LES ELEVES ET LEUR ENSEIGNEMENT EN MATHEMATIQUES EN PREMIERE ANNEE DU COLLEGE

François PLUVINAGE et Jean-Claude RAUSCHER [1]
IREM de Strasbourg

The analysis of the results of the french national evaluation in 1989 has been the starting-point of the observations we present in this paper. A leading idea in the questionnaires of the initial evaluation was to design easy questions in various fields of elementary mathematics. In a first part (§1) we recall the major goals of that evaluation and we point out the most important questions which arise from it. In order to study its efficiency, we followed the evolution in mathematics of more than 500 students (age about 11) belonging to 22 different classes during the first year in the secondary school.

The initial analysis of individual results (§ 2.1.1) points out two kinds of errors : lacks in knowledge and failures. The initial situations of the 22 classes are quite different and the evolutions do not appear as linked to the homogeneity of the classes. They are connected with the more or less successful nature of the "pair teacher-class" (§ 2.1.3). Among the mathematical fields, we observe contrasted evolutions : achievement already at the beginning of the year in the simplest numerical treatments, improvement in the more complex numerical treatments (with decimals) and the geometrical drawing, almost stationnary process in the learning of problem solving and the use of geometrical terminology, drop of knowledges about areas and perimeters (§ 2.1.4). The predictive power of the initial evaluation is quite impressive by comparison with the simplicity of the submitted tasks (§ 2.2).

We analyse also (§ 3) the way the teachers see the organisation of their classroom instruction in geometry. During the year, we collected a corpus consisting in interviews with 9 teachers, their propositions for evaluation and their choices of documents to use in the classroom. Concerning the choices of the content topics to be taught, the teachers are quite unanimous ; but the analysis of the already mentionned corpus shows great differences in the way the teachers take into account the variety in the levels of presentation of the informations at the entrance and at the exit in a mathematical treatment. Some teachers ignore this variety, some others use it systematically as shown in the presentation of the Van Hiele's levels.

© Annales de Didactique et de Sciences Cognitives
4 (1991) (p.125 - 161) - IREM de Strasbourg

1 *Recherche sous contrat de la Direction de l'Evaluation et de la Prospective au M.E.N.J.S.*

1. DEUX VOLETS D'UNE OPERATION : REPERAGE DES ELEVES, FORMATION DES PROFESSEURS, ET LEUR ETUDE.

Un numéro hors-série des cahiers "Education & Formations" (référence [MEN1990] dans la bibliographie en fin d'article) a été consacré à l'évaluation nationale CE2-6ème. Il précise notamment (page 1 du texte) les objectifs et les modalités de l'opération entreprise pour la première fois à la rentrée 1989. Les deux volets principaux sont une évaluation des élèves, en mathématiques et en français, et une formation des professeurs pour leur permettre de *"procéder aux actions de soutien et de reprise d'apprentissage"* qui apparaissent nécessaires. En outre, les résultats individuels de l'évaluation sont communiqués aux parents d'élèves. En 1989, des sondages ont été entrepris auprès des familles et auprès des professeurs, pour recueillir leurs opinions. La même opération a été reprise, avec quelques modifications dans sa mise en œuvre mais non dans ses principes, à la rentrée scolaire 1990-91.

En l'état actuel de nos connaissances sur les apprentissages, étroitement limitées même si un certain nombre de recherches leur ont été et leur sont consacrées, une telle opération ne va pas sans soulever des interrogations. Les principales pour les professeurs, tant en fréquence qu'en importance, nous ont paru être les suivantes.

- Une évaluation a-t-elle une signification très peu de temps après la reprise qui succède aux vacances d'été ?
- Admettons une réponse affirmative à la première question. Quels items peuvent alors avoir une valeur pour le repérage des élèves : des items trop simples ne conduiront-ils pas à mettre en évidence les seuls cas pour lesquels tout professeur consciencieux se serait rendu compte de difficultés au bout de quelques jours de déroulement normal de la classe ; plus compliqués, ne susciteront-ils pas de faux sentiments d'échecs, de nature à inquiéter inutilement professeurs et parents ? C'est l'option de questionnaires délibérément simples dans leur ensemble qui avait été retenue pour l'évaluation nationale. Cette évaluation allait-elle alors avoir une valeur prédictive intéressante ?
- Y a-t-il une réponse pédagogique efficace, dans des conditions compatibles avec les moyens forcément limités qu'un établissement scolaire peut dégager, aux situations de difficulté de certains élèves qui auront pu être mises en évidence par l'évaluation ?

Dans cet article, on se propose d'apporter des éléments de réponse à de telles questions, quand cela est apparu possible à la suite des analyses effectuées, ou de fournir des indications susceptibles de conduire à préciser les questions. Pour cela, nous nous appuyons sur une recherche conduite en mathématiques, au cours de l'année scolaire 1989-90, auprès d'un peu plus de 500 élèves de classes de Sixième et de leurs professeurs. La population des élèves a été choisie de manière à restituer une image assez valable de l'ensemble de tous les élèves des collèges français de ce même niveau scolaire, sans toutefois que l'on puisse aller jusqu'à dire qu'elle constitue un échantillon au sens statistique.

Le présent article s'appuie sur deux rapports qui ont déjà été rédigés pour cette recherche : l'un (bibliographie : Pluvinage&Rauscher 1990) a été élaboré au terme du premier trimestre de l'année scolaire 1989-90 et l'autre (bibliographie : Pluvinage1990) après la fin de l'année scolaire. Il n'est pas question de reprendre ici les contenus complets de ces rapports, publiés par ailleurs. Mais les deux rapports présentaient les analyses de données différentes, même si elles concernaient la même population, et il était donc intéressant d'en dégager une synthèse, avec en outre l'apport de quelques études complémentaires.

Les données recueillies auprès des élèves sont leurs résultats à l'évaluation nationale en septembre 1989, leurs résultats à une évaluation terminale construite par nous-mêmes en mai 1990 et des éléments extraits de leur dossiers scolaires ; toutes ces données ont été reportées sous numéros par les soins des professeurs des classes concernées, ce qui a rendu possible le suivi des élèves par des traitements informatiques anonymes. Seuls les élèves donnant lieu à un ensemble de données complet ont été pris en compte dans le deuxième des rapports mentionnés ci-dessus et le seront dans cet article, sauf exceptions signalées. Nous avons pu ainsi procéder sans difficultés à des croisements de résultats des mêmes élèves, mais en contrepartie nous avons accepté le risque d'un léger biais vers le haut (statistiquement, les élèves régulièrement présents ont les résultats les meilleurs).

La recherche entreprise auprès des professeurs a comporté le recueil et l'analyse d'un corpus susceptible de livrer des informations sur les moyens mis en oeuvre pour faire progresser les élèves selon leur point de départ en début de Sixième. Les entretiens et les questionnaires donnent des indications sur la *perception* que les professeurs ont de leur enseignement et des apprentissages des élèves.

Le relevé de progressions d'enseignement et l'analyse des activités, des exercices, du cours, des évaluations, proposés aux élèves par nos collègues, donnent quelques indications sur la *réalité* de l'enseignement effectué.

Il s'agit principalement de savoir ce qui est l'objet d'un *effort d'enseignement* pour les professeurs. Pour obtenir des éléments de réponse, nous avons, lors d'entretiens et par questionnaires, posés deux catégories de questions :

1) Quels *instruments* proposent les professeurs *pour évaluer* les progressions de leurs élèves ?

2) A quelles analyses des productions de leurs élèves les professeurs ont-ils procédé pour *repérer des évolutions*, et les constats qui en ont résulté se sont-ils avérés conformes à leurs prévisions antérieures ?

Remarquons une différence d'"environnement" entre ces deux catégories de questions telles que nous les avons présentées. Pour la première, nous avons simplement récolté les suggestions faites par les professeurs pour l'élaboration du test final. La seconde catégorie correspond, elle, à des questions en rapport avec les productions des élèves issues du test national de début d'année scolaire et du questionnaire élaboré par nos soins en fin d'année. Cette différence a son intérêt : pour la première catégorie de questions, nous avons une production libre, alors que pour la seconde, des tests imposés de l'extérieur servent de références aux discours que peuvent tenir les enseignants. Ici se profile peut-être la question du rôle possible de régulation et de formation de tels tests.

2. CONNAISSANCES ET COMPETENCES, LACUNES ET DYSFONCTIONNEMENTS.

Dans cette partie est présentée la synthèse issue des données recueillies sur les élèves au courant de l'année. En annexe, nous ne présentons que le second des questionnaires utilisés, le premier ayant été très largement diffusé (dans [MEN1990]) ; nous nous contenterons de rappeler à son propos, au fur et à mesure des besoins, les contenus des questions posées.

2.1. Aspects collectifs.

2.1.1. Repérage fourni par le questionnaire initial.

En début d'année, la passation du questionnaire national avait occupé quatre séquences scolaires, ce qui est a priori suffisant pour un repérage initial d'une qualité satisfaisante. Le niveau général de difficulté a bien été le niveau simple attendu : Nous avons formé un tableau en Réussite-Echec, en comptant le plus souvent comme réussite les réponses codées 1 à la saisie et pour certains items, à la fois les réponses codées 1 et les réponses codées 2, les échecs étant le complémentaire des réussites (erreurs et absences de réponses, ces dernières étant rares) ; les regroupements ainsi formés conduisent à relever dans la population initiale complète que nous avons interrogée un nombre moyen d'environ 14 erreurs sur 69 items pris en compte.

Nous avons vérifié que les résultats observés autorisent à dire que notre population constituait un échantillon représentatif de la population nationale. Les lecteurs scrupuleux, qui se reporteront aux résultats nationaux rapportés dans la brochure [MEN1990], pourront noter une légère différence des résultats d'ensemble (dans cette brochure, on indique environ 16 erreurs, en moyenne, pour 71 items) ; mais cette différence s'explique par le fait que les regroupements ne sont pas tout à fait les mêmes, et en particulier que seuls les codes 1 sont comptabilisés comme réussites dans la brochure nationale. Or, en principe, les codes 2 désignent aussi des réussites, autres que la réussite attendue codée 1. Pour le suivi des élèves, il est préférable de prendre en compte toutes les formes de réussite. Ajoutons que l'examen item par item auquel nous avons procédé va bien dans le sens indiqué en début de cet alinéa : représentativité de notre population.

Nous avons procédé ensuite à des analyses sur la pertinence des résultats obtenus grâce au questionnaire national, tout en visant à donner une description de synthèse de ces résultats.

Dans ce but, nous avons procédé à des analyses de la cohérence des réponses données aux diverses questions, notamment aux questions portant sur des contenus mathématiques ou sur des traitements voisins. Ainsi, une analyse des correspondances multiples a été effectuée sur le tableau en Réussite-Echec. De façon synthétique, les résultats de l'analyse des correspondances multiples mettent bien en évidence la cohérence d'ensemble : le premier axe factoriel explique à lui seul plus de la moitié de l'information contenue dans le tableau de Réussite-Echec (en langage technique : la moitié de l'inertie totale du nuage de points défini par le tableau est inférieure à l'inertie de la projection de ce nuage sur le premier axe factoriel ; très précisément, le nuage projeté a une inertie égale à 53,47% de l'inertie totale du nuage). Il est donc établi que les erreurs commises par les élèves sur le questionnaire initial ne se réduisent pas à des "accidents" isolés, mais appellent d'autres erreurs et ont par conséquent une signification, qu'il s'agit de dégager d'après la manière selon laquelle elles se regroupent. Pour ce faire, le deuxième axe factoriel de l'analyse peut avoir un intérêt.

En effet le deuxième axe factoriel issu de l'analyse des correspondances multiples du tableau Réussite-Echec, bien qu'il ne prenne en charge qu'une part d'inertie beaucoup plus faible que le premier axe (exactement : 5,59% de l'inertie totale du nuage), donne lieu à une interprétation intéressante. Il oppose des échecs imputables à des *lacunes*, des méconnaissances, à des échecs imputables à des *dysfonctionnements*. Les premiers s'observent sur les items les moins réussis (parfois à peine plus de la moitié des élèves interrogés, comme on l'observe pour une question en rapport avec le sens de la division, ou pour des questions de périmètre et d'aire), portant sur des connaissances ou des savoir-faire en cours d'acquisition ; les seconds concernent des exercices pratiqués systématiquement dans toutes les écoles primaires (comme par exemple les opérations arithmétiques par écrit sur les nombres entiers), souvent bien avant la dernière année, et conduisant à un faible taux général d'échecs. Bien sûr, cette analyse ne permet pas, à elle seule, de dégager la signification individuelle des dysfonctionnements mis en évidence : il peut a priori s'agir aussi bien d'états tout à fait passagers, par exemple fatigue ou problèmes personnels au moment des évaluations, que de véritables défauts demandant des pratiques appropriées pour être corrigés. Nous y reviendrons, en analysant les évolutions observées durant l'année.

Nous avons aussi pu procéder à une comparaison entre les résultats à l'évaluation initiale et les résultats scolaires du premier trimestre, en ayant recours pour ce faire à la technique d'analyse discriminante. Nous examinerons cette analyse dans la partie traitant des aspects individuels (§ **2.2**). Contentons nous ici de signaler qu'elle montre que l'évaluation initiale, malgré ou peut-être à cause de sa simplicité, a une valeur prédictive qui ne se limite pas à la détection des élèves en difficulté, mais s'étend aux élèves ayant des résultats très corrects voire bons.

2.1.2. Du début à la fin de l'année scolaire : repérer des évolutions ?

On l'a vu, les résultats des élèves au questionnaire initial peuvent être considérés comme fournissant un point de départ suffisamment précis et solide pour être pris en référence dans l'évaluation de l'évolution des élèves. Nous avons donc pris l'évaluation initiale pour base dans l'élaboration des questionnaires de fin d'année qui ont été soumis aux élèves de notre population.

Pour repérer des évolutions, deux des contraintes qui s'imposaient à l'évaluation terminale apparaissaient a priori quelque peu gênantes. Mais, selon un terme à la mode, ces contraintes étaient incontournables. Alors que l'évaluation initiale comportait quatre questionnaires, la première contrainte était de limiter l'évaluation terminale à deux questionnaires, proposés lors de deux séquences scolaires (“heures” de classe) : il aurait paru inacceptable de “mordre” davantage sur l'enseignement. La seconde était de prendre en compte l'enseignement effectué pendant l'année scolaire, en proposant certaines questions se rapportant à cet enseignement : une évaluation terminale “doit” porter sur ce qui a été enseigné. Le risque existait alors de présenter en fin d'année un instrument de repérage totalement différent de celui utilisé en début d'année. En recourant à une métaphore, nous dirons que nous risquions de peser les élèves en fin d'année après avoir mesuré leur taille en début d'année.

Afin d'éviter le risque qui vient d'être signalé, nous avons évidemment repris une partie des questions initiales dans le questionnaire terminal, parfois sans aucune modification, parfois avec quelques aménagements. Mais nous avons aussi essayé de soumettre aux élèves une évaluation qui, malgré un nombre plus réduit de questions, soit dans l'ensemble sensiblement de la même difficulté que l'évaluation initiale. Autrement dit, nous souhaitions élaborer une évaluation donnant lieu dans l'ensemble à un nombre moyen d'erreurs à peu près identique à celui de l'évaluation initiale (rappelons que ce nombre était de quatorze).

Pour ce faire, il convenait de conserver l'esprit de celles des questions de l'évaluation initiale qui, sans être difficiles vues de l'extérieur, avaient posé quelques problèmes aux élèves puisqu'elles avaient donné lieu aux plus forts taux d'échec (entre 30% et 60% environ), et il s'agissait de transposer éventuellement ces questions en fonction des apprentissages visés en cours d'année. De plus, les questions nouvelles introduites devaient s'équilibrer en difficulté avec les parties non retenues du questionnaire initial.

L'expérience a montré que l'équilibre a effectivement été atteint, puisque, sur notre population de 512 élèves ayant passé tous les questionnaires, l'évaluation terminale constituée de 43 items donne lieu à un nombre moyen d'erreurs par élève égal à 14,07 contre un nombre moyen d'erreurs par élève de 13,42 sur l'évaluation initiale.

2.1.3. Evolution entre début et fin de l'année scolaire : les classes.

Au delà de la quasi-égalité des nombres moyens d'erreurs dans les deux évaluations, initiale et terminale, qu'en est-il si l'on porte son regard sur la situation dans chaque classe ? C'est ce que présente le tableau 1 donnant les paramètres statistiques des nombres, initial et terminal, d'erreurs par élève dans chaque classe et établissant la comparaison entre les classes et les moyennes générales.

Tableau 1

Code de la classe	Nombre moyen d'erreurs au début	Ec.-type du nbr. d'erreurs au début	Nombre moyen d'erreurs à la fin	Ec.-type du nbr. d'erreurs à la fin	Différ. des nbr. d'erreurs fin-début	Pourcent. d'écart / moy.gén. au début	Pourcent. d'écart / moy.gén. à la fin	Professeur
BU	12,65	6,71	9,15	5,23	– 3,50	– 6	– 35	Richard
AU	8,00	3,95	5,96	2,28	– 2,04	– 40	– 58	N.
CC	10,71	6,91	9,83	5,15	– 0,88	– 20	– 30	N.
EU	14,78	9,53	13,96	7,69	– 0,82	10	– 1	Joëlle
DQ	13,35	5,84	12,54	6,74	– 0,81	– 1	– 11	Claude
DT	15,85	8,77	15,08	7,82	– 0,77	18	7	William
DZ	16,20	12,83	15,68	8,01	– 0,52	21	11	N.
AT	14,21	7,95	13,83	6,14	– 0,38	6	– 2	Michel
CS	13,70	4,83	13,75	4,19	0,05	2	– 2	N.
AD	4,41	3,22	4,67	2,82	0,26	– 67	– 67	Michel
DU	13,12	8,98	13,50	7,06	0,38	– 2	– 4	Claude
CT	15,78	6,46	16,22	6,08	0,44	18	15	Jean
CQ	17,90	6,02	18,40	7,34	0,50	33	31	Jean
Ensemble	**13,42**	**8,02**	**14,07**	**7,57**	**0,65**	**0**	**0**	
AS	13,89	5,64	14,74	7,77	0,85	4	5	N.
DD	11,15	6,63	12,54	5,50	1,39	– 17	– 11	Gérard
DC	13,04	9,07	14,46	7,61	1,42	– 3	3	Gérard
DS	15,19	7,04	16,65	7,37	1,46	13	18	William
AQ	13,32	7,04	16,27	5,99	2,95	– 1	16	Bernad.
CU	17,65	7,09	20,80	6,62	3,15	32	48	N.
BD	13,38	7,07	16,90	7,41	3,52	– 0	20	Danielle
CD	16,67	5,87	20,62	5,74	3,95	24	47	N.
AC	13,84	7,07	19,42	5,38	5,58	3	38	N.

Légende du tableau 1.

- Les pseudonymes désignant les professeurs sont les mêmes que ceux utilisés par la suite dans la description des entretiens (§ **3**). Les professeurs qui n'ont pas participé aux entretiens sont indistinctement désignés par la lettre N.
- Pour désigner des classes d'un même collège, la même première lettre est utilisée. Les collèges A, B et C recrutent des élèves de secteurs urbains et suburbains, les collèges D et E des élèves de secteurs ruraux ou de ville moyenne.
- Dans les colonnes successives, on trouve d'abord la moyenne et l'écart-type du nombre d'erreurs commises par les élèves de la classe lors de l'évaluation initiale, puis lors de l'évaluation finale ; on trouve ensuite un bilan, à savoir la différence entre les nombres moyens d'erreurs dans la classe en fin d'année et en début d'année (si ce bilan est exprimé par un nombre négatif, c'est que le nombre moyen d'erreurs en fin d'année est moindre qu'en début d'année) ; dans les deux dernières colonnes apparaissent des pourcentages en plus ou en moins par rapport au nombre moyen d'erreurs relevé dans l'ensemble de la population : par exemple la valeur (– 6) pour une classe signifiera que le nombre moyen d'erreurs dans cette classe est de 6% inférieur au nombre moyen général.

Commentaires en forme de questions sur le tableau 1.

La publication du tableau 1 nous a fait quelque peu hésiter. En l'absence de références analogues (du moins n'en connaissons nous pas), n'y avait-t-il pas le risque d'induire des conclusions hâtives, notamment sur une hypothétique "qualité" des professeurs concernés ? Soulignons au passage le sérieux dans le travail et la préoccupation par rapport à leur enseignement des professeurs qui ont participé aux entretiens. Nous ne pouvons d'ailleurs pas dire si les variations d'évolution observées sont à considérer dans l'absolu comme fortes ou somme toute assez réduites. C'est pourquoi il serait mal venu de jeter la pierre à quiconque au vu des résultats de ce tableau isolé, pas plus d'ailleurs que de décerner des satisfecit inconditionnels. Rappelons en outre que les résultats de l'un ou l'autre élève ont "disparu", aussi bien en repérage initial que terminal, lorsque ces élèves n'ont pas été présents à toutes les passations ; nous ne pensons cependant pas que la prise en compte de ces élèves puisse être de nature à modifier de façon sensible les résultats du tableau.

Néanmoins, l'enseignement est actuellement commandé par l'évolution des élèves : un professeur ne se sent pas quitte de ses obligations pour avoir seulement "déroulé" les programmmes d'enseignement en vigueur, il veut que ses élèves aient progressé. Et ce n'est certes pas facile. De ce point de vue, la publication des évolutions relevées dans notre observation s'impose, comme un moyen de préciser ou de formuler certaines questions amenées par des objectifs de progressions des élèves. Cette publication aura plus d'intérêt lorsqu'elle sera suivie, comme nous l'espérons, de la publication d'observations similaires.

En préalable aux questions qui se dégagent des résultats présentés par le tableau 1, soulignons qu'une qualité satisfaisante de l'évaluation initiale est un point de départ indispensable. C'est d'elle en effet que dépend toute la suite des opérations, donc l'obtention de résultats qui méritent considération. Or les analyses dont nous avons parlé précédemment montrent une qualité suffisante de l'évaluation initiale.

Au point de départ, remarquons la disparité des situations initiales. Deux des classes de notre échantillon sont des classes à scolarité particulière, où les élèves sont admis après examen ; elles sont immédiatement repérables dans le tableau à leur faible moyenne du nombre d'erreurs initiales et au faible écart-type de ce nombre. On voit aussi des contrastes entre les répartitions des élèves par classe, par exemple dans l'établissement C, où est nettement prise une option de procéder à certains regroupements par niveaux (la classe CC se détache trop nettement pour que sa composition soit un produit du hasard), et l'établissement D, où l'hétérogénéïté des classes est davantage mise en œuvre. Le cas de la classe DZ est évidemment particulier, mais pour l'écart-type très important et pas tant pour la moyenne du nombre d'erreurs initiales (les moyennes dans les classes DC et DS ne sont pas très différentes) ; il se trouvait que, par hasard (?), il y avait dans la classe DZ des élèves aux résultats initiaux extraordinairement bas. Le lecteur pourra compléter lui-même ces quelques remarques par un examen attentif des deux premières colonnes du tableau.

La variabilité des situations initiales soulève évidemment des questions, ne serait-ce que par son existence même dans un système d'enseignement pour lequel l'égalité des chances est un principe. Mais peut-être une classe d'une relative homogénéïté permet-elle un enseignement plus efficace ? C'est pourquoi l'examen de l'évolution des élèves revêt une certaine importance par rapport à cette question, entre autres. Or les résultats du tableau n'appuient guère l'idée que les apprentissages strictement mathématiques se trouveraient favorisés par le regroupement des élèves en classes homogènes : Les évolutions observées ne semblent pas liées à un facteur d'homogénéïté des classes.

Il semble plutôt se former des "couples" professeur-classe plus ou moins propices à l'évolution des élèves. Considérons par exemple le cas de William : il a enseigné dans les deux classes DT et DS, et c'est dans celle de ces deux classes, à savoir DT, qui a au départ la plus forte moyenne d'erreurs avec le plus fort écart-type (donc le plus d'hétérogénéïté) qu'il observe de loin la meilleure évolution. A un moindre degré, mais de manière tout à fait parallèle, Michel observe la plus forte progression dans la classe la moins bien placée au départ et la plus hétérogène ; mais la classe la meilleure de Michel était à un niveau initial tel, que l'on peut se demander si un plafond n'était pas atteint et si les quelques erreurs résiduelles observées ne sont pas le produit du défaut humain de fiabilité (en fait ce n'est pas notre avis dans ce cas précis, mais il nous a paru tout de même bon d'avancer cette hypothèse). Claude, lui aussi, a enseigné dans deux classes dont les évolutions ne sont pas les mêmes, mais celle des deux qui progresse le mieux, si son nombre moyen d'erreurs initial est le plus élevé, est la plus homogène au départ. Pour Jean et Gérard, qui ont eux aussi enseigné dans deux classes de l'échantillon, on observe dans leurs classes des évolutions proches, indépendamment des situations initiales. L'existence d'évolutions identiques dans des classes différentes d'un même professeur nous paraît constituer un argument très solide en faveur de la pertinence des mesures réalisées dans la présente observation.

L'observation des écart-types, en début et en fin d'année, appelle elle aussi quelques commentaires. Dans 18 des 22 classes considérées, l'écart-type se réduit, parfois de manière spectaculaire comme dans les cas de la classe DZ ou de la classe AU, et dans les cas où il augmente, ce n'est que de peu. Le seul cas où il y a une augmentation notable d'écart-type est celui de la classe la plus faible au départ, la classe CQ : y a-t-il dans cette classe des élèves pour lesquels l'enseignement usuel est inapplicable avec quelque effet ? La question mérite d'être posée à cause de ses implications, que l'on devine sans peine, sur l'organisation de l'enseignement. Nous y reviendrons par l'examen des évolutions individuelles (§ **2.2**). Dans l'ensemble, la réduction de variance intra-classe s'accompagne d'une augmentation de variance inter-classe, puisque l'écart-type de l'ensemble de la population ne diminue que de fort peu (écart-type final de 7,57 contre un écart-type initial de 8,02) ; autrement dit, si la tendance générale dans une classe est à une certaine homogénéïsation, les différences entre classes conduisent à ce que la population dans son ensemble reste à peu près aussi hétérogène à l'arrivée qu'elle ne l'était au départ. C'est évidemment un problème s'agissant de contenus mathématiques pour lesquels l'enseignement vise à l'obtention d'une certaine harmonisation.

2.1.4. Evolution entre début et fin de l'année scolaire : les domaines.

Ce qui se dégage de l'analyse des évolutions par secteurs mathématiques, c'est une situation très contrastée. Le tableau suivant, qui indique des pourcentages de réussites en début et en fin d'année sur des questions voisines illustre cette disparité des évolutions suivant les secteurs mathématiques.

Tableau 2

N° init.	Résumé de la question init.	R% nat.	R% init.	R% fin.	Résumé de la question finale	N° final
17c	Nombre dicté : 7 002	92	**92**	***91***	Nombre dicté : 7 002	n1a
17b	Nombre dicté : 4 000 000	86	**87**	***84***	Nombre dicté : 4 000 000	n1b
20a	Effectuer 45 × 19	83	**87**	***86***	Effectuer 45 × 19	n2a
20b	Effectuer 523 × 305	81	**84**	***83***	Effectuer 523 × 305	n2b
25b	Effectuer 258,3 ÷ 100	56	**63**	**78**	Effectuer 258,3 ÷ 100	n3a
25c	Effectuer 732 ÷ 1000	67	**73**	**86**	Effectuer 732 ÷ 1000	n3c
15b	Ordonner trois décimaux	69	**72**	**70**	Ordonner quatre décimaux	n5
22a	“Equation” 32 × 🖂 = 192	87	**90**	**88**	“Equation” 2,6 × 🖂 = 15,6	n6e
6	« Julie a pris pour son goûter…»	73	**77**	**78**	Remplir une addition de restaurant	n7
7	Problème de division réponse exacte (7) (réponse fausse 6)	 41 (24)	 **53** (17)	 **58** (13)	Problème de division réponse exacte (7) (réponse fausse 6)	n 7A
32	Reproduction (angles et longueurs)	74	**78**	**88**	Reproduction d'une figure géométrique	g1
1Aa	Mot à choisir : parallèles	80	**86**	**77**	Indiquer des droites parall.	g3p
1Ab	Mot à choisir : perpendic.	61	**66**	**54**	Indiquer des droites perp.	g3o
1Ac	Mot à choisir : isocèle	54	**59**	**22**	Dire qu'un triangle est rect-isocèle	g5a
1B	Trouver un triangle rect.	64	**73**	(59)	(1 seule caractérist.donnée)	
26a	Trouver le périm. d'un rect. (résult. sans l'unité voulue)	57 (4)	**60** (4)	***50*** (16)	Trouver le périm. d'un rect. (résult. sans l'unité voulue)	n8a
26b	Trouver l'aire d'un carré (résult. sans l'unité voulue)	33 (24)	**34** (34)	**39** (12)	Trouver l'aire d'un carré (résult. sans l'unité voulue)	n8b

Légende du tableau 2.

- La première et la dernière colonne indiquent simplement une référence au numéro de l'exercice, permettant sa localisation quand on est en présence des questionnaires.
- Les trois colonnes centrales fournissent les pourcentages respectifs de réussite obtenus dans la population nationale complète, dans notre population (réduite aux élèves présents à tous les questionnaires) lors de l'évaluation initiale puis lors de l'évaluation finale ; exceptionnellement des pourcentages de réussites seulement partielles ont été donnés, placés entre parenthèses. Par exemple, pour le triangle rectangle isocèle, 59% des élèves ne donnent qu'une seule des deux caractéristiques (rectangle ou isocèle).
- Un résultat écrit en italiques indique un pourcentage de réussite final inférieur au pourcentage de réussite initial pour des questions que l'on peut qualifier d'identiques.

Commentaires sur le tableau 2.

La légère supériorité des résultats initiaux de notre population par rapport aux résultats nationaux s'explique par la sélection des seuls élèves présents lors de **toutes** les passations. En effet, en considérant la population initiale complète, on est en droit de dire que l'échantillon retenu nous livre un très bon reflet des résultats nationaux, avec simplement un niveau de réussite à peine supérieur pour quelques unes des questions. Plus précisément, 41 des 66 questions de référence donnent lieu à des écarts de résultats pouvant être imputés aux seuls aléas de l'échantillonnage, au seuil de risque usuel de 5%. Il reste donc 25 questions donnant lieu à des fluctuations plus importantes que ce que l'on peut attendre du hasard, quoique comprises le plus souvent dans une fourchette allant de 4% à 8%. Une seule question donne lieu à un écart qui dépasse 10%. Les écarts, quand il y en a, restent donc suffisamment peu importants pour qu'il soit permis d'induire de l'étude de notre échantillon des résultats valides pour l'ensemble de la population. Lorsque l'on se limite aux élèves présents à toutes les épreuves, on perd certes en représentativité, mais on ne fait pas apparaître de modifications “qualitatives” (comme pourraient l'être des pourcentages de réussite passant de la zone des 66% à celle des 80% ou plus) et surtout les ordres des modalités restent les mêmes, en prenant en compte non seulement les réussites mais tous les codes de saisie.

Dans le secteur purement numérique, on peut affirmer qu'un plafond était atteint dès le début de l'année sur les situations les plus simples, c'est à dire l'ordre (les inégalités) et les opérations “+”, “–”et “×” sur les nombres entiers. Cette affirmation ne s'appuie pas seulement sur les résultats du tableau 2, mais aussi sur des études de croisements entre les résultats du début et de la fin de l'année. Ces croisements mettent en évidence qu'il n'y a pas de progression visible. A titre d'exemple, voici deux croisements obtenus, accompagnés de leur tableau théorique estimé.

Résultats de la multiplication 45 × 19

Début \ Fin	Réussite	Echec		Tableau théorique estimé	
Réussite	379	64		380	63
Echec	59	9	⟶	58	10

Résultats de la multiplication 523 × 305

Début \ Fin	Réussite	Echec		Tableau théorique estimé	
Réussite	369	62		357	74
Echec	54	26	⟶	66	14

Dans le premier cas, *on ne peut apercevoir aucune liaison* entre les erreurs commises en début et en fin d'année. Les *dysfonctionnements* observables sur de telles situations auraient ainsi tous un *caractère passager* et ne seraient donc pas de véritables défauts. Au passage, notons que la multiplication de 45 par 19 effectuée par écrit conduit à procéder mentalement à trois calculs "à risque" parce que non directements mis en évidence sur la feuille (le produit de 5 par 9, celui de 4 par 9 et l'addition de 36 et 4). Sous des hypothèses simplificatrices d'égalité et d'indépendance des risques, cette observation nous conduirait à avancer pour la fiabilité humaine sur chacune des opérations mentales nécessaires dans un calcul écrit une valeur de l'ordre de 19 / 20, puisque le poucentage stable observé de réussite est $0{,}86 \approx (19/20)^3$.

Le second cas, lui, fait apparaître un écart entre le tableau observé et le tableau théorique estimé. Il y a surtout une surcharge de la case des doubles échecs observés par rapport aux effectifs théoriques estimés. En effet, si l'on retranche de la population 17 élèves ayant échoué les deux fois, pour être ramené à 9 doubles échecs, valeur précédemment observée sur le produit 45 × 19, on obtient alors un tableau observé qui coïncide rigoureusement avec son tableau théorique estimé. On est donc conduit à avancer qu'aux défauts de fiabilité précédents *s'ajoutent ici d'autres types de dysfonctionnements* qui ont, eux, le caractère de *défauts durables*. Bien évidemment, pour cet exemple, c'est la présence du zéro dans le multiplicateur 305 qu'il paraît le plus raisonnable d'incriminer, surtout quand on a pu observer des élèves devant un tel calcul (certains s'arrêtent au moment de procéder à un décalage, d'autres écrivent un zéro, d'autres

toute une ligne de zéros). Et il est bien clair qu'un élève qui ne maîtrise pas complètement l'emploi du zéro de position dans la numération ne se verra guère offrir en sixième d'occasions de s'améliorer sur cette question située en deçà des préoccupations d'enseignement des professeurs.
Les nombres décimaux constituaient en début d'année un domaine en *acquisition* dont l'apprentissage a nettement progressé pendant l'année. On sait par les entretiens que les professeurs lui ont consacré un effort d'enseignement important.

La résolution de "problèmes" donne lieu à des augmentations légères (division) ou à peine perceptibles (les questions d'enchaînements : le goûter de Julie et l'addition de restaurant). Pour les problèmes de division, une étude détaillée des réponses des élèves montre que ceux qui, en début d'année, avaient donné au problème de division le résultat incorrect 6 (qui est la partie entière correcte de la division à effectuer, mais c'est l'entier suivant, à savoir 7, qui était la réponse correcte) constituent une sous-population plus proche, en fin d'année, de celle qui se trompe complètement que de celle qui réussit. L'observation confirme ainsi que la pratique correcte de l'algorithme de la division n'est pas d'un grand intérêt pour les apprentissages, lorsqu'elle n'est pas accompagnée du sens de cette opération.

Le secteur des constructions géométriques donne lieu à une bonne progression. Sur le vocabulaire géométrique et son emploi, l'évaluation initiale 1989 était malheureusement un peu trop limitée en questions, pour que de bonnes comparaisons puissent être faites (l'évaluation nationale 1990 a été améliorée sur ce point). Les différences que l'on peut noter sur le tableau et qui pourraient faire croire à des régressions concernent en fait des questions qui sont inverses (associer un mot d'une liste à une figure et désigner une figure satisfaisant à une condition donnée) ; elles conduisent donc à souligner les *écarts* qui peuvent exister *entre des questions qui concernent un même contenu, mais font intervenir des registres d'expression différents* pour l'entrée ou pour la sortie des informations.

Les questions relatives à des périmètres et des aires conduisent, elles, assez nettement à des *régressions*. Par exemple, sur l'aire d'un carré, on passe pour le résultat numérique correct (indépendamment des problèmes éventuels d'unité) d'une proportion d'environ 2 sur 3 en début d'année à environ 1 sur 2 en fin d'année. De même que précédemment pour la division, les élèves que l'on pourrait croire en début d'année proches de la réussite, dans le cas présent parce qu'ils donnent les résultats numériques corrects avec simplement un oubli ou un défaut d'unité de mesure, ont des trajectoires d'apprentissage semblables à ceux qui se trompent complètement et non pas à ceux qui réussissent.

Une analyse factorielle a été pratiquée sur les croisements de réussites et d'échecs entre les questions initiales et les questions finales. Elle a conduit à un premier axe qui explique une part énorme d'inertie, exactement 85,14 % de l'inertie totale. Ceci signale un phénomène très fort d'organisation des questions, selon un ordre que l'enseignement ne remet pas en cause. Même si les progressions sont très inégales entre divers secteurs mathématiques, comme nous l'avons souligné, la règle est la conservation des inégalités de difficultés entre questions. Ce qui évolue fréquemment, ce sont les *écarts de réussite*, qui peuvent s'amenuiser ou s'accroître.

2.2. Aspects individuels.

Afin d'effectuer l'analyse discriminante dont nous avons déjà dit quelques mots (en fin du § **2.1.2.**), nous avons résumé pour chaque élève l'information résultant du questionnaire initial sous forme d'une unique valeur numérique : sa coordonnée selon le premier axe de l'analyse factoriel. Par ailleurs, en tenant compte de la distribution des notes trimestrielles de mathématiques, nous avons regroupé les résultats individuels au premier trimestre en quatre catégories : les résultats faibles (en dessous de la note moyenne 9 / 20), les résultats médiocres (moyenne comprise entre 9 inclus et 11 exclus), les ésultats corrects (entre 11 inclus et 15 exclus), les résultats bons (à partir de 15). Dans l'analyse discriminante, on affecte chaque élève à celle des quatre catégories qui est la plus probable connaissant son résultat à l'évaluation initiale. En comparant cette affectation au résultat réel des élèves, on obtient le tableau suivant.

Tableau 3

Résultat \ Affectation	faible	médiocre	correct	bon	*total*
faible	43	1	34	2	80
médiocre	25	1	50	5	81
correct	12	1	110	59	182
bon	1	0	48	120	169
total	81	3	242	186	512

Ce tableau met bien en évidence l'excellent caractère prédictif de l'évaluation initial, tant pour ce qui est des élèves qui apparaissent comme faibles en mathématiques que pour les catégories "correct" et surtout "bon". De plus les élèves au résultat moins bon qu'attendu sont moins

nombreux que les élèves mieux lotis, ce qui est un indice encourageant.
Une difficulté pratique pour permettre aux professeurs l'accès à ce type d'analyse pour leurs classes est qu'elle repose sur des indicateurs trop subtils pour pouvoir être perçus au vu, par exemple, du tableau brut des résultats d'une classe. Mais la mise à disposition de logiciels convenables pallierait cette difficulté tout en réglant le problème de technicité de la méthode.

Nous avons également effectué une analyse des correspondances du tableau des résultats individuels en début et en fin d'année, comptabilisés en totaux de réussites obtenues, indicateurs disponibles sans nécessité d'une analyse préalable. En fait, nous avons regroupé en 12 classes les 70 valeurs a priori possibles du nombre total de réussites initial
(classe 1 : total < 37, classe 2 : 37 ≤ total < 40,..., classe 12 : 67 ≤ total < 70)
et en 16 classes les 44 valeurs a priori possibles du nombre total de réussites finales
(classe 1 : total < 14, classe 2 : 14 ≤ total < 16,..., classe 16 : 42 ≤ total < 44).
Les classes ont des amplitudes respectives de 3 et de 2, mais les classes inférieures sont plus étendues pour recueillir les effectifs minimaux autorisant l'analyse (les effectifs obtenus pour ces classes sont respectivement 10 et 9)

Le résultat de cette analyse contraste avec l'analyse sur les questions précédemment signalée (voir la fin du § **2.1.4.**). Le premier axe factoriel est un axe réussite-échec de la meilleure eau : il ordonne parfaitement toutes les classes de réussite initiale et de réussite finale, à une exception près (la classe finale des totaux 22-23 se place entre les classes finales des totaux 26-27 et des totaux 28-29). Jusque là, rien de surprenant. Mais cet axe n'explique qu'une part très réduite de l'inertie totale, exactement 10,75 %. En comparaison des 85,14 % pour le premier axe de l'analyse des questions, c'est très peu. Ceci nous indique que le total final d'un élève est loin d'être complètement déterminé par son total initial ; au contraire de ce qui se passait pour la hiérarchie bien établie des questions, il y a de nombreux changements de la hiérarchie des élèves par ordre de réussite. Ceci demande d'être examiné un peu plus avant.

Le deuxième axe, qui explique un pourcentage d'inertie (8,75 %) peu éloigné du premier, fournit les éclaircissements voulus : il oppose les cas extrêmes, d'élèves stables dans la hiérarchie entre le début et la fin, aux valeurs moyennes, d'élèves mobiles dans la hiérarchie. Or, les situations de stabilité correspondent, du "mauvais" côté, seulement à 10 élèves au départ (sur 512) et, du "bon" côté, à 88 élèves. Ceci veut dire qu'il n'y a qu'une infime proportion des élèves qui, au lieu d'une sixième normale, profiteraient probablement plus d'un enseignement spécialisé. Pour les bons résultats, cette analyse complète bien l'analyse discriminante précédemment présentée.

3. ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES.

Signalons que l'analyse est essentiellement centrée sur tout ce qui touche au domaine des travaux géométriques. Même s'il est vrai que dans le test du premier trimestre ce domaine ne tenait qu'une place restreinte, l'acquisition de compétences en géométrie constituait particulièrement, de l'avis général des professeurs interviewés, un gros enjeu de l'enseignement en sixième. Cette belle unanimité sur l'importance de l'enjeu ne pouvait-elle pas masquer des formes d'enseignement nettement différentes ?

3.1. Instruments proposés par les professeurs pour évaluer les progressions des élèves.

3.1.1. Définition du corpus et méthode d'analyse des instruments d'évaluation.

Au cours du deuxième trimestre nous avons invité chaque professeur à faire une proposition de test final. L'objectif de ce test était communiqué aux professeurs sous la forme suivante :

« Il s'agit d'élaborer une proposition de questionnaire destiné à tester tes élèves au sujet de l'enseignement que tu as mené jusque là (fin du deuxième trimestre), tant dans le domaine des travaux géométriques que dans le domaine des travaux numériques. Le test doit être conçu pour deux séances de 50 minutes environ. Son objectif est de faire non seulement le point sur les connaissances et savoir-faire acquis depuis le début en sixième, mais aussi de mesurer les évolutions importantes à tes yeux depuis le début de l'année.»

Pour analyser les productions des professeurs, nous avons considéré les tâches que les élèves ont à effectuer comme consistant à opérer des transformations d'informations : chaque exercice donne un certain nombre d'informations et demande à l'élève de les reproduire (reproduire une figure par exemple), de les transformer (réaliser un programme de construction par exemple) ou d'en extraire certaines (signaler des droites perpendiculaires sur une figure par exemple), ou même d'en tirer des renseignements supplémentaires (calcul d'un angle ou exercice de démonstration).

Nous avons alors considéré trois aspects dans ces transformations :

- Les *contenus mathématiques* évoqués ou à évoquer.

- La *complexité des transformations* à réaliser.

- Les *registres* dans lesquels s'effectuent *l'entrée et la sortie* des informations.

Précisons comment ont été pris en compte chacun de ces aspects.

Les contenus mathématiques : nous avons simplement dressé la liste des objets évoqués ou à évoquer (droites, droites parallèles, angles, triangles, triangles particuliers, etc.).

La complexité des transformations d'informations à opérer : nous nous sommes inspirés des niveaux de Van Hiele ("La pensée de l'enfant et la géométrie" conférence faite en 1957 à Sèvres). Dans le modèle original, Van Hiele présente 5 niveaux. Sans les reprendre tout à fait fidèlement , nous nous sommes appliqué à rester proche de leurs caractéristiques, telles que les présente Hoffer [Hoffer1983] :

> Niveau 0 ("recognition") : l'élève reconnaît les figures par leur apparence globale sans expliciter leurs propriétés.
>
> Niveau 1 ("analysis") : l'élève analyse les propriétés des figures mais n'est pas amené à les mettre en relation.
>
> Niveau 2 ("ordering") : l'élève ordonne et relie les propriétés des figures.
>
> Niveau 3 ("deduction") : l'élève déduit certaines propriétés à partir d'autres
>
> Niveau 4 ("rigor") : l'élève analyse la rigueur des démonstrations.

A nos yeux, l'intérêt de ce modèle est qu'il correspond à une description de l'apprentissage, non pas en terme de contenus mais de compétences. Les caractéristiques didactiques de ce modèle sont résumés par Fuys, Geddes et Tischler, rapportés par A. Jaime et A. Gutiérrez [Jaime&Gutiérrez1989]. Il s'agit d'un ordonnancement de compétences dont chacune correspond à niveau d'expression propre. Ils ajoutent que l'entrée dans chaque niveau nécessite la maîtrise du niveau précédent et que cette maîtrise dépend plus de l'enseignement donné que de la maturation naturelle des élèves Le résultat des recherches que nous avons menées à l'IREM de Strasbourg sur l'apprentissage de la géométrie au collège, en particulier dans le cadre du "Suivi scientifique des nouveaux programmes" [IREM1987, IREM1988 et IREM1989], sont tout à fait concordantes avec ces remarques.

En analysant les épreuves proposées par nos collègues aux élèves de Sixième, nous avons été amené nous même à distinguer 7 niveaux fins que nous avons finalement regroupé en trois niveaux qui correspondent approximativement aux niveaux 1 2 et 3 de Van Hiele. En voici les définitions.

- Un *premier niveau de complexité* est celui où les informations sont simplement à transposer, néanmoins en coordonnant ou en enchaînant éventuellement certaines informations (ainsi « tracer la droite perpendiculaire à la droite d et passant par M »).

- Un *deuxième niveau de complexité* est celui où les informations sont soit à développer en remplaçant le défini par sa définition (« tracer un triangle ABC *isocèle* en A »), soit à concilier (« tracer un triangle ABC tel que AB = 5cm, AC = 8cm et BC = 6cm »), soit à condenser (« sachant que AB = 5cm, BC = 5cm et que les segments AB et BC sont perpendiculaires, que peut-on dire du triangle ABC ? »). Nous plaçons aussi à ce niveau les situations cumulant plusieurs des caractéristiques présentées.

- Un *troisième niveau de complexité* est constitué par les situations dans lesquelles, à partir des informations données, apparaît une production de nouvelles informations uniquement justifiée d'un point de vue mathématique par l'emploi d'une propriété. Nous ne distinguerons pas ici les cas où une justification est demandée de celles où il ne s'agit que de conjecturer.

Les registres d'entrée et de sortie des informations : Avant d'aborder cet aspect, développons les arguments qui nous incitent à dire que la complexité des transformations d'informations ne suffit pas pour repérer les compétences à acquérir en géométrie. Pour atteindre ce qui est considéré comme un but principal de l'apprentissage en géométrie.et qui est en gros décrit par notre troisième niveau, les passages par les niveaux un et deux nous semblent en effet des conditions nécessaires : pour tirer des informations nouvelles à partir d'une situation dont on connaît les caractéristiques, par des règles de substitution qu'on appelle théorèmes ou propriétés, il s'agit de savoir maîtriser les transformations de niveaux précédents. Toutes ces transformations peuvent d'ailleurs être considérées, selon l'expression de R. Duval comme des *"substitutions par* *équivalences référentielles"* [Duval1988, page 22]. Mais les professeurs sont à peu près unanimes pour pointer les difficultés de lecture ou d'expression de leur élèves, qui sont autre chose que la maîtrise des deux premiers niveaux. Ainsi cette maîtrise ne serait pas une condition suffisante : pour reprendre des conclusions de R. Duval, il s'agit aussi d'*"apprendre à articuler plusieurs registres de présentation de l'information"*. Et avant de voir si les enseignants donnent à leurs élèves les moyens de cet apprentissage, nous repérerons ici s'ils se donnent les moyens d'évaluer l'aisance avec laquelle les élèves changent de registres.

Nous distinguerons ainsi les exercices proposés en test final en les caractérisant par le ou les registres par lesquels on donne les informations aux élèves et le ou les registres dans lesquels l'élève est amené à produire des informations. Dans une première approche nous pouvons évoquer les deux formes principales dans lesquelles on reçoit et on produit des informations : FIGURE et TEXTE. Les formes sous lesquelles se présentent ces informations à l'intérieur des textes ou des figures se sont trouvées être assez standardisées pour que l'analyse réduite à celle des occurrences des deux valeurs TEXTE et FIGURE soit déjà riche d'enseignements et différencie grandement, comme nous le verrons, les tests proposés. Dans un deuxième temps, une analyse plus fouillée s'appuie sur les formes que prennent les informations à l'intérieur de textes (langage naturel, langage symbolique, etc.) et de figures (mesures, codage, etc.).

Le fait que TEXTE et FIGURE puissent être présents à l'entrée et à la sortie d'informations conduit à neuf types différents d'exercices, présentés par le tableau 4.

Tableau 4

Ce qui est donné est :	Il s'agit de produire :
UNE FIGURE	UNE FIGURE
UN TEXTE	UNE FIGURE
UN TEXTE et UNE FIGURE	UNE FIGURE
UNE FIGURE	UN TEXTE
UN TEXTE	UN TEXTE
UN TEXTE et UNE FIGURE	UN TEXTE
UNE FIGURE	UN TEXTE et UNE FIGURE
UN TEXTE	UN TEXTE et UNE FIGURE
UN TEXTE et UNE FIGURE	UN TEXTE et UNE FIGURE

Par ailleurs, il nous a paru intéressant de distinguer les exercices qui demandent une transformation intégrale d'un registre à un autre (c'est le cas de la réalisation d'un programme de construction donné par un texte, ou, au contraire, d'une figure dont il faut écrire un programme de construction) de ceux où il ne s'agit que d'une transformation partielle des informations données. La première catégorie nous semble en effet être plus exclusivement centrée sur l'évaluation de la capacité d'articuler des registres. Ainsi l'existence de plusieurs exercices de ce type dans un test risque d'être un indice d'une évaluation explicite d'un apprentissage de cet ordre.

3.1.2. Observations sur les instruments d'évaluation proposés par les professeurs.

En ce qui concerne les CONTENUS MATHEMATIQUES évoqués dans ces épreuves nous remarquons une assez grande convergence : points, droites, segments et relations entre ces objets, triangles et triangles particuliers constituent le gros des contenus abordés.par tous.

Nous pouvons néanmoins signaler que Claude, William et Gérard (trois collègues travaillant en équipe et ayant élaboré une proposition commune), ainsi que Danièle, se distinguent en abordant les quadrilatères particuliers avec leurs propriétés (ce qui n'est pas au programme de la classe de Sixième).

Les angles ne sont pas évoqués par tous. Cela s'explique par le fait que les tests ont été élaborés au cours du deuxième trimestre et que les contenus dépendaient alors de la progression des classes à ce moment là. Ainsi, ne voyons nous apparaître ni symétrie orthogonale, ni géométrie dans l'espace. Il est vrai aussi que le test devait se situer en grande partie dans le prolongement du test national du premier trimestre, pour repérer la progression des élèves.

A part quelques nuances, ce n'est donc pas sur les contenus que les tests se différencient. Qu'en est-il pour les autres aspects analysés ?

NIVEAUX DE COMPLEXITE ET DIVERSITES DES ARTICULATIONS ENTRE REGISTRES

Tableau 5

	Ev. Nat. 1er trim.		Jean		Michel	
	Trad	Extr.	Trad	Extr.	Trad.	Extr.
Niveau 1		1		2	1	
Niveau 2	1	2	1	1	1	
Niveau 3						1
Nombre d'articulations différentes.par colonne	**1**	**2**	**1**	**2**	**1**	**1**
Nombre d'articulations différentes pour le test	**3**		**2**		**2**	

	Bernadette		Cl-Wi-Gé		Richard	
	Trad	Extr.	Trad.	Extr.	Trad.	Extr.
Niveau 1	1	2	1	1	1	1
Niveau 2	1	1	1	2	3	1
Niveau 3		2		1		
Nombre d'articulations différentes.par colonne	**1**	**3**	**1**	**2**	**3**	**2**
Nombre d'articulations différentes pour le test	**4**		**2**		**5**	

	Joëlle		Danièle		Ev Fin 3è trim.	
	Trad.	Extr.	Trad.	Extr.	Trad.	Extr.
Niveau 1	1	2	2	2	3	2
Niveau 2	2	2	3		1	
Niveau 3		2				
Nombre d'articulations différentes.par colonne	**3**	**2**	**3**	**2**	**3**	**2**
Nombre d'articulations différentes pour le test	**5**		**4**		**5**	

EXPLICATIONS DU TABLEAU 5 :

-Le pseudonyme de chaque groupe ou auteur de proposition de test figure au-dessus du tableau.

-Chaque test est ainsi schématisé par un tableau (3x2) de trois lignes correspondant aux trois niveaux et de deux colonnes, dont la première est réservée aux exercices qui sont des traductions intégrales d'une situation d'un registre dans un autre, et la deuxième aux extractions d'informations d'une situation.

-Dans chaque case figure non pas le nombre d'exercices, mais le nombre d'articulations de registres différentes

-Enfin sous chaque tableau figure le nombre d'articulations différentes de registres par colonnes et pour tout le test..

COMMENTAIRES :

Alors que les tests ne différaient pas grandement par les contenus, nous voyons ici des profils s'opposer.

La *diversité des articulations entre registres* sépare nettement les tests proposés en deux familles.

Nous avons d'un côté les tests qui se contentent de deux types d'articulations. Le test national du premier trimestre se range dans cette catégorie qui propose un nombre restreint d'articulations entre registres. Pour les tests de cette catégorie, il y a même unicité dans la colonne "traduction globale d'une situation d'un registre dans un autre". En fait l'articulation proposée en général est alors le classique décodage d'un texte qui donne les instructions de construction d'une figure. Cette situation se trouve chez Bernadette, Michel et Cl-Wi-Gé. Cette uniformité se retrouve aussi chez Jean, mais il s'agit ici d'une figure en entrée et d'une figure en sortie. Le décodage de texte est ici réduit au minimum. Or nous pouvons remarquer que, dans les entretiens, Jean fait souvent référence aux difficultés de lecture de ses élèves qui viennent majoritairement de milieux défavorisés. Pourrons nous dans ce cas évoquer l'hypothèse d'une régulation qui évite aux élèves les difficultés soulignées ?

D'un autre côté nous trouvons les tests qui proposent trois modes d'articulations en traduction de situations : à côté du décodage d'un texte pour construire une figure et de la reproduction d'une figure, nous trouvons aussi un travail d'encodage de programme de construction. C'est à dire qu'ici les principales situations de changement de registres sont systématiquement mises à l'épreuve. Nous trouvons dans ce cas, le test final du troisième trimestre et les tests de Danièle, Joëlle et Richard.

Du point de vue des *niveaux de complexité des exercices* proposés, nous distinguons trois profils, selon les proportions avec lesquelles apparaissent ces différents niveaux : niveau 1 principalement et niveau 2, niveau 2 principalement, les trois niveaux.

Par croisement de la variété des articulations entre registres avec les niveaux de complexité des transformations d'informations, nous obtenons le tableau suivant :

Tableau 6

	Diversité des articulations entre registres	Uniformité des articulations entre registres
Forte représentation du niveau 1 et absence du niveau 3	Ev Fin 3ème tri. Danièle	
Forte représentation du niveau 2 et absence du niveau 3	Richard	Ev Nat 1er tri Jean
Représentation équilibrée des trois niveaux	Joëlle	Bernadette Michel Cl-Wi-Gé

Nous pouvons alors opposer le groupe d'épreuves proposées par Danièle, Richard et l'évaluation du troisième trimestre au groupe d'épreuves proposées par Bernadette, Michel et Cl-Wi-Gé. Dans un cas on propose en évaluation les principaux changements de registres mais on reste absent sur le terrain du niveau 3. Nous dirons que ce groupe évalue les principales compétences de base en géométrie. Dans le deuxième cas nous avons un groupe qui ose proposer à ses élèves des exercices de niveau 3 mais n'explore que très peu de changements de registres. Nous dirons alors que ces évaluations nous paraissent ambitieuses, mais négligent de contrôler la maîtrise de l'expression dans différents registres. Dans ces évaluations, les questions des niveaux 1 et 2 ont souvent un rôle réduit à l'introduction des "vraies" questions, qui sont celles de niveau 3 (par exemple, le tracé d'une figure sera un préliminaire à son étude).

Restent en dehors de ces oppositions Joëlle d'une part, Jean et l'évaluation nationale du premier trimestre d'autre part. Pour Jean et pour l'évaluation nationale nous remarquons que l'évaluation de la lecture et celle de la rédaction d'un texte sont quasiment absentes. Phénomène de régulation ?

Joëlle au contraire nous présente le test le plus complet. Tous les degrés de complexité, tous les changements de registres ainsi que tous les contenus sont scrupuleusement proposés à évaluation. Il est vrai que ce test se distingue aussi par le fait qu'il nous semble être le seul à ne pas tenir compte de la contrainte horaire figurant dans le cahier de charges. Joëlle le signale d'ailleurs en remarque vers la fin de sa proposition. Reste alors à savoir quels choix elle aurait fait pour respecter la contrainte de temps.

3.2 Repères utilisées et évolutions prévues et constatées chez les élèves par les professeurs.

3.2.1. Définition du corpus et méthode d'analyse des réponses au questionnaire.

Au premier trimestre nous avions eu un entretien avec les professeurs, au sujet des indications que donnaient le test de début d'année. Nous leur avions, à partir de là aussi demandé de faire des pronostics concernant les évolutions de leurs élèves. Nous avons renouvelé cette prise d'informations par rapport au test final. Mais cette fois ci nous l'avons fait sous forme de questionnaire dont le but proposé était de "permettre de produire des éléments de diagnostics en fin de sixième après la passation du test en mai". Ce questionnaire a été élaboré à partir de l'analyse de contenu que nous avions réalisé au premier trimestre. Il était donc demandé item par item du test final de:

- décrire les objectifs d'évaluation

- repérer les difficultés au vu des productions

- situer le degré de réussite pour la classe

- juger et d'expliquer le degré de gravité de l'échec d'un élève en fin de 6ème

- décrire et expliquer les évolutions depuis le début de l'année

- faire et justifier des prévisions d'évolutions pour l'avenir

Au besoin nous avons demandé oralement, quelques explications supplémentaires au sujet de réponses trop laconiques.

Nous avons comparé les réponses selon deux dimensions:

1° LA NATURE DES REPERES que se donnent les professeurs pour décrire les objectifs des items et les productions des élèves. On peut opposer:

les REPERES QUI FONT REFERENCES A DES CONTENUS à connaître ou des savoir faire relatifs à ces contenus,

aux REPERES QUI FONT REFERENCES A DES COMPETENCES DEPENDANTES DES MANIPULATIONS DE REGISTRES.

Ainsi par exemple, "confondre parallèles et perpendiculaires", "ne pas connaître le vocabulaire relatif aux triangles particuliers" seront des diagnostics qui font références aux contenus. Par contre, le fait de "décoder une figure", de "ne pas savoir lire une phrase où il y a de nombreuses informations" sont des diagnostics qui font références à des capacités de maniements de registres.Nous avons par ces indices une indication sur le type de repérage qu'utilisent les enseignants. Mais ces repères ne correspondent pas forcément à des objets d'enseignement. Pour avoir une idée de cette correspondance il faut se reporter aux types d'explications que donnent les professeurs pour expliquer les phénomènes qu'ils observent.

2° LE TYPE D'EXPLICATIONS que donnent les professeurs pour justifier des résultats, des évolutions et des prévisions.Dans chacune des deux catégories de repères précédemment décrites nous discernons trois types d'explications :

on fait confiance ou on incrimine une EVOLUTION ou une DISPOSITION NATURELLE indépendante d'un effort d'enseignement en mathématiques

ou bien on évoque la présence ou l'absence d'EFFORTS D'ENSEIGNEMENT du professeur en mathématiques enfin on peut aussi invoquer les EFFORTS D'APPRENTISSAGE (suffisants ou insuffisants) des élèves.

Ainsi "l'échec par manque de maturité", "les difficultés en français" signalent des phénomènes indépendants des efforts de maîtrise des enseignants de mathématiques. Mais le fait qu'on "reverra la notion" ou qu'on "travaillera encore la production de programmes de construction" signalent des efforts d'enseignement. Enfin, quand on dit que "les élèves n'apprennent pas assez leurs leçons", on renvoie nettement la balle dans le camp des élèves.

3.2.2. Résumé des observations sur les repères utilisées et les évolutions prévues et constatées chez les élèves par les professeurs.

Sans présenter une analyse exhaustive, nous résumons ici les principales constatations faites.

Sur le repérage :

Au premier trimestre, nous avions constaté que d'un enseignant à l'autre, les analyses variaient en profondeur et en direction par rapport aux mêmes épreuves et erreurs.Il est vrai que dans le test du premier trimestre, si l'on se réfère aux critères définis dans l'analyse précédente, les questions de géométrie étaient peu nombreuses et peu variées Il était donc intéressant de relever les éléments de repérage que signalent les professeurs face à un test final plus important et plus varié en géométrie.

Il se produit effectivement une certaine homogénéisation sur le type de repérage effectué. Ainsi les repérages qui évoquent des compétences dépendantes des manipulations de registres tendent à s'élargir et à s'approfondir. La nature des épreuves et le codage proposés expliquent certainement ce phénomène.Ainsi nous avons proposé un codage détaillé pour une épreuve qui pose traditionnellement des problèmes d'évaluation aux professeurs, à savoir la production d'un programme de construction .

Néanmoins, dans le détail, nous voyons encore d'importantes divergences concernant l'analyse de certaines erreurs. Justement pour l'écriture du programme de construction, certains professeurs se contentent de signaler une incapacité générale à s'exprimer en français, alors que d'autres entrent dans les détails largement suggérés par la proposition de codage. De même pour la question 3 où il s'agissait d'indiquer des segments situés sur des droites parallèles, puis perpendiculaires, certains professeurs invoquent uniquement la confusion des notions ou du vocabulaire, alors que d'autres signalent aussi qu'il s'agit là d'une phrase bien compliquée.

Sur les évolutions :

Si l'analyse faites par nos professeurs a de manière générale gagné en étendue et en profondeur, les oppositions restent par contre importantes sur l'interprétation des évolutions et les justifications concernant des pronostics pour l'avenir.

D'un côté nous avons les professeurs pour qui, les compétences dépendantes des manipulations de registres sont en cours d'acquisition, une acquisition étayée par des efforts d'enseignements nettement signalés. Pour donner un exemple, Joëlle signale que les progrès ont été importants en ce qui concerne la lecture et l'exécution de programmes simples (jusqu'à étape 4 pour le programme de notre évaluation) mais qu'il y aura des progrès aussi dans avenir pour des programmes où il s'agit de savoir prendre en compte plusieurs items à la fois et ces progrès se feront grâce à un entraînement et aussi à une plus grande maturité. Elle rejoint à ce sujet Jean qui signale que cela devrait s'arranger en Cinquième par un travail spécifique.

De l'autre côté nous avons des professeurs qui restent plus volontiers dans le vague quand à la description des compétences en question et qui renvoient par exemple à des difficultés d'expression en français, irrémédiable pour certains élèves ou pour lesquelles le temps ou l'enseignement en français arrangeront les choses pour d'autres. Il est à signaler aussi que pour ces enseignants la responsabilité d'apprentissage des élèves est plus souvent évoquées que pour le groupe précédent ("ils n'apprennent pas leurs leçons").

Bien que notre analyse ne soit pas encore tout à fait achevée, nous pouvons conjecturer à ce stade de l'étude que cette opposition recouvre en grande partie l'opposition que nous avons dégagée dans notre analyse sur les propositions d'évaluation.

Les professeurs qui osent proposer en évaluation à leurs élèves des exercices d'une importante complexité de contenu mais n'explorent que très peu de changements de registres laisseraient effectivement plus facilement aux mains du destin, du hasard, de l'élève lui-même ou du professeur de français, le développement de compétences dans la manipulation de registres. A l'opposé, les professeurs qui proposent en évaluation les principaux changements de registre et évitent de s'aventurer dans l'évaluation de compétences trop complexes pour ce niveau (embryons de démonstration par exemple) sont aussi ceux qui explicitent le plus nettement les efforts d'enseignement qui s'avèrent nécessaires dans les domaines évalués.

Conclusion pour une perspective de formation :

Si la conclusion précédente se confirme, on pourra ainsi constater que la proposition de tests étoffés avec leurs grilles de codage peut effectivement susciter des diagnostics plus fins, mais que ce diagnostic ne s'associera pas automatiquement à des pratiques en concordance. Le diagnostic ne sera pas suivi d'effet. Un champ de formation nécessaire s'esquisse ainsi.

REFERENCES

[**MEN1990**] Ministère de l'Education Nationale, de la Jeunesse et des Sports, *Evaluation CE2-6ème : Résultats Nationaux*, numéro hors-série février 1990, D.E.P., 142 rue du Bac, 75007 PARIS

F. Pluvinage et J.-C. Rauscher, *Les mathématiques en Sixième après l'évaluation nationale*, rapport de janvier 1990, à paraître dans les publications du MENJS

François Pluvinage, *Les mathématiques en Sixième après l'évaluation nationale, comparaison entre début et fin d'année*, rapport d'octobre 1990, à paraître dans les publications du MENJS

IREM de Strasbourg, 1987, « Le développement de compétences pour la géométrie », *Suivi scientifique 1986-87, classe de 5ème*, Bulletin Inter-IREM 1er cycle, Lyon

IREM de Strasbourg, 1988, « Vers l'apprentissage du raisonnement en géométrie », *Suivi scientifique 1987-88, classe de 4ème*, Bulletin Inter-IREM 1er cycle, Lyon

IREM de Strasbourg, 1989, « La géométrie de la 6ème à la 3ème » et « Le théorème des tiers », *Suivi scientifique 1988-89, classe de 3ème*, Bull. Inter-IREM 1er cycle, Lyon

CHADOC VS, Logiciel de traitements statistiques, **I.U.T., Département informatique,** 41 boulevard Napoléon III, 06041 **NICE** CEDEX

BIBLIOGRAPHIE

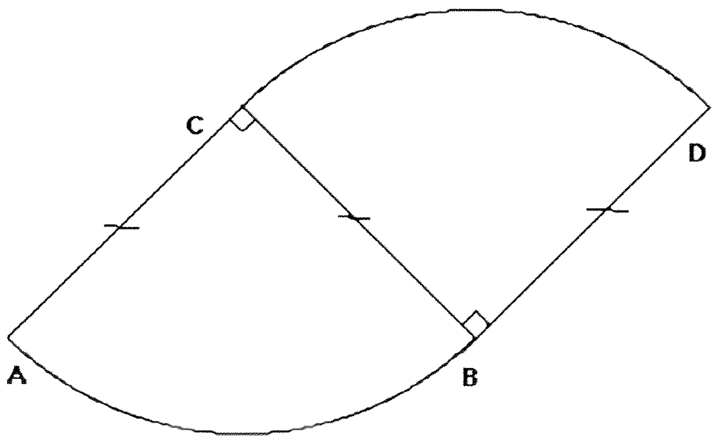
Raymond Duval, 1988, « Ecarts Sémantiques et Cohérence Mathématique », *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, vol. 1, IREM Strasbourg

A. Hoffer, 1983, « Van Hiele based research », *Acquisition of mathematics concepts and processes*, Lesh et Landau edit., 1983, Academic Press, New York

A. Jaime et A. Gutiérrez, 1989, « The learning of plane isometries from the viewpoint of Van Hiele model », *Psychology of mathematics education, Actes de la 13ème conférence internationale*, Paris

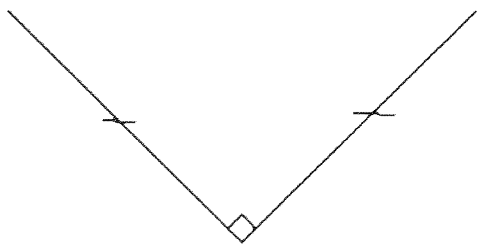
ANNEXE. LE QUESTIONNAIRE DE FIN D'ANNEE PRESENTE AUX ELEVES.

TEST 6ème - TRAVAUX GEOMETRIQUES



La figure codée ci-dessus est construite avec trois segments de même longueur et deux quarts de cercle.

Question 1. **Reproduis cette figure** (Pour t'aider une partie de la figure a déjà été dessinée).



Question 2. **Ecris le programme de ta construction**, c'est à dire indique les tracés successifs que tu as ajoutés à la partie de la figure qui était déjà dessinée.

....

....

....

....

....

....

....

Voilà une reproduction de la figure déjà rencontrée.

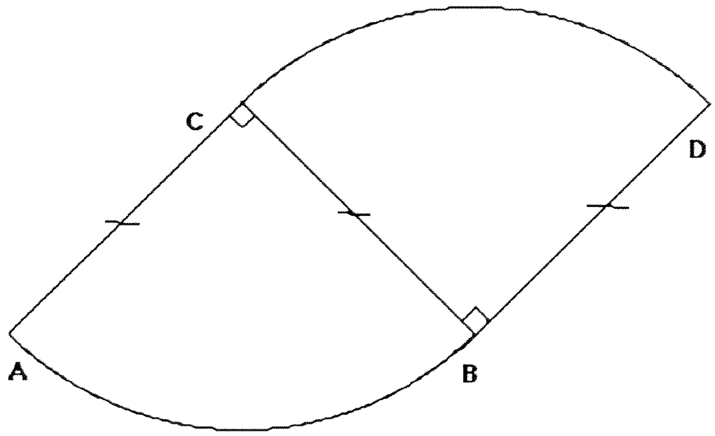
Question 3. Parmi les segments représentés sur la figure, indique

-deux segments situés sur des droites parallèles

....

-deux segments situés sur des droites perpendiculaires

....



Question 4. Complète la figure ci-dessus en traçant **les segments AB, CD et AD**.

Question 5. Chacun des triangles suivants est-il particulier ? Si oui, donne son nom.

-Le triangle ABC est-il un triangle particulier ? : ....

- Si oui, complète alors : *Le triangle ABC est un triangle* ....

-Le triangle ABD est-il un triangle particulier ? : ....

- Si oui, complète alors : *Le triangle ABD est un triangle* ....

-Le triangle BCD est-il un triangle particulier ? : ....

- Si oui, complète alors : *Le triangle BCD est un triangle* ....

Question 6. Complète les phrases suivantes qui décrivent toujours la figure ci-dessus:

-Le quadrilatère ABDC a pour diagonales les segments ....

-Le segment AB est ....*du quadrilatère ABDC*

-Le point A est ....*du quadrilatère ABDC*

Question 7. Sur feuille, **réalise la construction** indiquée par le programme suivant:

-1 Tracer un segment AB ayant une longueur égale à 4 cm.
-2 Tracer la perpendiculaire à la droite AB passant par le point B.
-3 Sur la perpendiculaire tracée, placer un point C tel que BC = 5 cm.
-4 Joindre A à C.
-5 Placer le point D aligné avec A et B tel que :
  a) les segments BD et AC aient même longueur
  b) le point B soit situé entre A et D.
-6 Tracer le cercle de diamètre CD

TEST 6ème - TRAVAUX NUMERIQUES

Exercice 1. Ecris en chiffres les nombres dictés

a) ....

b) ....

c) ....

Exercice 2. Effectuer les deux multiplications suivantes.

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times \quad 19 \\ \hline \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 523 \\ \times\ 305 \\ \hline \end{array}$$

Exercice 3. Indiquer les résultats des divisions :

a) 258,3 : 100 = ...

b) 7050 : 100 = ...

c) 732 : 1000 = ...

Exercice 4.

a) Trouver deux nombres dont la **somme** est **49,5**.

.... + ... = 49,5.

b) Trouver deux nombres dont la **différence** est **49,5**.

.... – .... = 49,5.

c) Indiquer le nombre dont le **produit par 4** est égal à **5**.

Réponse : ....

Exercice 5. Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand).

5,13 5,013 5,103 0,531

Réponse : ....

Exercice 6. Compléter chacune des égalités ci-dessous.

a) $786 - \boxed{} = 714$ d) $\boxed{} : 36 = 5$

b) $24 + \boxed{} = 567$ e) $2{,}6 \times \boxed{} = 15{,}6$

c) $23{,}7 + \boxed{} = 42{,}25$ f) $0{,}1 \times \boxed{} = 0{,}025$

Exercice 7. Au restaurant, il y a à faire l'addition pour une table de quatre personnes. A la table, on a pris 4 menus, 2 bières et 4 cafés. Toutes taxes et service compris, le prix d'un menu est F 49,50, celui d'une bière est F 5,80 et celui d'un café est F 3,80.

Grâce à ces indications, **remplis l'addition** ci-dessous pour cette table.

Restaurant s'Rhinstuewele, spécialités alsaciennes
Total F

Exercice 3A

Donner les résultats des opérations suivantes.

a) $0,2 \times 1,2 =$ ....

b) $0,33 \times 4 =$ ....

c) $23,1 - 2,23 =$ ....

d) $22,3 - 3,55 =$ ....

Exercice 7A

Une rencontre réunit 300 participants. Les organisateurs ont prévu une excursion en autobus de tous ces participants. Pour cela, ils peuvent louer des autobus de 45 places.

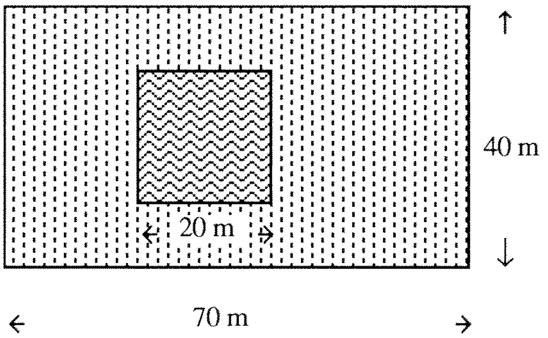
Combien d'autobus faudra-t-il commander pour que tous les participants puissent prendre part à l'excursion ?

Calculs

Réponse

Le transport de tous les participants nécessite .... autobus.

Exercice 8. La figure représente un bassin carré situé au milieu d'un terrain rectangulaire. Autour du bassin, le terrain est planté d'une pelouse. Sur la figure, les dimensions sont indiquées.



a) Quel est le périmètre du terrain ?

Case réponse.

Le périmètre du terrain est :

b) Quelle est l'aire de la surface occupée par le bassin ?

Case réponse.

Le bassin occupe une surface de :

c) Quelle est l'aire de la surface plantée en pelouse ?

Case réponse.

La pelouse occupe une surface de :