

Loi géométrique tronquée : exemple de la limitation du nombre de naissances

Niveau :

Classe de première S

Extrait du programme officiel :

<p>Modèle de la répétition d'expériences identiques et indépendantes à deux ou trois issues.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Représenter la répétition d'expériences identiques et indépendantes par un arbre pondéré.• Utiliser cette représentation pour déterminer la loi d'une variable aléatoire associée à une telle situation.	<p>Pour la répétition d'expériences identiques et indépendantes, la probabilité d'une liste de résultats est le produit des probabilités de chaque résultat. La notion de probabilité conditionnelle est hors programme.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><p>On peut aussi traiter quelques situations autour de la loi géométrique tronquée.</p><p>◇ On peut simuler la loi géométrique tronquée avec un algorithme.</p></div>
--	---	--

Type d'activité :

Il s'agit d'une activité guidée mêlant probabilité et algorithmique, qui peut être une activité de synthèse à la partie du programme intitulée « Modèle de la répétition d'expériences identiques et indépendantes ».

Pré-requis :

- Avoir traité la partie du programme intitulée « Modèle de la répétition d'expériences identiques et indépendantes » et savoir calculer une espérance.
- Avoir utilisé la calculatrice pour programmer des algorithmes.

Motivation de l'activité :

Cette activité propose un exemple de la loi géométrique tronquée.

Elle suit la recommandation du programme officiel qui est de simuler la loi géométrique tronquée à l'aide d'un algorithme.

Compétences travaillées :

L'activité propose un travail sur l'algorithmique (exécution à la main d'un algorithme, compréhension et modification de l'algorithme, programmation sur la calculatrice).

Elle se poursuit par une étude théorique nécessitant une modélisation par un arbre de probabilité, puis par l'introduction et l'étude de deux variables aléatoires.

Difficulté attendue :

L'activité a été testée dans une classe de première S de niveau moyen pendant l'année scolaire 2013/2014. Elle n'a pas posé de difficulté particulière.

Remarque :

La situation étudiée est tirée du document « Ressources pour la classe de première générale et technologique, Statistiques et probabilités » page 19, avec une mise en application différente de celle proposée dans ce document.

Texte de l'activité élève

Pour limiter le nombre de garçons (dans un pays imaginaire), on décide que :

- Chaque famille aura au maximum 4 enfants ;
- Chaque famille arrêtera d'avoir des enfants après la naissance d'un garçon.

On considère que chaque enfant a une chance sur deux d'être une fille ou un garçon et que, pour chaque couple de parents, le sexe d'un enfant est indépendant du sexe des précédents.

On se demande si ce dispositif a une incidence sur la proportion de garçons dans la population.

Simulation à l'aide d'un algorithme

On considère le programme suivant, écrit en langage calculatrice TI :

```
PROGRAM:NAISSANC
:1→K
:0→E
:0→G
:While K≠0 and E
<4
:randInt(0,1)→K
:If K=0
:Then
:1+G→G
:End
:1+E→E
:End
:Disp "E=",E
:Disp "G=",G
```

- 1) Remplir le tableau d'état des variables suivant en prenant successivement 1, 1 et 0 comme valeurs renvoyées par l'instruction « randInt(0,1) ».

K								Affichage
E								
G								

- 2) Remplir le tableau d'état des variables suivant en prenant successivement 1, 1, 1 et 0 comme valeurs renvoyées par l'instruction « randInt(0,1) ».

K								Affichage
E								
G								

- 3) Quels sont tous les affichages possibles de cet algorithme ?
-

- 4) Programmer l'algorithme précédent et le compléter pour :

- qu'il demande à l'utilisateur un entier naturel N ;
- qu'il réalise une simulation du nombre de naissances sur N familles en tenant compte des règles existant dans ce pays imaginaire ;
- qu'il renvoie la proportion de garçons nés dans cet échantillon.

- 5) Faire fonctionner le programme précédent pour différentes valeurs de N.
Le dispositif a-t-il une incidence sur la proportion de garçons ?

Étude théorique de la situation

On se place dans une famille appliquant les règles définies au début de l'exercice.

1) Représenter la situation par un arbre de probabilités.

- 2) On note X la variable aléatoire prenant comme valeurs le nombre d'enfants nés dans cette famille.
On note Y la variable aléatoire prenant comme valeurs le nombre de garçons nés dans cette famille.
Compléter les tableaux suivants qui donnent les lois de probabilités des variables aléatoires X et Y

Valeurs de X				
Probabilités				

Valeurs de Y		
Probabilités		

- 3) Calculer les espérances mathématiques de ces variables aléatoires :

- 4) Conclure par rapport au problème posé
