

COMPREHENSION D'UN ENONCE DE PROBLEME :

LE CHOIX DE LA DONNEE DE REFERENCE

Werner Leonardo DAMM

A main difficulty for students solving a problem is to choose the reference among the data. Evidently, this depends on the way the problem is read. But the way the text of the problem is organised makes it more or less difficult. It appears that the presence or absence of the reference in the text is more important than the direct or indirect mode of the question.

INTRODUCTION

Parmi tous les problèmes d'application d'opérations arithmétiques à des situations de l'environnement économique ou professionnel, il y a une classe de problèmes qui apparaît importante : elle recouvre tous ceux qui requièrent la conversion de quantités en proportions, et inversement. Les problèmes de pourcentages et ceux de "mélange" se rattachent à cette classe.

Plusieurs enquêtes ont souligné que ces problèmes pouvaient être difficiles en troisième et même en seconde (I.R.E.M. 1979, Frossard 1984, Echenim1985). Et une analyse des erreurs laisse souvent entendre que les difficultés tiennent essentiellement à la compréhension de l'énoncé. Que faut-il entendre par là ? Une description insuffisante de la situation évoquée ? Une complexité syntaxique trop grande du texte ? Ou la difficulté à choisir la donnée de référence pour bien poser les opérations à effectuer ?

Nous avons fait l'hypothèse que c'est la choix de la donnée de référence qui constitue le facteur principal de difficulté pour cette classe de problèmes. Ce choix devient particulière

ment délicat lorsque la donnée de référence ne figure pas parmi les données numériques du texte et qu'il faut la "calculer". Bien qu'ils ne relèvent pas de cette classe de problèmes, les problèmes exigeant une mise en équation requièrent aussi un choix analogue : choisir "l'objet" que l'on représentera par l'inconnu x ou y (Kourkoulos 1991).

Nous avons élaboré un questionnaire tout entier construit en fonction de cette hypothèse. Et nous l'avons soumis à des élèves de 3ème et de seconde. Ce sont les résultats de cette passation que nous présentons et que nous analyserons dans le cadre de cet article.

1. CONSTRUCTION DU QUESTIONNAIRE

Pour construire notre questionnaire nous avons pris en compte deux niveaux de variations dans la rédaction des énoncés de problèmes.

Le *premier niveau* concerne la nature du problème : conversion entre proportion et quantité, mélange (ce type de problème diffère du précédent en ce qu'il faut créer une nouvelle donnée de référence à partir des données de référence fournies dans l'énoncé), codage algébrique de relations et opérations, analyse d'un paradoxe apparent, résultat de la mise en avant, dans la description d'une situation d'une donnée de référence non pertinente.

Le *deuxième niveau* concerne l'énoncé du problème : Dans un énoncé de problème il faut distinguer :

- *la partie texte proprement dite*: c'est celle qui décrit une situation et qui fournit des données numériques.
- *la partie question*: c'est celle qui demande de retrouver une donnée numérique non fournie par la description.

Des textes très différents peuvent être proposés pour la même situation. Des questions différentes peuvent être données pour le même texte et pour la même situation. Ces variations qui concernent l'énoncé du problème sont des variations rédactionnelles.

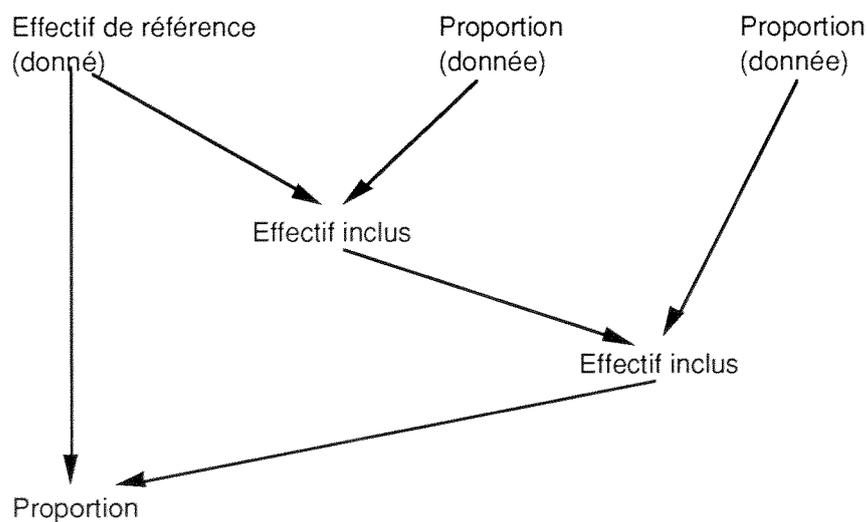
1.1. Variations introduites

Les variations rédactionnelles concernant les problèmes de conversion - proportion-quantité :

Pour les problèmes conversion-proportion-quantité le texte peut donner un effectif de référence partiel relativement à l'effectif de référence (nous parlons dans ce cas d'effectif inclus). D'où pour ces problèmes les deux variations rédactionnelles suivantes:

- *texte direct* : l'effectif de référence est donné ;
- *texte indirect* : l'effectif de référence n'est pas donné.

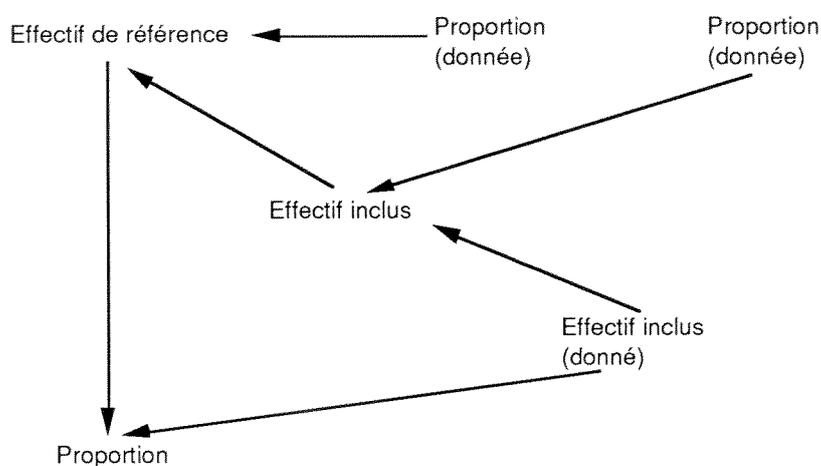
Schéma du problème quand le texte est direct



Exemple de texte direct :

Un sondage a montré que 5 personnes sur 8 boivent un café chaque jour. 3/10 du café vendu sur le marché est du café pur arabica. Sachant qu'il y a 32.000 personnes à Belheim ...

Schéma du problème quand le texte est indirect



Exemple de texte indirect :

Dans la ville de Farsheim, 6 foyers sur 8 possèdent un réfrigérateur et 1/4 des réfrigérateurs existants sont des réfrigérateurs-congélateurs. Sachant que dans cette ville il y a 4.500 foyers qui possèdent un réfrigérateur-congélateur ...

Comme on le voit sur les schémas ci-dessus, aussi bien pour les textes directs que pour les textes indirects, plusieurs questions sont possibles : elles peuvent porter sur l'une des trois données non pressenties dans plusieurs textes. Mais toutes ces questions ne sont pas équivalentes du point de vue du traitement qu'elles exigent (ce traitement est suggéré par les flèches sur le schéma). On est ainsi conduit à distinguer quatre types de questions :

- *immédiate* : calcul à partir des valeurs données dans le texte ;
- *semi-immédiate explicite* : calcul à partir d'une valeur donnée dans le texte et des résultats de la question précédente ;
- *semi-immédiate implicite* : calcul à partir d'une valeur donnée dans le texte et des résultats d'un calcul d'effectif inclus non-demandé ;
- *non-immédiate* : calcul à partir du résultat de la question demandée précédemment et du résultat d'un calcul d'effectif inclus non explicitement demandé.

Question

Les variations rédactionnelles concernant les problèmes de codage algébrique portent essentiellement sur le fait que l'équation écrite est explicitement la traduction d'une seule phrase du texte (Questionnaire C) ou au contraire ne l'est pas.

Nous avons introduit une variation secondaire en indiquant ou en n'indiquant pas, dans le texte, la désignation symbolique des objets.

Les variations rédactionnelles concernant l'analyse du paradoxe apparent.

Les variations rédactionnelles que nous avons introduites se limitent ici au pré-traitement du problème. Elles concernent :

- a) l'écriture des expressions arithmétiques pouvant traduire la situation ;
- b) la présence ou l'absence d'une question préalable portant sur la détermination de la dépense de référence (dans le cas présent : la dépense totale).

Ces variations concernant la partie pré-traitement du problème ont pour but l'analyse de la compréhension du texte.

1.2. Conditions de passation

Nous avons présenté un questionnaire à trois modalités, A, B et C. Chaque questionnaire comprend cinq problèmes.

COMPREHENSION D'UN ENONCE

Le tableau ci-dessous indique les caractéristiques de chaque type de problème et permet de voir les variations introduites pour chaque type de problème.

| | A | B | C |
|----------|--|---|---|
| 1 | Conver.-prop.-quan. texte inverse - 1 quest. immédiate - 2 quest. semi-imméd. exp | Conver.- prop.-quan. - texte inverse. - 1 quest. immédiate - 2 quest. semi-imméd. exp. | Conver.-prop.-quan. - texte inverse - 1 quest. immédiate - 3 quest. non-immédiate |
| 2 | Conver.-prop.-quan. texte inverse - 1 quest. immédiate -3 quest. semi-imméd.imp. | Conver.- prop.-quan. - texte direct - 1 quest. immédiate - 2 quest. semi imméd. exp. | Conver.-prop.-quan. - texte direct - 1 quest. immédiate - 3 quest. semi-immédiate - imp. |
| 3 | Codage algébrique (q.c.m.) | Codage algébrique | Codage algébrique (q.c.m.) |
| 4 | Codage algébrique - présence de lettres | Mélange | Codage algébrique - présence de lettres - corresp. phrase et équation |
| 5 | Analyse d'un paradoxe - ancrage sur 270 | Analyse d'un paradoxe - ancrage sur 300 | Analyse d'un paradoxe - ancrage sur 300 - quest. sur la dépense totale |

La population :

Nous avons choisi 10 classes de troisième et 8 classes de seconde, avec un effectif total de 423 élèves, avec la distribution suivante :

| | troisième | seconde | total |
|-----------------|-----------|---------|-------|
| Questionnaire A | 66 | 88 | 146 |
| Questionnaire B | 62 | 76 | 138 |
| Questionnaire C | 62 | 77 | 139 |

La population a été bien variée. Les classes de troisième ont été choisies dans des Collèges de Strasbourg et sa banlieue et dans une petite ville. Pour les classes de seconde nous avons choisi des Lycées de Strasbourg et un Lycée Technique.

2. RESULTATS SEPARES ET CROISEMENTS

2.1 Les problèmes conversion-proportion-quantité

Pourcentages des réussites pour les problèmes de **conversion-proportion-quantité**.

| | Effectifs inclus demandés | | | | | | | | Effectifs de référence demandés | | | |
|---|---------------------------|------------------|-----------------|-------|-----------------|------------------|-----------------|-------|---------------------------------|------------------|-----------------|-------|
| | texte direct | | | | texte inverse | | | | texte inverse | | | |
| | | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total | | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total | | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
| question immédiate | B ₂₁ | 76% | 88% | 83% | A ₁₁ | 39% | 71% | 57% | C ₁₁ | 50% | 71% | 61% |
| | C ₂₁ | 81% | 88% | 85% | A ₂₁ | 42% | 60% | 52% | | | | |
| | | | | | B ₁₁ | 37% | 62% | 51% | | | | |
| question se- mi-immédiate explicite | B ₂₂ | 58% | 80% | 70% | | | | | A ₁₂ | 35% | 58% | 47% |
| | | | | | | | | | B ₁₂ | 26% | 49% | 38% |

Tableau 1

Proportion demandé

| | | texte direct | | | texte inverse | | | |
|---|-----------------|------------------|-----------------|-------|------------------|-----------------|-------|-----|
| | | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total | |
| question semi-immédiate implicite | C ₂₃ | 21% | 52% | 39% | A ₂₃ | 17% | 30% | 24% |
| question non-immédiate | | | | | C ₁₃ | 18% | 40% | 30% |

Tableau 2

Concernant les variations introduites, ce tableau permet de faire les observations suivantes.

2.1.1 Texte direct - texte indirect :

Les problèmes de texte direct avec question immédiate demandant un effectif inclus sont les problèmes les plus faciles pour les élèves : B_{21} et C_{21} vers A_{11} et A_{21} , tableau 1 et aussi dans le plan réussite-échec (voir plus loin).

Même si la question n'est plus immédiate, le problème reste facile si le texte est direct (B_{22}).

En revanche, un problème avec question immédiate sur un texte indirect est moins aisément réussi (B_{21} et A_{11} test d'homogénéité significativement différent au seuil 0,05, B_{21} et C_{11} test d'homogénéité significativement différent du seuil de 0,05). Que la question porte sur un effectif inclus ou sur l'effectif de référence, le résultat reste le même. La différence entre C_{11} et A_{11} n'est pas significative.

On peut donc dire qu'un énoncé de problème qui ne fournit pas l'effectif de référence mais seulement un effectif inclus est plus difficile qu'un énoncé qui fournit l'effectif de référence. Cette variation est plus importante que le caractère immédiat ou non immédiat de la question : conférer B_{22} avec B_{21} ou C_{21} et B_{22} avec B_{11} .

Pour la proportion demandée :

Pour l'énoncé direct et la question semi-immédiate implicite (C_{23}) il y a seulement 39% de réussite contre 70% lorsque l'information demandé concerne un effectif (question semi-immédiate explicite B_{22}). Nous avons appliqué le test d'homogénéité aux items A_{23} et C_{23} et le résultat est significatif (seuil 0,05) pour l'ensemble de tous les élèves et pour les classes de seconde. Mais le test n'est pas significatif pour les élèves des classes de troisième.

Avec les problèmes de texte inverse, on observe le même chute. Pour l'énoncé inverse et la question semi-immédiate implicite (A_{23}), il y a seulement 24% de réussite contre 47% (A_{12}) et 38% (B_{12}) parce que l'information demandée conserve un effectif (question semi-immédiate implicite A_{12} et B_{12}). Là aussi l'absence, dans le texte, de l'effectif de référence semble rendre le problème plus difficile.

Les difficultés relatives à l'énoncé du problème et celle relative à la nature de l'information semblent donc s'ajouter.

Il manque dans la construction de ce questionnaire un problème avec texte direct et question immédiate demandant une proportion pour évaluer le poids propre au calcul d'une proportion. Mais cela n'était par l'objet de notre travail.

2.1.2. Nature de la question :

Quand une question exige un calcul d'un effectif inclus (question semi-immédiate implicite), qui n'est explicitement demandé, le calcul de l'effectif inclus est presque aussi bien réussi que s'il avait été explicitement demandé.

Cette observation vaut aussi bien pour les problèmes de texte direct que ceux de texte indirect.

| | % | effectif |
|-----------------|-----|----------------------|
| B ₂₂ | 70% | 97/138 (demandé) |
| C ₂₂ | 58% | 80/139 (non demandé) |

Il n'y a pas de différence significative pour le test d'homogénéité (seuil 0,05) entre des élèves de troisième et ceux de seconde. Une différence significative apparaît seulement lorsqu'il y a réussite des deux populations.

| | % | effectif |
|-----------------|-----|----------|
| A ₁₂ | 47% | 69/146 |
| A ₂₂ | 37% | 54/146 |
| B ₁₂ | 38% | 53/138 |

Les élèves font bien le calcul d'un effectif inclus non-demandé (semi-immédiate implicite et explicite). En revanche ils s'arrêtent au calcul de la proportion !

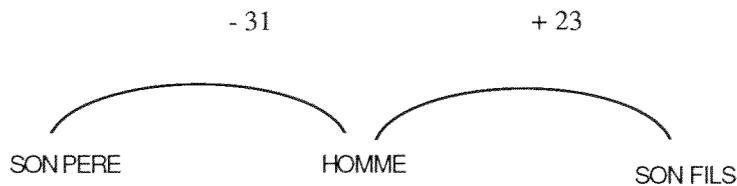
La difficulté propre aux questions semi-immédiates implicites ne concerne donc pas l'exécution d'un calcul intermédiaire mais l'utilisation de son résultat dans une seconde opération.

2.2. Les problèmes de codage algébrique (question q.c.m.) :

| | A3 | C3 |
|----------------------|-----|-----|
| expression (4 items) | 82% | 87% |
| équation | 46% | 56% |
| expression avec | 30% | 33% |
| autre référence | | |

Le chute à l'item équation par rapport aux items expression peut surprendre car presque tous les élèves ont choisi correctement les expressions $(x - 23)$ et $(x + 31)$ mais n'ont pas réussi à les mettre en relation pour écrire l'équation correcte.

Sur cette question la difficulté de la mise en équation ne concerne pas le codage algébrique mais la mise en relation des expressions codées. Elle relève peut être d'une incompréhension globale du texte, incompréhension qui peut se traduire par l'absence de la lecture d'une représentation analogue au schéma suivant :



2.3. La question modification d'un rectangle :

| | A4 | | | B3 | | |
|--|------------------|-----------------|---------|------------------|-----------------|---------|
| | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
| expression simple (état initial) | 38(58%) | 41(51%) | 79(54%) | 25(40%) | 29(38%) | 54(39%) |
| expression relative à l'état initial | 31(47%) | 37(46%) | 68(47%) | 23(37%) | 29(38%) | 52(38%) |
| les deux expressions correctes $a \times b$ et $(a + 2)(b - 1)$ | 31(47%) | 36(45%) | 67(46%) | 22(35%) | 26(34%) | 48(35%) |
| seulement l'équation du périmètre correct | 18(27%) | 14(18%) | 32(22%) | 6(10%) | 23(30%) | 29(21%) |
| seulement l'équation de la surface correcte | 0(00%) | 3(04%) | 3(02%) | 5(08%) | 3(04%) | 8(06%) |
| les deux équations correcte (périmètre et surface) | 8(12%) | 15(19%) | 23(16%) | 9(15%) | 9(12%) | 18(13%) |

Sur ce tableau on peut faire les observations suivantes :

1) Trouver les expressions relatives ne pose guère plus de difficultés que de trouver l'expression simple (état initial).

2) L'introduction dans le texte des lettres correspondant aux expressions linguistiques à coder facilite légèrement le codage algébrique 46% contre 35% (mais il y a une différence non significative pour le test d'homogénéité au seuil 0,05).

3) Il y a une chute importante entre l'écriture des expressions à prendre en compte pour les équations et l'écriture de ces équations. 46% contre 16% en A4 et 35% contre 13% en B3.

COMPREHENSION D'UN ENONCE

On retrouve le même phénomène que celui observé à la question précédente.

| C4 | | | |
|--|------------------|-----------------|----------|
| | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
| équation du périmètre correcte | 42 (68%) | 57(74%) | 99 (71%) |
| expression relative à l'état initial | 22 (35%) | 43(56%) | 65 (47%) |
| reprennent seulement l'équation du périmètre correct | 14 (23%) | 15(19%) | 29 (21%) |
| seulement l'équation de la surface correcte | 3 (05%) | 2(03%) | 6 (04%) |
| longueur du rectangle avant sa modification | 4 (06%) | 9(12%) | 13 (09%) |

Le problème C4 présente une variation importante par rapport aux problèmes A4 et B3. Il demande explicitement de traduire la première phrase du texte en une équation. On obtient alors un pourcentage de réussite qui est significativement plus élevé que celui des items au A4 et B3 même lorsqu'il ne s'agissait que d'écrire des expressions simples (71% contre 59% et 39%).

La particularité de cet item est de porter sur un changement de registre qui soit à la fois congruent et bien délimité ("la première phrase").

Pour les autres items nous retrouvons les mêmes taux de réussite. Par exemple 47% trouvent l'expression relative à l'état initial en C4 contre 47% dans la population A.

Pour ce problème aussi la difficulté principale ne semble pas résider dans le choix des objets de référence mais dans la mise en relation des expressions décrivant ces objets. Peut être est-ce le symptôme de la difficulté à identifier, par la lecture, les relations entre les objets.

2.4. L'analyse d'un paradoxe apparent.

L'item C_{52} , est le même que la question C5. La présence d'une question placée avant C_{52} , apporte une difficulté supplémentaire pour les élèves. Seulement 50% ont réussi à cet item, mais à la question B5, qui est la même, il y a 75% de réussites.

Tableau des pourcentages :

| | A5 | | | B5 | | | C_{52} | | |
|-------------------------------|------------------|-----------------|-------|------------------|-----------------|-------|------------------|-----------------|-------|
| | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
| OUI | 8% | 3% | 5% | 8% | 1% | 4% | 10% | 6% | 8% |
| NON sans justification | 6% | 4% | 5% | 0% | 1% | 1% | 10% | 6% | 8% |
| NON avec justification fausse | 20% | 15% | 17% | 21% | 12% | 16% | 37% | 17% | 26% |
| NON avec bonne justification | 61% | 69% | 65% | 68% | 80% | 75% | 37% | 60% | 50% |
| Non réponse | 6% | 10% | 8% | 3% | 5% | 4% | 6% | 10% | 9% |

La réponse "non" avec justification correcte est évidemment celle que l'on attend, vue la grande simplicité du traitement arithmétique. Or on l'obtient seulement pour les 2/3 de la population A, les 3/4 de la population B seulement et la moitié de la population C.

L'écart est particulièrement frappant entre la population C et la population B si l'on tient compte que les expressions arithmétiques proposées sont les mêmes.

Cet écart semble s'expliquer par la présence d'une question préalable (l'item C_{51}) qui demande simplement combien les 3 voyageurs ont dépensé ensemble. Une telle question porte explicitement et exclusivement sur la reconnaissance de la donnée de référence (la dépense totale).

Remarques de réussite à la question préalable item C_{51} (questionnaire C) :

| | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
|------------------------------|------------------|-----------------|-------|
| réponse correcte | 53% | 73% | 64% |
| réponse 280 | 16% | 6% | 11% |
| réponse 300 | 3% | 1% | 2% |
| non réponse ou autre réponse | 27% | 19% | 23% |

On peut s'étonner que les 3/4 seulement des élèves de seconde et la moitié de ceux de troisième réussissent à cette question préalable. Nous nous attendions à un taux dépassant 80% en troisième et frôlant les 100% en seconde.

2.4.1. La comparaison entre les items C_{51} et C_{52} :

| C_{51} | C_{52} | troisième | seconde | total |
|----------|----------|-----------|----------|----------|
| R | R | 16 (26%) | 43 (56%) | 59 (42%) |
| R | E | 18 (29%) | 14 (18%) | 32 (23%) |
| E | R | 8 (13%) | 4 (5%) | 12 (9%) |
| E | E | 20 (32%) | 16 (21%) | 36 (26%) |

R = réussite

E = échec

- Les réponses R - R , sont normales. De même pour les réponses E - E.

- Les réponses R - E, peuvent surprendre. Mais cela peut s'expliquer par l'exigence d'une justification correcte à C_{52} .

- Les réponses E - R, sont difficilement compréhensibles. Il serait normal que quand l'élève ne répond pas correctement à l'item C_{51} , il donne aussi une réponse fausse à l'item C_{52} . Mais il y a 12 élèves qui ont donné une réponse fausse à l'item C_{51} et ont donné une bonne réponse à l'item C_{52} .

Pour ces 12 élèves, soit leur réponse à C_{51} relève d'une inattention due à l'incompréhension, soit leur réponse à C_{52} est une réussite "ursurpée". En tous cas cela nous incite à penser que si la même question préalable avait été posée en A et B nous aurions eu un taux de réussite plus faible que ceux enregistrés.

2.5. Le problème de mélange :

| réponse | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
|---------|------------------|-----------------|---------------|
| 600 | 48/62 (77%) | 66/76 (87%) | 114/138 (82%) |
| 400 | 49/62 (79%) | 66/76 (87%) | 115/138 (83%) |
| 1000 | 41/62 (66%) | 58/76 (76%) | 99/138 (72%) |
| 2000 | 30/62 (48%) | 57/76 (75%) | 87/138 (63%) |
| 1/2 | 27/62 (44%) | 50/76 (66%) | 77/138 (56%) |

On trouve normal le résultat pour ce problème, même pour le calcul de la proportion.

Il n'y a pas beaucoup d'élèves qui s'arrêtent seulement pour faire le calcul de la proportion, comme dans les problèmes de conversion-proportion-quantité.

On observe un taux de réussite beaucoup plus élevé que chez Mme Echemim, qui a trouvé seulement 34,8% pour les élèves du troisième et 43,3% pour les classes du seconde.

2.6. Comparaisons de nos résultats avec une autre enquête :

Nous pouvons comparer des problèmes de Mme Echenim avec ceux de notre questionnaire.

La question 2 du questionnaire de Mme Echemim est du type conversion-proportion-quantité. De ce problème nous avons fait 6 variations pour notre questionnaire. Le problème C2 du notre questionnaire C possède exactement la même structure de la question 2 du questionnaire de Mme Echenim.

Les différences sont d'ordre rédactionnel. L'énoncé du problème Echenim est composé d'un texte direct et d'une question semi-immédiate implicite. L'énoncé de notre questionnaire est un texte direct avec question immédiate.

La question de Mme Echenim:

Un récent sondage a montré que parmi les appareils ménagers possédés par les Français, le réfrigérateur vient en tête de liste. En effet, 6 familles sur 8 en possèdent un. Or on estime que 25% des réfrigérateurs vendus sur le marché sont des réfrigérateurs-congérateurs.

a) Sachant qu'il y a 24.000 familles à Vesoul, estimer combien de familles possèdent un réfrigérateur-congérateur.

Parmi toutes les familles vésuliennes, quelle proportion possède un réfrigérateur-congérateur ?

b) Il y a 67.000 familles en Haute-Saône. Quelle proportion des familles de la Haute-Saône possède un réfrigérateur-congérateur ?

La question de notre questionnaire :

Une sondage a montré que 5 personnes sur 8 boivent un café chaque jour. $\frac{3}{10}$ du café vendu sur le marché est du café pur arabica. Sachant qu'il y a 32.000 personnes à Belheim, calculer :

COMPREHENSION D'UN ENONCE

- (1) Le nombre de personnes qui boivent dans cette ville un café par jour.
 (2) La proportion de personnes qui boivent un café pur arabica par jour, par rapport à toute la population de Belheim.

| Problème de Mme Echenim | | | Notre problème | | | |
|------------------------------------|------------------|-----------------|---|------------------|-----------------|-------|
| texte direct | | | texte direct | | | |
| | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
| Q2 col 1 (quest. semi-imméd. imp.) | 28,1% | 43,3% | C ₂₁ (quest. imméd.) | 81% | 88% | 85% |
| | | | C ₂₂ (effec. inc. non-dem.) | 42% | 69% | 58% |
| Q2 col 2 (quest. semi-imméd. exp.) | 9,0% | 13,4% | C ₂₃ (quest. semi-imméd. imp.) | 21% | 52% | 39% |
| Effectif | 88 | 97 | Effectif | 62 | 77 | 139 |

Pour la question 3 du questionnaire de Mme Echenim nous avons seulement retiré les informations parasites de son texte. Ce problème est du type mélange. C'est le problème B4 dans notre questionnaire.

La question de Mme. Echenim :

Pour évaluer rapidement les goûts des consommateurs en matière de voiture, une organisation a estimé qu'il suffit d'ajouter les réponses données par des habitants de Besançon et de Pontarlier pour obtenir un résultat valable pour la totalité du Doubs.

A la question "Faites-vous confiance aux marques étrangères", 2/5 des 1500 personnes interrogées sur Besançon et 4/5 des 500 personnes interrogées sur Pontarlier ont dit oui. Quelle fraction de la population du Doubs fait confiance aux marques étrangères ?

La question de notre questionnaire.

A la question "Faites-vous confiance aux marques de voitures étrangères ?", 2/5 de 1.500 femmes et 4/5 de 500 hommes interrogés à Bourgheim ont dit oui. Quelle proportion de la population interrogée fait confiance aux marques étrangères ?

| Problème de Mme Echenim | | | Notre problème | | | |
|-------------------------|------------------|-----------------|----------------|------------------|-----------------|-------|
| | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | | 3 ^{ème} | 2 ^{de} | total |
| Q3 | 34,8% | 43,3% | B43 | 44% | 66% | 56% |
| Effectif | 89 | 97 | Effectif | 62 | 77 | 138 |

En regardant les tableaux nous pouvons observer que le taux de réussite que nous avons obtenu est plus haut que le taux de réussite de Mme Echenim.

Les élèves rencontrent plus de difficulté pour trouver l'objet de référence si le texte est long et s'il y a des informations parasites dans le texte.

3. L'ANALYSE FACTORIELLE DES CORRESPONDANCES MULTIPLES (AFCM)

3.1. Introduction

Nous avons donné un questionnaire avec 5 problèmes en trois versions à 423 élèves. Notre tableau est un tableau de deux modalités (réussite-échec) obtenu à partir d'un tableau brut. Dans le tableau (réussite-échec) nous avons appliqué une *analyse factorielle de correspondance multiple* (AFCM).

3.2. L'analyse des résultats de l'AFCM du questionnaire A :

Le tableau 1 donne les valeurs-propres et des pourcentages d'inertie; le tableau 2 donne les valeurs pour les axes principaux avec les cosinus carrés (cos1, cos2, cos3) et les contributions (CTR1, CTR2, CTR3).

COMPREHENSION D'UN ENONCE

| Valeurs propres en ordre descendant : | | | |
|---------------------------------------|--------------|---------|---------|
| I | Val. propres | % trace | % cumul |
| 1 | 0.151 | 75.381 | 75.381 |
| 2 | 0.021 | 9.621 | 84.921 |
| 3 | 0.011 | 4.461 | 89.381 |
| 4 | 0.011 | 3.251 | 92.631 |
| 5 | 0.011 | 2.591 | 95.231 |
| 6 | 0.001 | 2.161 | 97.391 |
| 7 | 0.001 | 0.991 | 98.381 |
| 8 | 0.001 | 0.701 | 99.071 |
| 9 | 0.001 | 0.621 | 99.701 |
| 10 | 0.001 | 0.161 | 99.861 |
| 11 | 0.001 | 0.141 | 100.001 |
| 12 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 13 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 14 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 15 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 16 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 17 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 18 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 19 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |

| | AXE1 | CTR1 | AXE2 | CTR2 | AXE3 | CTR3 | COS1 | COS2 | COS3 |
|------|-------|------|-------|------|-------|------|------|------|------|
| A11R | -0.40 | 53 | 0.09 | 23 | 0.02 | 3 | 85.2 | 4.7 | 0.2 |
| A11E | 0.51 | 68 | -0.12 | 29 | -0.03 | 3 | 85.2 | 4.7 | 0.2 |
| A12R | -0.55 | 84 | 0.09 | 10 | -0.00 | 0 | 93.3 | 2.6 | 0.0 |
| A12E | 0.49 | 75 | -0.00 | 16 | 0.00 | 0 | 93.3 | 2.6 | 0.0 |
| A21R | -0.46 | 64 | 0.14 | 50 | 0.01 | 1 | 87.6 | 8.7 | 0.0 |
| A21E | 0.49 | 69 | -0.15 | 54 | -0.01 | 1 | 87.6 | 8.7 | 0.0 |
| A22R | -0.65 | 92 | 0.10 | 54 | -0.05 | 11 | 89.1 | 6.0 | 0.6 |
| A22E | 0.30 | 53 | -0.10 | 32 | 0.03 | 6 | 89.1 | 6.0 | 0.6 |
| A23R | -0.79 | 87 | 0.15 | 26 | -0.13 | 30 | 84.5 | 3.2 | 2.2 |
| A23E | 0.25 | 27 | -0.05 | 0 | 0.04 | 12 | 84.5 | 3.2 | 2.2 |
| A31R | -0.12 | 7 | -0.06 | 12 | 0.07 | 44 | 48.9 | 9.8 | 17.3 |
| A31E | 0.55 | 33 | 0.25 | 51 | -0.33 | 195 | 48.9 | 9.8 | 17.3 |
| A32R | -0.47 | 60 | -0.14 | 44 | 0.01 | 0 | 83.6 | 7.9 | 0.0 |
| A32E | 0.39 | 50 | 0.12 | 37 | -0.01 | 0 | 83.6 | 7.9 | 0.0 |
| A33R | -0.44 | 34 | -0.24 | 01 | -0.02 | 2 | 54.9 | 16.6 | 0.2 |
| A33E | 0.19 | 15 | 0.10 | 35 | 0.01 | 1 | 54.9 | 16.6 | 0.2 |
| A4JR | -0.33 | 30 | -0.22 | 107 | -0.00 | 33 | 56.4 | 25.0 | 3.7 |
| A4JE | 0.20 | 25 | 0.19 | 09 | 0.07 | 27 | 56.4 | 25.0 | 3.7 |
| A43R | -0.67 | 42 | -0.51 | 109 | -0.20 | 63 | 52.5 | 30.1 | 4.7 |
| A43E | 0.13 | 0 | 0.09 | 35 | 0.04 | 12 | 52.5 | 30.1 | 4.7 |
| A5UR | -0.15 | 0 | -0.03 | 3 | 0.17 | 194 | 33.2 | 1.0 | 46.5 |
| A5UE | 0.27 | 15 | 0.06 | 6 | -0.32 | 354 | 33.2 | 1.0 | 46.5 |

Tableau 1

Tableau 2

D'après le tableau on voit qu'avec 2 axes, on obtient 85% de l'inertie totale du nuage (85% > 70%). Donc deux axes suffisent pour expliquer notre tableau de données.

Le premier axe explique 75% de l'inertie globale. Il partage très clairement les réussites et les échecs.

Le deuxième axe est un axe beaucoup plus faible que l'antérieur, ce qui explique 10% de l'inertie. Cet axe est associé principalement aux problèmes de codage algébrique (A_{33R}, A_{4JR}, A_{43R} du côté négatif et A_{4JE} du côté positif). Il y a une opposition réussite-échec pour l'item A_{4J}. Il y a aussi une contribution plus faible pour le deuxième axe : les problèmes de conversion-proportion-quantité (A_{21E} du côté négatif et A_{21R}, A_{22R} du côté positif). Ici nous observons aussi une opposition réussite-échec, mais plus faible pour l'item A₂₁.

On observe sur le graphique quatre groupements distincts :

- les réussites aux questions des problèmes de conversion-proportion-quantité ;
- les échecs aux questions des problèmes de conversion-proportion-quantité ;
- les réussites aux question des problèmes de codage-algébrique ;
- les échecs aux questions des problèmes de codage-algébrique.

3.3 L'analyse des résultats de l'AFCM du questionnaire B.

Le tableau 1 donne les valeurs-propres et des pourcentages d'inertie; le tableau 2 donne les valeurs pour les axes principaux avec les cosinus carrés (cos1, cos2, cos3) et les contributions (CTR1, CTR2, CTR3). Le graphique du plan principal est donné en annexe.

| Valeurs propres en ordre descendant | | | |
|-------------------------------------|--------------|---------|---------|
| | Val. propres | % trace | % cumul |
| 1 | 0.121 | 62.271 | 62.271 |
| 2 | 0.031 | 17.421 | 79.691 |
| 3 | 0.011 | 6.001 | 86.491 |
| 4 | 0.011 | 5.811 | 92.301 |
| 5 | 0.011 | 4.101 | 96.401 |
| 6 | 0.001 | 1.531 | 97.931 |
| 7 | 0.001 | 1.261 | 99.191 |
| 8 | 0.001 | 0.491 | 99.681 |
| 9 | 0.001 | 0.241 | 99.931 |
| 10 | 0.001 | 0.071 | 100.001 |
| 11 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 12 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 13 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 14 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 15 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 16 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 17 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 18 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 19 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |

Tableau 1

| | AXE1 | CTR1 | AXE2 | CTR2 | AXE3 | CTR3 | COS1 | COS2 | COS3 |
|------|-------|------|-------|------|-------|------|------|------|------|
| B11R | -0.38 | 61 | -0.17 | 42 | -0.00 | 25 | 69.7 | 13.5 | 3.1 |
| B11E | -0.39 | 63 | 0.17 | 43 | 0.00 | 26 | 69.7 | 13.5 | 3.1 |
| B12R | -0.49 | 79 | -0.23 | 62 | -0.00 | 21 | 70.6 | 15.5 | 2.0 |
| B12E | 0.31 | 49 | 0.14 | 39 | 0.05 | 13 | 70.6 | 15.5 | 2.0 |
| B21R | -0.10 | 22 | 0.02 | 1 | -0.04 | 10 | 75.3 | 0.9 | 3.0 |
| B21E | 0.05 | 105 | -0.09 | 4 | 0.19 | 47 | 75.3 | 0.9 | 3.0 |
| B22R | -0.26 | 40 | -0.04 | 4 | -0.07 | 25 | 77.3 | 2.2 | 5.3 |
| B22E | 0.61 | 95 | 0.10 | 10 | 0.16 | 60 | 77.3 | 2.2 | 5.3 |
| B3JR | -0.41 | 40 | -0.25 | 64 | 0.24 | 152 | 52.0 | 19.5 | 10.1 |
| B3JE | 0.22 | 20 | 0.13 | 34 | -0.13 | 81 | 52.0 | 19.5 | 10.1 |
| B33R | -0.45 | 23 | -0.54 | 116 | 0.57 | 331 | 22.5 | 32.2 | 36.0 |
| B33E | 0.07 | 3 | 0.00 | 17 | -0.09 | 50 | 22.5 | 32.2 | 36.0 |
| B41R | -0.17 | 19 | 0.13 | 42 | 0.02 | 3 | 50.0 | 36.3 | 0.9 |
| B41E | 0.79 | 91 | -0.62 | 201 | -0.10 | 13 | 50.0 | 36.3 | 0.9 |
| B42R | -0.17 | 20 | 0.12 | 37 | 0.02 | 4 | 63.1 | 32.5 | 1.2 |
| B42E | 0.05 | 101 | -0.61 | 106 | -0.12 | 10 | 63.1 | 32.5 | 1.2 |
| B43R | -0.35 | 59 | 0.11 | 22 | 0.05 | 12 | 79.0 | 0.1 | 1.7 |
| B43E | 0.45 | 75 | -0.14 | 27 | -0.07 | 15 | 79.0 | 0.1 | 1.7 |
| B5UR | -0.09 | 5 | -0.07 | 12 | -0.06 | 24 | 21.2 | 13.6 | 10.3 |
| B5UE | 0.27 | 16 | 0.22 | 36 | 0.19 | 70 | 21.2 | 13.6 | 10.3 |

Tableau 2

D'après le tableau on voit qu'avec 2 axes on obtient 80% de l'inertie totale du nuage (80% > 70%). Donc deux axes suffisent pour expliquer notre tableau des données.

Le premier axe explique 62% de l'inertie globale. Il partage très clairement les réussites et les échecs.

Le deuxième axe explique 17% de l'inertie globale. Il y a une grande asymétrie en relation à la contribution. Trois contributions expliquent 50% de l'axe. Cet axe est associé principalement à deux items du problème de mélange B_{41E} et B_{42E} et pour l'item B_{33R}, qui est un item d'un problème de codage-algébrique. Il y a aussi une contribution plus faible pour cet axe des items B_{12R} (conversion-proportion-quantité) et B_{3JR} (codage-algébrique).

Nous trouvons un grand groupement d'items proche du centre qui n'ont pas de contribution significative.

3.4. L'analyse des résultats de l'AFCM du questionnaire C.

Le tableau 1 donne les valeurs-propres et des pourcentages d'inertie; le tableau 2 donne les valeurs pour les axes principaux avec les cosinus carrés (cos1, cos2, cos3) et les contributions (CTR1, CTR2, CTR3). Le graphique du plan principal est donné en annexe.

| | Val. propres | % trace | % cumul |
|----|--------------|---------|---------|
| 1 | 0.131 | 76.991 | 76.991 |
| 2 | 0.011 | 4.981 | 81.971 |
| 3 | 0.011 | 3.921 | 85.891 |
| 4 | 0.011 | 3.401 | 89.291 |
| 5 | 0.001 | 2.371 | 91.661 |
| 6 | 0.001 | 1.821 | 93.481 |
| 7 | 0.001 | 1.491 | 94.971 |
| 8 | 0.001 | 1.371 | 96.341 |
| 9 | 0.001 | 1.221 | 97.561 |
| 10 | 0.001 | 0.851 | 98.411 |
| 11 | 0.001 | 0.741 | 99.161 |
| 12 | 0.001 | 0.471 | 99.621 |
| 13 | 0.001 | 0.241 | 99.861 |
| 14 | 0.001 | 0.141 | 100.001 |
| 15 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 16 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 17 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 18 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 19 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 20 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |
| 21 | 0.001 | 0.001 | 100.001 |

Tableau 1

| | AXE1 | CTR1 | AXE2 | CTR2 | AXE3 | CTR3 | COS1 | COS2 | COS3 |
|------|-------|------|-------|------|-------|------|------|------|------|
| C11R | -0.30 | 32 | 0.01 | 0 | -0.00 | 40 | 02.2 | 0.1 | 6.3 |
| C11E | 0.49 | 51 | -0.01 | 1 | 0.14 | 70 | 02.2 | 0.1 | 6.3 |
| C12R | -0.30 | 44 | 0.02 | 3 | -0.03 | 4 | 00.1 | 0.3 | 0.4 |
| C12E | 0.47 | 55 | -0.03 | 3 | 0.03 | 5 | 00.1 | 0.3 | 0.4 |
| C13R | -0.65 | 71 | -0.03 | 2 | 0.00 | 22 | 07.7 | 0.2 | 1.4 |
| C13E | 0.28 | 31 | 0.01 | 1 | -0.04 | 10 | 07.7 | 0.2 | 1.4 |
| C21R | -0.12 | 7 | 0.00 | 46 | -0.03 | 6 | 62.4 | 26.0 | 2.7 |
| C21E | 0.72 | 42 | -0.16 | 269 | 0.15 | 36 | 62.4 | 26.0 | 2.7 |
| C22R | -0.34 | 37 | 0.12 | 69 | 0.07 | 35 | 01.7 | 9.0 | 3.9 |
| C22E | 0.47 | 52 | -0.16 | 95 | -0.10 | 49 | 01.7 | 9.0 | 3.9 |
| C23R | -0.56 | 69 | 0.07 | 17 | 0.14 | 79 | 09.6 | 1.4 | 5.2 |
| C23E | 0.36 | 44 | -0.05 | 11 | -0.09 | 51 | 09.6 | 1.4 | 5.2 |
| C31R | -0.00 | 3 | 0.01 | 1 | -0.05 | 20 | 46.1 | 0.7 | 13.9 |
| C31E | 0.59 | 24 | -0.07 | 6 | 0.32 | 140 | 46.1 | 0.7 | 13.9 |
| C32R | -0.35 | 39 | -0.03 | 4 | -0.01 | 1 | 05.6 | 0.6 | 0.1 |
| C32E | 0.46 | 51 | 0.04 | 5 | 0.02 | 2 | 05.6 | 0.6 | 0.1 |
| C33R | -0.40 | 29 | -0.07 | 14 | -0.04 | 6 | 60.9 | 1.9 | 0.6 |
| C33E | 0.19 | 14 | 0.03 | 7 | 0.02 | 3 | 60.9 | 1.9 | 0.6 |
| C41R | -0.22 | 20 | -0.02 | 3 | -0.07 | 30 | 77.0 | 0.7 | 7.5 |
| C41E | 0.55 | 49 | 0.05 | 7 | 0.17 | 93 | 77.0 | 0.7 | 7.5 |
| C42R | -0.45 | 52 | -0.02 | 2 | 0.02 | 3 | 00.2 | 0.3 | 0.2 |
| C42E | 0.39 | 45 | 0.02 | 2 | -0.02 | 2 | 00.2 | 0.3 | 0.2 |
| C43R | -0.07 | 39 | -0.13 | 13 | 0.43 | 109 | 61.7 | 1.4 | 15.1 |
| C43E | 0.09 | 4 | 0.01 | 1 | -0.04 | 20 | 61.7 | 1.4 | 15.1 |
| C51R | -0.22 | 17 | -0.10 | 60 | -0.04 | 13 | 65.6 | 14.7 | 2.4 |
| C51E | 0.41 | 33 | 0.19 | 113 | 0.00 | 24 | 65.6 | 14.7 | 2.4 |
| C52R | -0.29 | 23 | -0.17 | 122 | 0.05 | 12 | 60.0 | 21.0 | 1.7 |
| C52E | 0.29 | 23 | 0.17 | 122 | -0.05 | 12 | 60.0 | 21.0 | 1.7 |

Tableau 2

D'après le tableau on voit qu'avec 2 axes on obtient 82% de l'inertie totale du nuage (82% > 70%). Donc deux axes suffisent pour expliquer notre tableau des données.

Le premier axe explique 77% de l'inertie globale. Il partage très clairement les réussites et les échecs.

Le deuxième axe est beaucoup plus faible que l'antérieur, ce qui explique 5% de l'inertie. Cet axe est associé principalement aux problèmes d'analyse d'un paradoxe (C_{51E}, C_{52E} du côté positif et C_{52R} du côté négatif) et de conversion-proportion-quantité (C_{22R} du

côté positif et C_{21R} , C_{22E} du côté négatif). Il y a deux oppositions réussite-échec qui correspondent aux items C_{22} et C_{52} . L'item C_{21E} explique 25% de cet axe.

3.5. La hiérarchie des items dans le plan réussite-échec :

Dans le plan réussite-échec on peut relever la hiérarchie suivante :

1) Pour les problèmes du type conversion-proportion-quantité.

Item du type facile :

- si le texte est direct et la question immédiate ;
- si le texte est directe et la question semi-immédiate.

Item du type discriminant :

- si le texte est inverse et la question immédiate ;
- si le texte est inverse et la question semi-immédiate explicite.

Item du type difficile :

- si le texte est inverse et la question semi-immédiate implicite ;
- si le texte est inverse et la question non-immédiate.

2) Pour les problèmes analyse d'un paradoxe:

- Sans question préalable l'item est facile.
- Avec question préalable l'item est discriminant.
- La question préalable (question sur la détermination de la dépense de référence) est un item facile.

3) Pour les problèmes de codage algébrique :

- Toujours, dans les questions, le première item demandé est facile, le deuxième est du type discriminant et le troisième est difficile. Il y a seulement une exception : Mais le regroupement des deux premiers items apparaît difficile.

4) Pour le problème mélange :

- Déterminer les valeurs intermédiaires (600 et 400) ce sont des items faciles.
- Déterminer la proportion est un item discriminant.
- Il apparaît donc que le problème mélange se situe dans cette hiérarchie comme les problèmes de type conversion-quantité-proportion, les moins difficiles.

4. CONCLUSION

Le but de ce travail a consisté à mettre en évidence l'importance pour les élèves du choix de la donnée de référence, lors du passage d'énoncé donné à son traitement mathématique. Il est évident que la bonne lecture du texte est fondamentale. Mais la lecture s'avèrera plus ou moins difficile selon l'organisation rédactionnelle du texte. Dans cette organisation rédactionnelle du texte, la présence ou l'absence de la donnée de référence apparaît comme un facteur particulièrement important, plus important que le caractère immédiat ou non-immédiat de la question posée.

Dans les problèmes de codage algébrique, le choix d'un objet de référence, nécessairement indiqué dans le texte, apparaît moins difficile que le fait, dans un problème de conversion-proportion-quantité, d'avoir à reconstituer par calcul la donnée de référence non donnée dans le texte. Il reste cependant une difficulté de lecture apparemment plus indépendante de l'organisation rédactionnelle du texte : se faire une représentation globale qui articule entre elles les informations données concernant les relations. Les questions faciles se sont révélées être celles dans lesquelles cette articulation n'était pas sollicitée.

On voit donc apparaître la difficulté propre à la lecture des énoncés du problème. Elle exige un changement de registre intermédiaire entre le texte et le traitement mathématique donnant la solution. Les observations que nous avons faites nous permettent d'entrevoir le type de représentation intermédiaire requis.

NOM: **IREM** Strasbourg
 Prénom:.....
 Etablissement:..... Mai 1990
 Niveau:.....

QUESTIONNAIRE A

Exercice A1

Dans la ville de Farsheim, 6 foyers sur 8 possèdent un réfrigérateur et $\frac{1}{4}$ des réfrigérateurs existants sont des réfrigérateurs-congérateurs. Sachant que dans cette ville il y a 4.500 foyers qui possèdent un réfrigérateur-congérateur, calculer :

- (1) Le nombre de foyers qui possèdent un réfrigérateur à Farsheim .
- (2) Le nombre de foyers de cette ville .

Exercice A2

Dans la ville de Selsbourg, 5 personnes sur 8 boivent du café et $\frac{3}{10}$ du café vendu sur le marché, est du café pur arabica. Sachant que dans cette ville il y a 6.000 personnes qui boivent du café pur arabica, calculer :

- (1) Le nombre de personnes qui boivent du café à Selsbourg.
- (2) La proportion de personnes qui boivent du café pur arabica, par rapport à toutes les personnes de cette ville.

Exercice A3

Un homme a 23 ans de plus que son fils. Il a 31 ans de moins que son père. La somme des âges des trois personnes est 119 ans.

- (1) Si on appelle "x" l'âge de cet homme,

- $x + 23$ est l'expression qui désigne l'âge de son fils .
- $x - 23$ est l'expression qui désigne l'âge de son fils .
- $x + 31$ est l'expression qui désigne l'âge de son père .
- $x - 31$ est l'expression qui désigne l'âge de son père .

| oui | non |
|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Cocher la réponse choisie.

(2) Quelle équation permet de calculer l'âge de cet homme ?

(3) En appelant "y" l'âge du père de cet homme, quelle expression désigne l'âge du fils de cet homme ?

Exercice A4

La mesure du périmètre d'un rectangle de longueur "a" et de largeur "b", est de 62 mètres. On a modifié ce rectangle en augmentant la mesure de sa longueur de 2 mètres et en diminuant la mesure de sa largeur de 1 mètre. Mais la mesure de sa surface reste la même.

(1) Comment peut-on écrire la mesure de la surface du rectangle **avant** cette modification ?

(2) Comment peut-on écrire la mesure de la surface du rectangle **après** sa modification ?

(3) Quelles sont les deux équations qui permettent de trouver la longueur et la largeur du rectangle **avant** sa modification ?

Exercice A5

Trois voyageurs ont partagé une chambre qui coûte 250F. Chacun donne un billet de 100F au garçon d'hôtel, lequel donne 300F au patron. Le patron lui rend 50F. Le garçon d'hôtel rend 10F à chaque voyageur et garde 20F pour lui.

Un des voyageurs trouve que **10** francs ont disparu dans les échanges

parce que : $270 + 20 = 290$

et

$300 - 290 = 10$

Es-tu d'accord avec lui ?

OUI : Explique pourquoi il a raison.

NON : Explique pourquoi il se trompe et refais les calculs.

QUESTIONNAIRE B

Exercice B1

Dans la ville de Bergsbourg, 5 personnes sur 8 boivent du café. Le café pur arabica représente $\frac{3}{10}$ du café vendu sur le marché. Sachant que dans cette ville il y a 6.000 personnes qui boivent du café pur arabica, calculer :

- (1) Le nombre de personnes qui boivent du café à Bergsbourg .
- (2) Le nombre total de personnes de cette ville .

Exercice B2

Un sondage a montré que 6 familles sur 8 possèdent un réfrigérateur. $\frac{1}{4}$ des réfrigérateurs vendus sur le marché sont des réfrigérateurs-congélateurs.

- (1) Sachant qu'il y a 24.000 familles à Selstbourg, combien de familles possèdent un réfrigérateur ?
- (2) Combien de familles à Selstbourg possèdent un réfrigérateur-congélateur ?

Exercice B3

La mesure du périmètre d'un rectangle est de 62 mètres. On a modifié ce rectangle en augmentant la mesure de sa longueur de 2 mètres et en diminuant la mesure de sa largeur de 1 mètre. Mais la mesure de sa surface reste la même.

- (1) Comment peut-on écrire la mesure de la surface du rectangle **avant** cette modification?
- (2) Comment peut-on écrire la mesure de la surface du rectangle **après** sa modification ?
- (3) Quelles sont les deux équations qui permettent de trouver la longueur et la largeur du rectangle **avant** sa modification ?

Exercice B4

A la question "Faites-vous confiance aux marques de voitures étrangères ?", $\frac{2}{5}$ de 1.500 femmes et $\frac{4}{5}$ de 500 hommes interrogés à Bourgheim ont dit oui. Quelle proportion de population interrogée fait confiance aux marques étrangères ?

Exercice B5

Trois voyageurs ont partagé une chambre qui coûte 250F. Chacun donne un billet de 100F au garçon d'hôtel, lequel donne 300F au patron. Le patron lui rend 50F. Le garçon d'hôtel rend 10F à chaque voyageur et garde 20F pour lui.

Un des voyageurs trouve que **10** francs ont disparu dans les échanges

parce que: $300 - 20 = 280$

et

$280 - 270 = 10$

Es-tu d'accord avec lui ?

OUI : Explique pourquoi il a raison.

NON : Explique pourquoi il se trompe et refais les calculs.

QUESTIONNAIRE C

Exercice C1

Un sondage a montré que $\frac{3}{4}$ de familles possèdent un réfrigérateur . Les $\frac{2}{5}$ de ces réfrigérateurs sont des réfrigérateurs-congélateurs. Sachant que dans une ville il y a 18.000 familles qui possèdent un réfrigérateur, calculer :

(1) Le nombre de familles de cette ville.

(2) La proportion de familles qui possèdent un réfrigérateur-congélateur par rapport à toutes les familles de cette ville.

Exercice C2

Un sondage a montré que, 5 personnes sur 8 boivent un café chaque jour. $\frac{3}{10}$ du café vendu sur le marché, est du café pur arabica. En sachant qu'il y a 32.000 personnes à Belheim, calculer :

(1) Le nombre de personnes qui boivent dans cette ville un café par jour.

(2) La proportion de personnes qui boivent un café pur arabica par jour, par rapport à toute la population de Belheim.

Exercice C3

Un homme a 23 ans de plus que son fils. Il a 31 ans de moins que son père. La somme des âges des trois personnes est 119 ans.

(1) Si on appelle "x" l'âge de cet homme,

- $x + 23$ est l'expression qui désigne l'âge de son fils ;
- $x - 23$ est l'expression qui désigne l'âge de son fils ;
- $x + 31$ est l'expression qui désigne l'âge de son père ;
- $x - 31$ est l'expression qui désigne l'âge de son père .

| oui | non |
|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Cocher la réponse choisie.

(2) Quelle équation permet de calculer l'âge de cet homme ?

(3) En appelant "y" l'âge du père de cet homme, quelle expression désigne l'âge du fils de cet homme ?

Exercice C4.

La mesure du périmètre d'un rectangle de longueur "a" et de largeur "b", est de 62 mètres. On a modifié ce rectangle en augmentant la mesure de sa longueur de 2 mètres et en diminuant la mesure de sa largeur de 1 mètre. Mais la mesure de sa surface reste la même .

(1) Traduire sous forme d'une équation la première phrase de l'énoncé.

(2) Ecrire l'équation qui traduit le fait que l'aire du rectangle reste la même après sa modification .

(3) Quelle est la longueur du rectangle **avant** sa modification ?

Exercice C5

Trois voyageurs ont partagé une chambre qui coûte 250F. Chacun donne un billet de 100F au garçon d'hôtel, lequel donne 300F au patron. Le patron lui rend 50F. Le garçon d'hôtel rend 10F à chaque voyageur et garde 20F pour lui.

(1) Combien les trois voyageurs ont-ils dépensé ensemble ?

(2) Un des voyageurs trouve que **10** francs ont disparu dans les échanges

parce que: $300 - 20 = 280$

et

$280 - 270 = \mathbf{10}$

Es-tu d'accord avec lui ?

OUI : Explique pourquoi il a raison.

NON : Explique pourquoi il se trompe et refais les calculs.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) DUVAL R., “Ecart sémantiques et cohérence mathématique”, in *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* vol.1, I.R.E.M. de Strasbourg 1988 - p. 7 - 25.
- (2) DUVAL R., “L'organisation déductive du discours”, in *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives* vol. 2, I.R.E.M. de Strasbourg 1989 - p. 25 - 38.
- (3) ECHENIM M.C., “Rapport de D.E.A. de Didactique des Mathématiques”. I.R.E.M - Strasbourg 1985.
- (4) FROSSARD G., *Approche didactique de problèmes de mélange et de méthodes de résolution* - “Rapport D.E.A. de Didactique de Mathématiques” - I.R.E.M - Strasbourg 1984.
- (5) FREGE G., *Ecrits logiques et philosophiques*. Editions du Seuil. Paris.
- (6) *Les pourcentages dans le 1^o cycle : 34% de réussite* I.R.E.M., U.L.P. Strasbourg, 1979.
- (7) KOURKOULOS M. *Modélisation mathématique des instructions aboutissant à des équations du 1^{er} degré auprès des élèves de 15 à 16 ans*. Thèse ULP Strasbourg 1991
- (8) LINSKY L., *Le problème de la référence*. Editions du Seuil, Paris - 1974.
- (9) LYONS J., *Langue et langage, éléments de sémantique*. Librairie Larousse. Paris - 1978.
- (10) PLUVINAGE F., “Aspects multidimensionnels du raisonnement en géométrie”, in *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives* vol.2, I.R.E.M. de Strasbourg - 1989 - p. 5 - 29.