

MARYVONNE PRIOLET ET JEAN-CLAUDE RÉGNIER

PROBLÈMES ARITHMETIQUES ET
REGISTRES SEMIOTIQUES :
PRATIQUES D'ENSEIGNANTS DE CYCLE 3 DE L'ÉCOLE PRIMAIRE

Abstract. Analyzing data collected from a survey of primary school teachers, this article aims at conveying some elements of the answers to the following question: « To what extent are 8-year old students actually confronted with the use of aids bringing together arithmetic problems which are presented in several semiotic registers? »

Résumé. A partir de données recueillies lors d'une enquête auprès d'enseignants de l'école élémentaire, cet article vise à communiquer quelques éléments de réponses à la question suivante : « Dans quelle mesure les élèves du cycle des approfondissements (classes de CE2) sont-ils effectivement confrontés à l'utilisation de supports rassemblant des problèmes arithmétiques présentés sous la forme d'une pluralité de registres sémiotiques ? »

Mots-clés : Registres sémiotiques, problèmes arithmétiques, école primaire, vecteurs d'apprentissage.

1. Préambule

Notre recherche a débuté dans le cadre de la Maîtrise de Sciences de l'Éducation (Priolet 2000) par une étude centrée sur les effets produits, chez l'apprenant, par la forme de présentation des données (texte, tableau, schéma, graphique, texte assorti de dessins) d'un problème arithmétique sur sa résolution. Nous nous sommes situés dans la perspective des travaux conduits par Raymond Duval (Duval 1995.) Pour ce faire, nous avons construit nos données, d'une part, à partir d'un questionnaire adressé à un échantillon de 81 enseignants du cycle des approfondissements de l'école primaire, et d'autre part, à partir des réponses écrites fournies par l'échantillon de 1081 élèves, à l'occasion de travaux de résolution de problèmes arithmétiques proposés en classes de CE2.

L'échantillon d'enseignants et celui des élèves sont issus des écoles de trois circonscriptions scolaires relevant de deux Académies. Leur constitution est basée sur une combinaison de méthodes aléatoires et de méthodes des quotas. Les deux échantillons sont dépendants dans la mesure où il s'agit des élèves de CE2 et de leurs enseignants.

Ayant constaté la présence de manuels scolaires de mathématiques dans près de 80% des classes du cycle des approfondissements¹ de l'école primaire, nous nous sommes alors demandée – ce fut alors l'objet de notre DEA (Prioret 2001) – comment les manuels scolaires étaient utilisés dans les classes. Nous avons d'ailleurs étendu nos investigations à l'utilisation des TICE et nous avons fait le choix de réunir « manuels scolaires » et « TICE » sous le terme « vecteurs d'apprentissage ». Une approche intrinsèque, de type ergonomique, nous a alors permis de décrire et d'analyser l'activité même de l'enseignant proposant à ses élèves, lors de séances de résolution de problèmes arithmétiques, l'utilisation des « vecteurs d'apprentissage » cités.

Après avoir étudié plus spécifiquement « l'environnement » de l'élève — en examinant notamment la place et le rôle des « vecteurs d'apprentissage » —, nos travaux en cours se poursuivent, d'une part, pour tenter de cerner chez les apprenants quelques causes d'échec et de réussite dans le domaine de la résolution de problèmes arithmétiques, d'autre part, pour expliciter les relations susceptibles d'exister entre les modalités des performances des élèves et l'enseignement dispensé dans les classes par l'observation et l'analyse des pratiques effectives des enseignants lors de séquences de résolution de problèmes. Nous tenterons ainsi de positionner les « vecteurs d'apprentissage » dans les dispositifs d'enseignement-apprentissage au sein desquels nous examinerons plus spécifiquement le rôle que peut jouer chacun d'entre eux dans le recours par l'apprenant à la « conversion » de registres de représentation en s'appuyant sur le cadre théorique développé par Raymond Duval. (Damm 1992) (Mesquita 1989) (Duval 1995.)

2. Introduction

Nous nous sommes demandés si les élèves placés en situation de résolution de problèmes arithmétiques étaient confrontés à la lecture d'énoncés exprimés avec différents registres de représentation. Il s'agissait, en premier lieu, d'examiner si les manuels scolaires de mathématiques contenaient effectivement une diversité de représentations et, en second lieu, de considérer l'usage de ces manuels dans les pratiques des enseignants au sein des classes du cycle des approfondissements. Une analyse de manuels de mathématiques édités pour les uns entre 1960 et 1970, et pour les autres entre 1995 et 1999 nous a permis d'effectuer une approche comparative. Le questionnaire soumis aux 81 enseignants de CE2 nous a apporté des réponses à quelques questions relatives aux pratiques des enseignants.

¹ **Cycle des approfondissements de l'école primaire** : encore appelé « cycle 3 », il correspond aux classes de CE2, CM1 et CM2 (élèves âgés de 8 à 11 ans.)

Le présent article expose les principaux résultats issus du questionnaire adressé aux enseignants. Ce dernier est articulé autour de quatre thématiques liées à la place accordée aux représentations sémiotiques :

- les outils des élèves,
- la résolution de problèmes dans les classes,
- la préparation des séquences de résolution de problèmes par le professeur,
- la salle de classe.

3. Analyse de manuels de mathématiques de la classe de CE2

Afin de comparer la place des registres en langue naturelle dans les énoncés de problèmes extraits d'ouvrages parus à une trentaine d'années d'intervalle — ouvrages publiés chez différents éditeurs français entre 1960 et 1970 et entre 1995 et 1999 — , nous avons eu recours à la classification proposée par Raymond DUVAL (Duval, 1996). Ainsi, pour chaque situation-problème, avons-nous recherché la présence de représentations sémiotiques à caractère textuel. Dès lors qu'elles étaient présentes, nous avons examiné la situation dans laquelle se trouvait l'énoncé en langue naturelle. Se trouvait-il dans une situation de production autosuffisante ? Dans le cas contraire, quelle était (ou quelles étaient) la fonction (ou les fonctions) de la (ou des) représentation(s) auxiliaire(s) ?

	Énoncés analysés	Énoncés en langue naturelle en situation de « production autosuffisante »	Énoncés en langue naturelle non en situation de « production autosuffisante »
dans les manuels de mathématiques parus entre 1960 et 1970			
<i>Effectifs</i>	72	65	7
	<i>Fréquences (%)</i>	90,3%	9,7%
dans les manuels de mathématiques parus depuis 1995			
<i>Effectifs</i>	41	13	28
	<i>Fréquences (%)</i>	31,7%	68,3%

S'agissant des manuels scolaires actuels, nous remarquons que moins de 1/3 des problèmes étudiés comportent un énoncé en langue naturelle placé en situation de production autosuffisante et donc que plus des 2/3 des problèmes étudiés comportent des représentations auxiliaires. En revanche, plus de 90 % des problèmes étudiés figurant dans les manuels des années 60-70 comportaient un énoncé en langue naturelle placé en situation de production autosuffisante.

Pour les différentes fonctions des représentations auxiliaires, nous avons, dans l'analyse des 113 énoncés, repéré principalement quatre fonctions de représentations auxiliaires parmi les sept explicitées dans la classification proposée par Raymond DUVAL (Duval 1999) :

- apport d'informations complémentaires,
- illustration,
- interprétation explicative,
- interprétation heuristique.

	Énoncés analysés	Énoncés en langue naturelle non en situation de « production autosuffisante »				
		Total	Apport d'informations complémentaires	Illustration	Interprétation explicative	Interprétation Heuristique
Manuels parus entre 1960 et 1970	72	7 (9,7%)	3 (43,0%)	0 (0,0%)	3 (43,0%)	1 (14,0%)
Manuels parus entre 1995 et 1999	41	28 (68,3%)	19 (49,0%)	8 (20,5%)	8 (20,5%)	4 (10,0%)

Dans les manuels des années 60, nous relevons la dominante des apports d'informations complémentaires et des interprétations explicatives en proportions égales. Dans les énoncés étudiés, nous n'avons jamais relevé de représentations auxiliaires ayant fonction soit d'exemple, soit d'illustration. Nous remarquons aussi que les représentations auxiliaires étaient très peu présentes dans les manuels scolaires avant 1970, et que, lorsqu'elles l'étaient, elles revêtaient soit une fonction d'apports d'informations complémentaires, soit une fonction explicative. La place des représentations auxiliaires s'est considérablement accrue depuis les années 1970. Nous notons également l'augmentation de la part réservée à la fonction illustrative.

A partir d'énoncés de problèmes extraits de différents manuels actuels, nous avons tenté de repérer les différentes représentations sémiotiques et leurs fonctions, d'identifier les registres et de cerner les tâches des lecteurs desdits énoncés. Nous avons utilisé la grille d'analyse fonctionnelle des représentations sémiotiques proposée par R. DUVAL.

Cet exemple est extrait d'un manuel scolaire de 1995 :


Marie possède 35F, Nadège 54F, Laure 15F et Héléne 22F.
A la crêperie, elles commandent toutes une crêpe et une boisson.
• Que reste-t-il à chacune après cette dépense ?

Complète le tableau.

	Marie	Nadège	Laure	Héléne
somme possédée				
somme dépensée				
somme restante				

Héléne veut acheter en plus une glace.

Combien doit-elle emprunter à ses camarades ?

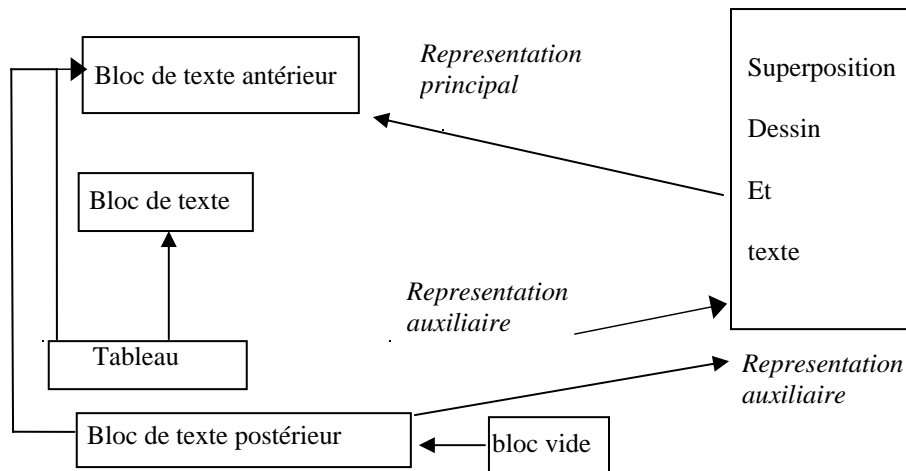


(extrait de : CORRIEU, L, dir, *Vivre les mathématiques CE2*, A. Colin, Paris, 1995)

3.1. Analyse fonctionnelle des représentations sémiotiques

Représentation sémiotique	Registre (implique un système de représentation)	Libres ne relevant pas d'un registre	Situation	Fonctions	Tâches
bloc de texte antérieur	langue naturelle		non autosuffisante	représentation principale	il s'agit là de la représentation principale, mais qui n'est pas en situation autosuffisante (on ne dispose pas de toutes les données pour résoudre)
texte <i>Complète le tableau</i> »	langue naturelle		auxiliaire		retour sur le texte antérieur et aller vers le tableau
tableau à compléter	tableau		auxiliaire	interprétation heuristique	retour sur le texte et sur le dessin comportant les tarifs
bloc de texte postérieur	langue naturelle		non autosuffisante	représentation principale par rapport au dessin, mais auxiliaire par rapport au texte antérieur (bloc n°1)	retour sur le dessin (tarif) et sur le texte initial (ou sur le tableau si déjà renseigné)
Représentation mixte : superposition dessin et texte	texte	et image (signifiante visuelle autonome)	auxiliaire et autosuffisante	apport d'informations complémentaires	

On obtient une organisation d'ensemble du type :



Nous avons constaté à partir des études d'un ensemble d'énoncés de problèmes numériques que les manuels scolaires actuels contiennent une variété de représentations qui amèneraient les élèves à se confronter à la conversion de représentations dès lors qu'il est nécessaire de procéder à un changement de registre.

Selon Raymond DUVAL (Duval 2000), toute activité mathématique requiert l'utilisation d'au moins deux registres de représentations. Mais dans quelle mesure les élèves sont-ils effectivement confrontés à cette variété de représentations ?

4. Confrontation effective des élèves de CE2 à la résolution de problèmes arithmétiques

Par le moyen du questionnaire adressé à chaque enseignant, nous avons recueilli les informations suivantes :

Chaque élève de CE2 dispose-t-il d'un manuel de mathématiques ?
 d'un fichier de mathématiques ?

Si oui, lequel ? (titre, éditeur, collection) _____

Sinon, les élèves disposent-ils d'un livre pour deux ? _____
 Lequel ? (titre, éditeur, collection) _____

4.1. Nombre de manuels de mathématiques par élève de CE2

Au moins un outil par élève (manuel ou fichier)	79% (64 classes sur 81)
Aucun outil par élève (manuel ou fichier)	18,5% (15 classes sur 81)
Un outil pour deux élèves (manuel ou fichier)	2,5% (2 classes sur 81)

Dans les quatre cinquièmes des classes de notre échantillon, chaque élève dispose individuellement d'au moins un manuel ou d'un fichier auquel il peut recourir soit de manière autonome, soit à la demande de l'enseignant. Mais la présence d'un ouvrage de mathématiques par élève ne saurait impliquer de fait la mise en place de fréquentes confrontations des élèves aux résolutions de problèmes. Quelle est donc dans les classes concernées le niveau de fréquence d'activités de résolution de problèmes ?

• Nombre de problèmes :

En moyenne, selon quelle fréquence proposez-vous à vos élèves de CE2 de résoudre des problèmes arithmétiques ?

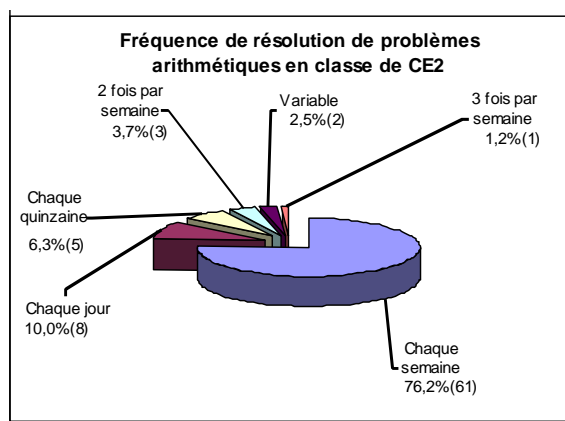
Fréquence journalière nombre moyen de problèmes traités _____

Fréquence hebdomadaire nombre moyen de problèmes traités _____

Fréquence : quinzaine nombre moyen de problèmes traités _____

Autre réponse : _____

4.2. Fréquence de résolution de problèmes arithmétiques au CE2



80 enseignants ont répondu à cette question. Dans plus de 3 classes sur 4, les élèves sont hebdomadairement confrontés à une activité de résolution de problème, mais seulement dans 1 sur 10 quotidiennement. Il ressort que la résolution de problèmes de mathématiques demeure une activité faiblement mise en œuvre si nous quantifions le temps passé par un élève sur l'année scolaire dans cette situation didactique.

Nous nous sommes également intéressés à la phase de correction en demandant aux enseignants concernés par l'enquête, si :

• Correction des problèmes

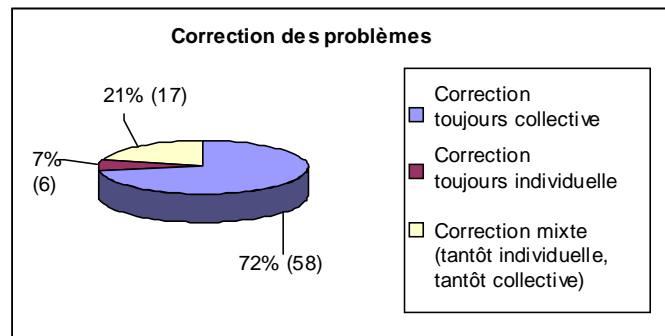
D'une manière générale, pour la résolution de problèmes arithmétiques, vous procédez le plus souvent :

- à une correction individuelle
- à une correction collective

Si vous procédez le plus souvent à une correction collective :

- Vous partez prioritairement :
 - de la réponse exacte d'un élève
 - de la confrontation de plusieurs réponses exactes d'élèves, mais de réponses présentées différemment
 - de la confrontation d'au moins une réponse exacte d'un élève et d'au moins une réponse erronée d'un élève.
- Vous préférez proposer vous-même directement une solution
- Vous introduisez systématiquement au cours de la correction collective une autre forme de résolution que celle(s) proposée(s) par vos élèves

Nous obtenons les réponses suivantes :

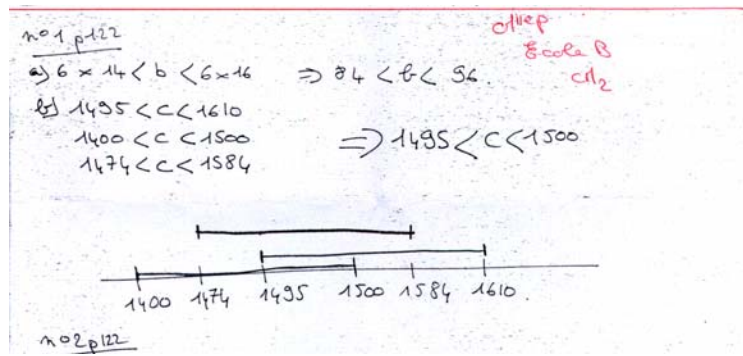


Point de départ : réponse <u>exacte</u> d'un élève.	6,7% (5)
Point de départ : confrontation de <u>plusieurs réponses exactes</u> d'élèves, mais de réponses présentées différemment	38,7% (29)
Point de départ : confrontation d'au moins une réponse exacte d'un élève et d'au moins une réponse erronée d'un élève.	50,7% (38)
L'enseignant préfère proposer lui-même directement une solution.	0%
L'enseignant introduit systématiquement au cours de la correction collective une autre forme de résolution que celle(s) proposée(s) par les élèves.	2,7% (2)
Non réponse.	1,3% (1)

La phase de correction est encore, dans près de 3 classes sur 4, réalisée sur un mode exclusivement collectif conforme aux habitudes pédagogiques françaises. Dans cette activité de correction collective, près de 90% des enseignants partent d'une confrontation des réponses produites par les élèves. Les uns (50%) s'appuient sur une confrontation entre une réponse exacte et une réponse erronée tandis que les autres (38%) sur une confrontation entre plusieurs réponses exactes. Sans doute sont ici mobilisées, chez les enseignants, des représentations de l'erreur, de son statut et de son rôle dans l'apprentissage. Nous pourrions interpréter aussi ces données comme une tentative de prise en compte implicite par l'enseignant de la variabilité des registres sémiotiques de représentations et d'expression mobilisée dans la résolution de problèmes de mathématiques par les élèves.

L'un des professeurs qui introduit de façon systématique une forme différente de résolution, explique qu'il s'agit là d'une phase très importante dans son enseignement. En effet l'introduction, lors de ce temps de correction, de différentes représentations offre à ses élèves une occasion de passer d'une forme de représentation à une autre forme, par exemple passer d'un tableau à un texte, pour résoudre et pour expliquer le mode de résolution adopté.

Voici un exemple de correction pour laquelle différentes représentations ont été introduites par l'enseignant (extrait de la fiche de préparation d'un enseignant) :



5. Préparation des séquences de résolution de problèmes par les enseignants

À partir des questions suivantes, nous avons procédé à quelques investigations en relation aux pratiques de préparation des séquences de résolution de problèmes par des enseignants de CE2.

• Outils de l'enseignant

Utilisez-vous un ouvrage spécifique pour préparer vos séquences de mathématiques ? _____

Lequel ? (titre, éditeur, collection, livre du maître ou livre de l'élève) _____

Sinon, comment procédez-vous ? _____

• Résolution des problèmes

D'une manière générale, dans le cadre de la préparation de vos séquences relatives à la résolution de problèmes présentés aux élèves de CE2 :

a) vous résolvez systématiquement le problème par écrit préalablement

d) vous résolvez le plus souvent le problème mentalement

c) vous recherchez systématiquement par écrit plusieurs façons de résoudre le problème

Si oui à la question c) , merci de préciser l'utilité que vous percevez dans cette démarche et l'utilisation que vous en faites avec vos élèves.

Le tableau ci-dessous met en évidence la modalité "résolution mentale" comme dominante devant la "pratique écrite de la résolution". Nous pourrions interpréter ce résultat comme un indice du fait que la plupart des enseignants se placent très souvent dans une situation qui ne les confrontent pas à l'explicitation du recours à un registre sémiotique de représentation et d'expression.

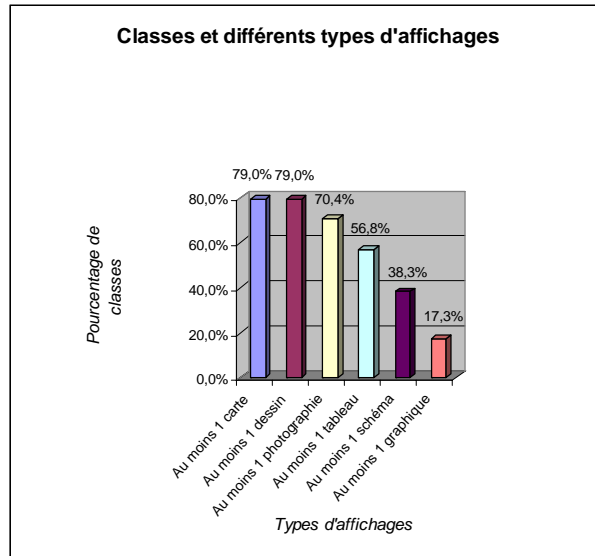
	oui	non	Non réponse au § « Résolution de problème »
L'enseignant résout systématiquement le problème <u>par écrit</u> , préalablement	21,2% (17)	75% (60)	3,8% (3)
L'enseignant résout le plus souvent le problème <u>mentalement</u>	53,7% (43)	42,5% (34)	3,8% (3)
L'enseignant recherche systématiquement <u>par écrit</u> plusieurs façons de résoudre le problème	28,7% (23)	67,5% (54)	3,8% (3)

6. Salle de classe et registres de représentations

Par les questions suivantes, nous avons tenté de décrire l'environnement de la classe et le bain culturelle mathématique dans lesquels évoluent les élèves :

Merci d'indiquer dans chaque case le nombre de représentations effectivement affichées (le jour où vous renseignez ce questionnaire) dans votre classe et visibles par les élèves.

- tableaux à double entrée _____
- schémas _____
- cartes _____
- graphiques _____
- dessins d'enfants, reproductions d'œuvres _____
- photographies _____
- autres (précisez) _____



Ces résultats attestent que, dans les classes de l'échantillon, les enseignants procèdent à des affichages de représentations de types tableau, schéma et graphique qui relèvent de registres sémiotiques utilisés dans la résolution de problèmes de mathématiques. Cependant nous n'avons pas ici d'informations suffisantes et significatives sur la relation entre ces deux éléments : affichage et résolution.

7. Conclusion

L'objet de notre étude était de repérer l'usage des registres sémiotiques de représentation et d'expression dans les situations d'enseignement-apprentissage proposées par les enseignants en mathématiques à l'école primaire en France. Les résultats que nous avons obtenus, sont issus des réponses à un questionnaire adressé à un échantillon de 81 enseignants encadrant un total de 1081 élèves âgés de 8/9 ans en classes de CE2.

Il ressort que dans 79% des classes nous avons noté la présence de documents écrits de mathématiques mais que seulement 10% des enseignants proposent une situation de résolution de problèmes arithmétiques quotidiennement, durant le temps scolaire. Le mode de correction laisse penser qu'une prise en compte implicite de la variabilité des registres sémiotiques de représentation et d'expression est mobilisée. Mais la pratique écrite de la résolution de problèmes par l'enseignant lui-même lors de la préparation de sa séquence didactique est relativement délaissée au profit d'une "résolution mentale" qui ne lui donne pas l'occasion de la confrontation à l'usage explicite des registres sémiotiques.

BIBLIOGRAPHIE

DAMM Regina, 1992, *Apprentissage des problèmes additifs et compréhension de texte*, Thèse de Doctorat, ULP Strasbourg.

DUVAL Raymond, 1995, *Sémiosis et pensée humaine*, Berne, Peter Lang.

DUVAL Raymond, 1996, Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? , *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol.16, n°3, Grenoble, La Pensée Sauvage, 349-382.

DUVAL Raymond, 1999, *Conversion et articulation des représentations analogiques*, IUFM Nord-Pas de Calais.

DUVAL Raymond, 2000, L'analyse cognitive des problèmes de compréhension dans l'apprentissage des mathématiques, *Conférence faite au Tercero Encuentro en didactica de la Matematica, Universidad Catolica de Valparaiso*.

MESQUITA Ana, 1989, *L'influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie : éléments d'une typologie*, Thèse de Doctorat, ULP Strasbourg.

PRIOLET Maryvonne, 2000, *Résolution de problèmes arithmétiques et registres sémiotiques*, Mémoire de Maîtrise en Sciences de l'Éducation, sous la direction de J.Cl. RÉGNIER, Université Lumière Lyon 2, 363.

PRIOLET Maryvonne, 2001, *Résolution de problèmes numériques au cycle des approfondissements de l'École Primaire, recours à la production de représentations écrites et vecteurs d'apprentissage*, Mémoire de D.E.A. de Sciences de l'Éducation, sous la direction de F. CLERC, Université Lumière Lyon 2.

Maryvonne PRIOLET, Jean-Claude REGNIER

Institut des sciences et pratiques d'éducation et de formation (ISPEF)
Centre de recherche en sciences de l'éducation (CRSE) EA 648
16 quai Claude Bernard
69365 LYON Cedex 07

e-mail : Jean-Claude.Regnier@univ-lyon2.fr