TEST DE CLOSURE ET FORMULES MATHEMATIQUES

F. PLUVINAGE

$$\left|\sum_{p=1}^{n}(x-x_p)\right| \leq \sum_{p=1}^{n}|x-x_p|$$

Combien y a-t-il de mots dans cette phrase symbolique ? D'après cette étude, dix-neuf, dont deux à sauter si on applique la technique de closure (supprimer un mot sur cinq). Un intérêt didactique du test de closure est la prise de conscience de la lecture de textes scientifiques qu'il peut provoquer.

1. INTRODUCTION

A la suite des études de A. Gagatsis [G 84] et du travail réalisé en collaboration avec R. Duval et le même A. Gagatsis [DGP 87], nous disposons d'un instrument qui nous donne satisfaction pour l'évaluation et l'observation de l'accès de lecteurs au contenu de textes courants, et même de textes scientifiques principalement rédigés en langue usuelle. Cependant, la présence dans un texte d'une proportion importante d'écritures symboliques constituait encore, par rapport à l'application du test de closure, une difficulté que nous n'avions pas examinée dans le détail. C'est à un tel examen qu'un séjour de travail à la Seccion Matematica Educativa de l'Institut Polytechnique National de Mexico nous a donné l'occasion de procéder ; dans [P 87] on trouvera un compte-rendu d'une observation effectuée auprès d'un petit groupe de professeurs du Mexique, et nous nous rapporterons à cette observation pour en extraire quelques résultats intéressants ici.

Rappelons, à l'intention du lecteur qui ne connaîtrait pas le test de closure, que ce test consiste à présenter un texte mutilé par la suppression régulière d'un mot sur cinq. Les mots ainsi supprimés sont remplacés soit par des points de suspension, dans la présentation où chaque lecteur répond sur la feuille où apparaît le texte, soit par des numéros encadrés, dans la présentation où les lecteurs répondent sur une feuille à part.

© *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*
1 (1988) (p.217-234) IREM de Strasbourg

La première présentation s'utilise en enquête, et alors la longueur des pointillés est la même d'une lacune à l'autre pour ne pas donner d'indication sur la longueur des mots manquants, la deuxième présentation s'utilise pour des livres utilisables par plusieurs personnes dans le temps. La tâche du lecteur est de retrouver les mots manquants, en les inscrivant, à leur place dans la première présentation, en regard des numéros qu'il recopie dans la deuxième présentation. En évaluation, on ne prend en compte comme réussite pour un mot que la reconstitution par le lecteur du mot précis utilisé dans le texte original. En enquête, on peut ajouter à cette prise en compte celle de termes synonymes pourvu que l'on prenne soin dans chaque cas de dresser la liste exhaustive de tous les mots acceptés comme synonymes du mot original : le principe général est d'accepter comme tel à un endroit donné un mot qui conduit à une phrase correcte de même signification que celle du texte original. La comparaison des analyses sans ou avec acceptation de synonymie permet de voir le rôle de cette prise-en-compte. Par exemple, dans [DGP 87], nous avions relevé de ce point de vue une différence entre textes courants, pour lesquels les propositions de synonymes sont aléatoires pour un lecteur donné, et textes mathématiques, donnant lieu quantitativement à moins de propositions de synonymes mais en revanche à des propositions qui peuvent être révélatrices de connaissances ou d'attitudes du lecteur vis à vis du texte.

Les mots supprimés du texte pouvant avoir des rôles très différents, la tâche de reconstitution est loin d'être homogène d'un mot à l'autre. C'est pourquoi nous avons proposé de compter à part les unes des autres les réussites à quatre catégories de mots à retrouver : les mots "outils" *(articles, prépositions, pronoms, verbes auxiliaires,...)* donnant lieu à deux catégories :

L0 (langue de niveau 0) - articles et prépositions
L1 (langue de niveau 1) - autres mots "outils",

les mots "pleins" (*substantifs, verbes autres qu'auxiliaires, adjectifs et adverbes de manière)* donnent lieu aux deux catégories I0 et I1 *(information de niveaux 0 et 1)* selon qu'ils appartiennent ou non à des groupes de mots répétés de la même façon dans le texte *(exemple : si on trouve plusieurs fois le groupe "le produit scalaire des vecteurs..." dans un texte, les mots "pleins" de ce groupe seront classés en I0 ; mais le mot "produit" employé seul, ailleurs dans le texte, sera classé en I1).*

La distinction entre I0 et I1 n'a pratiquement pas lieu d'être faite sur un texte courant, le nombre de groupes de mots répétés exactement étant très généralement tout à fait infime, sinon nul. Il n'en est pas de même pour des textes mathématiques, dans lesquels certaines expressions ou certains groupes de mots peuvent apparaître de multiples fois.

2. *ECRITURE COURANTE ET ECRITURE SYMBOLIQUE DU POINT DE VUE DE LA TECHNIQUE DE CLOSURE*

Reproduisant le discours oral qui se déroule dans le temps, l'écriture courante est organisée selon une ligne unique *("cassée", pour remplir une page, en une suite de segments)*, dans laquelle les mots sont identifiés comme des groupes de lettres séparés entre eux par des blancs, ou espacements. A cela s'ajoute une ponctuation qui sert à délimiter des unités de sens, comme les phrases, et à marquer des formes d'énonciation que l'oral rend par des intonations particulières *(l'exclamation, l'interrogation, la digression ou l'a-parte notamment, ces derniers rendus par des parenthèses)*. Toutefois l'écriture comme le langage qu'elle reflète, est le résultat de phénomènes de nature probabiliste que l'usage a tendu à optimiser. En conséquence, on trouve quelques exceptions à la situation générale des mots organisés en suite de blocs connexes *(chacun d'un seul tenant)*, séparés de leurs voisins. Ces exceptions sont :

- des situations de connexion comme le groupe "a-t-il", ou l'enclise de certaines langues comme l'espagnol qui rassemble plusieurs mots en un même groupe,

- des situations de séparation, par exemple d'un verbe avec une particule qui en détermine indissociablement le sens *(ainsi, en allemand, "Hör mal zu !" signifie "Ecoute !", tandis que "Hör mal auf !" signifie "Arrête !")*.

Ces quelques exceptions se rencontrent avec une fréquence suffisamment faible pour ne produire que peu de perturbations dans l'application de la technique de closure. Il n'en est pas de même, si l'on ne prend pas quelques précautions, pour le cas des écritures symboliques. Les groupes formés par concaténation de chiffres sont évidemment des mots dans la numération de position, mais la concaténation de lettres pose problème : par exemple "PQ" dans un contexte de calcul polynomial représentera sans doute un produit de deux facteurs, chacun d'eux ayant son individualité de "mot", tandis que dans un contexte géométrique ce pourra être une droite que l'on désignera ailleurs par une lettre unique. On rencontre aussi beaucoup de situations de séparation, à cause de l'obligation de "parenthéser" pour hiérarchiser la prise en compte d'éléments dans une expression ; par exemple "l'intervalle 0,1" s'écrit "[0 ; 1]", ce qui permet d'écrire des égalités comme

$$[-1 ; 0] \cup [0 ; 1] = [-1 ; 1]$$

Le mot français "intervalle" a ainsi été rendu par un groupe de deux symboles disjoints : un crochet ouvrant et un crochet fermant. Notons dans ce cas que la distinction "extrémité comprise" ou "non comprise" conduit éventuellement à individualiser chaque crochet : "l'intervalle 0,1 fermé en 0 et ouvert en 1" s'écrivant "[0 ; 1[".

De nombreux textes ont par ailleurs souligné l'aspect non uni - mais bidimentionnel de l'écriture symbolique. Nous ne nous étendrons donc pas sur ce point, nous contentant de présenter quelques phrases symboliques — soulignons au passage que, fort heureusement, l'écriture symbolique ne remet pas en cause la notion de phrase *(nous reviendrons sur ce point dans l'examen du rôle des symboles)* — en signalant quelques problèmes qu'elles peuvent soulever pour l'application de la technique de closure.

a) $p(\theta \in [b1(T), b2(T)]) \geq 1 - \alpha$

Cette phrase symbolique est quasi linéaire : les deux indices après la lettre b s'écriraient d'ailleurs au même niveau que b dans un langage informatique tel que le BASIC. Sa lecture serait :

«... (la) probabilité pour que θ appartienne à l'intervalle b1 de T, b2 de T (est) supérieure ou égale à un moins α»

Les problèmes viennent essentiellement ici de l'existence de trois niveaux d'emboîtements *(parenthèses, crochets, parenthèses)*. Faut-il compter comme des mots distincts ces parenthèses et crochets ouvrant et fermant ?

b)

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\left(\sum_{p=1}^{n} \frac{1}{p} \right) - \ln n \right] = c$$

Dans cette expression qui définit la constante d'Euler, il y a comme précédemment des emboîtements, mais de plus l'aspect bidimensionnel est à la fois net, et compliqué dans sa prise en compte. En effet, "$n \to +\infty$" se lit après "limite" *(abrégé en lim dans l'écriture symbolique)*, ce qui correspond au déroulement normal d'une lecture *(de haut en bas)*, mais

$$\text{“} \sum_{p=1}^{n} \text{”}$$

se lit "somme pour p allant de 1 à n" ce qui correspond à la lecture successive de "Σ", "p=1" et "n", soit pour l'axe vertical un ordre de lecture : milieu-bas-haut tout à fait insolite (mais qui a ses raisons).

c) Pour

$f(x) = \sqrt{1 + x^2}$, les deux dérivées sont :

$$\frac{df}{dx} = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

et

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}}$$

L'apparition de l'égalité :

"$f(x) = \sqrt{1 + x^2}$"

au milieu d'une phrase française n'est pas gênante pour la procédure de closure. Le symbole de racine carrée surmonte une expression (qui n'a alors pas besoin d'être placée entre parenthèses) ; est-ce gênant de présenter une lacune sous la forme "… $1+x^2$", qui demandera pour être complétée, le tracé d'un trait qui va au dessus de "$1+x^2$" ?

Les dérivées posent problème dans cette écriture : un mathématicien a bien envie de dire ici que

"$\frac{df}{dx}$" est un mot, de même que "$\frac{d^2f}{dx^2}$"

Mais si f est opposée à une autre fonction g, ce seront plutôt

"$\frac{d}{dx}$" et "$\frac{d^2}{dx^2}$"

qui seront considérés comme des mots *(au titre d'opérateurs de dérivation s'appliquant à diverses fonctions).* Notons que l'emploi d'une autre notation serait f'(x) pour la dérivée première et f''(x) pour la dérivée seconde, et on se poserait alors par exemple la question de savoir si l'on peut considérer comme des mots les guillemets simples ou doubles, ou si ces guillemets sont indissociables du "f" qu'ils accompagnent.

3. *SOLUTIONS PROPOSEES POUR APPLIQUER LA TECHNIQUE DE CLOSURE AUX ECRITURES SYMBOLIQUES.*

Il existe deux types de situations qui obligent à linéariser une écriture symbolique :

– la lecture à voix haute,
– la programmation

Dans le premier cas, on ne peut faire autrement que d'introduire un ordre temporel dans l'énonciation. Dans le second cas, on est obligé d'introduire un ordre dans les instructions données à la machine par l'intermédiaire d'un clavier ou d'une "souris".

A priori, la référence à la programmation pouvait sembler plus précise que la référence à la lecture. En effet, la première a des exigences plus stricte que la seconde. Mais la rigueur qui régit l'utilisation d'un langage s'accompagne de variations importantes quand on passe d'un langage de programmation à un autre. Par exemple, dans l'expression $\cos(1+x^2)$, la fonction "cos" devra être introduite en premier lieu ou en dernier, selon les langages. C'est qu'il s'agit de présenter une suite d'ordres déterminant comment obtenir $\cos(1+x^2)$ à partir de x ; et cette finalité de traitement est diversement conciliée, selon les langages, avec les habitudes d'encodage dirigées vers la compréhension à la lecture. Au contraire, la lecture à voix haute est dégagée de ce caractère d'ordres à faire exécuter, et son économie provient exclusivement de la saisie en mémoire et de l'écriture. En effet, la lecture spontanée à voix haute en mathématiques est fréquemment effectuée en parallèle avec l'écriture.

De là résulte une standardisation finalement plus grande que celle qui pourrait être attendue a priori.
Par exemple, voici les phases successives de l'écriture de l'expression :

$$\sum_{p=1}^{n} p^2$$

telles qu'elles apparaissent très massivement chez ses utilisateurs :

① $\sum$ ② $\sum_{p=1}$ ③ $\sum_{p=1}^{n}$ ④ $\sum_{p=1}^{n} p^2$

A titre de référence par rapport à la programmation, il peut être intéressant de remarquer que cette expression correspond à une séquence qui est un véritable programme.

En BASIC par exemple, nous ne reconnaîtrons pas l'expression, sans habitude de décodage, sous la forme suivante :

```
.
.
.
100     S = 0
110     FOR P=1 TO N
120         S = S+P*P
130     NEXT
.
.
.
```

Ces considérations nous ont finalement conduit à nous repérer en premier lieu sur la lecture à haute voix associée à l'écriture, disposant du recours à la programmation en cas de doute.

1° Principe général de détermination des mots :

On considère comme **un** mot tout symbole, tout caractère qui donne lieu à une trace audible à la lecture.

Exemple 1

L'expression $(a + b)^2$ se lit "a plus b au carré ". Par suite les parenthèses de cette expression ne sont pas à prendre en compte comme des mots, et il faut donc considérer l'expression comme formée de quatre mots.

Exemple 2

Dans l'écriture française des combinaisons,

à savoir C_n^p ,

on lit "C,n,p" et on compte donc trois mots, tandis que l'on ne comptera que deux mots dans l'écriture anglo-saxone

$\begin{bmatrix} n \\ p \end{bmatrix}$ du même objet mathématique.

Toutefois ce principe général ne peut pas s'appliquer de manière aveugle : d'une part certains groupes de caractères sont indissociables, et le groupe complet est alors à considérer comme un mot, d'autre part certaines difficultés de prise en compte peuvent conduire à ne pas considérer comme mots des symboles qui pourtant se manifestent lors de la lecture à voix haute. Ce sont les exceptions au principe général qui sont répertoriées ci-après.

2° Nombres

L'écriture décimale confère aux chiffres une valeur tributaire de leur position dans un nombre *(comparer par exemple 36 et 63)*. En écriture décimale, un nombre est donc à considérer comme **un** mot ; par extension, le signe “moins” des nombres négatif est aussi à incorporer au mot-nombre : par exemple “(- 1)” est **un** mot, puisque par ailleurs ses parenthèses ne se disent pas.

3° Fonctions usuelles

L'écriture normalisée de certaines fonctions comporte plusieurs lettres, comme pour cos, tan, ln,... Bien évidemment, il serait absurde de dissocier, même si la lecture peut correspondre au fait d'épeler *(ce qui se fait fréquemment pour "ln" par exemple)*. Chacun de ces assemblages sera donc considéré comme **un** mot.

4 Abréviations

Des abréviations soit traditionnelles, comme lim, Max, Min, Sup et lnf, soit introduites dans un texte par l'auteur *(par exemple, on rencontre "opp" pour opposé, "det" pour déterminant, etc)* sont à considérer comme des mots de la même manière que les fonctions usuelles.

5° Blocs

Sans être des abréviations, certaines désignations sont globales, c'est-à-dire n'assignent aucun rôle à l'un au moins des caractères qui les constituent ; par exemple, on pourra rencontrer “l'axe x'x” sans que x' ou x aient un sens par eux-mêmes, ou bien “la fonction f(t)” sans que la variable t ait un rôle *(un autre auteur écrirait au même* *endroit "la fonction f"*). De même, certains indices n'ont pas d'autre but qu'un simple repérage : c'est la cas si une question de géométrie fait intervenir disons trois droites d_1, d_2 et d_3 *(mais ce n'est pas le cas si l'on a affaire à une suite $u_1, u_2, u_3, \ldots u_n, \ldots$)* Pourvu qu'aucune conséquence gênante n'en résulte, on peut déroger pour de telles désignations au principe général en les considérant comme **un seul mot** chacune.

Les considérations qui précèdent laissent subsister un type de difficulté pour appliquer la procédure de closure : il peut arriver que la suppression d'un mot entraîne une difficulté de présentation.

Que subsistera-t-il par exemple de la fraction

$$\frac{a+b}{c+d}$$

si l'on tente de supprimer son trait de fraction *(symbole rendu dans le langage par le mot "sur", donc à compter comme mot)* ? On peut certes envisager de s'autoriser la réécriture $(a+b)/(c+d)$, mais celle-ci introduit des parenthèses. En cas de difficulté de ce type, il nous paraît préférable de s'autoriser à **sauter** le mot difficile pour supprimer son suivant dans l'ordre de la lecture à haute voix et de l'écriture.

6° Saut de mots à suppression gênante :

Outre des cas comme un trait de fraction horizontal ou un racine carrée concernant plusieurs termes

$$(\text{comme } \frac{a}{b+c} \text{ ou } \sqrt{a+b}),$$

les mots à suppression gênante sont en rapport avec des cas de non connexion, c'est-à-dire de séparation de signes rendus dans la chaîne parlée par un seul mot ou un groupe de mots successifs. Par exemple, l'inégalité

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

se lit «valeur absolue de a plus b (est) inférieure ou égale à valeur absolue de a plus valeur absolue de b», c'est-à-dire que les deux barres verticales encadrant a+b, a et b ne sont rendues dans le discours que par un groupe : "valeur absolue de".
Compter comme un mot unique deux barres séparées est problématique. D'où la suggestion générale de **sauter** les quelques mots difficiles, du point de vue de la procédure de closure, dans l'application de cette procédure à un texte mathématique.

4 VALEUR DES SIGNES ET SYMBOLES

Rappelons la proposition, présentée dans [DGP 87], de déterminer pour un test de closure quatre scores individuels regroupés selon une matrice 2×2 :

	0	1
L	L0	L1
I	I0	I1

Dans cette matrice, L désigne le corpus des mots outils de la langue *(tels articles, prépositions, pronoms, adverbes autres que de manière,...)* et I celui des mots porteurs de sens, d'information par eux-mêmes *(tels substantifs, adjectifs, verbes,...)* ; les chiffres 0 et 1 renvoient à deux niveaux : le niveau 0 concerne les mots qui peuvent être rétablis par un lecteur sans nécessité pour lui d'avoir pénétré le sens du texte considéré, le niveau 1 ceux qui demandent un certain accès à ce sens, aux articulations du texte. Ainsi *(voir § 2)* ont été retenus comme mots L0 les articles et les prépositions, qui apparaissent statistiquement comme les mots qu'une simple connaissance générale de la langue suffit à rétablir, et comme mots I0 les mots de de la catégorie I qui se retrouvent dans des groupes répétés dans le texte.

Comme nous l'avons déjà signalé (§ 2), on ne rencontre pratiquement pas de mots I0 dans un texte de langue courante, alors qu'il peut y avoir en abondance dans un texte mathématique. Au contraire, on ne rencontrera pas de mots L0 dans des phrases symboliques, les autres catégories étant, elles, représentées.
Les mots “informations” dans une phrase symbolique sont soit des verbes *(exemples : $\Rightarrow$, $=$, $>$, $\in$, $\in$)* soit des substantifs *(exemples : nombres, variables, fonctions, fonctionnelles telles que la dérivation ou la sommation)*. Les mots “langue” *(tous de niveau L1)* correspondent à des conjonctions de la langue courante : opérateurs tels que + ou $\times$, quantificateurs $\forall$ *(pour tout)* et $\exists$ *(pour au moins un)*. Nous n'avons pas pris en compte les parenthèses, crochets ou accolades qui n'ont pas de signification propre ; leur rôle dans la phrase symbolique est souvent comparable à celui de la ponctuation dans la phrase courante *(et celle-ci n'est pas prise en compte non plus dans le test de closure)*. A vrai dire, un cas comme “f(x)”, qui se lit “f de x”, nous avait fait hésiter dans un premier temps : les parenthèses ne rendent-elles pas ici la préposition

"de" ? En fait, si l'on se refère par exemple à "$\sqrt{x}$", qui se lit "racine de x" ou à "lnx" qui se lit "log[arithme] de x", on se rend compte de l'inutilité des parenthèses pour que la préposition "de" soit dite. En définitive, il faut donc associer les parenthèses de phrases symboliques avec l'emploi de subordonnées dans la langue courante, ce qui est particulièrement évident dans l'exemple donné au § 2, (a) où les parenthèses encadrent une proposition complète, ou avec l'emploi de l'apposition, indiquée par la ponctuation.

Une question mérite d'être soulevée, au terme de ce paragraphe, sur la valeur ou le rôle des constituants d'une phrase symbolique du point de vue de l'enseignement : est-il opportun, et si oui à quel niveau, d'apprendre que l'écriture symbolique présente des phrases, organisées chacune autour d'un verbe principal ? Ou alors, la syntaxe d'une phrase symbolique est-elle assez simple en général pour ne pas nécessiter d'être explicitée ?

5 Un exemple de test

Le texte *(mutilé)* qui suit est emprunté à l'ouvrage de Jacques Dixmier, Mathématiques Générales, tome I pages 247 et 248, Gauthier-Villars, Paris, 1969.
Nous avons retenu ce texte parce qu'il utilise largement l'écriture symbolique. Pour les réponses, voir la liste en annexe, à la fin de cette étude

DERIVEES

① *Définition*

Soit f [1] fonction réelle ou complexe, [2] dans un intervalle I [3] R. Soit x_0 un [4] de I. On dit [5] f est dérivable en [6] de dérivée ℓ si :

$$\lim_{x \to x_0,\ [8]\ x_0} \frac{f(x) - f([9])}{x - [10]} = \ell .$$

Cette dérivée [11] note $f'(x_0)$.

②

Posons, [12] ①, $x = x_0$ 13 h. Dire que f [14] en x_0 la dérivée [15] signifie que

$$\lim_{h\ [16]\ 0,\ h \neq 0} \frac{[17]\ (x_0 + h) - [18]\ (x_0)}{h} = [19]$$

③ Théorème

Si f est [20] en x_0, on a

$$[21]\ (x_0+h) = [22]\ (x_0) + hf'(\ [23]\ ) + h\,o(1)\ \ [24]\ \ h \to 0.$$

Démonstration

[25] a, pour $h \neq$ [26] ,

$$\frac{f(x_0+h)[27]f(x_0)}{h}\ [28]\ f'(x_0) + \varepsilon\ ([29])$$

avec $\varepsilon(h) \to$ [30] quand $f \to 0$ [31] valeurs $\neq 0$. L'[32] précédente s'écrit

$$f([33]+h) = f([34]) + h(f'(x_0)\ \ [35]\ \varepsilon\,(h))$$

Cette égalité [36] encore vraie pour h [37] 0 si l'on pose [38] (0) = 0. On [39] alors $\varepsilon(h) \to$ [40] quand $h \to 0$.

④ [41]

Si f est dérivable [42] x_0, f est continue [43] x_0

Démonstration

D'après [44], on a f(x_0 [45] h) - f(x_0) [46] 0 quand h → [47].

⑤

Le théorème ③ admet [48] réciproque. Supposons qu'il [49] une constante a telle [50]

f(x_0+ h) [51] f(x_0) + h [52] + ho(1)

[53] h → 0. Alors [54] est dérivable en x_0 [55] de dérivée a. En [56], l'hypothèse entraîne, pour [57] ≠ 0,

$$\frac{f(x_0 \text{ [58] } h) - f(x_0)}{\text{[59]}} = a + 0(\text{[60]}),$$

donc

$$\lim_{h \to \text{[61]},\, h \neq 0} \frac{f(\text{[62]} + h) - f(\text{[63]})}{h} = a.$$

En fait, à l'origine de ce test se trouve la version espagnole du texte de J. Dixmier *(son livre a été traduit dans cette langue)* , version que nous avons utilisée dans un groupe de formation continue de professeurs mexicains. Cet extrait nous avait paru intéressant parce qu'il contient, sous un volume réduit, à la fois des aspects différents de la dérivée et des théorèmes *(très simples*) avec leur démonstration, autrement dit un échantillon de démarche mathématique. Mais après coup et au vu de quelques uns des résultats, nous avons été amené à constater que la manière de procéder à certaines suppressions dans les phrases symboliques était critiquable.Par exemple, nous avions supprimé, au lieu du seul trou qui porte ci-dessus le numéro 16, toute l'expression qui figure sous le mot "lim". Le verdict des réponses ne s'est pas fait attendre : "h → 0", au lieu de l'expression complète "h→0, h ≠0", a été donné le plus souvent. De même, nous avions prévu un seul trou pour "f(x0+h)" *(voir le trou numéro 33 du texte ci-dessus)*, mais dans ce cas il n'y a guère eu de répercussion sur les réponses, qui ont été conformes à l'original pour leur quasi-totalité. Toutefois, nous nous adressions à des professeurs, pour lesquels les écritures présentées étaient très familières ; leurs habitudes d'encodage ont alors pris assez facilement le pas sur la consigne "un trou-un mot" dans les quelques cas litigieux. Mais qu'en aurait-il été avec des élèves novices sur le sujet ? D'où notre souci d'examiner attentivement l'application de la procédure de closure pour l'écriture symbolique. Le lecteur observateur aura remarqué le décalage du trou 59 : nous avons "sauté" le trait de fraction *(voir § 3, 6°)*.

Sans entrer dans le détail des résultats, que nous avons publiés par ailleurs ([P87]) et qui s'avèrent intéressants et valides malgré les quelques défauts signalés ci-dessus, indiquons ici l'intérêt des matrices de scores individuels. Selon les scores globaux, nous aurions classé nos professeurs en quatre groupes :

Groupe 1 *(taux dans notre population : . 25) :*
Très bonne compréhension, avec 2/3 de réussites ou plus.

Groupe 2 *(taux dans notre population : . 42) :*
Bonne compréhension, avec un taux de réussites entre 1/2 et 2/3.

Groupe 3 *(taux dans notre population : . 25) :*
Compréhension moyenne, avec un taux de réussites entre 1/4 et 1/2.

Groupe 4 *(taux dans notre population : . 08) :*
Difficultés de compréhension avec moins de 1/4 de réussites.

Mais les matrices de scores individuels, la matrice parfaite étant

	0	1
L	6	9
I	7	29

(il s'agit du texte espagnol et non de la version présentée précédemment) font apparaître d'une autre façon les résultats. Les minima que nous proposons pour témoigner d'une compréhension satisfaisante sont :

66% de réussite pour le score L0
50% de réussite pour le score L1
33% de réussite pour le score I1

aucun minimum n'étant fixé pour la catégorie I0. Ainsi, nous penserons à des difficultés sur le texte proposé lorsque l'un des minima suivants ne sera pas atteint.

	0	1
L	4	5
I		10

Matrice des minima

La même population repérée de cette manière donne lieu à la classification :

P1 (taux dans notre population : . 25) : Maîtrise du texte, tous les minima étant dépassés , le taux de réussite à I1 dépassant, lui, 50%.

P2 (taux dans notre population : .42) : Compréhension moyenne, certains minima étant juste atteints ou le taux de réussite à I1 étant compris entre 33% et 50%.

P3 (taux dans notre population : . 33) : difficultés pour l'enseignement du thème, certains minima n'étant pas atteints.

Il est intéressant de noter que si P1 coïncide avec le groupe 1 précédent, en revanche P2 diffère du groupe 2 et, conséquemment, P3 diffère de la réunion des groupes 3 et 4. Par exemple, un individu peut passer du groupe 2 à la catégorie P3 parce que son score L1 est faible, même si son score global est bon en particulier à cause d'un 100%, non significatif, sur le score I0.

Un résultat général qui nous avait frappé lors de cette étude, et que nous livrons ici en guise de conclusion didactique, est que même des professeurs de mathématiques ont pu sembler peu rompus à la lecture de textes scientifiques. Ce constat provient du peu de réussites observé sur les cas qui nécessitaient soit une anticipation un peu lointaine, soit un retour en arrière. Or c'est bien une caractéristique de la lecture scientifique que d'amener à *consulter* un texte et non simplement de le parcourir “linéairement”, du début à la fin. Eventuellement, cette consultation gagne, dans le cas des mathématiques, à être menée en parallèle avec un travail personnel papier-crayon *(pour d'autre cas, comme l'informatique, le travail personnel mené en parallèle s'effectuera à l'aide d'instruments, comme l'ordinateur*). Pour certains membres de notre groupe de professeurs, la correction du test a presque été l'occasion d'une véritable découverte à ce sujet. Et il nous est alors apparu que le test de closure pouvait ne pas être seulement utilisé comme instrument d'évaluation de l'accès à des textes par des lecteurs, mais aussi comme un des moyens pour initier à la lecture scientifique.

ANNEXE

Matrice des maxima pour le texte du § 5

	0	1
L	7	12
I	16	28

Matrice des minima pour le texte du § 5

	0	1
L	4	6
I		10

Liste des mots du texte présenté au § 5

N°	Mot	Catégorie	N°	Mot	Catégorie	N°	Mot	Catégorie
1	une	L0	22	f	I0	43	en	L0
2	définie	I1	23	x0	I1	44	3	I1
3	de	L0	24	quand	L1	45	+	L1
4	point	I1	25	on	L1	46	→	I1
5	que	L1	26	0	I0	47	0	I0
6	x0	I0	27	-	L1	48	une	L0
7	lim	I1	28	=	I0	49	existe	I1
8	≠	I1	29	h	I1	50	que	L1
9	x0	I1	30	0	I0	51	=	I1
10	x0	I1	31	par	L0	52	a	I1
11	se	L1	32	égalité	I1	53	quand	L1
12	dans	L0	33	x0	I0	54	f	I1
13	+	L1	34	x0	I1	55	et	L1
14	admet	I1	35	+	L1	56	effet	I1
15	1	I1	36	est	I1	57	h	I1
16	→	I1	37	=	I1	58	+	L1
17	f	I0	38	ε	I1	59	h	I0
18	f	I0	39	α	I1	60	1	I1
19	1	I1	40	0	I0	61	0	I0
20	dérivable	I0	41	Corollaire	I1	62	x0	I0
21	f	I0	42	en	L0	63	x0	I0

REFERENCES

[DGP] R. DUVAL, Athanassios GAGATSIS, F. PLUVINAGE, 1987
Evaluation Multidimensionnelle de l'Activité de Lecture, Scientia Paedagogica Experimentalis, XXIV, 1, Gent (Belgique).

[G84] A. GAGATSIS, 1984, Préalables à une Mesure de la Compréhension, Recherches en Didactique des Mathématiques, 5.1, La Pensée Sauvage, Grenoble (France).

[P87] F. PLUVINAGE, 1987, Medidas de Comprension por el Test de Completacion, Cuadernos de Investigacion, CINVESTAV, Mexico.