Jean-Claude RAUSCHER

DES ÉTUDIANTS APPRÉCIENT LEUR PASSÉ SCOLAIRE EN MATHÉMATIQUE : QUE NOUS APPRENNENT-ILS ?

Abstract. We present here the main indications which an inquiry, made between 1995 and 2001 with undergraduate students, give us. These students took a course to make them sensitive to the education and the didactics of mathematics. They wrote about their school past in mathematics. The analysis of their writing brings out two oppositions. The first one concerns the mathematical activities in the classroom: for the students they have either a heuristic aspect, or an algorithmic or set in one's way aspect. The second one is about the nature of the mathematics: it changed from "concrete" to "abstract" during the schooling for numerous students. The students claimed the necessity to arrange certain tools to understand and take advantage of heuristic activities. In the center of Raymond Duval and François Pluvinage's works, the question of the articulation between the apprehension or production of semiotic representations and the abstract apprehension of the mathematical objects, appears as a question that the students put when they reflect about their school past in mathematics.

Résumé. Nous présentons ici les principales indications que nous donne une enquête faite auprès d'étudiants de licences entre 1995 et 2001 dans le cadre de cours destinées à les sensibiliser à à l'enseignement et à la didactique des mathématiques. Deux oppositions ressortent de l'analyse du corpus des déclarations des d'étudiants amenés à apprécier leur passé scolaire en mathématique. La première concerne les activités mathématiques en classe, pour lesquelles ils soulignent soit leur aspect heuristique, soit leur aspect algorithmique ou routinier. La deuxième porte sur le caractère des mathématiques : aux yeux de nombreux étudiants, il s'est transformé au fil de leur scolarité de "concret" en "abstrait". Le détail des contenus donnés à cette deuxième opposition et ses confrontations avec la première font entrevoir un besoin exprimé par les étudiants : il faut disposer de certains outils pour comprendre et profiter d'activités heuristiques. La question de l'articulation entre l'appréhension ou la production de représentations sémiotiques et l'appréhension conceptuelle des objets mathématiques, au centre des travaux menés par Raymond Duval et François Pluvinage, apparaît donc comme une question que les étudiants posent aussi lorsqu'ils réfléchissent sur leur passé scolaire en mathématiques.

Mots clés : Enquête, perceptions subjectives, enseignement des mathématiques, évaluation de l'enseignement, activités mathématiques, représentations sémiotiques

---

1. Un point de vue particulier pour évaluer l'enseignement des mathématiques : les perceptions subjectives des apprenants

Que ce soit dans le cadre d'une commande institutionnelle, ou dans le cadre d'une recherche, lorsqu'on veut évaluer l'enseignement d'une discipline, on observe généralement des faits objectifs relatifs aux élèves. L'évaluation des "compétences exigibles" signalées par les programmes, menée par l'A.P.M. régulièrement, et l'évaluation internationale PISA 2000 réalisée sous l'égide de l'O.C.D.E. (voir site internet signalé dans la bibliographie) pour comparer les acquis des élèves dans le domaine de la compréhension de l'écrit, de la culture mathématique et la culture scientifique ou à une échelle plus petite, les professeurs qui mettent au point une épreuve commune pour évaluer les acquis des élèves d'un niveau, en sont des exemples. Les statistiques concernant les orientations prises par les élèves dans leur cursus en sont un autre. Parfois aussi, ce sont des observations sur les pratiques d'enseignement des mathématiques en classe qui sont menées. Un exemple récent de rapport concernant une telle observation en collaboration avec l'Inspection Générale, l'I.U.F.M. de Rouen et la D.E.P. : "Pratiques d'enseignement des mathématiques observées en classe de sixième" (C.R.D.P. de Haute Normandie).

En revanche, l'appréciation "subjective" des élèves à propos de l'enseignement qu'ils suivent est prise en compte beaucoup plus rarement de façon organisée. Il s'agit pourtant, comme tout le monde le sait, d'une évaluation informelle massivement pratiquée par élèves et anciens élèves dans leurs conversations. Ce sont tantôt la discipline, tantôt son enseignement, tantôt ceux qui le dispensent qui sont évoqués par des mots qui expriment des affects (états affectifs élémentaires) chez ceux qui les prononcent. Exemple : "Depuis que je suis toute petite, j'ai toujours aimé les maths, c'est comme un jeu pour moi". Ce type de déclaration est rarement utilisé.

On peut considérer ces facteurs affectifs comme des causes premières de difficulté ou de réussite des élèves. La thèse de Benoît Mauret (1991), "Nombres et affectivité" en donne un exemple : l'hypothèse est qu'il existe une composante affective mise en jeu par l'élève dans l'apprentissage et l'utilisation des chiffres et des nombres et que cette composante a une influence sur la réussite des élèves dans ce domaine.

On peut aussi les considérer a priori comme donnant des indications sur les conditions d'apprentissage qui ont été données aux élèves en mathématiques. Pour notre part c'est dans cette perspective que nous nous situons : nous faisons l'hypothèse que la prise en compte de telles appréciations pourrait être fort utile pour poser des questions importantes qui permettraient tout autant que l'évaluation des compétences observables des élèves ou l'observation de la pratique des enseignants de questionner notre enseignement et de le réguler. Un exemple nous encourage dans ce sens : il s'agit de l'enquête sur l'initiative de la Société de Mathématiques de France "Mathématiques A Venir : opération “50 lycées” (G.Barbançon, R.Duval, C. Dupuis, F.Pluvinage, 1988.) qui a permis à leurs auteurs de cerner les perceptions des mathématiques par les lycéens, mais aussi de se poser des questions sur l'enseignement des mathématiques reçu par ces lycéens.

2. Quel corpus et quelles questions ?

Les écrits qui sont analysés ici, ont été produit par des étudiants de licence de sciences de l'éducation (LSE), de mathématiques (LM), ou encore de licences pluridisciplinaires à orientation scientifique (LPD) entre 1995 et 2001 dans le cadre de cours destinées à les sensibiliser à la didactique ou à l'enseignement des mathématiques. Ils étaient invités au début de l'année à développer par un écrit ce qu'ils aimaient et ce qu'ils n'aimaient pas en mathématiques et dans l'enseignement qu'ils avaient reçu dans cette discipline (de la maternelle à l'université). Ils étaient aussi invités explicitement à relater des épisodes de leur scolarité, où il y avait eu un changement dans l'appréciation de la discipline ou de son enseignement.

Ces écrits étaient alors destinés à renvoyer aux étudiants la multiplicité de leurs représentations et de leurs vécus dans l'enseignement et de l'analyser.

Ce corpus est ici utilisé à une autre fin. L'hypothèse est que la prise en compte de déclarations "subjectives" d'étudiants se retournant sur leur parcours scolaire et appréciant la discipline mathématique et son enseignement peut tout autant que des évaluations dites "objectives" nous donner des éléments d'évaluation de notre enseignement.

Que nous disent ces étudiants à travers l'expression de leurs approbations ou de leurs inconforts ? Nous essayons de le percevoir à travers une analyse interprétative de leurs réponses.

Ce qu'ils disent nous conforte-t-il dans les orientations et directives des programmes et dans nos pratiques ou au contraire nous fait-il poser de nouvelles questions, envisager des remaniements, des inflexions ? En particulier nous nous réfèrerons en première lecture aux programmes des années 80 qui ont mis en avant un moyen et un but dans l'apprentissage des mathématiques : faire et apprendre des mathématiques, c'est résoudre des problèmes.

3. L'analyse des contenus en terme de catégories, d'oppositions et de ruptures

Pour justifier leurs appréciations les étudiants évoquent :

- les qualités qu'ils attribuent aux mathématiques (ou un de ses domaines) : elles sont qualifiées par exemple de *logiques*, *certaines*, *utiles, lointaines, abstraites, concrètes, d'œuvre de l'humanité* etc…,
- les activités qu'ils ont rencontrées : résoudre des problèmes, démontrer, comprendre, appliquer des formules etc…,
- les conditions d'apprentissage : professeur qui juge, qui aide, qui ignore, temps qui manque etc…,

Il s'agit là d'une première catégorisation des contenus. Pour l'affiner et rendre compte de la perception de la discipline et de son enseignement par les étudiants, nous avons dégagé et interrogé les oppositions et les changements dans le temps qu'ils pointent de façon fréquente et les avons référés aux appréciations positives (aime) ou négatives (n'aime pas).

Deux oppositions apparaissent massivement lorsqu'on parcourt les déclarations des étudiants se retournant vers leur passé scolaire.

La première concerne ce que c'est que d'apprendre des mathématiques : il se dégage un pôle d'activités heuristiques *(chercher, résoudre des énigmes, trouver l'astuce, etc…)* opposé à un pôle de tâches routinières ou algorithmiques *(calculer, appliquer une méthode, appliquer des formules etc..)*. On aime ou n'aime pas l'aspect heuristique des mathématiques, on aime ou on n'aime pas l'aspect algorithmique des activités mathématiques. Cette opposition n'apparaît jamais référée à un changement dans le temps.

La deuxième se révèle par la description d'un changement dans le temps. Elle oppose en général deux qualificatifs attribués aux contenus ou activités mathématiques : *concret* et *abstrait*. Qualifiées d'abord de *"concrètes"*, les mathématiques deviennent à un moment *"abstraites"*. Le niveau de scolarité où se situe ce changement est variable entre l'entrée à l'école primaire et la licence. Ce changement signalé est vécu parfois comme une rupture définitive, souvent comme une difficulté importante ou au moins un inconfort dans la progression des apprentissages. Mais lorsque les termes de l'opposition sont précisés par les étudiants, ils apparaissent en fait recouvrir des définitions très différentes.

Nous interrogerons la première opposition en regard des orientations des programmes des mathématiques des années 80 en France. Ces orientations sont-elles perceptibles dans les déclarations des étudiants ? Et comment sont elles appréciées ? Une première conclusion sera ébauchée.

En ce qui concerne la deuxième opposition, nous analyserons la diversité à laquelle elle renvoie chez les étudiants. Complétée par l'analyse des évocations des conditions d'apprentissage et précisée par la considération d'un nouveau corpus obtenu cette année dans une section de licence pluridisciplinaire, cette deuxième lecture nous permettra de revenir sur la première conclusion et de l'affiner. Au-delà de considérations courantes et peut-être secondaires, qu'est ce qui déclenche vraiment les difficultés dans la progression des apprentissages chez les étudiants ?

4. Retour sur une volonté affichée par les programmes : qu'est ce qu'apprendre des mathématiques ?

La première question que nous allons examiner concerne ce que c'est que d'apprendre des mathématiques aux yeux des étudiants se retournant vers leur passé scolaire.

Les déclarations de nos étudiants nous permettent de poser à nouveau une question du même type que celle que se sont posée les auteurs de l'enquête citée plus haut (G.Barbançon, R.Duval, C. Dupuis, F.Pluvinage, 1988.). Cette enquête a été menée en 1988 dans 50 lycées par voie de questionnaire dont l'idée clé était de *"déterminer quelle image les lycéens ont des mathématiques, tant de celles qui leur sont présentées, et qu'ils ont à pratiquer, que celles qui résultent des travaux des spécialistes passés et présents"*. Elle fait en particulier le constat qu'une majorité de lycéens (toutes sections confondues) ne pensent pas qu'un travail mathématique est contrôlable de bout en bout, et que pour une majorité, l'activité mathématique semble exclure tout délai de réflexion ou de recherche, de l'ordre d'une heure, dans la compréhension ou dans la découverte d'une solution. Ce constat amène les auteurs à se poser la question de la déformation de l'activité mathématique que l'enseignement entraîne chez les élèves (p46 du rapport d'enquête). Cette question apparaît intéressante à reformuler dans le cadre de notre propre enquête qui concerne cette fois-ci des étudiants qui ont effectué leur année niveau licence entre 1995 et 2001 donc qui ont donc pour la plupart reçu un enseignement dans la perspective définie dans le milieu des années 80.

La réforme des années 70 semble alors s'enliser dans un enseignement très formaliste, en particulier à cause des immenses problèmes de formation (Louis Legrand, 1977). Dans d'autres pays un mouvement de retour aux mathématiques dites de bases ("back to basic") est amorcé, caractérisé par un retour aux techniques calculatoires, aux apprentissages par cœur des tables etc. (Gérard Vergnaud, 1987). En France, tenant compte des recherches qui se sont développées en particuliers dans les IREM, les programmes sont remaniés mais tentent de préserver l'esprit initial de la réforme.

Le programme des collèges de 1986 (M.E.N., 1990) est représentatif de ces remaniements. Un parti pris explicite sur la nature des connaissances mathématiques que les élèves doivent acquérir y apparaît : *"Une approbation mathématique pour un élève, ne saurait se limiter à la connaissance formelle de définitions, de résultats, de techniques et de démonstrations : il est indispensable que les connaissances aient pris du sens pour lui à partir de questions qu'il s'est posées, et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes".*

Un geste professionnel important du professeur est souligné : le choix d'activités permettant de donner du sens aux connaissances. *"Dès lors, les enseignants vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des "outils", c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci auront été bien maîtrisées, elles fourniront à leur tour des "outils" qui permettront un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente."*

Les conditions qui font que les activités seront pertinentes sont précisées :
"Les activités choisies doivent :

- permettre un démarrage possible de tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances solidement acquises par tout le monde,
- créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures,
- rendre possible la mise en jeu des outils prévus,
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement. On y parvient, par exemple en prévoyant divers cheminements qui permettront de fructueuses comparaisons".

On reconnaîtra dans ces recommandations, l'influence des recherches en didactique des mathématiques, en particulier la prise en compte du développement d'ingénieries didactiques. L'hypothèse est que pour que les élèves intègrent efficacement des connaissances, l'enseignement doit prendre le contre-pied de la méthode *"j'apprends, j'applique"* et doit intégrer dans son organisation des moments où la classe simule une société de chercheurs en activités. (R. Douady, 1986). Cette perspective, ne suscite pas l'unanimité quant à son efficacité. Ainsi, R. Barra, alors directeur de l'IREM de Poitiers, en réponses à Régine Douady (Régine Douady, 1990) écrit : "Je ne crois pas au mot d'ordre selon lequel il faut aller du compliqué au simple, car ce serait la complexité qui ferait sens". Il précise : "Je trouve finalement plus efficace d'entamer les questions par des séquences magistrales dans lesquelles le discours tente de mettre en lumière le pourquoi et le comment, de donner un sens aux termes et aux objets, de faire ressortir les idées fortes, les techniques spécifiques ; les activités, qui ne sont plus alors des activités pour découvrir, ne viennent qu'ensuite (les années où j'ai pratiqué ainsi ne sont pas les plus mauvaises, loin de là)" (Raymond Barra, 1990).

Au delà d'une divergence sur le moment dans la progression où il faut situer les activités heuristiques, nous noterons qu'il y a unanimité des protagonistes du débat de développer les compétences de cet ordre. Et ce que nous retiendrons essentiellement des programmes des années 80 est la promotion explicite d'activités heuristiques dans lesquelles il est nécessaire d'engager les élèves.

Les publications Inter-Irem de cette époque, rassemblant les travaux des I.R.E.M. (l'IREM de Strasbourg y a contribué pour sa part) ont largement relayé cette orientation en rendant compte d'élaborations et de mises à l'épreuve d'activités pour les élèves destinées à développer les apprentissages.

Au-delà de l'influence des ces directives sur les pratiques dans les classes nous nous posons la question de ce qu'ont retenu et perçu nos étudiants de l'enseignement reçu à cette époque.

5. Qu'est ce qu'apprendre des mathématiques pour les étudiants ?

Dans leurs déclarations apparaissent principalement des types d'activités que l'on peut, pour objectiver notre analyse, renvoyer à une taxonomie des objectifs cognitifs telle qu'elle était proposée par Bloom et précisée dans la classification N.L.S.M.A (National Longitudinal Study of Mathematicale Abilities) (Wilson in Bloom, Hasting, Madaus, 1971) adaptée pour s'appliquer spécifiquement aux tâches en mathématiques.

La connaissance par laquelle il s'agit de pouvoir rappeler les contenus étudiés n'est que rarement évoquée. C'est tantôt pour signaler qu'à leurs yeux, la discipline mathématiques requière peu de connaissances à apprendre et tantôt qu'on n'aime pas devoir retenir des "choses" :

"J'aime les maths parce que je n'ai jamais appris à faire des maths, pour moi c'est naturel, je ne l'ai jamais travaillé." (LSE)

"J'aime les maths parce qu'il y a peu de choses à retenir, à apprendre, c'est plus un savoir faire ; ce que je n'ai pas aimé c'est apprendre les tables de multiplication." (LPD)

"Je n'aime pas les maths à cause du problème de mémorisation de formules et surtout problème pour les appliquer." (LSE)

Deuxième éléments dans la taxonomie des objectifs cognitifs, la compréhension où il s'agit de prouver en traduisant, en interprétant ou en extrapolant que les contenus sont compris n'est pas évoquée dans ce sens par les étudiants. Il est parfois utilisé dans son sens plus commun plus vague. Le mot est alors évoqué pour déclarer qu'on aime les mathématiques quand on les comprend ou inversement qu'on ne les aime pas quand on ne les comprend pas. D'autres fois pour dire le plaisir de comprendre :

"J'aime comprendre l'origine de certaines notions apparemment très abstraites tels que l'apparition de N, Q, R mais aussi des dérivées qui s'appliquent au calcul d'une vitesse etc.. et qui ont été inventées dans ce but." (LM)

En revanche les deux derniers éléments de la classification apparaissent très souvent évoqués et opposés par les étudiants. Une dimension d'application où il s'agit d'utiliser des méthodes ou des règles connues pour répondre à des questions posées s'oppose à une dimension heuristique où c'est la méthode de résolution qui est à trouver. Dans ce dernier cas, indépendamment de la présence en mémoire des connaissances nécessaires, on peut "trouver" la réponse plus ou moins vite ou même "sécher".

Les réponses faisant référence à une dimension heuristique sont très nombreuses, tous publics confondus (étudiants de mathématiques et étudiants ne faisant spécifiquement des études en mathématiques) et appellent souvent des appréciations positives :

"Je prenais cela comme un jeu : un problème posé, comment trouver la solution."(LSE)

"Le plaisir de trouver l'astuce qui va résoudre le problème."(LSE)

"En 4ème, un jour (ou plutôt une nuit) j'ai cherché jusqu'au matin la solution d'un problème et j'ai trouvé et j'ai éprouvé une grande joie." (LSE)

"Ce que j'aime dans les maths, c'est le côté défi ; on sait qu'il y a une solution et que notre but est de l'atteindre grâce aux outils (théorèmes, définitions) qui sont à notre disposition; ce que je préfère c'est dans la recherche d'une solution, la mise en place de la démonstration qui conduira au résultat. Le plus drôle c'est que je préfère les exercices qui posent problèmes, on sent la solution toute proche, mais il nous manque un élément qui nous permettra de conclure. Et lorsque la solution est trouvée, on se sent rassuré et content de soi." (LM)

Quelques évocations d'activités heuristiques font référence à des vécus plus douloureux :

"Je n'aime pas les maths quand je "sèche" devant un problème, un énoncé."(LSE)

Ces évocations nous amènent alors vers les déclarations qui évoquent surtout l'utilisation de méthode ou de règles connues, fréquentes mais moins nombreuses que les précédentes :

"J'aime le côté "belle mécanique" lorsque je parviens à la faire tourner." (LSE)

"Je n'aime pas les probabilités car chaque exercice montre trop de différences, il n'y a pas de règles bien définies que l'on peut appliquer à chaque fois de la même façon."(LPD)

"J'aime les mathématiques car elles sont une sorte de mécanisme, on applique une formule plusieurs fois dans plusieurs situations. Un théorème nous permet de résoudre plusieurs problèmes, de démontrer plusieurs propriétés. Par conte lorsqu'on arrive au niveau de la licence, les mathématiques deviennent souvent abstraites, et on ne sait jamais par où commencer pour démonter une propriété. J'aime les mathématiques lorsque je les comprends."(LM)

"Je n'aime pas l'aspect calculatoire (c'est long, pénible et finalement pas très instructif)."(LM)

" Je n'aime pas le côté scolaire de l'enseignement des maths au collège et au lycée. Les profs et les élèves ne semblent voir en général que les résultats à connaître, à assimiler." (LM)

6. Une première conclusion et une nouvelle perspective d'analyse du corpus

A partir de cette première approche, on peut voir qu'aux yeux des étudiants se retournant sur leur vécu scolaire en mathématique, une dimension heuristique importante apparaît. C'est là un premier élément de réponse par rapport aux programmes qui voulaient la promouvoir. Souvent elle est appréciée positivement, plus rarement négativement. Certains étudiants évoquent et apprécient davantage l'aspect plus tranquille des méthodes et algorithmes connus à appliquer.

Mais, pouvons nous avancer des éléments de conclusion en ce qui concerne les conditions favorisant l'efficacité perçue par les étudiants dans leurs apprentissages en mathématiques ? A notre avis, non. Pour deux raisons. La première est que les deux dimensions heuristiques et applicatrices coexistent nécessairement dans les pratiques, indépendamment des méthodes utilisées. L'étude récente sur les "Pratiques d'enseignement des mathématiques observées en classe de 6ème" faite à la demande de l'Inspection générale et de la D.E.P. nous conforte dans cette idée (J. Borreani, P. Tavignot, R. Verdon, 2000). Elle montre que les phases de capitalisation du savoir et d'activités en classe coexistent toujours. Seul l'ordre de ces phases permet de différencier les pratiques.

La deuxième est que les étudiants semblent en général évoquer les deux dimensions en exprimant des appréciations en fonction de leur personnalité qui aime par exemple la sécurité ou au contraire aime relever des défis. Nous retrouvons là des phénomènes relevés par Jacques Nimier (J. Nimier, 1983).

En revanche, les déclarations qui rapportent l'évocation des deux dimensions à un changement dans le temps, nous semblent plus susceptibles de nous donner des indications sur les défauts ou manques qui peuvent entraver aux yeux des étudiants leur progression :

"J'aime les mathématiques car elles sont une sorte de mécanisme, on applique une formule plusieurs fois dans plusieurs situations. Un théorème nous permet de résoudre plusieurs problèmes, de démontrer plusieurs propriétés. Par contre lorsqu'on arrive au niveau de la licence, les mathématiques deviennent souvent abstraites, et on ne sait jamais par où commencer pour démontrer une propriété. J'aime les mathématiques lorsque je les comprends."(LM)

Cette déclaration précise la nature de la difficulté signalée qui fait que les mathématiques deviennent moins confortables. Nous faisons donc l'hypothèse qu'une analyse plus générale de précisions de ce type nous permettra d'avancer dans le repérage des conditions favorisant l'efficacité perçue par les étudiants dans leurs apprentissages en mathématiques.

Pour le moment nous abandonnons donc la distinction entre activités heuristiques et activités applicatives ou algorithmiques pour interroger ces changements de nature qui affectent les mathématiques ou la progression dans les apprentissages aux yeux des étudiants. Cet abandon momentané nous permettra d'analyser plus finement l'articulation entre les deux dimensions que laissent apparaître les déclarations des étudiants.

7. Quelles types d'indications donnent les étudiants sur les défauts ou manques qui peuvent entraver leurs progressions ?

Les conditions, changements ou ruptures qui font que les apprentissages en mathématiques sont ressentis comme inconfortables, difficiles voire impossibles se regroupent principalement en deux catégories de causes.

L'une regroupe des **causes externes à la discipline** elle-même et évoque des conditions d'apprentissage ou d'enseignement qui peuvent être favorables et plus souvent défavorables. Les enseignants sont alors évoqués en première ligne.

L'autre regroupe les évocations de changement de nature de la discipline elle-même telle qu'elle apparaît aux yeux des étudiants

7.1. Evocations de causes externes à la discipline

Parfois ce sont des raisons affectives sans autre précision qui sont évoquées : *"J'étais motivé pour progresser mais bien des enseignants m'ont démotivé."* (LSE)

"Je suis arrivée en licence de math parce que je n'ai jamais eu de professeur de maths qui m'a dégoûtée." (LM)

"En 4ème et 3ème, j'ai commencé à être mauvaise car les rapports avec mon prof de maths n'étaient pas ce que j'attendais." (LSE)

"Je n'aime pas les professeurs qui bâclent, qui sautent des questions. Ceux qui disent c'est trivial, on ne rentre pas dans les détails…"(LM)

"Pour aimer les mathématiques, il faut savoir nous les faire aimer." (LSE)

"Voyant mes notes diminuer, mon père me forçait à bosser les maths, ce qui souvent se passait dans une mauvaise ambiance, ne renforçant absolument pas mon goût pour les maths." (LSE)

Parfois les enseignants sont mis en cause parce qu'ils ne donnent pas le temps nécessaire pour que les apprentissages puissent être menés par l'élève ou l'étudiant :

"On demande d'être rapide dans les raisonnements alors qu'il me faut un grand temps d'assimilation." (LM)

"Je n'aime pas lorsqu'on ne me laisse pas le temps de réfléchir." (LSE)

"Je n'aime pas lorsque je n'arrive pas à suivre un cours, assez vite, lorsque les réponses sont données avant que j'ai eu le temps de mener ma réflexion." (LM)

Enfin, les enseignants peuvent aussi être appréciés en fonction de leurs apports :

"La rigueur du professeur de mathématique est variable et influence la bonne compréhension des concepts chez l'apprenant. Je n'aime pas cet aspect éducatif des maths qui dépend beaucoup du prof." (LM)

"Je veux être prof de maths depuis la 6ème car cette année là notre prof de maths nous a expliqué la démarche qui devait se faire dans notre esprit pour résoudre un problème." (LM)

Cette dernière déclaration nous apporte en l'occurrence déjà une précision sur ce qui fait réellement défauts aux yeux des étudiants pour progresser dans les apprentissages.

7.2. Évocations de mathématiques qui deviennent abstraites

Très souvent ce sont les mots *"abstrait"* ou *"concret"* qui sont utilisés pour signaler un changement ou une rupture dans la progression, l'abstraction sauf exception correspondant en général à une appréciation négative. Dans de rares cas l'étudiant se contentera de ces termes pour qualifier les mathématiques et justifier son appréciation sans autres précisions. Les cas où des précisions sur ce qui est signifié par abstrait ou concret sont données sont heureusement plus fréquents.

Deux types d'indications se dégagent alors : celles qui réfèrent à un extérieur à la discipline et les autres qui concernent, à l'intérieur de la discipline elle-même, la nature des tâches ou des difficultés en jeu.

Le premier type d'indications renvoie à une utilité des mathématiques ou une gratuité qui sont, selon le cas, appréciées ou rejetées :

"J'ai commencé à aimer les maths en 1ère, lorsque j'ai fait de la comptabilité, des maths financières, commerciales. Ces maths sont pour moi concrètes (études de cas tirés de faits réels) et elles me servent dans la vie de tous les jours et future (calculs de longueur de rayons dans les grandes surfaces pour des implantations diverses, nombre de rouleaux pour tapisser une pièce). Bref j'aime les maths quand je vois qu'elles peuvent me servir." (LSE)

"L'esprit acquis en math me permet de mieux appréhender les disciplines plus littéraires." (LSE)

"Ce que j'aime en mathématiques, c'est le côté art avec son aspect inutile et beau avec l'avantage d'être certain (inutile dans une application quotidienne ou scientifique)." (LM)

Le deuxième type d'indications renvoie à la nature des tâches en jeu en mathématiques :

Dans la rubrique "n'aime pas" : *"Pour moi, faire des mathématiques c'est manipuler des chiffres, être dans l'abstraction, entrer dans la logique de quelqu'un d'autre."* (LSE)

"J'ai beaucoup aimé les maths faites au collège et au lycée. Ce n'était pas abstrait. Il suffisait de réfléchir et d'appliquer une méthode. Ce que j'aime aussi beaucoup ce sont les démarches pour résoudre les exercices. C'est clair : on a des hypothèses, on utilise un théorème, une règle et on trouve généralement la

solution. J'aime beaucoup le côté rationnel des maths. Par contre, ce que j'aime beaucoup moins et où j'ai beaucoup plus de mal, c'est avec le côté abstrait des maths que l'on apprend aujourd'hui en licence. J'aime bien me représenter les choses, les visualiser". (LM)

"J'aime les mathématiques car elles sont une sorte de mécanisme, on applique une formule plusieurs fois dans plusieurs situations. Un théorème nous permet de résoudre plusieurs problèmes, de démontrer plusieurs propriétés. Par contre lorsqu'on arrive au niveau de la licence, les mathématiques deviennent souvent abstraites, et on ne sait jamais par où commencer pour démontrer une propriété. J'aime les mathématiques lorsque je les comprends."(LM)

Dans ces cas, comme dans les cas où les étudiants signalaient ce que leurs enseignants leur apportaient ou n'apportaient pas, nous avons alors des indications sur ce qui, au plus près des contenus et des tâches en jeu en mathématiques, fait défaut ou ce qui est indispensable aux yeux des étudiants pour progresser où se sentir à l'aise. Arrivé à ce stade de notre analyse, il nous semblait alors utile d'interroger plus systématiquement la polysémie concernant l'opposition "abstrait/concret" aux yeux des étudiants. C'est à cette fin que nous avons réalisé l'enquête dont le compte rendu est fait dans le paragraphe suivant.

8. Des mathématiques concrètes qui deviennent abstraites : qu'est ce que ça signifie pour les étudiants ?

Nous avons proposé le questionnaire suivant à un groupe d'étudiants de licence pluridisciplinaire de Sciences et Technologie, option biologie-chimie-géologie à l'U.L.P. Strasbourg, donc d'étudiants qui se caractérisent par une formation scientifique non mathématique :

Lorsqu'on interroge des gens sur leur scolarité en mathématiques, certains évoquent l'aspect "abstrait" ou l'aspect "concret" de cette discipline.

Chacun de ces aspects est suivant le cas apprécié ou au contraire rejeté.

1) *Et vous, abstraites ou concrètes, comment voyez-vous et appréciez-vous les mathématiques dans votre scolarité ? Précisez.*
2) *Nombreux sont ceux qui évoquent un moment de leur scolarité où les mathématiques de concrètes sont devenues abstraites à leurs yeux. Avez vous connu de tels passages ? Si oui, pouvez vous les préciser ?*
3) *D'autres encore différencient leur appréciation selon les domaines. Est-ce votre cas ? Précisez.*

Pour analyser leurs réponses nous avons au départ retenu la catégorisation à laquelle nous étions arrivés précédemment, à savoir :

Évocation des conditions d'apprentissage	Évocation de l'encadrement professoral
	Évocation du temps d'apprentissage
Évocation d'un extérieur à la discipline	Évocation d'une utilité externe
	Évocation de la référence au réel
Évocation d'une tâche dans la discipline	

En première lecture cette grille s'est révélée adéquate pour classer les réponses des étudiants. Il faut y ajouter éventuellement une rubrique concernant les évocations d'un domaine de la discipline sans autre précision.

Sur 25 réponses, 4 évoquent des domaines des mathématiques sans décrire une tâche, 18 décrivent des tâches. 7 font référence aux conditions d'apprentissage et 6 évoquent un réel du monde physique. Les classes ne sont pas disjointes.

Majoritairement les étudiants évoquent donc des tâches liées à la discipline pour situer l'opposition *concret/abstrait*. Quelle est la nature de ces tâches ? Quels renseignements nous donnent-elles quant à la perception des étudiants de leur intégration des connaissances en mathématique ? Comprendre ou ne pas comprendre, qu'est ce que cela veut dire pour les étudiants ?

Une lecture plus attentive des réponses nous a fait affiner la rubrique concernant l'évocation des tâches dans la discipline et nous permet de suggérer quelques éléments de réponse. Par leurs descriptions les étudiants évoquent en fait la nécessité de maîtriser des registres, des traitements dans ces registres et des changement de registres.

9. Evocation par les étudiants de la nécessité de maîtriser des registres pour progresser en mathématique

9.1 Évocation d'un mode de traitement, d'un registre

Nous avons rangé dans cette classe toute évocation de "méthodes", de "logiques", de "langages".

"En algèbre, du moment où j'ai compris la méthode à utiliser, il n'y a plus de problème."

"A partir de la 1ère S et de la TS j'avais l'impression que c'était du chinois (à part les fonctions)."

Cette année, l'analyse est devenue à mes yeux assez abstraite, le fait de travailler avec les chiffres avec une toute autre approche me rend plus répulsive à l'utilisation des chiffres. Mais toutefois la démarche est tout à fait intéressante !" (référence à un cours d'arithmétique).

"C'est au niveau de la première que les mathématiques sont devenues plus dures pour moi, avec la probabilité par exemple (logique que je ne comprenais pas forcément)."

9.2. Évocation d'un changement de mode de traitement ou de représentation

"Au passage des chiffres aux inconnues vers la 4ème, les mathématiques sont devenues un peu abstraites."

"J'ai différenciée mes appréciations des mathématiques selon les domaines, notamment entre l'algèbre et la géométrie. Il s'est notamment passé que la géométrie est devenue plus claire au cours des années car j'ai pris du temps à visualiser et à comprendre la géométrie. Et parallèlement, l'algèbre est devenue moins claire par le passage du travail des mathématiques des chiffres aux lettres."

9.3. Évocation de l'application d'un mode de représentation au réel

"La géométrie n'a jamais été un domaine adoré. Je pense que c'est lié aux quelques difficultés que j'ai rencontrée (représentation dans l'espace)"

"J'ai toujours eu plus de mal en géométrie car je n'arrive pas "à voir" dans l'espace. En algèbre, du moment où j'ai compris la méthode à utiliser, il n'y a plus de problème"

Cette lecture plus détaillée nous fait considérer les déclarations des étudiants comme une réponse de leur part à la question qui est traitée par Raymond Duval (1995) sur les apprentissages mathématiques et de façon plus large sur la nature même du fonctionnement cognitif de la pensée humaine. Il s'agit de la question de l'articulation entre la "sémiosis", appréhension ou production de représentations sémiotiques et la "noésis", l'appréhension conceptuelle des objets mathématiques.

Pour les étudiants la compréhension en mathématique semble conditionnée par la possession et la conquête de langages avec des modalités de traitements et de conversions.

A l'appui de cette thèse, des déclarations qui évoquent la référence au réel, pour y situer, non pas le concret, mais la difficulté d'accès :

"Oui, j'ai toujours eu plus de mal en géométrie car je n'arrive pas "à voir" dans l'espace. En algèbre, du moment où j'ai compris la méthode à utiliser, il n'y a plus de problème".

Cette étudiante nous dit que c'est n'est pas l'existence d'une référence au réel qui est gage d'intégration des connaissances en mathématique, mais le fait de disposer d'un mode de traitement de ce réel.

Une dernière déclaration, nous montre que notre nouvelle lecture permet aussi de reprendre la question de l'opposition entre le respect heuristique et l'aspect algorithmique en mathématiques. C'est la possession d'outils (langages, traitements, conversions) qui permet d'entrer dans le monde de l'heuristique :

"En math, il y a toujours des directives bien précises, une logique incontournable, des règles à respecter, c'est une forme de langage, un déchiffrage passionnant où une logique s'installe et reste toujours, pour pouvoir résoudre des énigmes, trouver une solutions" (LES).

10. En conclusion

Que nous permet de conclure, notre prise en compte des déclarations "subjectives " des étudiants se retournant sur leur passé scolaire ?
Et quelles conséquences pouvons-nous en tirer pour nos pratiques dans les classes ?

Les étudiants sont sensibles, et souvent tout à fait favorablement, à l'aspect heuristique développé en mathématiques.

La condition essentielle pour l'intégration des connaissances en mathématiques qu'ils évoquent est la conquête et la possession de langages et de modes de traitements, en particulier pour appréhender le réel.

La possession de tels outils semble aussi parfois aux yeux des étudiants, conditionner l'entrée dans le monde heuristique.

Ces indications nous semblent se joindre aux conclusions des travaux qui ont été menés à l'IREM de Strasbourg sous l'égide de Raymond Duval et François Pluvinage qui nous rendent toujours attentifs à la nécessité de développer la compétence des professeurs à analyser les tâches en jeu dans les divers contenus mathématiques et prendre en compte le mieux possible le développement de différents registres de représentation et de leurs coordinations dans les apprentissages à mettre en place chez les élèves.

Nous avions pour notre part, déjà repéré cette nécessité du côté des professeurs en pointant les effets que pouvait avoir sa prise en compte sur la progression des élèves (JC Rauscher, 1993).

Une deuxième perspective se confirme à partir de notre étude : c'est la potentialité de régulation de l'enseignement et des apprentissages qui résulte de la prise en compte des "opinions" exprimés par les apprenants. Pour notre part, c'est une piste que nous explorons avec l'accompagnement des apprentissages par des écrits à vocation réflexive produits par les apprenant, JC Rauscher (2002) et A Kuzniak, JC Rauscher (2002). Côté enseignant, il s'agit d'un moyen d'évaluation et donc de régulation de l'enseignement. Côté apprenant, il s'agit alors de permettre à l'élève ou à l'étudiant de prendre en main sa progression en prenant conscience des enjeux d'apprentissage.

BIBLIOGRAPHIE

BARBANÇON Gérard., DUVAL Raymond, DUPUIS Claire, PLUVINAGE François, *1988, Mathématiques A Venir : opération 50 lycées ; Les maths et vous,* IREM de Strasbourg.

BARRA Raymond, 1990, A propos d'activités*, in Liaison collège-seconde, 1989-1990*, Bulletin Inter-Irem, 27-30.

BLOOM B.S., HASTING J.T., MADAUS G.F, 1971, *Handbook of formative and summative evalauation of student learning,* New York, Mc Graw Hill.

BORREANI Jacqueline, TAVIGNOT Patricia, VERDON Roseline, 2000, *Pratiques d'enseignement des mathématiques observées en classe de 6ème*, Centre Régional de Documentation Pédagogique de Haute Normandie.

DOUADY Régine, 1986, Jeux de cadres et dialectique outil-objet, in *Revue Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Volume 7, n°2, 5-31.

DOUADY Régine, 1990, Les activités dans le processus d'apprentissage des mathématiques en situation scolaire*, in Liaison collège-seconde, 1989-1990,* Bulletin Inter-Irem, 31-34.

DUVAL Raymond, 1995, Sémiosis et pensée humaine, registres sémitiques et apprentissages intellectuels, Peter Lang, Berne.

KUZNIAK Alain, RAUSCHER JC, Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école, Colloque COPIRELEM 2002, IREM de Nantes, 2003.

LEGRAND Louis,1977, *Pour une politique démocratique de l'éducation*, Paris, PUF.

MAURET Benoît, 1991, *Nombres et affectivité*, Thèse, Paris V.

M.E.N., *Mathématiques classes des collèges 6e, 5e, 4e, 3e, Horaires/ Objectifs/ Programmes/ Instructions,* CNDP, 1990.

NIMIER Jacques, *Recherche sur divers modes de relation à l'objet mathématiques*, Thèse de doctorat d'État, Paris X, 1983.

PLUVINAGE François, 1977, *Difficultés des exercices scolaires en mathématique*, Thèse de Doctorat d'État, U.L.P. Strasbourg.

RAUSCHER Jean-Claude, 1993, *L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes, le cas de l'enseignement de la géométrie en début de collège*, Thèse, USHS Strasbourg, (publiée par IREM de Strasbourg).

RAUSCHER J-C, 2002, Une production écrite des élèves au service des apprentissages dans le domaine numérique, in *Annales de Didactique et de Sciences cognitives, Volume 7*, IREM Strasbourg.

VERGNAUD Gérard, 1987, Réflexion sur les finalités de l'enseignement des mathématiques, in *Gazette des mathématiciens*, n°12.

Sites à consulter :

Les facteurs humains dans l'enseignement et la formation d'adultes :

http://perso.wanadoo.fr/jacques.nimier/

Rapports de l'Inspection Générale de l'Éducation Nationale :

http://www.education.gouv.fr/syst/igen/rapport.htm

Rapport de l'évaluation de l'OCDE nommée PISA :

http://www.pisa.oecd.org/Docs/Download/PISA2001(francais).pdf

Jean-Claude Rauscher
IUFM d'Alsace CeRF-EA 218, IREM de Strasbourg
e-mail : Jc.Rauscher@wanadoo.fr