifiques"* peuvent être isolément mémorisés et s'expriment par une phrase en langage naturel ou symbolique sans subordonnées.

Le **niveau A** est le niveau de la connaissance et de l'utilisation des faits spécifiques mémorisés. L'échec à une telle question permet a priori de conclure à l'ignorance ou l'oubli de faits spécifiques.

Avec **le niveau B**, c'est la connaissance et de l'utilisation d'ensembles de faits spécifiques qui entrent en lice. L'élève doit par exemple pouvoir expliciter une relation entre des faits spécifiques. L'échec à une question de niveau B permet a priori de conclure à l'ignorance d'interactions entre les faits spécifiques. L'élève ne possède pas alors les concepts en jeu.

Au niveau C, l'élève doit connaître et savoir appliquer les procédures de résolution pour répondre aux questions posées. Il doit pouvoir utiliser les faits spécifiques et les concepts qu'il possède pour donner des renseignements nouveaux sur une situation donnée. Pour cela, il doit parfois préalablement transformer l'énoncé pour se ramener à une question classique.

Le niveau D se différencie du niveau C par le fait que c'est la méthode de résolution qui est à trouver : ce sont les questions où, indépendamment de la présence en mémoire des connaissances nécessaires, on peut "trouver" la réponse plus ou moins vite ou même "sécher". L'échec à une telle question, ne permet pas de conclure avec certitude à l'ignorance de connaissances ou de procédures de résolutions classiques.

2. 1. 4. La complexité cognitive : les quatre niveaux retenus pour notre analyse.

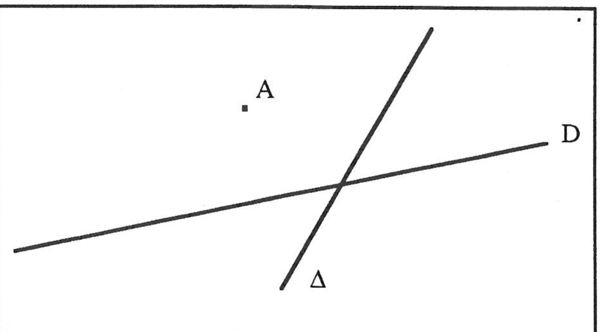
Pour notre part, cette logique pour hiérarchiser la complexité des tâches à effectuer à partir des connaissances, nous semble adéquate pour guider, moyennant certaines précisions, une première analyse des propositions de test de notre corpus. Nous utiliserons l'abréviation CC pour signaler les différents niveaux de complexité cognitive. Voici les 4 niveaux que nous retenons.

CC 1° : Traitement de faits spécifiques isolés.(NLSMA : niveau A)

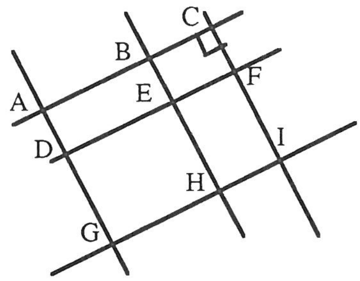
Dans les questions proposées par les professeurs, on rencontre en effet des questions qui portent sur la connaissance de notions de base en géométrie telles que les notions de points, de segments, de droites, ainsi que les relations qui peuvent lier ces éléments : points alignés, droites perpendiculaires etc. Il s'agit par exemple de reconnaître des droites perpendiculaires ou un triangle rectangle sur une figure ou encore de tracer une perpendiculaire à une droite. Ces questions correspondent assez bien au niveau A décrit dans la classification N.L.S.M.A. où c'est la connaissance ou l'utilisation de faits spécifiques qui sont en jeu.

Voici quelques exemples de questions de cette catégorie.

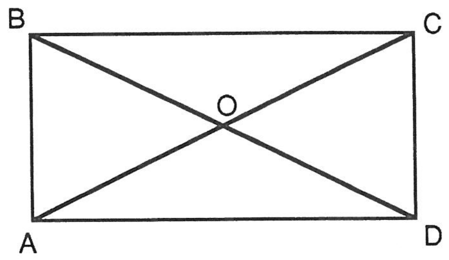
Exemple 1 :

Jo3a	Trace une droite d_1 parallèle à D	

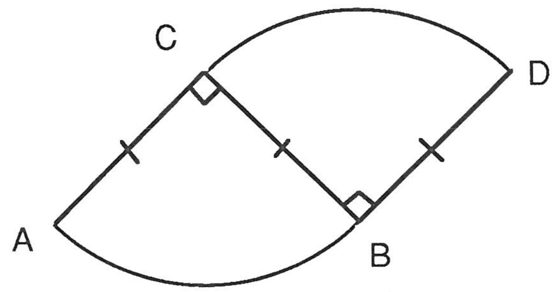
Exemple 2 :

Jo4a	Utilise l'équerre et la règle pour reconnaître, puis nommer sur cette figure deux droites parallèles.	

Exemple 3 :

In1b	La figure ABCD représente un rectangle. Complète les phrases suivantes en utilisant les mots de la liste : perpendiculaire, rectangle, parallèle, sommet, isocèle, équilatéral. a) Les droites (AB) et (BC) sont	

Exemple 4 :

Fi2b	Parmi les segments représentés sur la figure, indique deux segments situés sur des droites perpendiculaires.	

CC 2° et CC 3° : restitution intégrale d'une situation impliquant un ensemble de faits spécifiques (NLSMA : niveau B) .

On rencontre ensuite des questions qui demandent de traiter des situations où plusieurs faits spécifiques sont en jeu : ce n'est pas une connaissance de base qui est alors au centre de la question, mais la capacité de traduire les relations entre les divers éléments dont est composé la situation. Il s'agit par exemple de reproduire une figure, ou encore d'en donner un programme de construction. Etant donné qu'il s'agit de reproduire ou de traduire une situation donnée comportant plusieurs faits spécifiques et non pas de produire de nouveaux renseignements, ces exercices sont à notre avis de niveau B dans la classification N.L.S.M.A. Néanmoins nous sommes amenés à distinguer ici deux sous-catégories, qui correspondent en fait à des tâches différentes. Dans un cas, il faut déterminer l'algorithme qui permet la traduction ou la reproduction de la situation. Dans l'autre, cet algorithme est donné et il suffit en fait de traduire ou reproduire pas à pas les étapes qui sont indiquées. Commençons par décrire ce cas là.

CC 2° : Restitution intégrale d'une situation où les enchaînements à réaliser sont donnés.

Dans ces exercices, la situation à transcrire est déjà découpée en une suite d'informations isolées qui correspondent à autant de faits spécifiques. Il suffit alors de considérer une à une, dans l'ordre où elles sont données pour effectuer la tâche de traduction demandée. L'exemple 5 nous donne une question de ce type. De même, pour passer d'une figure à un texte de programme de construction, on peut imaginer un film de construction où chaque image correspond à une étape de la construction. L'élève serait, là aussi, déchargé du travail de découpage de la situation en étapes. Il exécute un programme, il ne programme pas.

Exemple 5 :

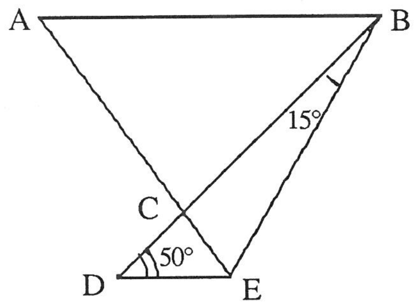
Mi2a à Mi 2f	[AB] a pour milieu M. La perpendiculaire à la droite (AB) passant par A se nomme d. La parallèle à d passant par M coupe le cercle de diamètre [AB] en I et J. La droite (BI) coupe la droite d en C. La droite (BJ) coupe la droite d en E. Fais le dessin (soigné).

CC 3° : Restitution intégrale d'une situation où les enchaînements à réaliser sont à déterminer.

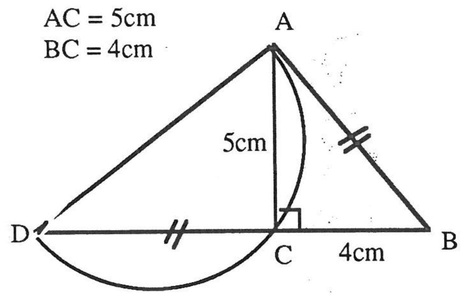
Exemple 6 :

Mi1a	Construire un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 6cm.

Exemple 7 :

Ri3a	Sur la figure ci-contre : -BD = 10 cm -le triangle ABE est isocèle en E -les droites AB et DE sont parallèles Rédiger le programme de construction de cette figure (veiller à être clair et précis)	

Exemple 8 :

Je7	Reproduire en vraie grandeur la figure représentée ci-contre .	

Dans les exemples 6, 7 et 8, on voit que la situation à transcrire est donnée globalement : la détermination des étapes élémentaires qui permettent d'obtenir la même situation dans le mode de représentation souhaité reste à la charge de l'élève. Pour obtenir ce résultat l'élève est obligé par exemple d'analyser la figure en sous figures *("je commence par tracer quelle partie de la figure...")*, ou de se rappeler de certaines définitions *("je me rappelle qu'un triangle isocèle, c'est un triangle qui a deux côtés de même longueur; or on met dit que AB = 6cm...")* . Bref, il ne peut se contenter de retranscrire les informations données dans le mode d'expression voulu, mais il est obligé de traiter d'abord ces informations à l'intérieur du registre dans lequel elles sont données. L'élève est ici un programmateur et non pas un simple exécutant..

CC 4° : productions d'informations non présentes dans la situation initiale (NLSMA : niveaux C et D).

A ces niveaux, en géométrie, nous retrouvons les questions qui sollicitent la production d'informations nouvelles, production qui nécessiterait pour être justifiée la connaissance et l'application de relations logiques régissant les faits spécifiques de la géométrie : propriétés de la médiatrice d'un segment, conditions nécessaires et suffisantes pour obtenir un parallélogramme etc.. Il s'agit de conjecturer un fait et même parfois de valider cette conjecture. C'est par exemple, la question qui suit l'exemple 5. Après avoir exposé le programme de construction d'une figure, Michel demande à ses élèves : *"Que constatez-vous ?"*. Ce genre de question est parfois accompagné d'une demande explicite de justification. Nous touchons ici un des objectifs essentiels des apprentissages en géométrie : le passage d'une démarche de constatation à une démarche de raisonnement hypothético-déductif. Pour l'instant nous ne distinguerons pas les niveaux C et D. Mais nous aurons par la suite l'occasion de nous justifier plus amplement sur ce point en montrant qu'au niveau de la sixième, le fait de signaler si les élèves ont à produire de nouveaux renseignements ou pas, est suffisant pour différencier les apprentissages cruciaux.

Une analyse rapide des propositions de tests laisse entrevoir qu'elles se différencient par la présence ou l'absence, ainsi que par l'importance de la représentation de chacun de ces niveaux de complexité cognitive. Lorsqu'ils construisent leur proposition de test les professeurs semblent donc se différencier par les objectifs cognitifs qu'ils se donnent la possibilité de contrôler. Pour repérer plus précisément les différentes orientations définies de ce point de vue par les professeurs, nous seront donc amenés à analyser la complexité cognitive sollicitée dans les questions proposées.

2. 2. Un deuxième aspect : les registres utilisés pour représenter les contenus.

2. 2. 1. Différence entre la complexité cognitive d'une question et sa difficulté.

Avec la taxonomie des objectifs cognitifs de BLOOM et plus spécialement la classification N.L.S.M.A, nous sommes en présence de critères ordonnés dans le sens d'une complexité croissante. Par exemple, pour réussir une question impliquant plusieurs faits spécifiques il faut d'abord connaître un à un les différents faits spécifiques. Mais, lorsqu'il expose la classification N.L.S.M.A, WILSON (BLOOM MADAUS HASTING, 1971, p 676), est amené à dire que la complexité cognitive ne rend pas nécessairement compte du niveau de difficulté des exercices. Et de fait, avec des exemples tirés de l'évaluation du nouveau programme par l'A.P.M.E.P., nous avons déjà eu l'occasion de signaler (Ch I § 7.) que deux tâches a priori équivalentes en termes d'objectifs cognitifs peuvent donner lieu à des taux de réussites fort différents.

Pour avoir une idée des aspects à envisager pour repérer la nature des difficultés rencontrées par les élèves, il nous faut alors entrer alors dans une autre démarche que celle qui consiste à définir a priori les objectifs cognitifs. Au lieu de considérer uniquement l'ensemble des contenus à enseigner pour l'organiser en tâches plus ou moins complexes à effectuer, il est nécessaire de se pencher sur les productions des élèves et les analyser pour repérer les autres aspects qui peuvent caractériser ces tâches. L'exemple d'une telle démarche, nous est donné par J.P. GUILFORD (1967.) procédant à une analyse des réponses d'individus face à une batterie d'épreuves afin de repérer les composantes qui permettent de décrire les activités mentales. Il considère ainsi la nature des opérations mentales *("reconnaissance", "mémorisation", "production divergente, convergente" etc.)* , qu'il compare avec les objectifs cognitifs de BLOOM (p.67). Mais il est amené aussi à considérer les contenus sur lesquels s'exercent ces opérations *("figurale", "sémantique" etc)*, ainsi que les produits résultant de ces opérations *("unités", "classes", "relations","système" etc)*. De fait, pour affiner leurs analyses, toutes les études qui ont essayé de développer comme D'HAINAULT (1983) ou de valider comme Régis GRAS, (1979) la hiérarchisation définie par BLOOM ont été obligé de se référer à des modèles intégrant des aspects indépendants, non ordonnables les uns par rapport aux autres.

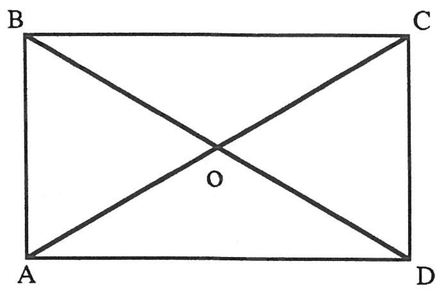
Quels aspects, autres que la complexité cognitive, allons-nous prendre en compte pour notre étude centrée sur l'enseignement de la géométrie en début de collège ?

2. 2. 2. Les registres utilisés : un aspect important.

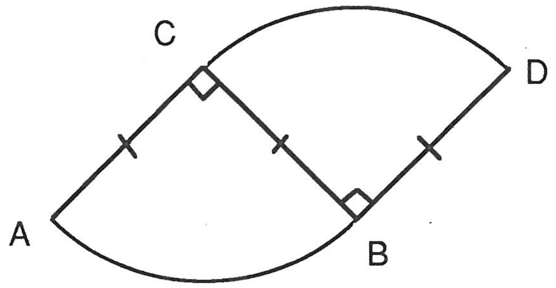
Depuis quelques années, en suivant une démarche d'observation des productions des élèves dans le cadre de recherches menées à l' I.R.E.M. de Strasbourg sous la direction de R. DUVAL et F. PLUVINAGE, nous avons été rendu attentif à un aspect, qui indépendamment de la complexité cognitive des tâches à effectuer a une influence très importante sur les taux de réussite des élèves : **les registres utilisés**. Voici quelques cas qui illustrent cette influence. Ils sont tirés de notre corpus.

Pour commencer voici deux questions qui, a priori, étaient toutes deux destinées à tester la capacité des élèves à repérer des perpendiculaires et des parallèles sur une figure donnée. D'un point de vue de la complexité cognitive, nous étions donc au niveau de la reconnaissance d'un fait isolé. La première question figure dans le test national passé en début d'année et la deuxième dans le test final élaboré pour repérer les progressions des élèves. Voici ces deux exercices :

Exemple 9 :

In1b	La figure ABCD représente un rectangle. Complète les phrases suivantes en utilisant les mots de la liste : perpendiculaire, rectangle, parallèle, sommet, isocèle, équilatéral. a) Les droites (AB) et (BC) sont	

Exemple 10 :

Fi2b	Parmi les segments représentés sur la figure, indique deux segments situés sur des droites perpendiculaires.	

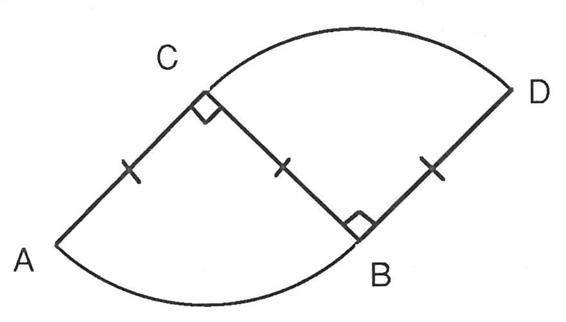
En comparant les résultats relatifs à la question portant sur la reconnaissance de droites perpendiculaires et parallèles en début et en fin d'année, nous avons constaté une nette régression ! Pour le premier, passé en début d'année, nous constatons un taux de réussite de 66 %, alors que pour le deuxième, après deux trimestres de travail, le taux de réussite est de 53 %. Fallait il en conclure que les élèves avaient stagné, voir régressé, en ce qui concerne la capacité de reconnaître des perpendiculaires ?

En fait, il y a une nette différence entre les tâches à réaliser. En début d'année (In 1b), il s'agissait de choisir dans une liste de mots donnés celui qui indique la position relative de deux droites nommées. En fin d'année (Fi 2b), il s'agit d'indiquer des droites qui sont perpendiculaires (ou parallèles). Dans ce dernier cas, nous superposons donc deux difficultés: le repérages des droites perpendiculaires et leur désignation symbolique (deux points pour définir une droite). La seule référence à la complexité cognitive ne permet donc pas de décrire la tâche à effectuer : il faut par exemple ici prendre aussi en compte la forme des informations qui sont fournies aux élèves et la forme des informations à restituer. Il est par exemple ici nécessaire de distinguer le langage naturel auquel l'élève peut avoir recours pour répondre à la question 9 du langage symbolique qu'il doit maîtriser pour répondre à la question 10.

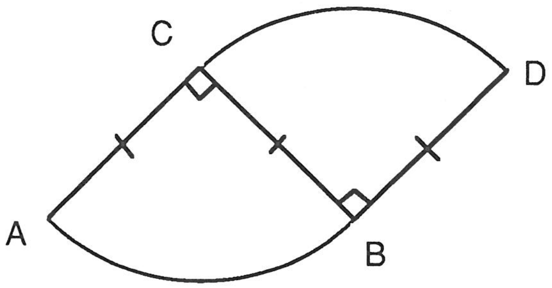
De plus, contrairement aux questions de début d'année, les perpendiculaires ne correspondent pas ici à une "horizontale" et une "verticale". En revanche, les angles droits sont ici codés par des signes conventionnels en géométrie. L'analyse à réaliser pour repérer les perpendiculaires est donc de nature différente de celle qui était à réaliser en début d'année.

De même, voici deux exercices que pour notre part, du point de vue de la complexité cognitive, nous situons tous deux au niveau de la compréhension des liens qui réunissent des faits spécifiques. Pourtant les compétences testées sont là aussi très différentes.

Exemple 11 :

Fi1a	La figure codée ci-contre est construite avec trois segments de même longueur et deux quarts de cercle. Reproduis cette figure (Pour t'aider, une partie de la figure a déjà été dessinée)	

Exemple 12 :

Fi1b	Ecris le programme de ta construction, c'est à dire indique les tracés successifs que tu as ajoutés à la partie de la figure qui étaient déjà dessinée.	

Il est évident a priori que ces deux questions, d'un même niveau de complexité taxonomique, se différencient par le mode d'expression qu'elles sollicitent. Cette différence se confirme par les taux de réussite : en fin de 6ème, la première est réussie à 88 % alors que moins de 34 % des élèves seulement savent décrire avec précision les étapes de leur construction. (voir annexe de ce chapitre : "Points pris en compte dans le test initial et dans le test final pour repérer les évolutions des élèves et taux de réussite".

On peut considérer que nous sommes là dans le domaine de l'évaluation d'objectifs qui ne sont pas strictement liés à une entrée par les contenus mathématiques abordés. Indépendamment du fait qu'il s'agit de telles ou telles notions mathématiques, il s'agit ici de voir quelles sont les compétences des élèves dans divers registres utilisés (images, textes ...). Plus précisément, on peut dire que l'enseignement de la géométrie est ici l'occasion de développer des compétences extra-disciplinaires. Lorsque nous avons résumé les finalités qui peuvent être visées par l'enseignement de la géométrie, nous avons souligné l'importance des apprentissages qui se font dans le domaine du maniement et de l'articulation de registres différents : traitements d'images, programmations, etc. Cette influence du mode de présentation des contenus abordés est en général bien sentie par les enseignants qui signalent par exemple que certains élèves ne savent pas s'exprimer correctement. Mais ils n'en font pas toujours un objectif d'apprentissage dans le cadre de l'enseignement des mathématiques.

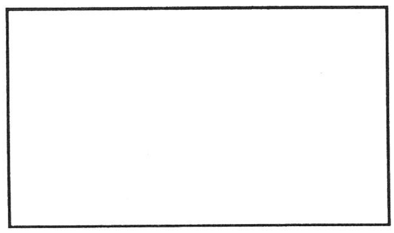
Dans quelle mesure cet aspect est-il alors pris en compte dans leur démarche d'évaluation ? Une analyse plus précise des registres en jeu dans les propositions de questions pouvait nous apporter des indications à ce sujet.

2. 2. 3. Les registres utilisés : les catégories retenues.

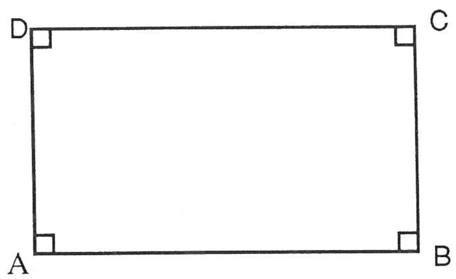
GUILFORD appelle *"contenus"* ce que nous désignons en première approximation par "registres utilisés". Cette dénomination peut prêter à confusion. Elle s'explique par le fait que la préoccupation de GUILFORD n'est pas d'analyser la transmission de connaissances, mais de déceler les aspects qui interviennent dans les activités mentales. Il signale donc ici l'importance du matériel sur lequel s'exerce l'activité mentale et qui a donc pour lui statut de contenu. Il distingue les contenus *figuratifs*, *symboliques*, *sémantiques* et *comportementaux*. Ces catégories auraient pu nous servir de référence pour analyser les propositions des professeurs. Néanmoins elles n'étaient pas assez adaptées pour rendre compte de la nature des tâches à effectuer dans le domaine de la géométrie.

Ainsi pour les "*contenus* " qualifiés de "*figuratifs* ", il nous faut distinguer les figures sur lesquelles des points sont nommés ou sur lesquelles figurent des renseignements donnés sous formes symboliques avec des codes pour signaler des segments de même longueur ou des angles droits par exemple (exemple 13) des figures données de façon brute (exemple 14).

Exemple 13 :

	Comment appelle-t-on la figure ci-contre ?	

Exemple 14 :

	Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ci -contre ?	

Dans nos deux questions, la reconnaissance de rectangles ne se fonde pas du tout sur les mêmes bases. Dans l'exemple 13, la reconnaissance pourra être la reconnaissance globale d'une forme appelée "rectangle" étayée éventuellement par des vérifications à l'aide des instruments de géométrie (équerre, règle). Dans l'exemple 14, la reconnaissance pourra se fonder sur l'interprétation des renseignements qui sont donnés sur la figure. Il s'agit là d'une distinction essentielle pour qui veut initier à l'entrée dans le monde du raisonnement en géométrie : quelle sont les informations sur lesquelles on peut se baser pour raisonner ?

De même, pour les contenus verbaux qualifiés de "sémantiques", il nous faudra distinguer le langage symbolique du langage naturel . C. LABORDE (1982) montre toute la difficulté que les élèves ont pour entrer dans le monde du langage symbolique en mathématiques. Désigner une droite par deux de ses points qui ont déjà eux mêmes été symbolisés par des lettres, ne va pas de soi pour les élèves, comme nous l'avons vu en comparant les exemples 9 et 10.

Plutôt que de distinguer les contenus figuratifs, symboliques et sémantiques, nous serons donc amenés à distinguer le registre des figures et le registre des textes. Pour chacune de ces catégories, nous verrons par la suite que nous serons parfois amenés à préciser la nature et la forme des informations qu'ils apportent ou qui sont à produire : *"langage naturel"* ou *"symbolique"*, *"figures codées"* ou *"non codées"* par exemple.

2. 2. 4. Les registres utilisés : prise et production d'informations.

Une deuxième considération fait que nous ne reprendrons pas strictement le modèle de GUILFORD pour décrire les modes de présentation des contenus. Dans ses descriptions, il ne distingue pas la nature des informations qui sont données au départ de celles qui sont à produire par les individus. Il décrit la forme du contenu sur lequel les individus ont à opérer, mais ne signale et ne distingue pas les registres dans lesquels ils ont à produire les réponses : une case à cocher, une figure à entourer, un mot à présenter, une argumentation à rédiger etc. Or, comme nous l'avons vu, cette distinction est à relever pour caractériser les tâches à accomplir en géométrie : à contenus mathématiques similaires, produire un texte décrivant une figure donnée n'est pas la même chose que de reproduire cette figure.

Dans son schéma des actes intellectuels L D'HAINAULT (1983, p.198) définit l'opération cognitive comme un processus mental par lequel une personne obtient un produit à partir d'un objet donné au départ. Ce schéma permet de donner des précisions sur les informations reçues et à produire, c'est pourquoi, nous l'adopterons donc comme cadre pour affiner notre outil d'analyse. Pour analyser les propositions des professeurs, nous avons donc considéré les tâches que les élèves ont à effectuer comme consistant à opérer des transformations d'informations : chaque exercice donne un certain nombre d'informations et demande à l'élève de les recevoir et ensuite de les traiter, soit en les reproduisant *(reproduire une figure par exemple)*, soit en les transformant *(réaliser un programme de construction par exemple)* ou en en extrayant certaines *(signaler des droites perpendiculaires sur une figure par exemple)*, ou même en en tirant des renseignements supplémentaires *(calcul d'un angle ou exercice de démonstration)*. Le schéma adopté permet ainsi de rendre compte de la complexité cognitive de la tâche à effectuer tout en précisant les registres utilisés pour l'énoncé et pour la réponse demandée.

2. 2. 5. Les registres utilisés : le schéma d'analyse retenu.

Nous distinguerons donc les exercices proposés en test final en les caractérisant par le ou les registres par lesquels on donne les informations aux élèves et le ou les registres dans lesquels l'élève est amené à produire des informations. Dans une première approche nous pouvons évoquer les deux formes principales dans lesquelles on reçoit et on produit des informations : FIGURE et TEXTE. Les formes sous lesquelles se présentent ces informations à l'intérieur des textes ou des figures se sont trouvées être assez standardisées pour que l'analyse réduite à celle des occurrences des deux valeurs TEXTE et FIGURE soit déjà riche d'enseignements et différencie grandement, comme nous le verrons, les tests proposés. Dans un deuxième temps, une analyse plus fouillée s'appuie sur les formes que prennent les informations à l'intérieur de textes (langage naturel, langage symbolique, etc.) et de figures (mesures, codage, etc.).

Le fait que les registres des TEXTES et des FIGURES puissent être présents à l'entrée et à la sortie d'informations conduit à neuf types différents d'exercices, présentés par le tableau 1.

Tableau 1

Ce qui est donné est :	Il s'agit de produire :
UNE FIGURE	UNE FIGURE
UN TEXTE	UNE FIGURE
UN TEXTE et UNE FIGURE	UNE FIGURE
UNE FIGURE	UN TEXTE
UN TEXTE	UN TEXTE
UN TEXTE et UNE FIGURE	UN TEXTE
UNE FIGURE	UN TEXTE et UNE FIGURE
UN TEXTE	UN TEXTE et UNE FIGURE
UN TEXTE et UNE FIGURE	UN TEXTE et UNE FIGURE

Dans une première approximation, pour des raisons de lisibilité et de clairvoyance, nous sommes amenés à simplifier ce tableau en ne retenant que les catégories suivantes

Tableau 2

Ce qui est donné est :	Il s'agit de produire :
UNE FIGURE	UNE FIGURE
UN TEXTE	UNE FIGURE
UNE FIGURE	UN TEXTE
UN TEXTE	UN TEXTE

Voici les raisons et les modalités de notre simplification.

Tout d'abord, en ce qui concerne la colonne correspondant aux informations à produire par les élèves, c'est à cause de notre définition des items pris en considération que nous ne rencontrerons pas d'items qui demandent aux élèves de produire un texte et une figure en même temps. En effet, dans ces cas là, nous avons répertorié deux items distincts. Par exemple, dans son test, Richard demande dans une même question aux élèves :

"Tracer le demi-cercle de rayon 2,5 cm et de centre le point C, milieu du segment UH. Que représente le point S ?"

Nous avons distingué dans cette demande une succession de deux actions distinctes. La première phrase correspond pour nous à un premier item Ri1e demandant aux élèves de produire une figure; la deuxième phrase correspond dans nos référence à l'item Ri1f avec une sortie texte.

En revanche, les items où la situation présentée en entrée à l'élève comporte un texte et une figure ne sont pas rares. On comprend aisément que même dans les cas où le support essentiel de la prise d'information est une figure, l'item comporte forcément un texte correspondant à une instruction.

Ainsi l'item Cwg 6a, proposé par Claude-William-Gérard propose aux élèves une figure codée à reproduire. La figure est alors accompagnée de l'instruction *"Construire le rectangle VERT "* qui donne non seulement la nature de la tâche à effectuer (*reproduire une figure*) mais comporte aussi une information textuelle sur la nature de la figure (*il s' agit d' un rectangle)* .

Inversement, certains items apportent leurs informations sous la forme d'un texte mais sont accompagnés d'une figure sur laquelle l'élève aura par exemple à greffer le tracé demandé par le texte. Ainsi l'item Jo 2b proposé par Joëlle, demande aux élève de *"tracer la droite d2 perpendiculaire à D et qui passe par A"* sur une figure qui présente une droite D et un point A extérieur à cette droite.

Dans les deux items explorés, Cwg 6a et Jo 2b, ce qui est donné aux élèves est un texte et une figure. Dans les deux cas, il s'agit de produire une figure. Nous rangerons néanmoins les deux items dans deux catégories différentes.

Pour l'item Cwg 6a, le support principal de la prise d'information est constitué par la figure. Le texte précise la nature de la tâche qui est à effectuer à partir de la figure et apporte une information qui complète les informations données par la figure elle-même. En première approximation, nous rangerons donc cet item dans la catégorie des items qui donnent une figure et qui demandent de produire une figure. Par la suite, nous serons amenés à distinguer les figures qui sont accompagnées d'informations textuelles, de celles qui sont données sans autre référence qu'elles mêmes, comme par exemple l'item Jo 10 proposé par Joëlle qui demande de reproduire une figure sans qu'aucune indication textuelle, ni codage ne viennent accompagner la figure.

Pour l'item Jo 2b, les informations essentielles à prendre sont données par le texte. La figure déjà présente sert de support à la tâche à effectuer. Ici, nous rangerons donc cet item dans la catégorie des items qui donnent un texte en entrée et qui demandent de produire une figure. De ce fait, nous serons donc amené dans un premier temps à ranger cet item dans la même catégorie que les items Da 1a et Da 1b proposés par Danièle, sans figure accompagnatrice : *"Soient A, B, C trois points non alignés , tracer la parallèle à la droite AB passant par le point C"*. Là aussi, par la suite, une analyse plus fine nous permettra de distinguer les textes en entrée, non seulement par la présence ou l'absence d'une figure de référence, mais aussi par le type de langage dans lequel ils sont écrits.

2. 2. 6. Croisement des deux aspects retenus pour repérer les tâches à effectuer par les élèves.

Après avoir considéré et précisé un premier aspect par lequel il est important de décrire les tâches à effectuer par les élèves pour situer les objectifs des professeurs, à savoir la complexité cognitive, nous avons maintenant dégagé un deuxième aspect qui permet de repérer les articulations de registres en jeu .

En croisant les deux critères que nous avons précisés, à savoir la complexité cognitive et les registres de présentation et d'expression des informations, nous avons le moyen de décrire objectivement les tâches à effectuer par les élèves. Le tableau à double entrée qui suit permet ainsi de décrire les différents types de questions qu'il est théoriquement possible d'élaborer en considérant les deux critères. Nous pourrons donc situer chaque question proposée par les professeurs dans ce tableau. Les tâches à effectuer par les élèves sont donc repérées par les articulations de registres et les niveaux de complexité cognitive en jeu.

(Complexité cognitive × Articulation de registres)

	Texte vers Figure	Figure vers Figure	Figure vers Texte	Texte vers Texte
CC I Traitement d'un contenu isolé	Instruction isolée de base à exécuter ou information isolée à donner ex : Sur une figure donnée, tracer la perpendiculaire à (AB) passant par C	Reproduction d'un tracé isolé. ex : Reproduire un segment qui est donné.	Donner un renseignement isolé à propos d'une figure. ex : A propos d'une figure donnée, citer deux droites perpendiculaires	Traduire une information isolée. ex : Que signifie l'écriture : $(AB) \perp (BC)$?
CC II Restitution intégrale d'une situation d'un registre dans un autre. Les étapes sont données.	Exécuter un programme de construction décrivant les tracés de base à enchaîner Ex : Soit un segment AB de 3cm Tracer le cercle de centre A et de rayon AB. Ce cercle recoupe la droite (AB) en C, etc.	Construire une figure à partir d'un film dont les images donnent les étapes de sa construction.	Ecrire le programme de construction d'une figure donnée par un film de construction.	Traduire un ensemble d'informations d'un langage à un autre. ex : Ecrire en langage naturel le programme de construction d'une figure dont les caractéristiques sont données en langage symbolique
CC III Restitution intégrale d'une situation d'un registre dans un autre. Les étapes sont à trouver.	Réaliser une figure à partir d'un texte donnant ses caractéristiques globalement ex : Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6cm et BC = 8cm.	Reproduire une figure donnée.	Ecrire le programme de construction d'une figure donnée.	Ecrire le programme de construction d'une figure décrite globalement. ex : Ecrire le programme de construction d'un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 6cm et BC = 5cm.
CC IV Production de nouvelles informations			Production de conjectures, et éventuelles justifications à l'aide de théorèmes.	Production de conjectures, et éventuelles justifications à l'aide de théorèmes.

2. 3. Un troisième aspect : le niveau de pensée des élèves.

2. 3. 1. La description objective des tâches à effectuer est-elle suffisante ?

Jusqu'à présent, nous avons défini des critères qui permettent de décrire objectivement les tâches à effectuer par les élèves. Nous avons ainsi le moyen de rendre compte de l'opérationnalisation des finalités que sont l'acquisition de connaissances propres à la discipline et aussi de compétences extra-disciplinaires comme la maîtrise de registres différents de représentation et d'expression. Or, il nous faut aussi rendre compte des apprentissages à réaliser en géométrie pour amener les élèves à dépasser le stade de l'observation-constatation pour arriver au stade hypothético-déductif. De ce point de vue, notre modèle d'analyse est jusqu'à présent insuffisant : il fixe les objectifs à atteindre mais ne tient pas compte du cheminement à accomplir par les élèves pour les atteindre. En ce qui concerne la taxonomie de BLOOM par exemple, elle ne se base pas sur une observation rigoureuse des possibilités des élèves. Elle se base, comme le signale D'HAINAULT (1983, P 192), sur "l'apparente évidence de la logique ou du bon sens". Au départ il s'agissait, de façon modeste et pragmatique, de mettre de l'ordre dans la complexité des épreuves pour pouvoir les comparer. Par la suite ces travaux ont été repris pour définir des objectifs d'enseignement. La démarche essentielle qui a donc présidé à la constitution et à l'utilisation de ces taxinomies est donc de s'interroger sur ce qu'il serait souhaitable que les élèves sachent faire. A notre avis, nous sommes alors dans une logique de ce que P. MEIRIEU (1989, p 58) appelle une "pédagogie de l'empreinte", empreinte que l'on essaye d'imprimer, opposée à une "pédagogie par genèse" qui se questionnerait d'abord sur les pensées que les élèves développent à partir des contenus du programme pour définir les progressions à envisager. Il nous fallait donc trouver ou élaborer un modèle qui se réfère de façon plus étroite à l'interaction entre les contenus mathématiques présentés et la capacité des élèves à les traiter, pour pouvoir rendre compte de la finalité plus spécifique allouée par l'enseignement à la géométrie, à savoir le développement du raisonnement hypothético-déductif.

Nous avons donc été amené à nous tourner vers des travaux plus spécifiquement dirigés vers l'observation de la pensée des élèves en géométrie.

2. 3. 2. Les observations de J. PIAGET et B. HINHELDER.

Pour commencer, évoquons les travaux de J. PIAGET et B. INHELDER. Le premier ouvrage auquel on peut penser se référer est alors celui où ils décrivent le passage qui mène les individus de la "pensée opératoire concrète" à la "pensée formelle" : "De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent" (J. PIAGET et B. INHELDER., 1955). Mais dans cet ouvrage, les expériences sur lesquelles ils se basent pour développer leurs descriptions ne concernent pas spécifiquement le monde de la géométrie : c'est plutôt la découverte de lois physiques par les individus qui y est en jeu. Il s'agit par exemple d'étudier comment les enfants, de différents âges, raisonnent pour découvrir l'égalité entre les angles d'incidence et de réflexion d'une bille sur une paroi. En revanche, dans d'autres travaux J. PIAGET et B. INHELDER ont observé plus exclusivement le comportement d'enfants dans des tâches de géométrie. Nous trouvons l'exposé de leurs travaux dans les deux ouvrages successifs que sont "La représentation de l'espace chez l'enfant" (1947) et "La géométrie spontanée de l'enfant " (1948). La tranche d'âges (de 4 à 10 ans) des enfants observés ne correspond pas à celle des élèves de collège auxquels nous nous intéressons. D'autre part, il s'agit de l'observation d'élèves dans des tâches spécifiques de représentation de l'espace et non pas des tâches classiques que l'on donne aux élèves dans le cadre de l'enseignement de la géométrie au collège.

Mais malgré ces différences avec notre objet d'étude, il nous paraît intéressant de nous référer à J. PIAGET et B. INHELDER : leurs travaux ont pour perspective de dégager la genèse du raisonnement formel en géométrie. Nous avions alors à coeur de situer les apprentissages qui peuvent se réaliser à l'occasion de l'enseignement de la géométrie par rapport à la genèse dégagée par J. PIAGET et B. INHELDER.

L'objet de leurs travaux est de repérer les rapports qui régissent la perception, puis la représentation de l'espace chez l'enfant. Ils distinguent les rapports topologiques constitués par des relations de voisinage, de séparation, d'ordre, d'enveloppement et de continuité, les rapports projectifs basés sur les relations d'alignement et de parallélisme, et les rapports euclidiens où apparaissent les notions de mesures et de proportions.

J. PIAGET et B. INHELDER s'opposent à la thèse défendue ente autre par H. POINCARE qui pense que la représentation géométrique est le reflet direct de l'espace sensori-moteur. Ils montrent que perception et représentation ont chacune leur développement propre. Par les observations, il est en effet constaté que le passage du monde de la perception et de la motricité (espace sensori-moteur) au monde de la représentation de l'espace est marqué par une discontinuité : bien que leur espace sensori-moteur soit déjà régi par des rapports projectifs et euclidiens, les enfants confrontés à des tâches de représentation de l'espace, procèdent en ignorant ces rapports et en recourant d'abord aux rapports plus élémentaires que sont les rapports topologiques. L'apparition d'un espace projectif et euclidien au niveau de la représentation est l'objet d'une reconquête progressive.

Pour J. PIAGET et B. INHELDER (1947, p 523) , les expériences réalisées montrent que "l'intuition de l'espace n'est pas une lecture des propriétés des objets, mais bien dès le début, une action exercée sur eux ; et c'est parce que cette action enrichit la réalité physique, au lieu d'en extraire sans plus des structures toutes formées, qu'elle parvient à la dépasser peu à peu, jusqu'à constituer des schémas opératoires susceptibles d'être formalisés et de fonctionner déductivement par eux mêmes."

Le propos de J. PIAGET et B. INHELDER est de décrire la constitution de cet espace représentatif dont les structures d'abord topologiques, puis projectives et euclidiennes préparent le terrain nécessaire sur lequel pourront s'appuyer ensuite les raisonnements hypothético-déductifs.

Mais si cette conquête est une condition nécessaire, elle n'est pas suffisante pour atteindre le stade du raisonnement hypothético-déductif qui demande tout un travail d'expression pouvant rendre compte de ces rapports entre figures géométriques. C'est à cette condition que les schèmes qui structurent les représentations des enfants pourront être explicités et devenir objets et outils de connaissance pour les élèves. Parmi les fonctions que peut remplir le langage dans les apprentissages, G. VERGNAUD (1991, p.85), en signale deux qui décrivent bien la phase dans laquelle nous sommes alors : " Accompagner et aider la pensée dans son travail d'identification des propriétés, des relations et des objets, et dans son travail de programmation et de contrôle des actions; contribuer à la transformation du statut des connaissances, en favorisant notamment l'élaboration d'objets de niveau de plus en plus élevé ". En l'occurrence, pour G. VERGNAUD : "Le signifié , c'est les schèmes, et les invariants opératoires implicites sur lesquels ils reposent. Le signifiant, c'est la langue naturelle et les autres symbolismes." C'est un questionnement du même type qui est à la base des travaux de C. LABORDE (1982) lorsqu'elle considère "les problèmes langagiers dans l'enseignement des mathématiques non pour eux-mêmes, mais pour l'incidence qu'ils ont dans l'acquisition des connaissances mathématiques dans le cadre d'un apprentissage scolaire". Les travaux de G. VERGNAUD analysent surtout le rapport du langage aux schèmes qui organisent l'action du sujet en situation dans le domaine des travaux numériques.

Pour notre part, il nous fallait nous tourner vers des travaux qui prennent en compte la spécificité des apprentissages à réaliser en géométrie pour arriver au stade de l'expression de raisonnements hypothético-déductifs. En exposant ces travaux dans les paragraphes qui suivent, nous aurons encore l'occasion de situer leurs différences et similitudes avec les travaux de J. PIAGET et B. INHELDER.

2. 3. 3. Les niveaux de pensée de l'enfant en géométrie observés par VAN HIELE.

Quelques recherches récentes, dans le domaine de la didactique de la géométrie, nous ont ainsi amené à considérer les travaux de VAN HIELE.

P. VAN HIELE était professeur au lycée aux Pays-Bas et est l'auteur d'une thèse sur le problème de l'intuition (en particulier sur le rôle de l'intuition dans l'enseignement de la géométrie). Cette thèse a été soutenue devant l'Université d'Utrecht le 4 juillet 1957. De nombreuses recherches actuelles se réfèrent à ses travaux. Lors d'une conférence faite à Sèvres en novembre 1957, il a résumé le problème de l'enseignement de la géométrie ainsi : " Le