DEUX ANS DE CALCUL AU CM:

mesure et interprétation des progrès.

J.P. FISCHER[1]

We have measured **R**esponse **T**ime on number facts in a longitudinal study with fourth-graders, four times in two successive school years. The pattern of more than 32000 RT shows a **massive progress**. This progress concerns **all** the four arithmetical **operations, all** the **students**, and **all** the presented **facts**, even such very simple one as 3x2=6. Qualitative changes of the underlying **memory processes** and of the **verification strategies** which may go whith this progress are reviewed. Factors - **practice** and **maturation** - which may influence it are also discussed.

Introduction

L'équipement informatique des écoles et le développement d'outils logiciels adéquats (Fischer, 1988c) permettent aujourd'hui d'entreprendre des **études longitudinales** avec la méthode des **T**emps de **R**éponse (TR) sur des questions scolaires "traditionnelles" comme l'apprentissage des faits numériques élémentaires, les "tables" si l'on préfère.

Il existe certes quelques **études transversales**, ne recourant pas nécessairement à la méthode des TR, qui ont essayé d'apporter des réponses à des questions que tout enseignant, de l'école élémentaire notamment, doit se poser. Mais ces réponses peuvent être curieuses ou controversées. Par exemple:

- Brousseau (1973) conclut qu' «*il n'y a pas de progrès* » après le Cours **M**oyen **1**ère année (CM1, 4ème année d'école obligatoire en France) pour les multiplications, ou encore, plus précisément, que «*l'apprentissage continue un peu sur les produits faciles et moyens mais pas sur les produits difficiles* », une conclusion qui n'a pas été confirmée par notre propre étude transversale (Fischer, 1987b);

(1) *L'auteur voudrait remercier tous les maîtres et élèves impliqués dans les résultats rapportés, ainsi que tous les collègues l'ayant aidé dans les passations et la rédaction.*

© *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*
2 (1989) (p.135-152) IREM de Strasbourg

- Findlay (1978) a trouvé, en étudiant des additions et soustractions, que les élèves de 10 ans sont moins rapides que ceux de 9 ans, un résultat visiblement dû à la transversalité (et aux effectifs insuffisants) de son étude;
- Ashcraft et Fierman (1982) ont trouvé que le passage d'un calcul procédural (ex.: le comptage) à une recherche en mémoire s'opère au niveau du Cours Elémentaire 2ème année (CE2, 3ème année), mais Campbell (1987) explique que la tâche de vérification utilisée conduit certainement à avancer cette date de passage par rapport à ce que l'on trouverait avec une tâche de production.

En outre, la portée des recherches menées jusqu'ici avec la méthode des TR se trouve limitée par les restrictions suivantes:
- on n'interroge qu'une partie des élèves d'une classe;
- les niveaux de classe sont relativement espacés, par exemple de 3 ans pour Hamann et Ashcraft (1985), et jamais de moins de un an;
- la passation est individuelle et la mesure n'est pas intégrée au travail scolaire habituel;
- on se limite à l'étude d'une seule opération arithmétique;
- on ne se préoccupe pas du progrès individuel des élèves.

Ainsi, jusqu'à un passé récent et malgré plus de 15 ans d'enseignement en Ecole Normale (formation des instituteurs), je n'avais aucune réponse précise à des questions extrêmement simples que tout instituteur, de CM (4ème et 5ème années) notamment, peut se poser sur le progrès de ses élèves dans la connaissance des faits numériques élémentaires. Par exemple:
- tous les élèves progressent-ils encore au CM ou, au contraire, les "meilleurs" atteignent-ils un plafond avant le CM, ou au moins au CM1, qui les empêche de progresser encore ?
- le progrès est-il fonction de la récence de l'apprentissage ? Autrement dit, les divisions apprises au CM1 ou en fin de CE2 progressent-elles beaucoup plus que les additions apprises au Cours Préparatoire (CP, 1ère année d'école) ?
- le progrès affecte-t-il tous les calculs, y compris ceux qui, comme 4+2, 3x2, 5-2,... , peuvent être considérés comme triviaux à ce niveau de la scolarité, et dont certains peuvent être maîtrisés dès le CP (Rightsel et Thornton, 1985) ?
- le progrès est-il uniforme sur les deux années ?
- quels sont les facteurs du progrès ?

Le but de cet article est de présenter une étude qui apporte quelques éléments de réponse à ces questions. Par sa longitudinalité ou ses caractéristiques propres, cette étude résout certains problèmes soulevés précédemment, sans évidemment les résoudre tous (et sans davantage en créer d'autres !). Elle utilise une tâche de vérification: l'élève doit répondre si une égalité, par exemple 3+9=11, est **J**uste ou **F**ausse, et non pas produire la réponse du calcul 3+9. Mais plutôt que de soutenir, comme l'a un peu fait Ashcraft (Ashcraft, Fierman et Bartolotta, 1984; Ashcraft, 1987, est plus nuancé), que la tâche de vérification ne diffère pas fondamentalement d'une tâche de production, nous préférons respecter ces différences (voir Fischer, 1988a; Campbell, 1987) dans nos interprétations, et en suggérons ailleurs (Fischer, 1988c) une exploitation pédagogique.

Méthode et expérience

Méthode. Elle s'appuie sur un programme, appelé **J**uste**F**aux, destiné aux élèves en fin d'école élémentaire ou en début de collège et dont une version est maintenant proposée aux enseignants (Fischer, 1988c). Je vais le décrire très brièvement en renvoyant à Fischer (1988a ou 1988c) pour plus de précisions.

Le programme **J**uste**F**aux propose la vérification d'"égalités" élémentaires (ex.: 7+2=8; 11-3=8; 3x4=16; 36:9=4) dans un délai limité à 532 cs pour la présente expérience. L'élève doit simplement appuyer sur la touche "J" ou "F" du clavier, suivant qu'il juge l'égalité Juste ou Fausse. Le programme mesure, et enregistre, à la centiseconde (cs) près, le **T**emps de la **R**éponse, ainsi que son exactitude.

La méthode comporte deux passations pour chaque session. Ceci permet de proposer à chaque élève, lors de l'une des deux passations, les opérations **REG**roupées (modalité REG):14 additions, puis 14 soustractions, puis 14 multiplications et enfin 14 divisions, et, lors de l'autre, les opérations **N**on **REG**roupées (modalité NREG). Les égalités proposées pour la présente expérience sont celles décrites exhaustivement dans Fischer (1988a) : elles impliquent les quatre opérations arithmétiques et sont divisées en deux niveaux. Le niveau 1 concerne les calculs a priori les plus faciles, alors que le niveau 2 concerne les égalités moins faciles mais sans jamais "sortir" des tables élémentaires.

Expérience. Elle concernait quatre classes de CM et comprenait quatre sessions régulièrement espacées: la première a eu lieu en décembre-janvier 86-87, la seconde en juin 87, la troisième en décembre 87, et la quatrième fin mai et en juin 88. Chaque session comprenait deux passations à une semaine d'intervalle environ. L'expérience était intégrée au travail scolaire habituel et se faisait, bien entendu, en accord et avec la coopération des maîtres concernés. Il va sans dire que tous les élèves de la classe, présents au moment

d'une session donnée, ont toujours été interrogés, mais que les effectifs ont un peu varié au cours de ces deux ans. Au total nous avons 73 élèves qui ont participé aux quatre sessions et c'est sur eux que porteront toutes les analyses suivantes.
Les élèves ont été informés, en décembre 86, de l'ensemble du projet et, à chaque passation, l'expérimentateur insistait sur le fait qu'il s'agissait certes de répondre vite, mais qu'avant tout il fallait répondre correctement. Les passations se faisaient en général par groupes d'environ 6 élèves dans la salle informatique équipée d'un NanoRéseau (Léanord) standard ou avec des TO7 ou TO7/70 (Thomson), souvent en présence du seul expérimentateur ou, sinon, d'un ou deux collaborateurs (dans l'une des classes le collaborateur était le maître lui-même).

Visualisation des résultats

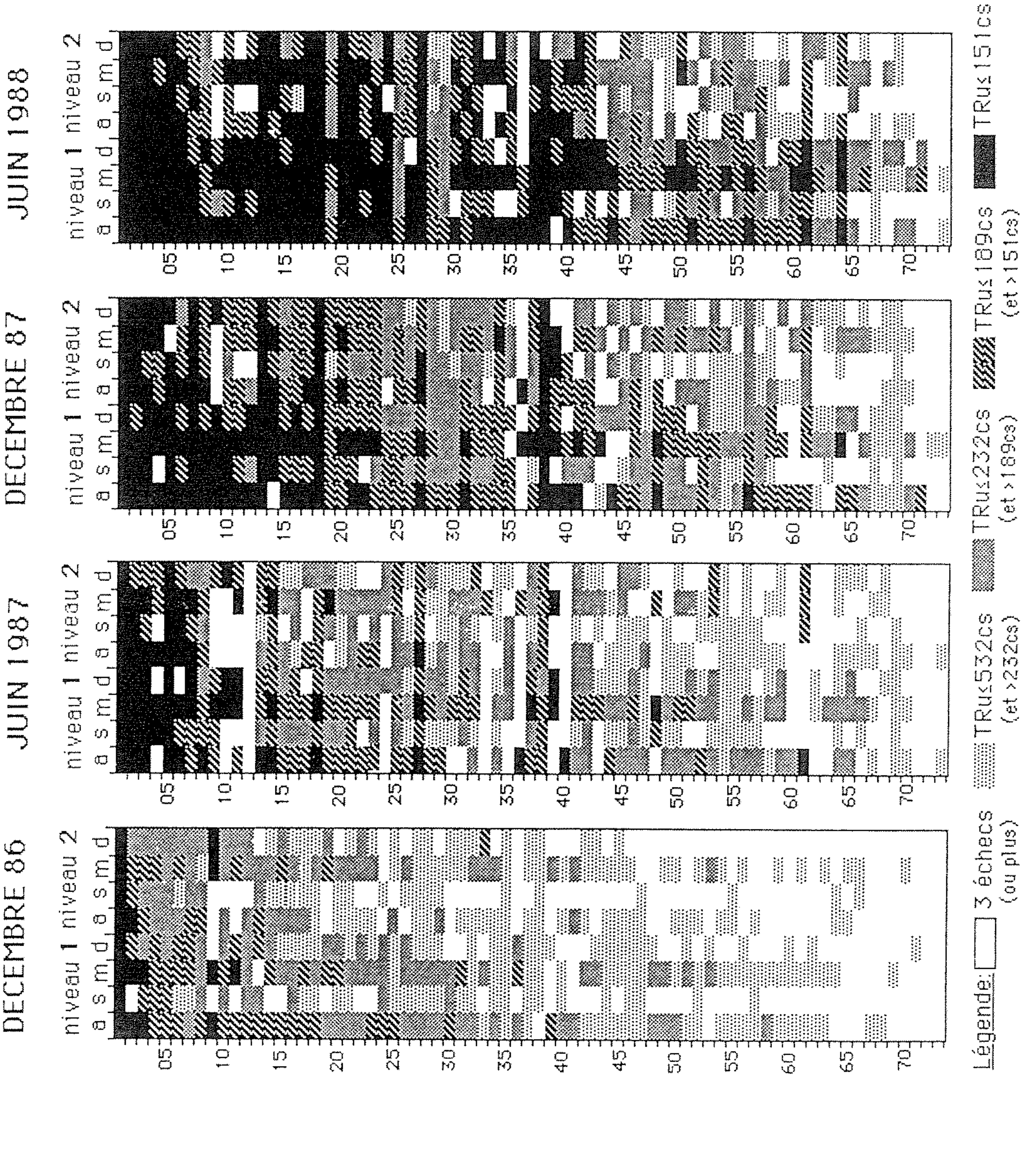
Technique. La technique de visualisation utilisée est celle de l'ensemble JusteFaux (Fischer, 1988c). Une ligne repérable par un numéro de 01 à 73 est attribuée à chaque élève en fonction de sa performance à la session 1. Une case élémentaire (voir page suivante : sur la légende les dimensions d'une case ont été doublées) correspond à une opération de niveau donné. Si un élève a échoué à plus de 2 calculs sur les 14 concernant cette opération et ce niveau, sa **case** correspondante reste **blanche**; sinon, on calcule son **T**emps de **Ré**ussite (TRu = temps de réponse calculé en ne tenant compte que des réponses correctes) moyen pour les 12 réponses correctes les plus rapides. Suivant le résultat, on lui attribue un niveau de gris: le choix des "paliers" (151 cs, 189 cs et 232 cs: voir légende) a été fait de manière à avoir approximativement une équi-représentation des quatre niveaux de gris effectif. Comme le noir reflète les meilleures performances, le progrès se traduira donc par une image qui se noircit ou, à tout le moins, devient plus foncée.

Commentaires. La visualisation donne une impression de **progrès important**. Clairement, elle suggère aussi que:

- le progrès est général: pratiquement tous les élèves et toutes les opérations àt ous les niveaux, progressent (l'image se noircit un peu partout) ;

Deux ans de calcul au CM :
mesure et interprétation des progrès.

Figure 1 : Visualisation des progrès



- la hiérarchie initiale semble conservée: la structure de l'image de la session 1 se retrouve à peu près pour les 3 sessions suivantes.

Tableaux statistiques

Les résultats quantitatifs précis, ainsi que les contrôles de la signification statistique,(1) sont résumés dans les deux tableaux suivants. Dans ces tableaux, nous présentons des gains **moyens**, la moyenne étant calculée sur toutes les opérations retenues et tous les élèves. Pour ce calcul, nous avons attribué un TR arbitraire de 582 cs (=532+50) aux questions qui n'ont pas reçu de réponse dans le délai de 532 cs. Précisons aussi que le test statistique a été utilisé bilatéralement et que 4 seuils ont été pris en considération: 4 (resp. 3, 2, 1) astérisques correspondent à un gain significatif au seuil de .001 (resp. .01, .05, .10), et ns signifie non significatif au seuil le moins sévère considéré.

Opér.	de Ses. 1 à 2		de Ses. 2 à 3		de Ses. 3 à 4		de Ses. 1 à 4	
	gain	signif.	gain	signif.	gain	signif.	gain	signif.
add.	36	****	22	****	19	****	77	****
sou.	47	****	25	****	23	****	95	****
mul.	41	****	22	****	14	****	77	****
div.	45	****	24	****	18	****	87	****
Ens.	43	****	23	****	18	****	84	****

Tableau 1 : Gains (en cs) en vitesse

Opér.	de Ses. 1 à 2		de Ses. 2 à 3		de Ses. 3 à 4		de Ses. 1 à 4	
	gain	signif.	gain	signif.	gain	signif.	gain	signif.
add.	2,5	**	1,7	*	0,8	ns	5,0	****
sou.	5,7	****	5,2	****	0,2	ns	11,1	****
mul.	0,5	ns	3,6	****	1,2	ns	5,3	****
div.	5,6	****	3,6	****	-0,1	ns	9,1	****
Ens.	3,6	****	3,5	****	0,5	ns	7,6	****

Tableau 2 : Gains (en %) en réussite

(1) *On peut trouver des précisions sur le test statistique utilisé dans Fischer (1988a, p. 165).*

Commentaires. En première impression, ces tableaux confirment **un progrès massif** et statistiquement significatif pour l'**Ens**emble des opérations et cela pour les deux critères - vitesse et réussite. Néanmoins, ce progrès est manifestement plus systématique pour la vitesse que pour les réussites

Nous pouvons maintenant affiner la discussion en fonction de deux de nos préoccupations annoncées en introduction.

1) Pour ce qui concerne l'évolution sur deux années, on voit que le progrès est moins important au cours de la seconde. En particulier il s'est nettement ralenti de la session 3 à la session 4. Ceci peut s'expliquer par le fait que certains élèves ont, notamment pour les réussites, atteint un plafond. Néanmoins, au début du CM1, quasiment aucun élève n'avait atteint son plafond. En effet, même l'élève 1 - un élève qui avait des capacités et un goût électifs pour le calcul - qui a noirci toute la ligne dès la session 1 et qui semblait le plus menacé par un effet plafond, a encore progressé sans ambiguïté: au cours des 18 mois: il a amélioré légèrement (8 cs) mais significativement ($p<0,05$) son TR moyen et, surtout, ce gain en vitesse s'est accompagné d'une réduction non négligeable du nombre d'erreurs (dix à la session 1 contre une seulement à la session 4).

2) Pour ce qui concerne le progrès différencié suivant les quatre opérations arithmétiques, il apparaît que les opérations directes (additions et multiplications) sont légèrement en retrait par rapport aux autres opérations inverses, tant au niveau des gains en temps, qu'à celui des gains en réussites. Néanmoins, il faut tenir compte du fait que les additions et les multiplications étaient les plus rapides et les mieux réussies en début de CM1. Par exemple, si l'on considère les gains relatifs en vitesse, les quatre opérations se resserrent: les additions et multiplications ont progressé de 30,6%, les divisions de 31,4% et les soustractions de 32,4%. Egalement, si l'on examine les tendances, les additions n'ont pas plus tendance à ralentir leur progrès au CM2 que les autres opérations. Tout ceci nous amène à conclure que **le progrès concerne, presque également, les quatre opérations arithmétiques.** En tout cas, il n'y a pas d' "étagement" net des opérations qui reflèterait la récence de l'apprentissage: le progrès n'affecte pas plus la division, la dernière opération apprise, que la soustraction.

Analyses individuelles

Les élèves. Un examen systématique, sur les deux années, montre que:

- à 6 exceptions près, les gains individuels en vitesse sont tous significatifs ($p<0,05$), le plus souvent très fortement. Notons que ces 6 exceptions sont en général des élèves sco-

lairement peu performants: y figurent notamment deux élèves orientés en Section d'Enseignement Spécialisé à la fin du CM2;
- 5 élèves, dont aucun n'appartient aux 6 précédents, ont régressé au niveau des réussites, mais la régression est toujours légère. De plus, pour 3 d'entre eux il s'agit, à l'évidence, d'un effet plafond (plus de 98% de réussites lors de la session 1), et l'un des deux autres a fait des progrès considérables en vitesse.

Nous concluons donc que **tous les élèves ont progressé** au cours des 18 mois séparant les sessions 1 et 4, la plupart assez considérablement et surtout en vitesse.

Remarque. Le fait que ce sont quasi-exclusivement des élèves scolairement peu performants qui n'ont pas progressé en vitesse peut donner lieu à deux interprétations (au moins):
- la première, qui est plutôt un artefact, consiste à penser que ces 6 élèves, dépassés par la difficulté de certains calculs en début de CM1, ont souvent répondu au hasard ou intuitivement, alors que, en fin de CM2, ils ont davantage cherché à calculer exactement. Ceci expliquerait le non progrès en vitesse acccompagné de quelques réussites supplémentaires que nous avons enregistrées pour ces élèves;
- la seconde, qui est plus profonde, consiste à penser que le progrès en vitesse est un indice très pertinent du progrès en général.

Pour déterminer si la première interprétation était bonne, nous avons calculé le progrès de ces 6 élèves aux 10 égalités les plus triviales (d'après les temps de réussite à la session 4), en pensant que le problème des réponses au hasard ou intuitives pour cause de trop grande difficulté ne se pose pas pour ces égalités triviales. Ce calcul a confirmé qu'ils ont davantage progressé à ces égalités triviales (44 cs en moyenne) qu'aux autres (1 cs). Si ce résultat conforte donc la première interprétation, il n'élimine pas pour autant la seconde. D'ailleurs, en faisant le même calcul pour les 6 élèves du haut de l'image, donc les plus performants à la session 1 (i.e ceux qui étaient le plus susceptibles d'être victimes d'un effet plafond), nous avons trouvé qu'ils ont progressé, très légèrement ou très fortement, plus que leurs 6 camarades, suivant que l'on considère le progrès absolu (45 cs à comparer aux 44 cs) ou le progrès relatif (33,2% contre 17,5%), à ces 10 égalités triviales.

Les égalités. Il est intéressant d'analyser aussi les progrès suivant les égalités elles-mêmes et non plus seulement suivant leur nature. Le constat est très clair: **toutes les égalités ont progressé** de plus de 50 cs, une valeur largement supérieure à ce que l'on peut attribuer aux facteurs périphériques (encodage et exécution de la réponse motrice: ≈ 15 cs sur 18 mois si l'estimation proposée dans Fischer (1988c) est exacte).

Précisons encore que:

- le progrès à 15 des 112 égalités atteint ou dépasse la seconde: il s'agit souvent de grandes soustractions;
- l'égalité qui a le moins progressé (en temps) est une grande division: 72:9=6.

Si l'on regarde maintenant le rangement les 112 égalités suivant leur pourcentage de progression en vitesse, il apparaît que:

- les quatre opérations - l'addition, la division, la soustraction et la multiplication - sont présentes aux quatre premières places;
- l'égalité qui a le plus progressé est un complément à 10 (3+7=10), alors que l'égalité qui a le moins progressé est la division déjà mentionnée ci-dessus;
- quelques égalités triviales se situent très honorablement: 3x2=6 est 6ème position, 5-2=1 en 9ème, 3+5=6 en 13ème, 4x2=8 en 17ème, 3+4=7 en 26ème, etc...

Il apparaît donc clairement que les divisions sont loin d'être les égalités qui progressent le plus, et que les additions, soustractions et multiplications, mêmes triviales, ne sont nullement à la traîne dans ces rangements suivant le progrès en vitesse. Ceci confirme l'impression visuelle et les résultats quantitatifs globaux.

Changements qualitatifs

Le progrès quantitatif massif ne peut s'expliquer que par des changements qualitatifs chez les élèves étudiés. De tels changements qualitatifs peuvent concerner aussi bien la stratégie de vérification, que le calcul lui-même, voire que la représentation neurale de certains événements. Nous décrirons ici quatre de ces changements.

1) Le premier concerne le calcul lui-même. Les élèves peuvent soit changer de procédure, soit passer d'une méthode *reconstructive* s'appuyant sur une mémoire **procédurale** à une méthode *reproductive* s'appuyant sur une mémoire **déclarative** (cf. Fischer, 1987b pour le premier couple de qualificatifs, et 1988b pour le second).
   Un changement de procédure consiste, par exemple, à passer d'un comptage de 1 en 1 (ex.: dire 10,11,12,13,**14**, en regardant les doigts pour calculer 9+5) à un passage par 10 plus économique (ex.: dire 9+1, **10**, plus 4, **14** pour l'exemple de 9+5).

Un changement de méthode consiste à passer d'une méthode procédurale, comme celles que nous venons de décrire, à une méthode déclarative, c'est-à-dire à une récupération en Mémoire à Long Terme d'une phrase ou proposition comme "neuf plus cinq, **quatorze**" ou d'une image comme "9 + 5 = 14".

Notons que ce dernier changement de méthode est en accord avec l'évolution de la comparaison des modalités figurée ci-après. En effet, si la mémoire déclarative est moins sensible à l'amorçage que la mémoire procédurale (voir Fischer, 1988b), on peut prévoir que cette différence va s'atténuer de la session 1 à la session 4. Et ceci se vérifie assez bien sur les histogrammes ci-après visualisant l'évolution de l'avantage de la modalité REG, à la fois pour le Temps de Réussite (TRu, histogrammes montants larges) et pour le pourcentage de Réussite (%Ru, histogrammes descendants effilés). Par exemple, pour les additions, l'avantage de la modalité REG qui a été de 26 cs pour le TRu ($p<0,001$) et de 5% pour le %Ru ($p<0,01$) au cours de la session 1, n'est plus que de 19 cs ($p<0,001$) pour le TRu et a disparu pour le %Ru (avantage non significatif de NREG) au cours de la session 4.

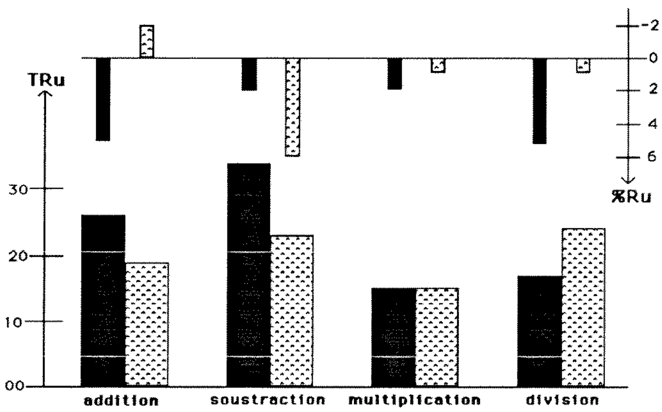


Figure 2 : Evolution de l'avantage de la modalité REGroupement
(de la session 1= ■ à la session 4= ▒)

2) Un deuxième changement concerne la *stratégie de vérification.* Les élèves peuvent, lorsque la conception des opérations inverses ou l'exécution des opérations directes s'améliore, partir du résultat proposé dans les opérations inverses et vérifier par exemple 8+3=11 à la place de 11-3=8. Les présentes données, comme celles de Fischer (1988a) pour la division au CM2, offrent un petit support à une telle évolution: les opérations inverses (divisions et soustractions), qui sont les seules à profiter éventuellement d'un tel changement de stratégie, ont progressé un peu plus que les opérations directes. Egalement, dans la comparaison des modalités REG et NREG, on voit sur les histogrammes ci-avant, que la division est la seule opération pour laquelle l'avantage de la modalité REG s'est accentué pour le TRu, en passant de 17 cs (session 1, $p<0{,}05$) à 24 cs (session 4, $p<0{,}001$). Bien que cette évolution soit un peu ambiguë, puisque les réussites n'ont pas évolué dans le même sens, elle est conforme avec le fait que les élèves utilisent de plus en plus une stratégie systématique de calcul de la droite vers la gauche pour les divisions dans la modalité REG (Fischer, 1988a). De plus, lors d'une discussion avec les élèves (au terme de la 4ème session), ceux-ci ont souligné que les divisions étaient faciles car on pouvait faire le calcul inverse. L'expérimentateur remarquant alors que, pour les soustractions (difficiles), on pouvait tout autant faire le calcul inverse, une élève s'est exclamée: «*Ah tiens ! Pour les soustractions je n'y ai pas pensé !* ». Cette remarque conforte donc aussi l'observation (Fischer, 1988a) qu'une telle stratégie d'inversion est moins fréquente pour les soustractions que pour les divisions.

3) Le troisième concerne encore la vérification, mais touche cette fois à sa qualité même. En effet, avec l'âge et lorsque les égalités ne sont pas suffisamment bien représentées en mémoire (on peut espérer que c'est le cas pour les égalités "fausses" !), il est possible que certains élèves recourent à des **jugements de plausibilité**, plus économiques (Reder (1982) a argumenté dans cette direction pour la vérification de phrases), plutôt qu'à une vérification exacte. Ce jugement de plausibilité peut se faire sur la base du "degré de fausseté" de la réponse proposée ou sur un critère de parité. Ceci est très bien illustré par une discussion que nous avons pu avoir, à l'issue de la session 4, avec les élèves d'une autre classe. L' "égalité" 3+9=11 ayant été la moins bien réussie lors de cette dernière session, nous les avons incités à trouver l'origine de la difficulté. La première explication proposée a été que la réponse fausse est proche de la réponse juste. Puis, l'une des élèves a remarqué qu'il y avait un problème de parité. L'un de ses camarades est alors arrivé à le formuler de très belle manière: «*Comme la somme de deux nombres pairs est toujours un nombre pair,* ***on pourrait s'imaginer*** *que la somme de deux nombres impairs est un nombre impair.* » !

4) Enfin, tous les calculs, même ceux connus par coeur, peuvent encore progresser si l'on ne conçoit pas l'automaticité (Logan, 1985) ou la représentation en mémoire (Squire, 1987) comme un phénomène de "tout ou rien". En effet, comme l'explique Squire, la représentation neurale d'un événement peut évoluer avec le temps: "sortie" ou "recrutement" de neurones, augmentation du nombre et de la taille des contacts synaptiques,... Un tel phénomène peut alors affecter toutes les égalités, mêmes triviales, et peut expliquer pourquoi les égalités de niveau 1 progressent quasiment autant que celles de niveau 2, comme le suggère la figure 1 et le confirme le tableau 3 suivant, où nous avons présenté les gains en **vit**esse (en cs) et en pourcentage de **Réu**ssite de la session 1 à la session 4 en fonction du niveau (avec les mêmes conventions pour la **signif**ication que précédemment).

Opér.	Niveau 1				Niveau 2			
	Vit.	signif.	%Réu	signif.	Vit.	signif.	%Réu	signif.
add	73	****	4,1	****	81	****	5,9	****
sou	90	****	9,7	****	98	****	12,5	****
mul	80	****	6,4	****	75	****	4,2	***
div	91	****	9,9	****	83	****	8,2	****
Ens	84	****	7,5	****	84	****	7,7	****

Tableau 3 : Gains (de la session 1 à 4) en fonction du niveau

Précisons que, si nous n'avons pas inclus les sessions 2 et 3 dans ce tableau, c'est parce qu'elles ne révèlent rien de plus. En particulier, elles ne suggèrent pas que les égalités de niveau 1 (resp. 2) ont surtout progressé au CM1 (resp. CM2). Enfin, attirons l'attention sur les multiplications: celles de niveau 1, principalement des produits extraits des tables de 2 et 5, ont plus progressé en vitesse et en exactitude que celles de niveau 2. Ce résultat, contraire à l'intuition, rejoint localement [1] l'observation de Brousseau (voir introduction).

(1) *Globalement, nos résultats montrent quand même, pour les multiplications, un progrès significatif de la session 2 à la session 4, i.e. de CM1 au CM2. De plus, bien que les multiplications de niveau 2 aient moins progressé en réussites que celles de niveau 1, elles ont tout de même progressé significativement.*

Remarque. Dans une récente simulation du développement de l'arithmétique (des additions principalement), Ashcraft (1987) a pondéré davantage l'incrément (d'une année à l'autre) de la force de représentation en mémoire déclarative des petits calculs que celui des grands. Ashcraft, qui reconnaît qu'une telle pondération différenciée n'est pas évidente, la justifie par l'observation de l'une de ses collaboratrices. Cette dernière a analysé la fréquence de présentation des 100 faits additifs de base dans les manuels scolaires (américains, du niveau 0 au niveau 3, 3 par année scolaire). Et elle a trouvé que les petites additions, notamment celles impliquant 3, étaient plus fréquemment présentées que les grandes (notamment celles impliquant 9).

Facteurs du progrès

Quelle est la source de ce progrès massif ? Avant d'aborder les facteurs "intéressants" du progrès, essayons de montrer que l' **habituation à la tâche** - que nous considérons plutôt comme un artefact - n'a probablement pas joué un rôle majeur.
L'espacement des différentes sessions - environ 6 mois d'intervalle - rend cette hypothèse vraisemblable. De plus, l'habituation devrait surtout s'observer d'une passation à l'autre, puisque ces dernières ne sont espacées que d'une semaine. Or un contrôle systématique a mis en évidence que, si les élèves ont bien progressé significativement en Nombre de Réussites au cours des 3 dernières sessions et d'une passation à l'autre, ce progrès en nombre s'est accompagné d'une augmentation (non significative) des Temps de Réussite. Le progrès d'une passation à l'autre n'est donc jamais net et le pattern observé semble plutôt une conséquence des consignes données entre les deux passations que de l'effet d'habituation: en effet, voyant, après la passation 1 des 3 dernières sessions, que les élèves avaient surtout progressé en vitesse, nous les incitions, avant la passation 2, à respecter les consignes, à savoir répondre vite mais correctement avant tout.
Rajoutons à cela que le progrès ici trouvé sur les deux années est comparable à celui trouvé dans une étude transversale (Fischer, 1987b) pour laquelle tout effet d'habituation est exclu.

Nous pouvons donc maintenant discuter le rôle de la **maturation** qui, si elle est considérée comme un "vrai" facteur par le (neuro-)psychologue, est aussi vue comme un artefact par le pédagogue qui cherche à interpréter le progrès comme une conséquence de son travail. Dans la mesure où Case (1985, 1987) soutient que c'est la **maturation** qui explique principalement les progrès en **efficience opérationnelle** des jeunes élèves, et que notre tâche implique - évidemment non exclusivement - cette dernière, il convient de regarder la question de près.

Le **résultat principal** observé, à savoir le progrès très peu différencié suivant la nature de l'opération, le niveau de l'opération ou le niveau initial de l'élève, est tout à fait **compatible avec un facteur général comme la maturation**. Mais dès que l'on essaie de regarder les résultats d'un peu plus près, les arguments deviennent flous et discutables. Par exemple:

- la dépression de la courbe des progrès due aux grandes vacances est à peine perceptible: un peu pour les TR, mais pas du tout pour les réussites. Ce manque d'effet des grandes vacances serait un argument en faveur d'une hypothèse maturationnelle, mais l'intersession - qui englobe les grandes vacances - recouvre aussi trois mois de travail scolaire !
- le progrès un peu plus important au CM1 qu'au CM2 peut très hypothétiquement être vu comme une conséquence de la myélinisation(1) qui s'effectue par cycles (Roch-Lecours, 1982) et dont l'un des cycles pourrait alors recouvrir davantage le CM1 que le CM2. Mais Fischer (à paraître) a mis en évidence des progrès massifs au seul CM2: 72 cs pour les TR. Si la myélinisation produisait ses effets principalement au CM1, il faudrait trouver un autre facteur pour expliquer ces derniers progrès massifs !

D'ailleurs, ces observations peuvent souvent s'expliquer par la seule pratique (ou aussi par la méthode de mesure). Par exemple, on peut très bien attribuer le progrès aux additions au fait qu'elles sont souvent impliquées dans les autres calculs, et donc toujours très pratiquées (indirectement), même au CM.

En outre, le facteur maturationnel, considéré isolément, se heurte à des difficultés lorsque l'on regarde les résultats de notre étude transversale du CE2 au CM2 (Fischer, 1987b), prolongée par Gadio (1987) en 6ème. Par exemple:

1) Fischer (1987b) a comparé les élèves nés dans la première moitié de l'année à ceux nés dans la seconde: si la maturation était le facteur majeur du progrès, l'avantage des premiers aurait dû être supérieur à la moitié du progrès (sur 6 mois). Et il ne l'a pas été.
2) Les résultats de CM2 (Fischer, 1987a) comparés à ceux de 6ème (Gadio, 1987) montrent une évolution non unidirectionnelle des mutiplications que ne prédit pas un facteur maturationnel isolé. Cette évolution est présentée dans le tableau 4 suivant, où:

(1) *Case cite principalement la myélinisation des voies nerveuses comme agent de la maturation. La myélini sation expliquerait bien le gain en vitesse (voir par ex. Raimbault, 1988 p. 8), ainsi que, selon Case, le gain en réussite (par réduction des interférences). Les connaissances sur la myélinisation, en particulier sur son "timing", restent cependant imprécises et imcomplètes dès que l'on s'éloigne des premières années de la vie.*

- la première colonne précise les égalités multiplicatives proposées avec un délai de 5 s;
- la deuxième indique les performances en CM2 avec d'abord le **T**emps de **R**é**u**ssite en cs et, entre parenthèses, le pourcentage des échecs;
- enfin, la troisième colonne présente les performances comparables en 6ème.

Egalités	CM2 TRu (% échecs)	6ème TRu (% échecs)
2 x 3 = 6	146 (4)	**126 (1)**
5 x 2 = 10	140 (7)	**129 (3)**
4 x 4 = 18	197 (10)	**190 (8)**
8 x 2 = 16	**165** (11)	170 **(8)**
4 x 3 = 13	190 **(4)**	**178** (5)
3 x 5 = 25	202 **(9)**	**192** (12)
6 x 8 = 48	**187 (6)**	192 (16)
6 x 7 = 32	**216 (21)**	218 (27)

Tableau 4: Comparaison CM2-6ème

Sachant que les "meilleurs" sont en gras, il apparaît nettement que:

- pour les trois premières égalités, très simples, les élèves de 6ème sont clairement les "meilleurs";
- pour les trois égalités suivantes, intermédiaires ou simples aussi, il se produit un échange exactitude-vitesse qui complique la comparaison;
- enfin, pour les deux dernières égalités, incontestablement les plus complexes, ce sont cette fois-ci les élèves de CM2 qui sont clairement les meilleurs.

Cette évolution peut s'expliquer ainsi: l'absence d'une pratique suffisante conduirait à une régression pour les calculs les plus complexes, alors que les calculs les plus simples, peut-être mieux entraînés indirectement, continueraient à progresser sous l'effet conjugué de cet entraînement et de la maturation.

Toutes ces considérations nous amènent donc à considérer la **pratique** comme le **facteur principal du progrès,** tout en reconnaissant, comme vient de le suggérer l'exemple 2, que ce progrès dû à la pratique peut être amplifié par la maturation (le coefficient d'amplification pouvant lui-même être fonction du calcul, de l'élève, et de la pratique elle-même).

CONCLUSION

Dans la présente étude nous avons analysé plus de 32000 TR produits par 73 élèves de CM au cours de 4 sessions espacées chaque fois d'environ 6 mois. Cette étude longitudinale montre que **la progression de la connaissance des faits numériques élémentaires**, mesurée précisément et complètement (c'est-à-dire à la fois par le TR et par l'exactitude) dans une tâche de vérification, **est encore importante** au CM, même si elle semble se ralentir au CM2.

Cette progression concerne quasiment **tous les élèves, toutes les égalités**, petites ou grandes, et mêmes triviales comme 3x2=6, et **toutes les opérations arithmétiques**, même l'addition dont l'apprentissage est pourtant "ancien".

Le facteur principal de ce progrès **est**, très vraisemblablement, **la pratique** régulière et suffisante du calcul mental et du calcul en général, même si un phénomène de maturation peut amplifier ce progrès.

Cette pratique, scolaire ou non, pourrait conduire à des changements qualitatifs, en général déjà décrits par d'autres auteurs ou nous-mêmes (Fischer, 1987b; 1988a; Fischer et Pluvinage, à paraître), à savoir: le remplacement de procédures de calcul par d'autres plus économiques, le recours à une mémoire déclarative qui contient les faits numériques plutôt qu'à une mémoire procédurale qui nécessite leur reconstruction. Egalement, dans le cas d'une tâche de vérification, les élèves peuvent changer leur stratégie de vérification (faire le calcul inverse notamment), voire recourir à des jugements de plausibilité plutôt qu'à une vérification exacte.

Mais c'est sur un autre changement, celui de la représentation en mémoire déclarative, que nous aimerions terminer cette contribution. Ce changement nous paraît bien illustré par l'égalité **3+7=10**. C'est, en effet, ce **complément à 10** qui **a le plus progressé** en vitesse, au point de se révéler en fin de compte (i.e à la session 4) **le plus rapide** de tous les 112 faits proposés[1].

(1) *Il faut préciser qu'il n'y avait pas de doubles (3+3, 7+7, ...) dans notre échantillon et que le seul autre complément à 10 correct, à savoir 2+8=10, a obtenu lui aussi de bons rangs : 20ème (sur 112) d'après sa pogression relative, et surtout 2ème (derrière 3+7=10) dans le rangement final (d'après les TRu).*

Son rôle "pivotal" suggère alors qu'il doit souvent être impliqué dans des calculs plus complexes: il est donc intéressant non seulement de le transférer dans une mémoire déclarative (le connaître par coeur si l'on préfère), mais aussi de "gérer" son accès de manière à ce qu'il soit des plus brefs. Et c'est la pratique (indirecte) qui pourrait être le "responsable" d'une telle gestion. Ceci expliquerait alors pourquoi l'égalité 3+7=10 ne se dégage que tardivement (au CM2 dans les classes performantes) et, pourquoi aussi, **le rôle particulier et important des compléments à 10**, contrairement à celui des doubles, n'a été que rarement souligné dans la littérature. Une telle interprétation est en tout cas en accord avec l'étude actuelle des systèmes informatiques complexes et hiérarchisés qui confirme que **les connaissances de base doivent être introduites par les bas niveaux à temps de réponse brefs** (Felden, 1987).

REFERENCES

Ashcraft M.H., 1987. Children's knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In J. Bisanz, C.J. Brainerd & R. Kail (Eds), *Formal methods in developmental psychology.* New York: Springer.

Ashcraft M.H. & Fierman B.A., 1982. Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology,* **33**, 216-234.

Ashcraft M.H., Fierman B.A. & Bartolotta R., 1984. The production and verification tasks in mental addition: An empirical comparison. *Developmental Review,* **4**, 157-170.

Brousseau G., 1973. Notes sur l'apprentissage des opérations dans les naturels: la multiplication. In *Enseignement élémentaire des mathématiques:* cahier n°**13**. Bordeaux: IREM.

Campbell J.I.D., 1987. Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory & Cognition,* **15**, 349-364.

Case R., 1985. Intellectual development: Birth to adulthood. Orlando: Academic Press.

Case R., 1987. The structure and process of intellectual development. *International Journal of Psychology,* **22**, 571-607.

Felden M., 1987. Le songe de Minerve: Le cerveau et les sciences de l'artificiel. Paris: Lieu Commun.

Findlay J.M., 1978. What form of memory do schoolchildren use whilst performing mental arithmetic ? In M.M. Gruneberg, P.E. Morris & R.N. Sykes (Eds), *Practical aspects of memory.* London: Academic Press.

Fischer J.P., 1987a. L'automatisation des calculs élémentaires à l'école. *Revue Française de Pédagogie,* **80**, 17-24.

Fischer J.P., 1987b. Les faits numériques à l'école: une étude développementale par les TR. *Psychologie Scolaire*, **60**, 7-24.

Fischer J.P., 1988a. La mesure des TR en arithmétique élémentaire: Spécificités d'une tâche de vérification. In R. Duval (Ed), *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives: Vol.1*. Strasbourg: IREM.

Fischer J.P., 1988b. Les erreurs de lecture: un éclairage des sciences cognitives. *Psychologie Scolaire*, n°**65**, **23-38.**

Fischer J.P., 1988c. 11-3=9 : Juste ou Faux ? (Une méthode moderne d'évaluation de - et des progrès dans - la connaissance des faits numériques élémentaires). Montigny-lès-Metz: CDDP de la Moselle.

Fischer J.P., à paraître. Un an de calcul en (e année d'école : mesure des progrès par les TR. *Bulletin de l'A.D.L.* (Bruxelles).

Fischer J.P. et Pluvinage F., à paraître. Complexités de compréhension et d'exécution des opérations arithmétiques élémentaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.

Gadio I., 1987. L'automatisation du calcul au début de l'école secondaire (Manuscrit: DEA de Didactique des Mathématiques). Strasbourg: non publié.

Hamann M.S. & Ashcraft M.H., 1985. Simple and complex mental addition across development. *Journal of Experimental Child Psychology*, **40**, 49-72.

Logan G.D., 1985. Skill and automaticity: Relations, implications, and future directions. *Canadian Journal of Psychology*, **39**, 367-386.

Raimbault J., 1988. Les conductions nerveuses chez l'enfant normal. Paris: Expansion Scientifique Française.

Reder L.M., 1982. Plausibility judgments versus fact retrieval: Alternative strategies for sentence verification. *Psychological Review*, **89**, 250-280.

Rightsel P.S. & Thornton C.A., 1985. 72 addition facts can be mastered by mid-grade 1. *Arithmetic Teacher*, **33**, 8-10.

Roch-Lecours A., 1982. Correlates of developmental behavior in brain maturation. In T.G. Bever (Ed), *Regressions in mental development: Basic phenomena and theories*. Hillsdale: Erlbaum.

Squire L.R., 1987. Memory and brain. New York: Oxford University Press.