Kallia PAVLOPOULOU et Tasos PATRONIS

APPROPRIATION DES ÉCRITURES SYMBOLIQUES À PROPOS D'UN PROBLÈME DONNE EN LANGUE NATURELLE

Abstract. A mathematical word problem was proposed to a «multi-cultural» class of 7th grade. Many of the symbolic expressions of the solutions adopted by the pupils, have, a typical similarity with arithmetic mononyms and polynomials. In this communication we analyse these symbolic forms and we try an interpretation within a framework for Communicative Action offered by Habermas

Résumé. Un problème formulé en langue naturelle a été proposé à des élèves de cinq classes de 5ème d'une école «multi-culturelle». Plusieurs écritures symboliques utilisées par les élèves pour exprimer leurs solutions du problème présentent une similarité avec des monômes et des polynômes numériques. Dans cet article nous analysons ces écritures et nous essayons de faire une interprétation dans le cadre théorique de l'Activité Communicationelle de Habermas.

Mots clés : Activité communicatinnelle, jeu mathématique, école "multi-culturelle", compréhension d'énoncés, expression en langue naturelle et expression symbolique.

---

1. Prélude

En présentant une recherche comme celle-ci, il faut plutôt commencer par les choix les plus fondamentaux. Il s'agit d'analyser les réponses d'un ensemble «multi-culturel» d'élèves de 12 - 13 ans (parmi eux, des enfants d'émigrés et aussi de tsiganes) à propos d'un problème bien connu qui ressemble à un jeu sans but précis.

La maîtresse joue avec ses élèves le jeu suivant. Chaque élève doit échanger une pièce de cent drachmes de la maîtresse contre des pièces de monnaie de valeur inférieure, sans utiliser des pièces d'une drachme[1]. Combien d'élèves peuvent jouer à ce jeu, si chaque élève doit échanger la pièce de cent drachmes d'une manière différente des autres élèves ? [2]

Il est nécessaire de justifier notre démarche. Pourquoi ce jeu, au moment où notre vie est dominée par une rationalité instrumentale, une «activité rationnelle par rapport à une fin» ? Est-ce que nous ne dépensons pas notre temps (et aussi le

---

[1] C'est-à-dire, on peut utiliser seulement des pièces de 2, 5, 10, 20 et 50 drachmes. Ceci fait maintenant partie de l'histoire de la Grèce et de l'Europe !

[2] Cet énoncé de problème est une adaptation d'un énoncé trouvé dans [7] et [9].

temps du lecteur) sans raison, au moment où il y a d'autres buts didactiques prioritaires ?

Les Mathématiques, sans constituer simplement un «jeu de symboles», ne tirent pas leur origine uniquement de recherches profitables. Le *jeu* est considéré comme ayant contribué à la genèse de l'activité mathématique [2]. Ainsi, nous avons été amenés à trouver dans la bibliographie un problème mathématique ayant la forme d'un «jeu» qui n'est pas trivial, mais qui est lié à un contexte habituel pour les enfants et important du point de vue pratique. Le contexte culturel des transactions d'argent, ainsi que les pratiques de mesure en général, a été d'une importance particulière dans l'évolution de la notation arithmétique au Moyen Age et dans les Temps Modernes avec l'invention de la notation décimale des fractions par Simon Stevin. Polya qui s'est aussi occupé du problème que nous avons proposé aux élèves, a présenté une «technique» qui raccourcit beaucoup la procédure de la solution, en introduisant, comme une variable $n \leq 100$, une somme arbitraire qu'on peut composer en additionnant quelques pièces de monnaie (cf.[10]). Mais il faut examiner cette expérience plus précisément, et dans un cadre plus complexe et plus propre que celui de «la vie pratique» ou «les Mathématiques» tout simplement.

2. Cadre théorique et question principale de la recherche

Habermas, dans son fameux article [5b], compare deux types d'activité sociale. Il s'agit, d'une part, de l'activité «communicationnelle» qui prend place, par exemple, à l'intérieur des institutions d'une société, et d'autre part, de l'activité «rationnelle par rapport à une fin» qui prend pour réaliser un objectif le chemin le plus économique dans des conditions données. Notre époque est marquée par une expansion dramatique des systèmes d'activité rationnelle par rapport à une fin, qui transforme aussi la structure de l'activité communicationnelle (voir aussi [6]).

Cette analyse pourrait être appliquée aussi dans le cas des institutions scolaires. D'une part on a *l'activité communicationnelle* qui est une interaction médiatisée par des symboles et qui se conforme à des normes sociales de façon obligatoire. Par analogie, on peut considérer l'interaction médiatisée par les «symboles» du langage de l'enseignement des Mathématiques, comme par exemple les «mots-clés» dans la résolution des problèmes ou les symboles +, -, x, :, = dans l'enseignement de l'Arithmétique et de l'Algèbre au niveau élémentaire. Ainsi, le *contrat didactique* considéré dans la théorie de la Didactique est l'analogue des normes sociales «qui définissent des attentes de comportements réciproques et doivent être nécessairement comprises et reconnues par deux sujets agissants au moins» ([5b], p.22), dans le cas où les sujets considérés sont un «enseignant» et un «enseigné».

D'autre part, on a l'activité «rationnelle par rapport à une fin», qui se conforme à des modèles d'action (ou heuristiques) instrumentales. Cette activité est déterminée par des systèmes d'activité rationnelle techniques, économiques ou politiques, indépendamment du monde «vécu» (comme Habermas le nomme) des groupes sociaux et culturels ou des individus socialisés ([5a], pp.77-81). Contrairement à ce monde «vécu», qui est construit de façon <<perspectiviste>>, c'est-à-dire en se dirigeant *vers* (ou en agissant *à propos de*) quelque chose ou quelque but plus ou moins éloigné, l'activité instrumentale cherche à obtenir un résultat spécifique par des moyens donnés et par le chemin le plus court possible (processus «means-ends»).

Habermas dans [5a], soutient que pour le monde «vécu», l'importance du «progrès scientifique» ne peut être estimée qu'indirectement, c'est à dire en vivant les conséquences les plus efficaces de la science et la technique au niveau pratique. Ceci pose le problème de l'enseignement des «applications» de la science (et des Mathématiques en particulier) de façon à ce que les connaissances scientifiques et technologiques ne soient pas attachées au contexte des normes institutionnelles et par conséquence perdent leur sens (cf.[8]).

Notre choix était de proposer aux élèves le problème formulé plus haut en langue naturelle comme un «jeu», pour faire mieux apparaître le caractère communicationnel de l'activité des élèves : il n'y a pas ici une seule solution ou une solution optimale à trouver, comme dans l'activité rationnelle par rapport à une fin, et il faut introduire une nouvelle règle d'action et notamment essayer de trouver toutes les solutions possibles.

	INSTITUTIONS SCOLAIRES ET «MONDE VECU» SOCIO-CULTUREL (ACTIVITE COMMUNICATIONNELLE)	**SYSTEMES D'ACTIVITE RATIONNELLE PAR RAPPORT A UNE FIN**
Situations	Agir en direction de (ou à propos de) quelque chose/but plus ou moins éloigné	Obtenir un résultat spécifique par des moyens donnés et par le chemin le plus court possible
Règles orientant l'Action	Normes Sociales, Règles du «Jeu».	Règles Techniques, Modèles d'Action Instrumentale
Caractère Sémiotique de Communication de l'Action	?	Formulation et Raisonnement via un Langage Indépendant du Contexte - Utilisation des Systèmes de Signes

Tableau 1

La question principale de notre recherche apparaîtrait comme la tâche de «remplir» le tableau ci-dessus (Tableau 1), qui est un arrangement spécial de [5b] (p.24) dans le cas des institutions scolaires. Quel serait le caractère sémiotique de communication des actions des élèves dans une situation-problème comme celle que nous leur avons proposée ? C'est-à-dire, nous nous intéressons à analyser et interpréter, dans le cadre théorique de l'activité communicationnelle de Habermas, les *moyens sémiotiques* (langage, symboles) et surtout la *manière dont les élèves les utilisent* afin d'exprimer leurs solutions au problème donné.

3. Réalisation de la recherche et variables expérimentales

Notre recherche a été réalisée dans un quartier urbain auquel nous nous référons par la suite en utilisant le nom «CITY». Ce quartier a été choisi à cause de sa composition «multi-culturelle» qui est relativement stable depuis plusieurs années ([1], pp.215-318). L'énoncé du problème, présenté en introduction, a été donné à tous les élèves de 5ème (nombre total 69) d'un collège de CITY. Le problème a été distribué aux élèves par leurs propres professeurs de mathématiques, sans notre présence et sans aucune explication ni du problème, ni des raisons de la recherche. Cette manière de «présentation» avait quelques conséquences que nous verrons plus loin.

Une variable expérimentale dans notre recherche est *la valeur de la pièce de monnaie que chaque élève doit changer*. Dans l'énoncé du problème on se réfère à une pièce de monnaie de 100 drachmes. Les pièces de monnaie de valeur inférieure qui peuvent être utilisées sont les pièces de 2, 5, 10, 20, 50 drachmes. Les enfants, afin de répondre à ce problème, doivent trouver un grand nombre (196) de combinaisons différentes de monnaies. Ceci n'est pas habituel chez les enfants de cet âge et cela pour deux raisons : a) les problèmes donnés à la classe ont habituellement une seule solution et b) cette solution dérive d'habitude d'opérations entre des nombres donnés explicitement dans l'énoncé. Dans notre cas, aucun nombre n'est donné explicitement à l'énoncé du problème. Ainsi, nous avons pensé à répéter la même expérience en présentant le même énoncé, mais en quatre temps consécutifs, en variant chaque fois la pièce de monnaie utilisée par la maîtresse. Nous avons donc demandé aux élèves de changer dans un premier temps une pièce de 10 dr. contre des pièces de monnaie de valeur inférieure (problème qui a deux solutions). Dans un deuxième temps, nous avons posé le même problème pour une pièce de monnaie de 20 dr., dans un troisième temps pour une pièce de monnaie de 50 dr. et dans un quatrième temps pour une pièce de monnaie de 100 dr. L'analyse de cette dernière expérience n'est pas encore terminée.

Une autre variable expérimentale est *le langage de l'énoncé*. Dans notre recherche l'énoncé est présenté en langue purement naturelle, une présentation pas habituelle pour les élèves, car la plupart de problèmes donnés à l'école utilisent le langage «mixte».

Une dernière variable est *le choix de donner explicitement (ou non) dans l'énoncé la valeur des pièces de monnaie qu'on peut utiliser* pour la résolution du problème (c'est-à-dire dans notre cas, expliciter ou non qu'on peut utiliser les pièces de 2, 5, 10, 20, 50 dr.). Toutes ces pièces dérivent implicitement de l'expression : «…contre des pièces de monnaie de valeur inférieure, sans utiliser des pièces d'une drachme … ».

Pour estimer les stratégies des élèves et leur attitude devant un problème donné en langue proprement naturelle, nous avons posé une question supplémentaire : «Quelle est la différence entre le problème donné et les problèmes que vous résolvez habituellement en classe ? ». Quelques mois plus tard et après avoir rassemblé et analysé les réponses, nous avons visité le collège pour faire une observation de la classe. Nous avons suivi les cours de mathématique et de grec moderne, en réalisant de surcroît des interviews de groupes d'élèves et de professeurs de la classe.

4. Paramètres de l'activité communicationnelle des élèves

L'analyse de nos données expérimentales est faite suivant quelques paramètres importants de l'activité communicationnelle des élèves, qui nous permettront de répondre à la question principale de notre recherche. Ces paramètres sont la compréhension de l'énoncé, la perception et la symbolisation des «unités structurelles» du problème et la variété des expressions des solutions.

4.1. Compréhension de l'énoncé

La compréhension d'un texte ne dépend pas seulement des facteurs centrés sur le processus cognitif du lecteur ou les caractéristiques propres du texte, mais aussi des conditions «communicationnelles» de la lecture. Comprendre (ou non) un texte pourrait signifier *interpréter le texte suivant (ou contre) les intentions de son auteur ou* encore *décoder son «message»*. Une autre possibilité serait de *ne pas vouloir* comprendre ce qu'on est en train de lire, soit parce qu'on n'en a pas envie, soit parce qu'on interprète mal les intentions de l'auteur. La compréhension donc d'un texte est en rapport direct avec *l'intentionnalité*, une dimension plutôt négligée par les recherches relatives à l'éducation mathématique[3].

Parmi les 69 copies des élèves de CITY il y en a 13 sans aucune solution et 11 qui ont «mal entendu» l'énoncé du problème donné, c'est-à-dire qu'ils ont décodé l'énoncé contre l'intention de son auteur. La question «Combien d'élèves peuvent jouer à ce jeu, si chaque élève doit changer la pièce de cent drachmes d'une manière différente des autres élèves ? » est dense et facilement mal entendue par les élèves. Un parcours unique et rapide du texte, sans retours en arrière, peut être insuffisant pour la compréhension de la question, car les représentations développées par l'organisation rédactionnelle du texte ne sont pas congruentes à celles requises par le niveau cognitif (cf.[4]). En lisant rapidement cette question on peut comprendre que la pièce de cent drachmes ne sera pas changée par *un* élève chaque fois, mais par *plusieurs*, et en plus que chaque élève doit contribuer la même somme d'argent ! Ainsi, la phrase «combien d'élèves peuvent jouer à ce jeu» est interprétée comme la participation simultanée des élèves à un jeu différent qui

---

[3] A part quelques exceptions, comme dans [3] et aussi dans [11], [12].

consiste à une simple répartition (division) de la pièce de cent drachmes en des parties égales et non comme la recherche de toutes les combinaisons possibles des pièces de 2, 5, 10, 20 et 50 dr. afin d'obtenir une pièce de 100 dr. Les cinq réponses présentées ensuite, correspondent exactement à une telle interprétation (six autres sont aussi du même type) :

«Chaque élève peut donner une pièce de cinquante drachmes.» [No3]

«2 élèves, chacun donnera 50 drachmes.» [No58]

«Il y aura 5 élèves qui participeront au jeu. Chacun donnera 20 drachmes.» [No55]

«5 élèves pourront donner 20 drachmes chacun. Ainsi que 2 élèves, chacun une pièce de 50.» [No56]

«10 drachmes, 10 élèves.»[No57]

En examinant les réponses à la question «Quelle est la différence entre le problème donné et les problèmes que vous résolvez habituellement dans la classe ? », nous avons observé une homogénéité étonnante parmi les réponses des 13 élèves sans aucune solution et les 11 qui ont «mal entendu» l'énoncé du problème donné (au total 24 élèves). A cette dernière question un seul élève parmi les 24 répond :

«Il était plus difficile et plus joli. Je ne l'ai pas résolu car je n'ai pas pu.»

Tous les autres élèves donnent des réponses comme les suivantes :

«Nous ne pouvons pas résoudre ce problème car il a des mots et pas de nombres.»

«Ce problème est théorique et sans nombres. Il est hors de la réalité en comparaison de ce que nous faisons en classe.»

Ce dernier type de réponses est connu dans la bibliographie anglophone sous le terme *«number consideration strategies»* (cf. [7], [9]). Mais une telle description est très générale et ne répond pas à la question d'interprétation de ce comportement -un comportement typique mais qui peut être lié à plusieurs raisons différentes, chaque fois qu'elle est exprimée par des élèves.

Nos données expérimentales présentent à ce point une particularité qui n'est peut-être pas due au hasard : la majorité des élèves (22 sur 24) qui n'ont pas donné de réponse ou ont «mal entendu» l'énoncé du problème appartiennent à une seule classe parmi les cinq de 5ème du collège de CITY. Il paraît que dans cette classe (à laquelle nous nous référons par la suite en utilisant le nom «A_0») prédominait une intentionnalité négative à l'égard de ce problème et de notre recherche. L'homogénéité des réponses précédentes se présente ici pas seulement dans leurs formes, mais surtout dans la relation particulière qui existe entre la manière dont le problème a été donné à la classe, la forme du problème et la forme des réponses et des solutions (quand elles existent).

Ensuite, nous présentons une interview que nous avons réalisée pendant notre visite au collège de CITY, avec deux élèves de la classe A_0, codés par <u>A</u> et <u>B</u> (jeune garçon tsigane). Cette discussion éclaircit les conditions communicationnelles dans lesquelles le problème a été proposé aux élèves et leur réaction :

CHERCHEUR : Vous avez écrit que vous ne pouviez pas résoudre le problème «car il a des mots et pas de nombres». Qu'est-ce que vous vouliez dire ?
A : S'il avait des nombres, il nous paraîtrait plus facile.
B : S'il nous montrait le nombre des élèves, nous pourrions dire que p.ex. s'il y avait cinq élèves, chacun donnerait une pièce de vingt drachmes.
CHERCHEUR : Quand le professeur vous a donné le problème, qu'est-ce que vous avez pensé ?
A : Il était … brusque.
CHERCHEUR : C'est-à-dire ?
A : Je préfère être préparé à l'avance.
CHERCHEUR : Si tu voyais ce problème dans un magazine, serait-il différent ?
A :Monsieur, s'il était dans un magazine, nous pourrions le prendre chez nous, le lire ?
B : Oui, parce que comme il a été donné comme une épreuve, nous n'avions pas de temps pour réfléchir … Nous étions angoissés …
CHERCHEUR : Vous l'avez vu donc comme une épreuve ?
B (en souriant) : Oui.

D'après les réponses de A nous voyons que la forme du problème, mais surtout les conditions communicationnelles dans lesquelles le problème a été proposé aux élèves n'étaient pas bien acceptées par les élèves de A_0. Suivant les paroles de A, personne ne peut soudain demander aux élèves de répondre à quelque chose sans qu'ils soient préparés. L'élève B est encore plus clair : il s'agit de diviser la pièce de cent drachmes en autant de parties que le nombre des enfants qui jouaient au jeu. Donc il était nécessaire que le nombre des enfants qui jouaient au jeu soit donné aux élèves pour qu'ils puissent trouver la monnaie que chacun contribuait, comme quotient de la division.

Parmi les 11 élèves qui ont décodé l'énoncé de la manière indiquée plus haut, un seul n'avait pas le grec comme langue maternelle. Dans l'ensemble de notre échantillon (69 élèves) il y avait 12 élèves qui n'avaient pas le grec comme langue maternelle. Nous ne pouvons pas donc prétendre que ce problème donné en langue naturelle a posé des difficultés spécifiques aux élèves qui n'avaient pas le grec comme langue maternelle.

4.1.1. Nombre des solutions données par élève

Contrairement aux problèmes habituels rencontrés à l'école, la réponse au problème donné implique un grand nombre (total :196) de solutions partielles (c'est-à-dire, de manières de changer la pièce de monnaie de cent drachmes). Nous avons compté le nombre des solutions partielles données par chaque élève et nous avons analysé ce paramètre à l'aide du logiciel statistique SPSS[4]. La moyenne du

[4] Nous avons créé le Box Plot des deux variables : *nombre des solutions par élève* et *minorité linguistique,* et d'après lequel nous avons obtenu les données qui suivent.

nombre des solutions des élèves qui n'avaient pas le grec comme langue maternelle est 7 et des autres 9 et l'amplitude est respectivement Xmax-Xmin = 21-0 = 21 et Xmax-Xmin = 35-0 = 35. La variance des moyennes des deux populations nous a conduit, dans un deuxième temps, à un test d'hypothèse pour que nous puissions contrôler si la langue maternelle et la nationalité étaient des facteurs essentiels en ce qui concerne le nombre des solutions de chaque élève. Nous avons donc contrôlé si :

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$, c'est-à-dire, les moyennes des deux populations sont les mêmes
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$, les moyennes sont différentes.

En appliquant le t-Test au seuil 0,05 nous avons eu comme résultat que l'hypothèse H_0 ne peut pas être exclue. Nous pouvons donc conclure que les moyennes des deux populations ne diffèrent pas significativement.

4.2. Perception et symbolisation des «unités structurelles» du problème

Les pièces de monnaie qui peuvent être utilisées pour le change de la pièce de cent drachmes ont été apparemment perçues par les élèves comme si elles étaient des «unités structurelles» du problème. Plusieurs élèves ont inventé des manières différentes pour exprimer les unités structurelles (2, 5, 10, 20, 50) afin de les distinguer des coefficients numériques qui déterminent les nombres des unités structurelles utilisées.

Unités structurelles dans un cercle ou rectangle : Ce symbolisme est le plus habituel et il est utilisé par 26 élèves (p.ex. No13, No44).

Usage des parenthèses : Deux fois seulement nous rencontrons ce type de notation.

No46 : $5(2) + 2(5) + 1(10) + 1(20) + 1(50) = 100$

Forme exponentielle : Il est intéressant de noter l'utilisation des «puissances» pour la distinction des unités structurelles. Les unités structurelles se présentent comme des «exposants» et à la place de la base est le nombre qui précise la quantité des unités structurelles, comme le coefficient numérique à un monôme.

No40 : $5^{20} = 100$
$5^{10} + 2^{10} + 5^{2} = 100$

Différence de taille : Les unités structurelles sont écrites plus grand ou moins grand que les coefficients numériques.

No41 : $3.20 + 4.10 = 100$
$50 + 2.20 + 10 = 100$
$50.2 = 100$

4.3. Variété d'expressions des solutions

Les expressions des solutions données par les élèves ont plusieurs formes. Nous pouvons distinguer deux catégories principales en fonction de l'expression :

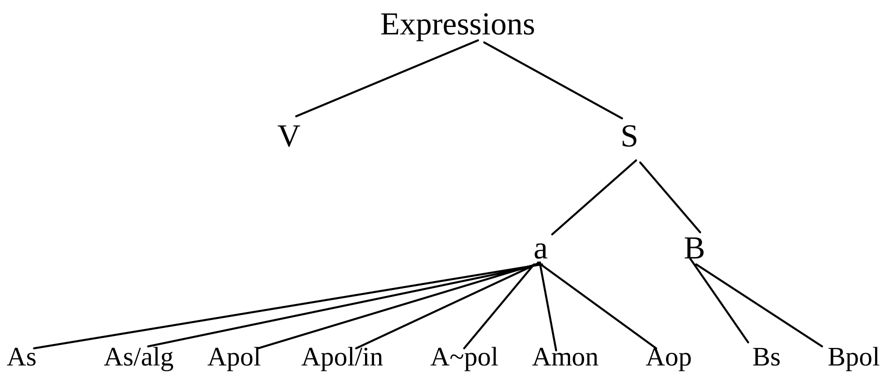
expressions en langue naturelle (notée par «V» à la suite) et *expressions symboliques* («S»). Le premier type d'expressions concerne une description verbale des solutions proposées. Dans notre recherche ce type est utilisé seulement par les élèves qui ont décodé l'énoncé contre nos intentions.

La plupart des expressions adoptées implique l'usage d'écritures symboliques «mathématiques» (opérations, nombres, indices ou «exposants», «égalité») au cours de la résolution du problème. Il est intéressant de souligner que la majorité des élèves (48 sur 69) a utilisé des expressions ou formes «algébriques» («A») pour décomposer la pièce de cent drachmes en des monnaies de valeur inférieure. Deux élèves seulement ont décomposé la pièce de cent drachmes en mettant une forme auprès de l'autre («B»).(p.ex. No44, No12).

No44 : 50dr 20dr 20dr 10dr = 100
20dr 5dr 5dr 10dr 10dr 50dr = 100

No12 : $10 \cdot 2$, $4 \cdot 5$, $10 \cdot 1$, $2 \cdot 50$
$5 \cdot 2$, $6 \cdot 5$, $2 \cdot 20$
$10 \cdot 5$, $1 \cdot 10$, $2 \cdot 20$
$2 \cdot 50$

A la suite nous présentons une classification des expressions utilisées par les élèves.



V : expressions en langue naturelle
S : expressions symboliques
A : expresions «algébriques»
B : une forme auprès de l'autre
As : sommes numériques en forme horizontale
As/alg : procédure algorithmique de l'addition (en forme verticale)
Apol : «polynômes» numériques, où les unités structurelles sont multipliées par des coefficients numériques.
Apol/in : «polynômes» numériques, où les unités structurelles sont inexistantes.

A~pol : «polynômes» numériques, où les unités structurelles données sont respectées, mais il n'y a pas de réduction des termes semblables.
Amon : utilisation isolée de «monômes».
Aop : combinaison d'opérations «algébriques»
Bs : une forme auprès de l'autre sans utiliser le symbole de l'addition.
Bpol : n-uplet non ordonné de «monômes».

Environ la moitié d'élèves (32/69) a donné des solutions sous formes des «polynômes» numériques en utilisant comme unités structurelles les cinq monnaies (2, 5, 10, 20, 50) multipliées par des coefficients numériques. Il y a des copies où toutes les solutions suivent le même type d'expressions (p.ex. No43) et d'autres qui n'ont pas d'homogénéité dans l'expression de leurs solutions.

No43 : $100 = 50\cdot 2$
$100 = 5\cdot 10 + 25\cdot 2$
$100 = 25\cdot 2 + 1\cdot 50$

Certains élèves, afin «d'arriver» au nombre 100 en utilisant différentes combinaisons de pièces de monnaie, écrivent aussi des «polynômes» numériques, mais en utilisant des *unités structurelles inexistantes*, lesquelles ne correspondent pas à de vraies monnaies («Apol/in»). Certaines fois, ces unités structurelles inexistantes sont mises dans un cercle! (p.ex. No6).

No6 : 1x70 + 1x30 = 100
1x80 + 1x20 = 100
[30, 70, 80 sont des unités structurelles inexistantes]

Dans d'autres copies nous rencontrons des expressions qui ressemblent à des polynômes mais sans avoir fait la réduction des termes semblables et donc il existe des répétitions de la même unité structurelle («A~pol») (p.ex. No5).

No5 : 1x50 + 1x50 = 100
2x20 + 2x20 + 1x20 = 100
5x10 + 5x10 = 100
10x5 + 10x5 = 100

Quelquefois, nous distinguons l'utilisation des «monômes» isolés dans un ensemble de différents types d'expression («Amon»). Plus souvent (9 sur 69) les élèves utilisent des sommes numériques en forme horizontale («As») (p.ex.No18). De cette manière, les élèves ne mettent pas les unités structurelles dans un cercle puisque tous les nombres utilisés correspondent à des pièces de monnaie. Il n'y a pas de coefficients numériques, contrairement aux expressions qui ressemblent à des «polynômes». La procédure algorithmique de l'addition (en forme verticale) est rencontrée dans trois copies seulement. Ces trois cas sont des élèves qui ont mal entendu l'énoncé.

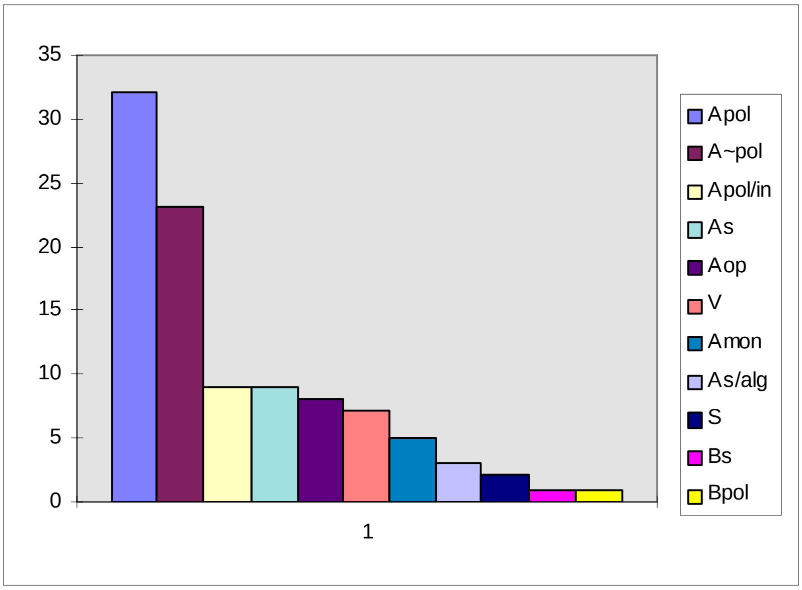
No18 : $50 + 20 + 20 + 10 = 100$
$50 + 20 + 20 + 5 + 5 = 100$

Dans quelques copies nous rencontrons des combinaisons d'opérations «algébriques» («Aop») afin «d'arriver» aux cent drachmes de la maîtresse. Il y a des fois où les expressions des solutions se caractérisent par une créativité étonnante! (p.ex.No1).

No1 : $50 + 50 = 100$
$5 \cdot (10) + 2 \cdot (5) + 10 + 20 + 5 \cdot 2 = 100$
$50 + 20 + 10 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 100$
$10 : 2 + 5 \cdot 5 + 10 \cdot 7 = 100$
$10 \cdot 10 = 100$
$5^{10} + 100 : 5 + 10 \cdot 3 = 100$

Le tableau suivant présente les fréquences de toutes manières d'expressions des solutions utilisées par les élèves.

Apol	A~pol	Apol/in	As	Aop	V	Amon	As/alg	S	Bs	Bpol
32	23	9	9	8	7	5	3	2	1	1



5. Interprétation

Le même problème a été aussi donné à un grand nombre de classes de 5ème dans différents quartiers d'Athènes, ainsi que dans d'autres villes en Grèce. La recherche est en cours et l'analyse comparative n'est pas encore terminée, mais on peut déjà dire que les résultats de l'école de CITY présentent une plus grande quantité d'expressions symboliques (en comparaison des expressions en langue naturelle) et une plus grande richesse d'expressions symboliques. D'où viennent ces formes et comment les enfants les adoptent-ils ? Ici nous allons nous limiter à une interprétation dans le cadre théorique qui précède, en utilisant les données que nous avons rassemblées pendant l'observation du cours des mathématiques chez les mêmes élèves, quelques mois plus tard, et d'après des interviews avec leurs professeurs. Dans une des classes où nous avons suivi le cours des mathématiques, le professeur en enseignant les fonctions élémentaires insistait sur la forme symbolique «algébrique» des énoncés, par exemple :

PROF. : Quand nous regardons la forme de la fonction [il écrit au tableau : y = ax^1] et l'exposant est 1, elle représente une droite (?) Une autre forme est y = a x + b. Par exemple [il écrit au tableau : y=2x+1].

De plus, d'après l'observation du cours de grec moderne et l'interview de la professeur de grec, il nous paraît qu'il n'y avait pas de difficulté à la *communication orale* (en grec), mais au contraire, il y avait de ladifficulté à la *formulation écrite* et l'orthographe.

Dans la situation de résolution du problème que nous avons proposé, les normes sociales orientant l'action des élèves n'étaient pas différentes des normes habituelles (il fallait «produire» des réponses comme on fait toujours à l'école), mais les règles du «jeu» ne fonctionnaient plus : il fallait non seulement trouver *plusieurs* (et pas, comme d'habitude, une seule) *solutions*, mais aussi inventer *des modes de codification* (et en même temps d'*expression*) de ces solutions. Nous interprétons les écritures symboliques adoptées par les élèves comme des moyens sémiotiques dans cette direction, c'est-à-dire pour *codifier* et en même temps *communiquer* leurs solutions du problème donné. Les élèves se sont *appropriés* des écritures symboliques de manières variées et les utilisent avec une grande ou petite cohérence, par exemple en tenant compte des «unités structurelles» du problème. Ainsi, la plupart des écritures symboliques utilisées ou inventées par les élèves, dans le «monde vécu» de cette école, dérivent «indirectement» de l'enseignement. Les élèves sont influencés par leurs professeurs, mais pas vraiment de la manière dont ces derniers ambitionnaient.

En conclusion, on pourrait dire que les écritures adoptées fonctionnent pour les élèves comme des «systèmes de codification» ré-inventés (mais dans un sens plus ou moins différent du sens habituel de ces écritures en Algèbre) à cause de la difficulté de s'exprimer par écrit en grec. Ainsi, la langue symbolique des

Mathématiques vient comme une aide de l'expression et de l'organisation de la communication spontanée, mais non parce que ceci a été poursuivi directement par les enseignants.

BIBLIOGRAPHIE

[1] A. ASTRINAKIS, 1971, *Cultures des Jeunes* (en grec), éd. Papazisis.

[2] A. BISHOP, 1998, "Mathematics Education in its Cultural Context", *Educational Studies in Mathematics* 19, 2, 179-191.

[3] P. COBB, 1986, "Contexts, goals, beliefs, and learning mathematics", *For the Learning of Mathematics* 6, 2, 2-9.

[4] R. DUVAL, 1991, "Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes", *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 4, 163-196.

[5a] J. HABERMAS, 1973, "Progrès technique et monde vécu social", dans J. Habermas, *La Technique et la Science comme "Idéologie"*, éd. Gallimard, 75-96.

[5b] J. HABERMAS, 1973, "La technique et la science comme 'idéologie' ", dans J. Habermas, *La Technique et la Science comme "Idéologie"*, éd. Gallimard, 3-74.

[6] J. HABERMAS, 1987, "Explications du Concept d'Activité Communicationnelle", dans J. Habermas, *Logique des Sciences Sociales et autres essais*, Presses Universitaires de France.

[7] J. GAROFALO, "Number-consideration strategies students use to solve word problems", *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 14, 2 (1992), 37-50.

[8] C. KEITEL, 1989, "Mathematics Education and Technology", *For the Learning of Mathematics*, 9.1, February.

[9] LESTER, F.K., GAROFALO, J. and KROLL, D.L.,1989, "Self-Confidence, interest, beliefs, and metacognition : Key inflences on problem-solving behavior", in D. Mc Leod & V. Adams (Eds.) *Affect and mathematical problem solving : A new perspective,* 75-88, New York : Springer-Verlag.

[10] G. POLYA, 1957, *How to solve it*, Princeton University Press.

[11] O. SKOVSMOSE, 1994, *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Kluwer publ.

[12] O. SKOVSMOSE, 1990, "Mathematical Education and Democracy", *Educ. Studies in Mathematics*, 21, 109-128.