

**DOMINIQUE GUIN**

## REGARDS COGNITIFS SUR L'ACTIVITE MATHEMATIQUE INSTRUMENTEE PAR LES TIC

**Abstract.** The cognitive analysis of an instrumented activity requires one to take into account both the potentials and the constraints of the artefact. The detailed study by Raymond Duval on the situation of the student who is required to simultaneously handle the various registers of several environments, leads us to introduce into the design of Computer Environments for Human Learning (CEHL) notions such as instrumental orchestration.

**Résumé.** L'analyse cognitive d'une activité instrumentée demande la prise en compte d'une part des potentialités, d'autre part des contraintes de l'artefact. Les études précises de Raymond Duval, sur la situation de l'élève qui doit simultanément gérer les différents registres de plusieurs environnements, conduisent notamment à introduire dans la conception des Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH) des notions comme celle d'orchestration instrumentale.

**Mots clés :** Technologies d'information et de communication, apprentissage humain, transposition informatique, complexité cognitive, ingénierie didactique.

---

*Raymond Duval dans sa présentation s'est situé essentiellement au niveau de l'enseignement primaire. Dans ce qui suit, j'essaierai de montrer comment ses idées se sont diffusées non seulement en didactique des mathématiques à tous les niveaux, mais aussi plus largement en informatique. Après avoir présenté succinctement des éléments d'analyse de l'activité instrumentée, j'évoquerai brièvement les recherches dans le domaine de la conception des EIAH (Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain) qui se sont appuyées sur les travaux de Raymond Duval.*

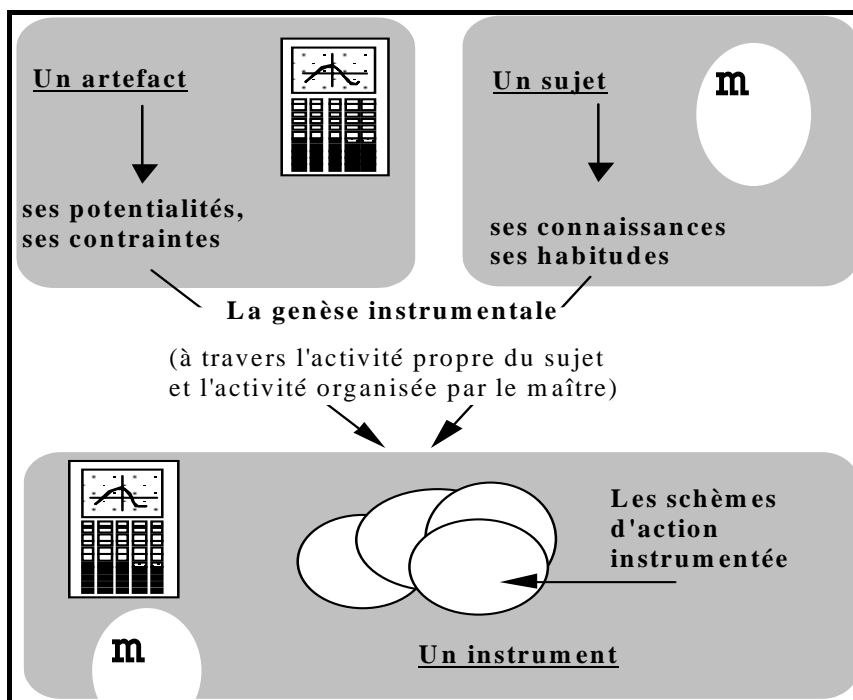
### **1. Eléments d'analyse de l'activité instrumentée**

Quittons le niveau de l'enseignement primaire (auquel se situait la présentation de R. Duval) pour les classes scientifiques de fin de lycée. Si l'on considère la problématique de l'intégration des TIC, l'on se trouve confronté à une situation très contrastée : d'une part, une *volonté institutionnelle forte* s'affiche en matière d'intégration (que ce soit dans les programmes scolaires ou l'aide à des projets de recherche) et les élèves se sont « appropriés » rapidement des outils tels que les calculatrices graphiques ou symboliques (dotées d'un système de calcul formel.) D'autre part, les établissements offrent encore une *faible accessibilité* à ces outils (Guin, Joab & Trouche 2002, § 3.1.2) et l'on estime à moins de 10% le

nombre de professeurs qui intègrent effectivement les TIC dans leurs pratiques professionnelles (Guin 2001.)

Dans la communauté internationale des chercheurs du domaine, les années 90 se caractérisent par un changement de point de vue : alors que les premières recherches reposaient sur un *postulat* d'effet nécessairement positif des TIC sur l'apprentissage, les dernières recherches sont plutôt centrées sur un *questionnement* des effets des TIC sur l'apprentissage et la recherche des raisons de l'intégration marginale qui ne s'avère pas spécifique à la France (CNCRE 2000.)

La construction d'un instrument de l'activité mathématique met en jeu des processus complexes. L'analyse cognitive de l'activité mathématique instrumentée s'appuie sur les travaux développés par P. Rabardel (1995) qui dissocie l'*artefact*, avec ses potentialités et ses contraintes, et l'*instrument* construit par un individu, avec ses habitudes et ses connaissances. Il désigne par *genèse instrumentale* le processus de construction d'un instrument par un individu constitué d'une part par une partie de l'artefact qu'il a sélectionnée et d'autre part des *schèmes d'action instrumentée*, qui permettent de réaliser une tâche, mais aussi de contrôler l'action et de construire des connaissances.



*D'un outil à un instrument (Trouche, in Guin & Trouche 2002, p 198)*

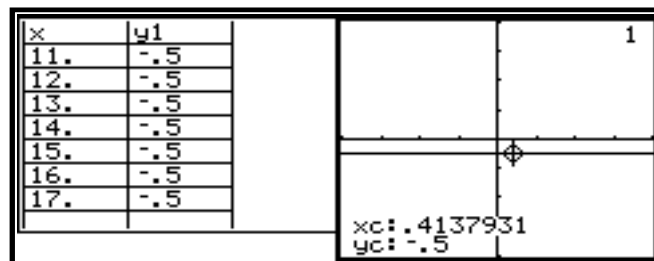
L'analyse cognitive de l'activité instrumentée débute donc par l'analyse des potentialités et des contraintes de l'artefact. Les TIC offrent de nouvelles potentialités de visualisation qu'il s'agit d'exploiter avec un objectif didactique. En effet, Raymond DUVAL (1996) a souligné l'importance de disposer de plusieurs représentations sémiotiques et de pouvoir passer d'une représentation à une autre, soit dans un même registre (*traitement*), soit dans un autre registre (*conversion*). Voici des exemples de ce type avec une calculatrice symbolique :

Un exemple de travail intra-registre :

<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>\int \sin(2 \cdot x) dx</math></li> <li>▪ <math>\int (2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)) dx</math></li> <li>▪ <math>-(\cos(x))^2 = \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}</math></li> </ul>	$\frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}$ $-(\cos(x))^2$
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>-(\cos(x))^2 - \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}</math></li> <li>▪ <math>-(\cos(x))^2 - \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}</math></li> </ul>	$-(\cos(x))^2 = \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}$ $\frac{\cos(2 \cdot x)}{2} - (\cos(x))^2$
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>-(\cos(x))^2 - \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}</math></li> </ul>	$.5 \cdot \cos(2 \cdot x) - (\cos(x))^2$

Un exemple de travail inter-registre :

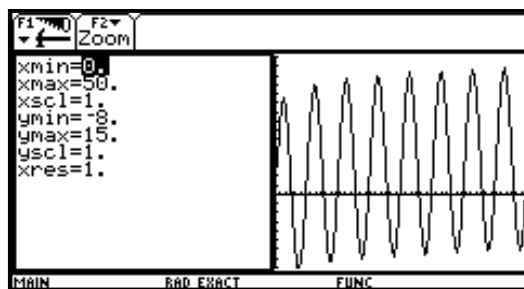
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>-(\cos(x))^2 - \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}   x = 2</math></li> <li>▪ <math>-(\cos(x))^2 - \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2}   x = 2</math></li> <li>▪ <math>-(\cos(x))^2 - \frac{-\cos(2 \cdot x)}{2} \rightarrow y1(x)</math></li> </ul>	$\frac{\cos(4)}{2} - (\cos(2))^2$ $-.5$ Done
--	--



Ces potentialités nouvelles expliquent sans doute les vertus prêtées à ces artefacts, ainsi, l'on trouve explicitement dans certaines publications des assertions telles que : « l'environnement informatique permet de voir, donc de comprendre ». C'est *sous-estimer* fortement la *complexité cognitive* de l'activité instrumentée. L'analyse de l'activité instrumentée doit prendre en compte d'une part la notion de *transposition informatique* par laquelle N. Balacheff (1994) désigne ce travail sur la connaissance qui en permet une représentation symbolique et la mise en œuvre de cette représentation par un dispositif informatique : en effet, qu'il s'agisse ensuite de « montrer » la connaissance ou de la « manipuler », la transposition informatique peut avoir des conséquences importantes sur le résultat des apprentissages.

D'autre part, l'élève doit gérer simultanément, non seulement l'articulation entre les différents registres sémiotiques de l'environnement papier/crayon, mais aussi celle des différents registres de l'artefact. Or, déjà, dans l'environnement papier/crayon, R. Duval a souvent souligné, que cette coordination n'a rien de spontanée et peut susciter de grandes difficultés chez les élèves. Il faut donc d'une part analyser les potentialités et les contraintes a priori de l'artefact, d'autre part observer les comportements des élèves durant leur activité instrumentée pour pouvoir repérer les indices d'un apprentissage ou d'une conceptualisation quelconque.

R. Duval a mis en évidence le fait que la visualisation mathématique est fondée sur des *contraintes*. Lors du passage d'un registre de l'environnement papier/crayon au registre correspondant de l'artefact, des contraintes liées à la transposition informatique vont nécessairement intervenir. Par exemple, Luc Trouche (1997) a montré comment les contraintes internes, telles que les problèmes de discrétisation, peuvent avoir des conséquences significatives sur le comportement des élèves.



Par exemple, face à ce graphe calculatrice de la fonction  $\ln x + 10 \sin x$ , 10 % seulement d'un effectif de 50 élèves de terminale scientifique donnent la réponse correcte pour la limite de cette fonction à l'infini, alors que les réponses sont toutes correctes pour le même effectif ne disposant pas d'une calculatrice. La situation est similaire pour la même expérience réalisée au niveau DEUG A. Ainsi, le sujet adapte l'outil à ses tâches, des gestes s'installent, et ces gestes peuvent avoir une influence sur la conceptualisation.

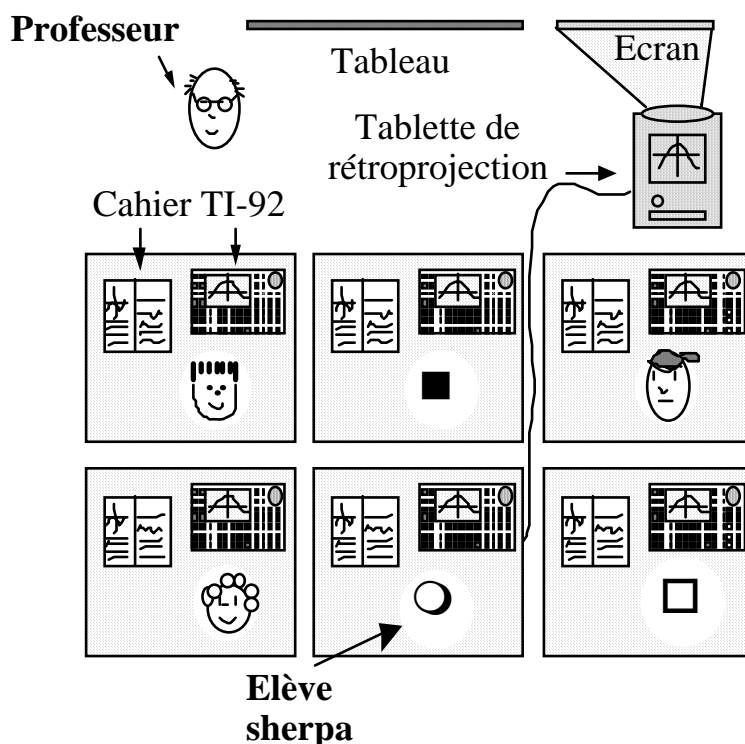
Dans sa présentation, R. Duval a évoqué l'intérêt des *démarches scientifiques d'exploration*, la possibilité de générer de nouvelles données, de les organiser et de sélectionner les informations pertinentes, de constituer ou d'élargir un corpus de données : tous ces éléments constituent une phase décisive dans la construction de connaissances. Il est clair que, dans ce contexte, les TIC pourraient favoriser l'entrée dans une démarche d'observation (simulation etc..)

Les TIC pourraient également favoriser une entrée dans la *dynamique du questionnement* évoquée par R. Duval, par la confrontation des données recueillies dans les différents registres des artefacts : elles devraient susciter un questionnement et la formulation de conjectures. Cependant, gardons-nous de l'illusion d'une entrée naturelle dans une démarche expérimentale en environnement informatique : le ressort de la contradiction, le questionnement ne sont pas automatiques chez les élèves. Par exemple, face à deux graphes calculatrices contradictoires d'une même fonction, les élèves ne perçoivent pas nécessairement cette contradiction (Trouche 1997.) De même, M. Artigue (1995) a montré que les élèves développent des comportements efficaces d'adaptation aux TIC qui ne sont pas nécessairement liés à une activité mathématique.

Par conséquent, l'enseignant joue un rôle crucial dans l'organisation de l'articulation du travail instrumenté avec le travail en environnement papier/crayon. Il est donc nécessaire de penser soigneusement des *ingénieries didactiques* (Artigue, in Guin & Trouche 2002, p 277) intégrant l'environnement informatique, plus généralement, il faut gérer l'ensemble *du système d'exploitation didactique*

(Chevallard 1992.) L. Trouche introduit la notion d'*orchestration instrumentale* (in Guin & Trouche 2002, p 257) qui désigne un dispositif, partie prenante du système d'exploitation didactique, qu'une institution (l'institution scolaire en l'occurrence) organise dans le but d'*orienter l'action instrumentée* des élèves. Une orchestration instrumentale est définie par un quadruplet : un ensemble d'*individus* ; un ensemble d'*objectifs* (relatifs à la réalisation d'un *type de tâches* ou à l'aménagement de l'environnement de travail) ; une *configuration didactique* (c'est-à-dire une structure générale du dispositif) et un ensemble de *modes d'exploitation* de cette configuration.

Voici un exemple d'orchestration instrumentale ayant pour objectif la *socialisation* « relative » des genèses instrumentales et visant à organiser les conditions d'entrée dans une démarche expérimentale (exploration, questionnement, débat) :



## 2. Conception des Environnements Informatiques pour l'apprentissage Humain

Les travaux de R. Duval sur l'analyse cognitive de l'activité de démonstration géométrique ont eu une influence importante dans la recherche en informatique sur la conception des EIAH. En effet, les travaux du Groupe Intelligence Artificielle de l'I.R.E.M. de Strasbourg (M.-A. Egret, D. Guin, G. Kuntz, N. Vogel...) se sont développés en interaction avec ceux de (Duval & Egret 1989) sur l'organisation déductive du discours. Ils ont donné lieu à deux publications : la première portait sur une analyse cognitive et didactique des logiciels d'aide à la démonstration géométrique disponibles à l'époque (GIA, 1989) et la seconde sur la modélisation de la démonstration géométrique du logiciel Geometry Tutor, présenté à l'époque dans la communauté Intelligence Artificielle comme une référence (GIA, 1991.)

Les résultats de ces travaux se sont diffusés dans la communauté française des EIAH et les années 90 ont donné lieu à la naissance de plusieurs tuteurs intelligents d'aide à la démonstration géométrique : *Mentoniez* (Py 1990), *Geomus* (Bazin 1993), *Chypre* (Bernat 1993) et *Cabri-Euclide* (Luengo 1997.)

Dans un autre domaine, celui des problèmes additifs, l'analyse des processus cognitifs et des représentations opératoires, réalisée par R. Duval et R. Damm (1992) a conduit à une modélisation des processus cognitifs intégrable à un EIAH (Guin 91 ; Guin & Duval 92.) La simulation des processus de compréhension et de résolution de l'élève expert depuis l'énoncé linguistique jusqu'à la description minimale en termes d'opérateurs Ajoute et Retranche  $n$  ( $n$  étant un entier positif) met en évidence la complexité de la résolution (21 classes.)

Comment pourrait-on faciliter le passage de l'élève à une résolution experte ? Une suggestion serait d'exploiter la *manipulation directe* du logiciel Cabri pour construire des figures animées offrant une visualisation en regard de l'ensemble des variations possibles (Guin, Delgoulet & Salles 2002.) Durant le colloque, j'ai fait une démonstration de ces figures animées Cabri (réalisées par J. Salles) qui pourraient favoriser chez les élèves une démarche scientifique d'exploration instrumentée et l'accès à une résolution en termes d'opérateurs. Ce modeste cadeau veut témoigner de ma reconnaissance à R. Duval pour tout ce qu'il a apporté à la communauté scientifique, au-delà de la communauté de didactique des mathématiques.

DOMINIQUE GUIN, ERES & LIRMM  
Université Montpellier 2, CC 051, Département de mathématiques  
Place Eugène Bataillon  
34095 MONTPELLIER CEDEX 5

**BIBLIOGRAPHIE**

ARTIGUE M., Une approche didactique de l'intégration de l'EIAO à l'enseignement, in Guin D., Py D., Nicaud J.-F. (eds), *Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur*, Eyrolles, 17-28, 1995.

ARTIGUE M., L'intégration de calculatrices symboliques à l'enseignement secondaire : les leçons de quelques ingénieries didactiques, in Guin D. & Trouche L. (eds), 2002.

BALACHEFF N., Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 14(1/2), 9-42, 1994.

BAZIN J.-M., GEOMUS : Un résolveur de problèmes de géométrie qui mobilise des connaissances en fonction du problème posé, Thèse de Doctorat, Université Paris VI, 1993.

BERNAT P., CHYPRE : un logiciel d'aide au raisonnement, *Repères IREM*, vol 10, 1993.

CHEVALLARD Y., Intégration et viabilité des objets informatiques, in Cornu B. (ed), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, 183-203. P.U.F., 1992.

Collectif CNCRE, De l'analyse de travaux concernant le TIC à la définition d'une problématique de leur intégration dans l'enseignement. *Rapport de recherche*. IREM Paris VII, 2000.

DAMM R., Apprentissage des problèmes additifs et compréhension de texte. Thèse de Doctorat, IREM de Strasbourg, 1992.

DUVAL R., Quel cognitif retenir en didactique ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 16(3), 349-382, 1996.

DUVAL R. & EGRET M.-A., L'organisation déductive du discours, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, vol 2., 25-40, IREM de Strasbourg, 1989.

DUVAL R. & GUIN, Processus cognitifs et représentations opératoires dans l'activité de compréhension d'énoncés additifs, Actes du colloque ECCO's 92, Orsay, 1992.

GIA, Réflexions sur les logiciels d'aide à la démonstration en géométrie, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, vol 2, 89-109, IREM de Strasbourg, 1989.

GIA, Modélisation de la démonstration géométrique dans Geometry Tutor, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, vol 4, 2-37, IREM de Strasbourg, 1991.



GUIN D., La notion d'opérateur dans une modélisation cognitive de la compréhension des problèmes additifs, *Mathématique, Informatique et Sciences Humaines*, vol 113, 5-33, 1991.

GUIN D., Intégration des outils de calcul symbolique dans l'enseignement des mathématiques : comment concevoir une formation mieux adaptée ? *Actes de l'Université d'Été « Le métier d'enseignant de mathématiques au tournant du XXI<sup>ème</sup> siècle »*, APMEP 133, 77-93, 2001.

GUIN D., DELGOULET J. & Salles J., Formation aux TICE : concevoir un dispositif d'enseignement autour d'un fichier rétroprojectable. *Actes du colloque international EM2000, « L'enseignement des mathématiques dans les pays francophones »*, IREM de Grenoble, 2002.

GUIN D., JOAB M. & TROUCHE L., *Suivi de formation à distance pour les enseignants de mathématiques, bilan de la phase expérimentale*, IREM de Montpellier (CDRom), 2002.

GUIN D. & TROUCHE L. (eds), *Calculatrices symboliques, faire d'un outil un instrument du travail mathématique : un problème didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage, 2002.

LUENGO V., Un micro-monde de preuve intégrant la réfutation : Cabri-Euclide, in Baron M., Mendelsohn P., Nicaud J.-F. (eds), *Actes de EIAO'97*, 85-98, Hermès, 1997.

PY D., Reconnaissance de plan pour l'aide à la démonstration dans un tuteur intelligent de la géométrie. Thèse de Doctorat. Université de Rennes, 1990.

RABARDEL P., *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin, 1995.

TROUCHE L., A propos de l'enseignement des limites de fonctions dans un « environnement calculatrice », étude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentation. Thèse de Doctorat. Montpellier : Université Montpellier II, 1997.

TROUCHE L., Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs, in Guin D. & Trouche L. (eds), 2002.