Saddo AG ALMOULOUD

UNE ÉTUDE DIAGNOSTIQUE EN VUE DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS EN GÉOMETRIE

Abstract. This article presents a diagnostic study of the teaching and learning of geometry in the fundamental levels of the Brazilian school system. An analysis of the Brazilian education system and of the discourse of teachers enabled an identification of some of the factors that serve as the origin of the difficulties teachers face in teaching geometry. The results of the study were used as a source guiding the choice of working hypotheses related to the content of the geometry curriculum and to the didactic variables that should be taken into consideration in the training of teachers involved in research projects.

Résumé. L´article présente une étude diagnostique sur l´enseignement et l´apprentissage de la Gémoétrie au niveau de l´enseignement fondamental brésilien. L´analyse du système éducatif brésilien et du discours des ensignants nous ont permis d´identifier certains des facteurs qui seraient à l´origine des difficultés que les enseignants rencontrent dans l´enseigement de la Géométrie. Les résultats de cette étude ont servi de point d´appui quanto aux choix de nos hypothèses á propos des contenus géométriques et des variables didactiques à prendre em compte dans la formation des enseignants engagés dans le projet de recherche.

Mots clés : Géométrie, Formation des enseignants, Discours du maître, Système éducatif brésilien.

---

1. Introduction

Le travail que nous présentons fait partie d´un projet de recherche (financé par la FAPESP) dont l´objectif est l´étude des facteurs et des stratégies susceptibles d´influencer l´enseignement et l´apprentissage des notions géométriques au niveau des classes de la 5^{a} à la 8^{a} de l´enseignement fondamental brésilien (élèves de 11 à 14 ans). Le projet de recherche s´est développé selon les points consécutifs suivants :

– étude diagnostique : tests, interviews individuels et observations,
– élaboration de situations, études de ces situations par le groupe (concepts, constructions géométriques, raisonnement, démonstration),
– activités de formation des enseignants en situation papier-crayon,
– activités de formation avec l´aide de l´environnement informatique (Cabri-géomètre, Logo),
– élaboration et analyse d´activités par les enseignants en formation.

Nous discutons ici, en particulier, le discours des enseignants sur le rôle de la Géométrie dans la formation des élèves, sur son enseignement et son apprentissage. Nous présentons essentiellement les résultats de l´une des phases les plus

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 9, p. 223 – 245.

importantes de l'élaboration du dispositif de formation, ou seja, à savoir l'étude diagnostique d´un groupe d'enseignants en vue de définir les caractéristiques de la formation à leur proposer dans le domaine de la Géométrie pour des élèves de 11 à 14 ans.

L´étude diagniostique du groupe des enseignants à former se fait selon deux volets :

- les représentations des enseignants concernant l´enseignement et l´apprentissage de la Géométrie,
- l´observation des compétences des enseignants sur des contenus géométriques.

Les résultats de cette étude vont contribuer aux choix de nos hypothèses de travail quant aux contenus géométriques et aux variables à prendre en compte dans la formation des enseignants, mais aussi dans le choix des situations d'enseignement/apprentissage de la Géométrie.

2. Système éducatif brésilien et la formation des enseignants

L´analyse du système éducatif brésilien et de l´enjeu de la Géométrie nous a permis d´identifier certains facteurs qui seraient à l´origine des difficultés que les enseignants rencontrent pour l´enseignement et l'apprentissage des savoirs et des connaissances géométriques. À l'origine de ces problèmes, nous identifiions les faits suivants :

À propos de la formation des enseignants :

- les enseignants ont eu une formation de base très précaire en Géométrie,
- les cours de formation initiale n´intègrent pas suffisamment une réflexion profonde sur l´enseignement de la Géométrie,
- les modalités de formation continue, n´ont pas encore atteint leur objectif par rapport à la Géométrie.

À propos des situations d´enseignement :

De façon générale, les situations proposées dans les manuels scolaires et par la majorité des enseignants sont caractérisées par les faits suivants :

- non-coordination des registres de représentation sémiotique (Duval, 1995),
- non-perception du rôle important de la figure dans la visualisation et les phases d´exploration.
- les problèmes proposés par la majeure partie des livres scolaires brésiliens sont de type “algébrique” (peu de travail sur le raisonnement déductif et sur la démonstration),
- le système éducatif brésilien n´impose pas aux divers niveaux d´enseignement un programme officiel et obligatoire de Mathématiques. Il définit la politique générale de l´éducation, des recommandations et

orientations générales sur les méthodes, les savoirs et savoir-faire. Chaque école définit les contenus qu'elle juge importants pour la formation des élèves, et la Géométrie est très souvent laissée de côté,
- le passage de la Géométrie empirique à la Géométrie déductive est quasi-inexistant,
- peu de travail sur la lecture et l´interprétation des textes mathématiques.

Les paramètres curriculaires Nationaux de 1998 mettent l´accent sur :
- l´importance de la Géométrie au niveau du quatrième cycle (7a et 8a séries ou seja, soit des élèves de 13-14 ans),
- l´importance de l´élaboration de situations-problèmes qui favorisent le raisonnement déductif et l´introduction de la démonstration,
- le rôle important de la figure et les principales fonctions d'un dessin : visualisation, résumé d'informations, aide à la preuve et aux conjectures.

Mais la majorité des enseignants de l´enseignement fondamental et de lycée n'est pas préparée pour mettre en œuvre les recommandations et les orientations didactiques et pédagogiques des paramètres curriculaires nationaux.

3. Méthodologie utilisée pour réaliser l´étude diagnostique

Nous avons fait passer à ces enseignants un questionnaire dont la structure est la suivante :
- informations sur les enseignants (formation, âge, sexe…),
- accès à l'information (TV, journaux, revues, etc.),
- méthodologies utilisées pour l´enseignement et l'apprentissage de la Géométrie,
- leurs difficultés et celles de leurs élèves en Géométrie, origine de ces difficultés et les stratégies envisagées pour les résoudre,
- rôle de la résolution de problèmes dans l´apprentissage de la Géométrie,
- analyse didactique des erreurs des élèves.

Nous avons également fait passer aux élèves de ces enseignants un questionnaire dont l´objectif est d´identifier les problèmes que ces derniers rencontrent dans l´acquisition des savoirs et des connaissances (au sens de G.Brousseau) géométriques. Mais cette partie de la recherche ne fera pas l´objet d´étude dans ce texte.

4. Les instruments d´analyse des données multidimensionnelles

Nous présentons essentiellement les résultats de l´analyse de similarité et de la hiérarchie implicative. Au moyen de ces analyses, nous recherchons à synthétiser et structurer les réponses des enseignants afin d'obtenir une typologie de comportements.

Nous utilisons le logiciel CHIC (Classification Hiérarchique, Implicative et Cohésitive) pour le traitement des données statistiques multidimensionnelles. Ce logiciel développé sous la direction de Régis Gras, traite essentiellement la Classification Hiérarchique (I.C. Lerman), l´implication statistique et la hiérarchie implicative (Gras et son équipe).

L´analyse hiérarchique de similarité permet de constituer sur l´ensemble des variables statistiques étudiées des partitions de moins en moins fines, construites de façon ascendante en arbre à l´aide d´un critère de similarité. Elle permet d´étudier et d´interpréter en termes de typologie et de ressemblance (et de dissemblance) des classes de variables, constituées significativement à certains niveaux et s´opposant à d´autres à ces mêmes niveaux.

Au moyen de l'analyse statistique implicative des données, nous cherchons à dégager des structures implicatives au sens suivant : telle attitude a s'accompagne, de façon conséquente ou non, de telle attitude b. Cette expression s'apparente à l'implication a ➔ b ou à l'inclusion de l'ensemble de ceux qui o*nt a dans l'ensemble de ceux qui ont b. En fait, cette implication ou cette inclusion stricte étant rarement observée, l'analyse implicative devient statistique lorsqu'une mesure estime l' « étonnement » de l'écart entre la relation stricte et la relation observée.*

La hiérarchie implicative de classe permet une analyse de relations intra-classes et inter-classes de réponses. Groupant des réponses dans la mesure où une relation implicative les lie, nous obtenons des classes formées par l'implication.

Pour l'analyse du discours des enseignants, nous avons sélectionné certaines des questions qui nous paraissaient les plus pertinentes. Les variables statistiques (voir les annexes) retenues sont des variables binaires. Elles ont été sélectionnées en nous appuyant sur une analyse qualitative et une analyse statistique descriptive.

5. Analyse du discours des enseignants

Nous présentons, les résultats partiels de l'analyse du discours des enseignants participant au projet. Nous visons essentiellement :

– l'analyse du discours des enseignants par rapport au rôle de la Géométrie dans la formation des élèves, à son enseignement et à son apprentissage,
– l'obtention d'une caractérisation de ces enseignants qui participent à l'analyse,

– l'identification des contenus de Géométrie qu'ils disent enseigner, ainsi que ceux qui posent problème quant à leur enseignement et leur apprentissage.

5.1. Caractéristiques des enseignants participant à la recherche

Le tableau suivant nous donne un aperçu général sur les principales caractéristiques des enseignants participant au projet de recherche.

Les enseignants	
Nombre	24
Âge	Entre 31 et 40 ans
Expérience professionnelle	Enseignent depuis 2 à 5 ans
Formation	Ils ont eu une formation en Géométrie
Méthode utilisée pour travailler la Géométrie en classe	
Cours magistral	15 enseignants
Mettent les élèves en situation de recherche	4 enseignants
Travail en groupe	13 enseignants
Résolution de problèmes	13 enseignants
Utilisent les jeux comme moyen didactique	8 enseignants
Activités expérimentales	7 enseignants
À propos des documents officiels sur l´enseignement des Mathématiques	
Programmes officiels de l'État de Sao Paulo : 12 enseignants les connaissent et 6 s´en ont inspiré	
Expériences Mathématiques (livres scolaires édités par le gouvernement de l'État de Sao Paulo) : 7 enseignants affirment les connaître et 4 disent les avoir utilisés.	
PCN(Paramètres curriculaires Nationaux) : 5 enseignants les connaissent et les utilisent	
Les contenus géométriques qu'ils disent avoir l´habitude d´enseigner	
Quadrilatères	11 enseignants
Similitude des triangles	14 enseignants
Circonférence et Cercle	12 enseignants
Théorème de Pythagore	13 enseignants
Aires et Périmètre	15 enseignants
Relations métriques dans un triangle rectangle	13 enseignants
Théorème de Thalès	11 enseignants
Triangles	15 enseignants
Égalité de triangles	9 enseignants
Transformations géométriques	4 enseignants

5.2. Analyses multidimensionnelles du discours des enseignants : analyse de similarité

Rappelons que notre population est constituée de deux groupes : le groupe de vendredi est constitué d´enseignants qui ont déjà reçu, au cours de leurs formations continues passées, des informations sur les tendances actuelles sur l´enseignement et l´apprentissage des mathématiques. Nos rencontres avec ces enseignants ont lieu tous les vendredis.

Le groupe de jeudi est composé d´enseignants qui affirment n´avoir jamais reçu une formation continue tant du point de vue des contenus mathématiques ni du point de vue didactique et pédagogique. Ils travaillent tous dans la même école. Nos rencontres ont lieu les jeudis.

Le traitement des données par CHIC nous donne l´arbre de similarité (voir annexe 2), dont nous analyserons les principaux blocs. L'annexe 1 donne le libellé des question.

Premier bloc est constitué des variables : 1, 30, 44, 54, 60, 3, 35, 21, 38, 39, 51, 23, 36, 26 et 48.

Il est constitué de trois sous-classes :

Groupe de vendredi : Ce groupe met en évidence l´opinion selon laquelle il est important d´accorder aux élèves une grande autonomie dans la construction de leur connaissance, en opposition avec une attitude plus directive de l´enseignant. Une partie des enseignants semble mettre l´accent sur l´importance des vérifications empiriques des propriétés et des relations géométriques, l´initiation au raisonnement et à la démonstration. Ils semblent être d'accord que la démonstration est d´une extrême importance pour la formation intellectuelle des élèves. À cet effet, elle ne doit pas être abandonnée, mais ils trouvent qu'il est prématuré de l'introduire dans l´enseignement fondamental et qu'elle doit être initiée en début de lycée où les élèves auront plus de maturité pour l´affronter. Nous pensons que cette conception sur l´initiation à la démonstration semble due á certains facteurs parmi lesquels nous citons :

– la Géométrie, en particulier l´initiation au raisonnement et à la démonstration, n´occupe pas une place de choix dans l´enseignement, l´accent est plutôt mis sur les aspects calculatoires de la Géométrie,
– de façon générale, les enseignants de l´enseignement fondamental pointent la Géométrie comme la matière la plus problématique quant à son enseignement et à son apprentissage,
– comme nous l´avons déjà signalé, la plus grande partie des enseignants actuels a eu une formation initiale très précaire en Géométrie,

– les cours de formation initiale, tant des enseignants de l'enseignement fondamental, que de ceux de lycée, n´ont pas encore atteint les résultats escomptés, il en est de même pour les cours de formation continue.

A la deuxième sous-classe contribuent principalement les enseignantes. Elle met en évidence l´opinion selon laquelle le programme de mathématiques doit être exécuté en respectant le rythme des élèves. L´analyse de ce groupe de variables statistiques révèle également que l´usage de la règle et du compas ne paraît pas fondamental pour l´apprentissage de la Géométrie. Mais une partie des enseignants semble admettre que la Géométrie permet à l´élève de réaliser des recherches, de résoudre des problèmes, d´imaginer différentes stratégies de résolution et de les justifier. Ils pensent, de plus, que la Géométrie prépare l´élève à utiliser différents processus et méthodes de résolution d´un problème en analysant leurs différences et leurs points communs.

La troisième sous-classe s'oppose aux deux premières sous-classes que nous venons de traiter. Cette sous-classe met en évidence l´importance de la règle et du compas dans la construction des aptitudes en Géométrie. De plus, il révèle la conception selon laquelle la participation active des élèves à la construction de leur connaissance ne provoque pas nécessairement une perte de contrôle de la classe de la part de l´enseignant. Leur opinion confirme aussi le peu d´intérêt à accorder à l´enseignement/apprentissage de la Géométrie par rapport à d´autres thèmes mathématiques.

Le deuxième bloc met en jeu les variables statistiques : 2, 32, 29, 12, 19, 20, 17, 4, 42, 5, 6, 10 et 9. Elle met en évidence trois sous-classes de variables :

Le groupe de jeudi : Ce groupe est caractérisé par les opinions qui ne semblent pas accepter d'accorder une grande autonomie à l´élève dans la construction de ses connaissances. Mais en même temps révèle qu'il est important de l´encourager à la recherche de solution et à la construction de ses propres connaissances. Répondre ainsi indiquerait que les enseignants en question considèrent qu'accorder une autonomie aux élèves serait un obstacle à la mise en place de certaines connaissances et savoirs. Selon certains enseignants, accorder une certaine autonomie aux élèves serait leur accorder une certaine liberté qui, dans la majorité des cas vécus, provoque un problème lié à la gestion de la classe.

Cette classe met aussi en évidence les contenus géométriques que les enseignants disent enseigner : isométrie de triangles, transformations géométriques, triangles semblables et théorème de Thalès. Mais une analyse de leurs pratiques en classe montre qu´une bonne partie de ces contenus (les transformations géométriques, triangles semblables, par exemple) n´est pas abordée.

<u>Le sexe masculin</u> : Cette sous-classe semble révéler l´opinion selon laquelle la démonstration en Géométrie n´a aucune utilité pratique pour les élèves de l´enseignement fondamental, et qu'elle doit être supprimée des programmes scolaires. Il semble que, pour une partie des enseignants de sexe masculin, la démonstration n'a aucune utilité pour la vie pratique des enfants jusqu´à l´adolescence, et que par conséquent, elle ne doit pas faire l´objet d´enseignement au niveau du cycle fondamental. Son étude doit être initiée en début de lycée. Pour l´enseignement de la Géométrie, il est important de faire travailler les élèves sous forme de recherche, d´activités expérimentales, en utilisant des jeux, mais aussi en faisant des cours magistraux.

<u>Troisième bloc</u> mettant en jeu les variables 7, 8, 45, 57, 11, 13, 14, 16, 15 et 18.

Ce bloc met en évidence l´importance de la résolution de problèmes dans l´apprentissage de la Géométrie, mais cette classe met aussi en évidence l´opinion selon laquelle la Géométrie ne prépare pas les élèves à une attitude réflexive. Elle met aussi en évidence les contenus géométriques qu'ils disent enseigner : quadrilatères, circonférence et cercle, théorème de Pythagore, relations métriques dans un triangle, aires et périmètre. Ces contenus sont caractérisés par leur aspect numérique.

En croisant les réponses des enseignants, nous observons que certains en même temps : « Enseignent en utilisant la résolution de problèmes (variable 8) », sont d´accord que « le travail en Géométrie développe chez l´enfant l´aptitude à rechercher des exemples et contre-exemples, à formuler des hypothèses et à prouver expérimentalement (variable 45) », ne sont pas d´accord avec l´opinion « La Géométrie offre à l´élève la possibilité de réaliser des investigations, résoudre des problèmes, créer des stratégies, les justifier et avoir des arguments sur ses stratégies (variable 39)». Ces discours indiqueraient que les enseignants en questions considèrent comme disjointes les activités d´exploration expérimentale de celles qui entraînent les élèves au raisonnement et les initient à la démonstration. L´existence de cette idée se confirme aussi pour le cas des enseignants qui sont d´accord avec l´opinion 45, mais ne sont pas d´accord avec l´opinion « On ne doit pas abandonner, au cours de toutes les phases de l´enseignement fondamental, les vérifications empiriques de propriétés et de relation, mais qu´on doit aussi favoriser un travail sur des démonstrations simples ».

Nous faisons l´hypothèse que ces opinions sont en étroites relations avec la formation des enseignants, les situations d´enseignement proposées par les manuels scolaires.

5.3. Analyses multidimensionnelles du discours des enseignants : hiérarchie implicative

L'arbre de la hiérarchie implicative (voir annexes 3) met en évidence 14 classes de variables statistiques. Nous analysons celles qui nous semblent les plus pertinentes.

- La classe (16 ⇒ 15) ⇒30 (classe de cohésion la plus élevée) met en relation les contenus que les enseignants disent enseigner: les relations métriques dans un triangle et le calcul d'aires. Ils se caractérisent par leur aspect algébrique. Les figures géométriques semblent (l'analyse de Manuels scolaires le montre) servir uniquement de support visuel.

L'opinion des enseignants sur l'enseignement de ces contenus est en relation implicative avec leur opinion « être d'accord que la Géométrie permet à l'élève de développer l'esprit de recherche ».

- La classe 10⇒(13 ⇒ 18) met en évidence l'enseignement de la « circonférence, du cercle et des triangles ». L'enseignement de ces contenus semble partir d'activités au cours desquelles les élèves participent à la construction de leurs connaissances à partir de situations expérimentales,
- la classe implicative qui regroupe les variables [(20 ⇒ 17) ⇒ (7 ⇔ 14)] ⇒ [(8 ⇒ 57) ⇒ 45] est caractérisée par les contenus de Géométrie que certains enseignants disent avoir l'habitude de travailler en classe, ainsi que les méthodes qu'ils disent utiliser pour leur enseignement/apprentissage. Leur discours met l'accent sur l'importance des méthodes prenant en compte l'élève, méthodes pour lesquelles l'élève est acteur de la construction de ses connaissances. C'est un discours qui semble prendre en compte les tendances des recherches actuelles en Didactique des Mathématiques, mais nos observations révèlent que ce discours est différent de la réalité en classe.

Cette dernière observation rejoint celle d'Aline Robert (Robert A. & al., 1989) selon laquelle les pratiques des enseignants sont intimement liées à leurs conceptions sur les Mathématiques et l'enseignement reçu au cours de leur formation.

Ces conceptions sont probablement liées à leurs expériences personnelles, à l'environnement socioculturel présent et passé, à la période de leurs études et à des caractéristiques encore plus personnelles.

La stabilité des conceptions d'un individu présente quelquefois des résistances au changement, à la fois parce qu'un équilibre personnel est à maintenir, mais aussi, parce qu'une partie des conceptions correspond à des convictions (éventuellement implicites, non perçues comme des réponses à des questions, mais admises, de préférence, sans qu'il ait conscience du phénomène ou sans pouvoir argumenter à leur propos).

– Implication : 8 $\Rightarrow$ 57 : la résolution de problèmes liés aux calculs d'aires est associée à la composition et la décomposition de figures. Une partie des enseignants semble mettre l'accent sur les fonctions de la figure (visualiser, faire voir, résumer les informations, aide à la preuve et aux conjectures) pour l'acquisition des connaissances liées au concept d'aire. Nous rapprochons ses idées à celles de Raymond Duval (1995).

L´auteur montre que la résolution de problèmes de Géométrie et l'entrée dans la forme de raisonnement que cette résolution exige, dépendent de la prise de conscience de la distinction des différentes formes d'appréhension de la figure (appréhensions séquentielles, perceptive, discursive et opératoire). L'appréhension opératoire des figures, selon l'auteur, dépend de la prise de conscience des différentes modifications possibles d´une figure (modification méréologique, optique et positionnelle).

Ces modifications sont réalisées psychiquement, graphiquement et mentalement. L'intérêt de fractionner une figure ou de son examen à partir des parties élémentaires est lié à l'opération de configuration intermédiaire. En effet, les parties élémentaires peuvent être regroupées en sous-figures, toutes dans la figure de départ. Cette opération permet alors d'enchaîner immédiatement des traitements tels que les mesures d'aires à partir des sommes des parties élémentaires ou mettre en évidence l'équivalence de deux regroupements intermédiaires.

– La classe implicative (21 $\Leftrightarrow$ 36) $\Rightarrow$ 60 semble révéler l'importance de l'utilisation d'instruments, comme la règle et le compas, mais aussi la nécessité pour l'enseignant de prendre en compte les intérêts des élèves.

L'ampliation et la réduction des figures, et les instruments de constructions de figures géométriques, semblent constituer des appuis importants pour l'acquisition de notions géométriques.

– La classe implicative (2 $\Leftrightarrow$ 26) semble mettre en évidence le désaccord de certains enseignants sur l'importance de laisser une certaine autonomie à leurs élèves.

L'analyse des relations implicatives paraît révéler, pour une partie des enseignants, qu'il est prématuré de travailler la Géométrie déductive et que cette dernière doit être initiée seulement en début de lycée. Or, comme nous le savons bien, plusieurs recherches montrent le contraire.

Analysant les causes d'échec des élèves dans une tâche de démonstration en Géométrie, Duval (Duval R. 1995) dit qu'elle met en jeu une activité cognitive spécifique et que son apprentissage n'est pas lié à une situation d'interaction sociale, ni subordonnée à un jeu de pressions internes d'un objet. Elle est un type de processus cognitif autonome avec des caractéristiques spécifiques par rapport à d'autres formes de fonctionnement du raisonnement, comme l'induction, l'argumentation, l'interprétation.

D'un côté, elle articule les énoncés en fonction de leur statut et non en fonction de leur signification, de l'autre, elle se fait en progression par substitution d'énoncés et par enchaînement. L'apprentissage de la démonstration, consiste, pour Duval, prioritairement, à la conscientisation qu'il s'agit d'un discours différent de celui qui est pratiqué dans la pensée naturelle. La compréhension opératoire des définitions et des théorèmes suppose que ceux-ci soient vus comme des règles de substitution. Pour l'auteur, la prise de conscience de ce qui est une démonstration est faite seulement à partir de l'articulation de deux registres, parmi lesquels l'utilisation du langage naturel par l'élève. Cette interaction va surgir de l'interaction entre la représentation non discursive produite et le discours écrit ou oral.

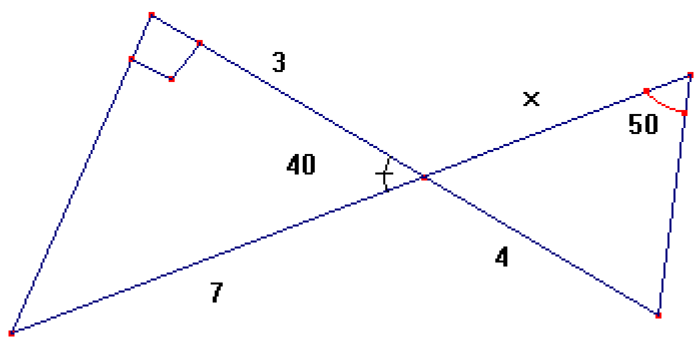
L'apprentissage de la démonstration par les élèves est un processus long, et doit être initié dès l'enseignement fondamental. Pour amener une majorité d'élèves (de collège) à la prise de conscience de la structure profonde de la démonstration, nous pensons que l'enseignement doit prendre en compte plus d'activités de résolution de problèmes, parmi lesquelles nous citons l'exploration guidée ou libre des propriétés d'une figure liée à un énoncé d'un problème et l'aide à la démonstration, permettant non seulement de développer les capacités de raisonnement de l'enfant, mais aussi de comprendre le statut de la démonstration géométrique.

6. Analyse des questions relatives aux contenus

6.1. Analyse de la situation 1

6.1.1. Situation 1

Un enseignant propose à ses élèves le problème suivant : Observe la figure ci-dessous :



Quelle est la valeur de x ?

a) Penses-tu que tes élèves vont répondre que x =.....
b) Justifie ta réponse ?
c) Cite trois difficultés au moins que, à ton avis, les élèves commettent fréquemment face à ce type de situation.
d) Quelles sont les raisons de ces difficultés ?
e) Quelle est l´importance de la figure pour la résolution du problème proposé aux élèves ?
f) Explique comment tu corrigerais cet exercice à tes élèves ?
g) Considères-tu l´énoncé du problème : ( ) Bien formulé ( ) mal formulé ? Propose une autre formulation du problème.

6.1.2. Quelques résultats

Dix-neuf des 24 enseignants ont répondu que leurs élèves ne sauront pas répondre ou ne sauront pas résoudre la question posée. Ils justifient cet état de fait, par celui que la Géométrie est reléguée en dernière position et par la méconnaissance de cette discipline par la majorité des enseignants. L´une des raisons des difficultés que les enseignants soulèvent est liée à l´interprétation de la figure, interprétation qui généralement n´est pas prise en compte dans l´enseignement de la Géométrie.

Les difficultés sont aussi dues, selon certains enseignants, aux facteurs suivants :

- manque de contenu géométrique tels que : congruence des triangles, triangles semblables, proportionnalités, théorèmes de Thalès,
- manque d´habilités et de certaines attitudes comme : réfléchir, être capable de l´abstraction, raisonner, savoir calculer, savoir interpréter,
- la peur des mathématiques, le manque d´intérêt et d´assurance face aux problèmes de Géométrie.

La figure a été considérée très importante dans la résolution du problème, parce qu'elle permet de visualiser les données et les sous-figures pertinentes. Certaines recherches associent la visualisation à l´apprentissage de la Géométrie (Ponte et al., 1998). Ces recherches suggèrent que les compétences du domaine spatial soient travaillées avant celles normalement attendues quant á la Géométrie plane.

L´analyse des résultats de cette situation montre que les difficultés attribuées aux élèves sont en réalité, aussi celles des enseignants à propos de la Géométrie. À la question qui leur demandait de résoudre le problème pour leurs élèves, seuls huit l´ont résolu correctement, et un seulement avait indiqué de façon adéquate les connaissances mobilisables pour la résolution du problème.

Ces résultats confirment celles de Belchior (1994) (cité par Ponte et al (1998)) selon lequel certains enseignants de l'enseignement fondamental et de lycée avaient, dans une tâche de résolution de problèmes de Géométrie, des résultats proches de ceux de leurs élèves.

Par rapport à l´énoncé du problème, le tableau suivant met en évidence les opinions des enseignants sur sa formulation :

	Bonne formulation	Mauvaise formulation	Sans opinion
Nombre d´enseignants	11	5	8

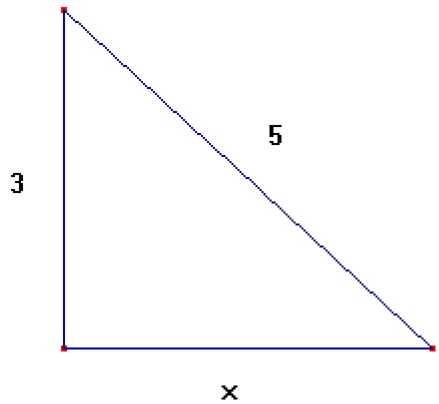
Les enseignants qui pensent que le problème est mal formulé suggèrent qu'il y ait plus d´informations afin que les élèves puissent utiliser le théorème de Pythagore dans la résolution du problème.

6.2. Analyse de la situation 2

6.2.1. Situation 2

Le problème suivant a été proposé aux élèves :

Que peut-on dire de la mesure x du côté du triangle, sachant qu'on s´est servi de la même *unité de longueur pour toutes les mesures ?*



Un de tes élèves a répondu : x = 4.

La réponse de ton élève est-elle juste ?

Quelle serait la stratégie que ton élève aurait utilisée pour résoudre ce problème ?

Se tu considères que la réponse de ton élève est fausse, quelle solution pourrais-tu lui proposer ? Justifie ta réponse.

6.2.2 Quelques résultats

Sur les 24 enseignants qui ont résolu cette situation, 16 trouvent que la solution proposée par l´élève est correcte. Six enseignants disent qu'ils ne peuvent la considérer correcte car les informations contenues dans la figure ne permettent pas de considérer le triangle donné comme un triangle rectangle. Dix-sept des enseignants pensent que l´élève a utilisé le théorème de Pythagore pour la résolution du problème. Deux enseignants ont affirmé que l´élève avait utilisé la moyenne arithmétique des mesures pour trouver la valeur de

$$x : \frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}=4 ,$$

trois enseignants disent que leurs élèves ne pourront pas résoudre le problème, raison invoquée : l´angle droit n´est pas fourni.

La résolution de ce type de situation doit prendre en compte les trois formes de processus cognitifs identifiés par Duval (Duval, R. 1995) et qui ont des fonctions épistémologiques spécifiques :

- la visualisation qui permet l´exploration heuristique d´une situation complexe,
- la construction géométrique au cours de laquelle les actions représentées et les résultats observés sont liés aux objets mathématiques représentés,
- le raisonnement. Suivant l´auteur, l´heuristique des problèmes de Géométrie se réfère à un registre spatial, qui donne lieu à des formes d´interprétation autonomes mettant en jeu les différentes appréhensions de la figure : appréhension séquentielle, perceptive, discursive et opératoire.

6.3 Analyse de la situation 3

6.3.1 Situation 3

On sait d´un quadrilatère qu'il a trois côtés de même longueur.

Henrique dit : Il suffit que ses diagonales se coupent en leur milieu pour qu'il soit un losange.

Carlos Magalhães argumente : Il suffit qu'il ait un angle droit pour qu'il soit un carré.

Pedro Malan dit : Il suffit que le quatrième côté soit le double de l´un des trois côtés pour qu'il soit un trapèze.

a) Qui a raison ?

b) Qui a tort ?

c) Justifie ta réponse ?

6.3.2 Quelques résultats

Le tableau ci-dessous résume les réponses des enseignants :

	A raison	N´a pas raison
Henrique	3	21
Magalhães	14	10
Pedro Malan	11	13

Les justifications de leurs réponses ne s´appuie pas sur des arguments scientifiques, aucune démonstration ou contre-exemple n´est proposé pour valider ou réfuter les réponses des trois élèves. De façon générale, ces enseignants ont eu beaucoup de difficultés à résoudre le problème. L´absence de support visuel (la figure, par exemple) serait l´une des causes des difficultés des élèves à résoudre le problème proposé (selon leurs propres commentaires).

7. Conclusions ET perspectives

L´étude des manuels scolaires, des PCN et les informations obtenues à partir de ce questionnaire révèlent une certaine réalité de l´enseignement de la Géométrie, ainsi que la nécessité d´une formation continue de ces enseignants. Ces résultats nous ont guidés dans le choix de nos hypothèses de travail quant aux contenus géométriques et aux variables à prendre en compte dans la formation des enseignants, mais aussi dans le choix des situations d´enseignement/apprentissage de la Géométrie.

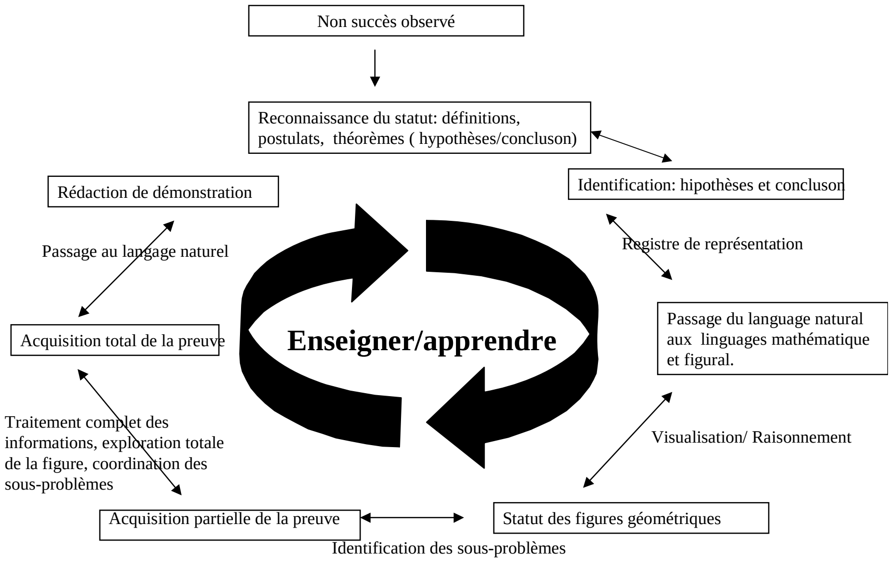
Le travail de formation des enseignants que nous avons entrepris ensuite prend en compte trois aspects qui nous paraissent importants :

- Faire un travail sur les savoirs et les savoir-faire en Géométrie, ayant pour objectif la formation des enseignants participant au projet de recherche ; nous faisons l´hypothèse que cette formation leur permettra, tout au moins en partie, de s´approprier certains savoirs et connaissances géométriques en favorisant un contrôle significatif de ceux-ci au moment de leur enseignement/apprentissage.
- Faire un travail de formation intégrant certains résultats de la Didactique des Mathématiques et ayant pour objectif la construction d´instruments d´analyse des situations didactiques que ces enseignants sont amenés à développer en classe. Nos observations et celles de divers chercheurs montrent que, de façon générale, les enseignants ont un discours prenant en compte certains des résultats des recherches sur l´enseignement et l´apprentissage des mathématiques. Mais, ils semblent éprouver de grandes difficultés à prendre ce discours en compte dans la construction et l´expérimentation de situations de classe.
- une étude des pratiques enseignantes par l´équipe de recherche et une analyse réflexive et constructive par les enseignants de leurs pratiques en

classe. Cette analyse se fait (suivant l´idée de Robert, A. 2001) du point de vue de la construction des connaissances géométriques proposée aux élèves, et en ne tenant compte que des aspects épistémologiques et cognitifs(Robert, p.65). Nous utilisons les expression “ pratiques enseignantes » et “ pratiques en classe“ suivant le sens d'Aline Robert (Robert, 2001) :

Nous réservons l´expression pratiques enseignantes à l´ensemble des activités de l´enseignant qui aboutissent à ce qu'il met en œuvre en classe.

Les pratiques en classe désignent tout ce que dit et fait l´enseignant en classe, en tenant compte de sa préparation, de ces conceptions et connaissances en mathématiques et de ses décisions instantanées, si elles sont conscientes. (Robert 2001, p.66).



Le travail de formation[*] que nous avons mené ensuite s´appuie essentiellement sur les niveaux de compréhension de la Géométrie de Van Hiele (niveau de visualisation, niveau d´analyse, niveau de déduction formelle, niveau de la rigueur) et la théorie des registres de représentation sémiotique de Duval(1995),

[*] Le travail de formation initié en fevrier 2000 a duré deux ans et demi. Les résultats scientifiques de ce projet feront l´objet d´autres publications.

mettant en jeu l´importance de la coordination de différents registres de représentation sémiotique, du rôle de la figure dans la résolution des problèmes de Géométrie, de la lecture et l´interprétation des textes mathématiques, de la constitution d´un réseau sémantique des objets mathématiques et des théorèmes (et/ou définitions) qui peuvent être utilisées dans une démonstration. Le schéma ci-dessus résume le processus de construction des savoirs et des connaissances géométriques que nous avons mis en place chez les enseignants.

BIBLIOGRAPHIE

BRASIL SECRETARIA DE EDUCAÇÃO, 1998, *Parâmetros curriculares nacionais : Ensino Fundamental – Matemática***,** Brasília : MEC, SEF.

BROUSSEAU G., 1986, Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage-Éditions, v.7.2, 33-115.

DUVAL RAYMOND, 1995, *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Peter Lang.

GRAS R., 2001, Les fondements de l´analyse statistique implicative, *Actes des Journées sur la fouille dans les données par la méthode d´analyse implicative*, 23-24 juin 2000, ARDM-IUFM de Caen, 11-32.

GRAS R. & AL., 1996, *Implication statistique : nouvelle méthode exploratoire de données*, in Gras Régis, Recherche en didactique des mathématiques, Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

PONTE J.P & AL, 1998, *Investigação em educação matemática : implicações curriculares*, Ciências da Educação, v. 22, Lisboa : Instituto de Inovação Educacional.

ROBERT A., 2001, Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l´exercice du métier d´enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématique*, 21/1.2, 57-80.

SAEB, 1995, *Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica* Secretaria de Desenvolvimento, Inovação e Avaliação Educacional, Instituto Nacional de Avaliação de Estudos e Pesquisas Educacionais, Brasília.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL, 1998, *Parâmetros curriculares nacionais : Matemática*, Brasília : MEC, SEF.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO, 1996, *Experiências Matemáticas : 7ª série*, Versão preliminary, São Paulo : SE/CENP, 1996.

VAN HIELE P, 1980, Levels of Thinking : How to meet them, How to avoid them, paper apresentado no 58º Encontro Anual do NCTM, Seattle.

VAN HIELE P., 1986, *Structure and insight : to Theory of mathematics Education* Academic Press inc, London.

Saddo Ag Almouloud –PUC-SP
Rua Marquês de Paranaguá, 111, cep. 01303-050, São Paulo-SP, Brasil
e-mail : saddoag@pucsp.br

Annexe 1

Variables statistiques de l´arbre de similarité de la hiérarchie implicative

1. Groupe de vendredi : enseignants avec lesquels nous travaillons le vendredi
2. Groupe de jeudi : enseignants avec lesquels nous travaillons le jeudi
3. Sexe fémin
4. Sexe masculin
5. Cours magistral
6. Méthode de recherche
7. Travail en groupes
8. Résolution de problèmes
9. Jeux
10. Activités avec expériences

Sous quelle forme enseignent-ils ?

11. Quadrilatères
12. Similitudes de triangles
13. Circonférence et Cercle
14. Théorème de Pythagore
15. Aires et perimètres
16. Relations métriques - triangle
17. Théorème de Thalès
18. Triangles
19. Congruence de triangles
20. Transformations géométriques

Quels contenus enseignent-ils ?

21. Est d´accord que “ une partie des problèmes de l´école est qu´elle ne prend pas en compte les intérêts des élèves ».

23. N´est pas d´accord que “ une partie des problèmes de l´école est qu´elle ne prend pas en compte les intérêts des élèves ».

26. Est d´accord que “ la participation active des élèves contribue à la perte de contrôle de la classe par l´enseignant »

29. Est d´accord que “ En classe, l´élève doit être incité à la recherche de solution d´un problème avant d´en accepter une toute faite ».

30. Est d´accord que ″L´enseignant doit laisser à ses élèves une grande autonomie dans la construction de ses connaissances ».

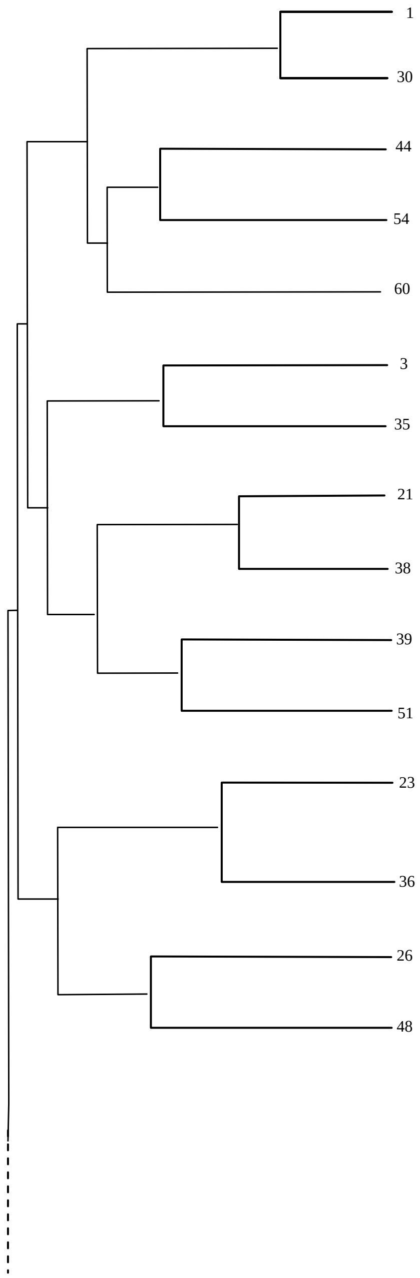
32. N´est pas d´accord que “ L´enseignant doit laisser à ses élèves une grande autonomie dans la construction de ses connaissances » .

35. N´est pas d´accord que ″Les contenus doivent être, coûte que coûte, intégralement enseignés, puisqu’ils sont prévus dans les programmes″.

36. Est d´accord que ″L´usage de la règle et du compas est fondamental pour l´apprentissage de la Géométrie ″.

38. N´est pas d´accord que “ L´usage de la règle et du compas est fondamental pour l´apprentissage de la Géométrie″.
39. Est d´accord que ″La Géométrie offre à l´elève la possibilité de réaliser des investigations, résoudre des problèmes, créer des stratégies, les justifier et avoir des arguments sur ses stratégies″.
42. Est d´accord que “ La démonstration en Géométrie doit être étudiée en début de lycée″
44. N´est pas d´accord que ″La démonstration en Géométrie doit être étudiée en début de lycée″
45. Est d´accord que ″Le travail en Géométrie développe chez l´enfant l´aptitude à rechercher des exemples et contre-exemples, à formuler des hypothèses et à prouver expérimentalement″.
48. Est d´accord que ″La Géométrie déductive reçoit peu d´attention au niveau de l´Enseignement Fondamental″.
51. Est d´accord que ″La Géométrie développe chez l´élève l´aptitude à comparer différentes méthodes et processus de résolution de problème, en analysant les ressemblances et les différences ″.
54. Est d´accord que ″On ne doit pas abandonner, au cours de toute phase de l´Enseignement Fondamental, les vérifications empiriques de propriétés et de relations, mais qu'on doit aussi favoriser un travail sur des démonstrations simples″.
57. Est d´accord que ″L´exploitation de la composition et la décomposition de figures, facilite la compréhension de calcul d´aires figures planes″.
60. Est d´accord que ″L´agrandissement et la réduction de figures est un appui important pour l´enseignement des cas de similitude″.

Annexe 2



Groupe de vendredi

L´enseignant doit accorder une grande autonomie à ses élèves

La démonstration ne doit pas être étudiée en début de lycée

On ne doit pas abandonner les vérifications empiriques au niveau de l´E.F.

Agrandissement et réduction sont des appuis pour comprendre le cas de similitude

Sexe – féminin

Les contenus ne doivent pas, coûte que coûte, être intégralement enseignés

Une partie des problèmes de l´école est qu´elle ne prend pas en compte les intérêts des élèves

L´usage de la règle et du compas n´est pas fondamental pour l´apprentissage de la géom.

La Géométrie développe la capacité de raisonnement

La Géométrie développe l´aptitude à comparer différentes méthodes de résolutions

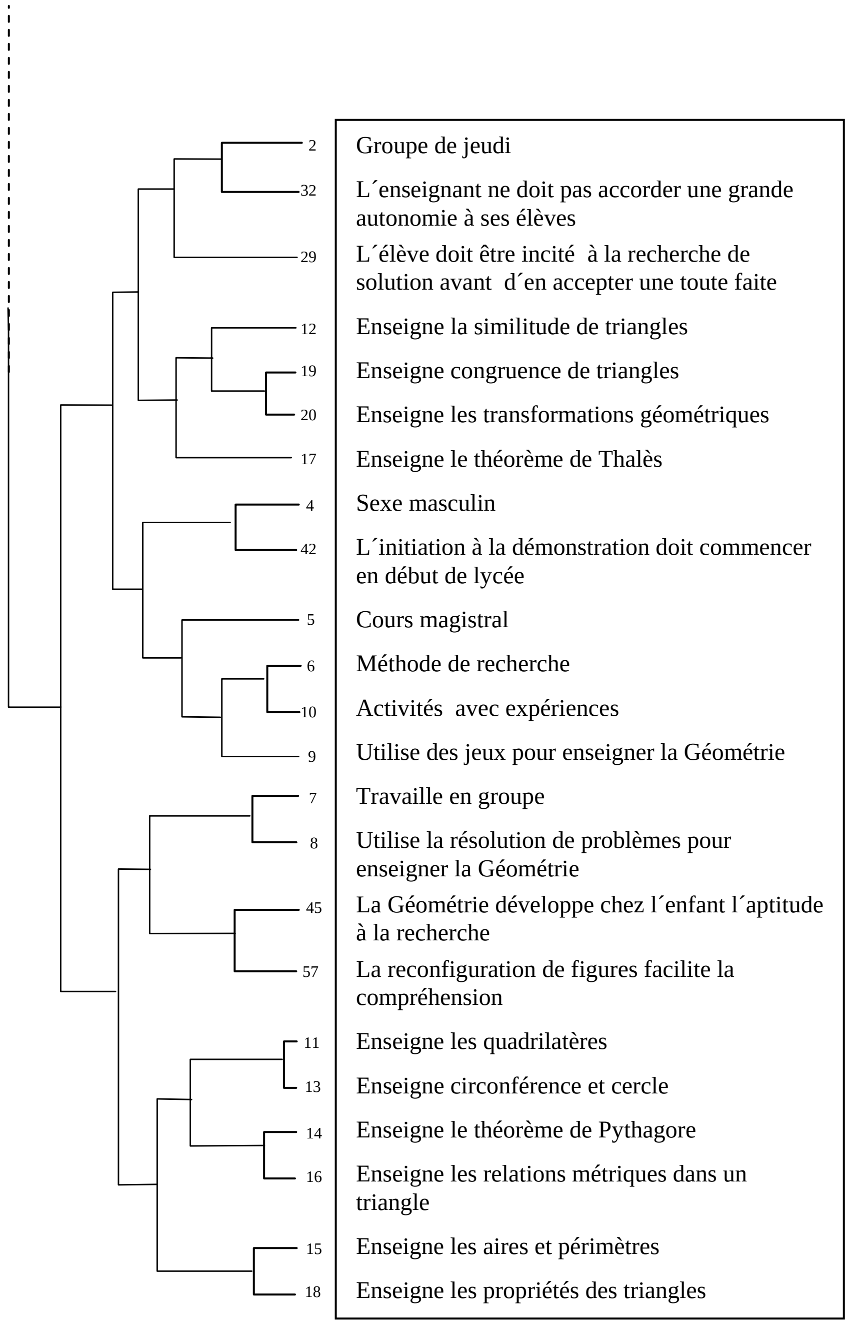
Une partie des problèmes ne réside pas dans le fait que l´école ne prend pas en compte les intérêts des élèves

L´usage de la règle et du compas est fondamental dans l´apprentissage

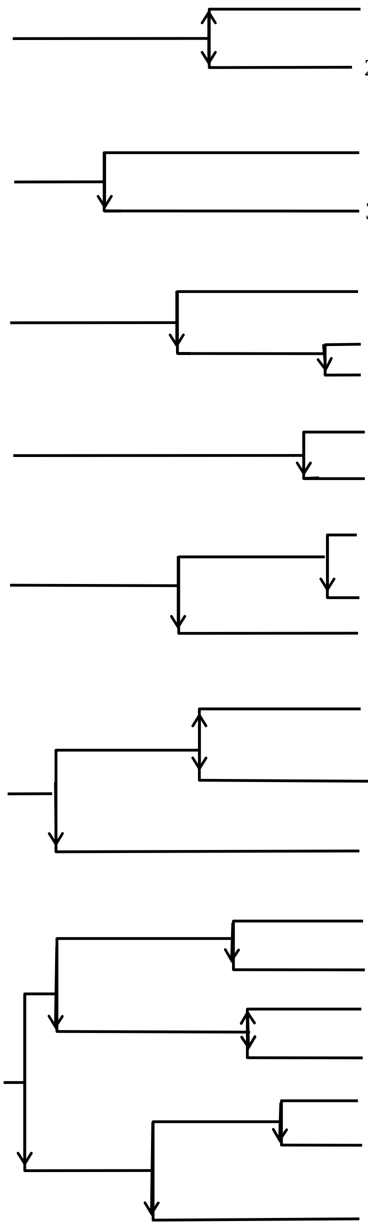
La participation active des élèves contribue à la perte de contrôle de la classe par l´enseignant

La Géométrie déductive reçoit peu d´attention

Annexe 2 (suite)



Annexe 3



2	Groupe de jeudi
26	La participation active des élèves contribue à la perte de controle de la classe par l´enseignant.
3	Sexe feminin.
35	Les contenus ne doivent pas être intégralement enseignés.
10	Activités avec expérimentation.
13	Enseigne circonférence et cercle.
18	Enseigne les triangles
11	Enseigne les quadrilatères.
5	Cours magistral.
16	Enseigne les relations métriques dans le triangle.
15	Enseigne les aires et périmètres.
30	Géométrie permet à l'élève de réaliser des recherches
21	Une partie des problèmes de l'école est qu'elle ne prend pas en compte les intérêts des élèves
36	L'usage de la règle et du compas est fondamental dans l'apprentissage
60	Agrandissement et réduction sont des appuis pour comprendre le cas de similitude
20	Enseigne les transformations géométriques.
17	Enseigne le théorème de Thalès.
7	Travaille en groupes.
14	Enseigne le théorème de Pythagore.
8	Résolution de problèmes.
57	La reconfiguration de figures facilite le calcul d´aire.
45	Géométrie développe l'aptitude à la recherche.