

ALINE ROBERT

**DE RECHERCHES SUR LES PRATIQUES AUX FORMATIONS
D'ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES DU SECOND DEGRÉ :
UN POINT DE VUE DIDACTIQUE**

Abstract. From research works on teachers' practice to training secondary school mathematics teachers: a didactical approach

In this text, we first discuss the legitimacy of our project and then we present some research works we have obtained on mathematics teachers' practices. We infer some propositions on teachers' training. They concern training's modes and methods, but they fit only teachers' training which have some direct relation with classroom's practices. We defend the idea that it is very difficult for a teacher to change his own practices: this comes from our research's results on practices' stability, based on complexity and individual coherence. Furthermore, all teachers as "workers" share some institutional and social constraints and the common answers they have developed are also very stable ones. That is why we insist on teachers' training's modes and methods. We present then a precise project called "scénario", based on classroom videotapes' analyses. The aim of the training is to give teachers tools to analyse these videos. We try to show how this project fits our proposals: long training, work on both contents and classroom's management, real and tied to professional interest activities with a collective dimension, allowing a real work on constraints and choices. To conclude, we evoke some research we think it would be useful to conceive, namely on evaluation of training's teachers.

Key words. Secondary mathematics teachers' training, teachers' practices, mathematics teachers trainers' training, "scenario", hypotheses on training's teachers.

Résumé. Dans cet article, après avoir justifié la légitimité du propos, nous présentons quelques résultats de recherches que nous avons obtenus sur les pratiques des enseignants de mathématiques. Nous en déduisons des propositions, encore partielles, sur la formation de ces pratiques : elles mettent en jeu les modalités des formations pour certains choix de contenus ; elles ne concernent que des formations pouvant avoir des retombées directes sur les pratiques de classe. Ce sont notamment la stabilité, la cohérence et la complexité des pratiques d'un enseignant donné, et la difficulté correspondante de modifier les pratiques ainsi que la prise en compte du métier de l'enseignant et de toutes les contraintes correspondantes, qui nous amènent à ces propositions. Nous présentons ensuite un exemple précis de « scénario de formation » à partir d'analyses de vidéo de séances de classe, qui a comme objectif de donner aux enseignants des outils d'analyses de ces séances. Nous nous attachons à montrer comment ce scénario s'inspire des propositions précédentes et les vérifie : formation longue, permettant un travail simultané sur les contenus enseignés et la gestion en classe, mettant en jeu les contraintes et amenant à une réflexion sur les alternatives, grâce à des activités collectives signifiantes pour les participants. Nous terminons en évoquant des recherches qui pourraient se développer sur ces formations,

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, vol 10, p. 209 - 249.

© 2005, IREM de STRASBOURG.

notamment pour concevoir des scénarios et tester les propositions présentées en évaluant les effets des formations.

Des annexes permettent de donner des précisions sur l'exemple de scénario.

Mots clés. Formations des enseignants de mathématiques du second degré, pratiques des enseignants de mathématiques du second degré, scénarios de formation, formateurs d'enseignants de mathématiques du second degré, évaluation des formations, hypothèses sur les formations.

Introduction : une problématique de recherches sur la formation des enseignants de mathématiques du second degré est-elle recevable en didactique des mathématiques ?

Il y a peu de recherches importantes de didactique des mathématiques sur la formation professionnelle effective (initiale ou continue¹) des enseignants de mathématiques du second degré. Que ce soit en France ou à l'étranger, on trouve davantage des propositions de formation plus ou moins étayées en référence à des travaux divers, peu évalués. Des formations sont par exemple mises en place depuis des années en France dans les Missions Académiques à la Formation des Personnels de l'Education Nationale (MAFPEN), les Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM), les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), avec des diversités très grandes (cf. Robert et Pouyane, 2004) et avec finalement peu de textes écrits et peu d'évaluations autres qu'à chaud². A l'étranger on trouve soit des textes très généraux sur la formation des enseignants (Jaworski 2003, Peressini et al. 2004, Clarke et al., 2002) qui présentent des propositions globales basées sur des modèles souvent issus de recherches sur les pratiques, soit des récits d'expériences de formation non évaluées (Kazemi et al., 2004), pour ne citer que des travaux récents.

Il y a des raisons « théoriques » à la difficulté de passer de propositions ou même d'hypothèses générales à des formations précises à évaluer : d'une part les évaluations menées dans des recherches didactiques sont souvent liées à des ingénieries qui permettent des comparaisons entre des prévisions et des déroulements. Or à l'heure actuelle on ne peut pas encore parler d'ingénieries de formation, même si certains scénarios de formation commencent à apparaître. Et les hypothèses précises qu'on pourrait mettre à l'épreuve dans de tels scénarios ne sont pas encore dégagées très clairement, même si certaines pistes peuvent être

¹ Initiale en deuxième année d'IUFM, continue par l'intermédiaire des stages PAF par exemple. Il y a plus de recherches pour le premier degré (Houdement et Kuzniak, 1996, Masselot, 2000, Peltier, 2004, Vergnes, 2001).

² L'existence de la COPIRELEM (commission nationale) a notablement changé les choses pour le premier degré.

suivies. D'autre part évaluer des formations implique évaluer des pratiques enseignantes et donc évaluer des apprentissages d'élèves : il y a là une complexité et une imbrication de trois niveaux (formations, pratiques des enseignants en classe, apprentissage des élèves) qui rend le projet d'emblée très difficile. De plus il y a un grand risque de glissement normatif dans ce type d'entreprises, il faudrait pouvoir évaluer les formations sans mettre en cause les enseignants « en tant que personnes »... Est-ce possible ? Enfin il y a une grande différence entre formation continue et formation initiale, entre l'installation des pratiques et leur enrichissement ultérieur et des recherches assez différentes devront sans doute être mises en place.

En fait, il nous apparaît tout de même que des travaux de recherche didactique sur les pratiques des enseignants permettent à l'heure actuelle d'avancer des hypothèses sur ces formations, au moins sous forme de propositions, et de travailler à des scénarios de formation qui remplissent les conditions correspondantes. Concevoir un scénario de formation signifie à la fois préciser les choix de contenus de formation³, retenir quelques hypothèses de formation à tester, partager le projet avec les formateurs, mettre au point les expérimentations et prévoir des évaluations : étapes toutes très difficiles, particulièrement la dernière, comme nous venons de l'expliquer. Nous ne ferons qu'esquisser ce travail dans cet article, en présentant des propositions qui portent sur les modalités de certaines formations et en les illustrant par un exemple de scénario ; nous ne ferons que suggérer des pistes d'évaluation et nous ne discuterons pas les choix de contenus de la formation.

Des questions préalables se posent : ce type de questionnement (sur la formation des enseignants) est-il bien dans le champ des recherches en didactique des mathématiques ? Si oui, ces recherches, qu'on peut prévoir assez lourdes, sont-elles nécessaires ou représentent-elles un luxe, ou encore une rationalisation pour certains chercheurs (universitaires) engagés dans un tel travail, comme j'ai eu l'occasion de le voir dans une revue⁴ ? Plusieurs types d'arguments nous semblent plaider pour une réponse positive aux deux premières questions.

On peut arguer du fait qu'il y a dans l'enseignement des mathématiques des difficultés didactiques⁵ qui dépendent des pratiques des enseignants : par exemple l'intégration effective des techniques d'information et de communication (TICE) dans les classes, l'importance croissante des malentendus entre élèves et

³ Ceci comprend notamment pour les chercheurs en didactique, un travail de définition des résultats de recherches à transposer (à transformer pour être transmis).

⁴ Cf. Recherche et formation n° 38 (2001) La fabrication de l'enseignant professionnel, la raison du savoir.

⁵ Liées aux relations enseignement apprentissage et pas seulement à des difficultés cognitives ou sociales.

enseignants notamment en REP (Réseau d'Education Prioritaire)⁶, l'illusion de la transparence de certaines formes de cours, magistraux ou même dialogués. Or, et c'est ce que nous allons présenter ci-dessous, les pratiques des enseignants sont rapidement stables, elles ont tendance à se reproduire ; dès leur installation elles portent en germe une certaine reproduction des modèles antérieurs que les futurs enseignants ont connus. Et ces pratiques des enseignants sont d'autant plus stables qu'elles sont complexes et cohérentes, pour un enseignant donné et qu'elles ont des bases sociales, réponses à des contraintes communes, pour une collectivité (ce que nous appellerons ci-dessous le genre). Certes ces pratiques sont diverses, à un certain niveau de détail⁷ : mais les diversités individuelles ne correspondent pas nécessairement à des marges de manœuvre pour tous les enseignants, et n'engendrent pas toujours des alternatives réalistes.

Le problème d'une formation renouvelante, enrichissante est donc bel et bien posé à nos yeux de didacticien, intéressé par la compréhension des apprentissages des élèves. Or les formations par le terrain, solution très appréciée et de plus en plus exclusivement préconisée par l'institution, ne nous semblent pas suffisantes – ni pour modifier les pratiques en intégrant des instruments nouveaux, ni pour saisir des malentendus qui résistent bien souvent aux observations⁸, ni pour enrichir les conceptions et les pratiques de certains enseignants sur le rôle et l'organisation du travail des élèves. D'ailleurs les quelques recherches qui ont pu être menées, notamment dans le premier degré, sur les effets des formations⁹ et notamment sur la diffusion des travaux de didactique chez les enseignants ont toutes montré une très grande déperdition. L'exemple précis de l'enseignement des décimaux, analysé dans le primaire et en sixième¹⁰ (après son introduction dans cette classe) est très frappant à ce sujet : alors que plusieurs ingénieries très riches sont disponibles, elles sont peu utilisées par les enseignants. Des réflexions sur ce constat (Robert, 2003a) amènent à lister les difficultés que rencontre un enseignant pour adopter ce type de séquence en classe et à retrouver à la fois les contraintes qui pèsent sur chaque enseignant et la stabilité de ses pratiques : pour résumer, proposer une « bonne » séquence aux enseignants ne suffit pas à la leur faire adopter et il y a des raisons théoriques à cela, qui tiennent à la nature même des pratiques enseignantes.

⁶ Cela conduit les élèves à effectuer des tâches en se limitant « à leur lettre », ce qui fait que l'enseignant ne se rend pas toujours compte que ces élèves ne rentrent pas dans l'apprentissage attendu. De nombreux travaux le montrent clairement : par exemple, pour citer des travaux récents Chesnais, 2004, Roditi, 2004.

⁷ Beaucoup de travaux récents montrent à la fois les points communs et les diversités à l'intérieur de cette communauté de pratiques (cf. Hache, 2001, Roditi, 2003, Vandebrouck, 2002).

⁸ Cf. Maurice, 2002.

⁹ Cf. Masselot 2001, Vergnes, 2002 notamment.

¹⁰ Cf. Bolon, 1996, Roditi, 2001.

D'où cette problématique que nous soumettons aux chercheurs : élaborer des scénarios de formation, qui articulent des éléments théoriques et des expériences en classe, et qui puissent être évalués par des recherches. Encore une fois, concevoir de tels scénarios implique à la fois un travail explicite de transposition de certaines recherches : tant sur les apprentissages des élèves que sur les pratiques et leur formation, un travail d'ingénierie longue, avec la mise au point des modalités de ces formations, une réflexion sur les formateurs et peut-être une certaine formation de ces derniers, des expérimentations et des évaluations mises au point soigneusement, ainsi que tout un travail réflexif à partir des premiers résultats... Il y a fort à parier d'ailleurs que des recherches de ce type aient des retombées directes sur les autres chantiers ouverts en didactique, en relation avec les liens enseignement-apprentissage, ce qui nous encourage à ne pas reporter ce type de travail.

Considérant donc que le problème est recevable, nous allons d'abord présenter certains résultats de nos recherches sur les pratiques des enseignants, puis revenir sur les formations en exposant certaines propositions qui traduisent des hypothèses qui seraient à tester dans des recherches ultérieures. Nous exposerons un exemple de scénario de formation compatible avec ces propositions. Nous terminerons en dégagant des perspectives précises de recherches.

Nous nous restreignons ici à nos travaux sur les pratiques car ce sont eux qui justifient l'ensemble de la démarche ci-dessous. D'autres pistes existent qui prennent comme départ la théorie des situations ou la théorie anthropologique du didactique (cf. Noirfalise R. Ed Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, *Actes de l'Université d'été de la Rochelle*, 1998).

1. Nos recherches sur les pratiques des enseignants de mathématiques du second degré

A l'origine de ces travaux, notre questionnement de didacticien des mathématiques porte sur les relations entre l'enseignement d'un contenu donné et les apprentissages, dans une classe donnée. Cela nous amène non seulement à caractériser l'apprentissage mais aussi à caractériser l'enseignement et les pratiques de l'enseignant, notamment en classe.

1.1. Une posture mixte : la « double approche »

Plusieurs articles nous ont permis d'exposer notre démarche en détail (Robert, 2001, Robert et Rogalski , 2002, 2004). Nous la reprenons ici dans ses grandes lignes.

Nous nous intéressons aux apprentissages des élèves dans le cadre scolaire par l'intermédiaire des activités que l'enseignant organise pour les élèves en classe et à

la maison. Pour cela, nous analysons les tâches prescrites, au sein d'un scénario complet, et les déroulements effectifs ou du moins proposés effectivement aux élèves. C'est ce qui permet de reconstituer en partie les activités des élèves que l'enseignant provoque (peut provoquer) en classe.

Nous utilisons le mot « tâche » pour désigner l'énoncé mathématique présenté aux élèves, avec les utilisations mathématiques qu'il peut induire. Nous réservons le mot « activité(s) » à ce que les élèves pensent, font, disent, et ne font pas¹¹. Bien entendu, nous n'avons pas directement accès à l'activité intellectuelle des élèves, mais c'est elle qui nous intéresse et dont nous chercherons des traces, des observables. Nous appelons activité potentielle ce qui résulte de nos analyses croisées de la tâche et du déroulement : tous les élèves ne développeront pas cette activité mais ils pourraient le faire.

Nous joignons en annexes 1, 2 et 3 quelques éléments de nos grilles d'analyse des tâches mathématiques et des déroulements et un exemple d'analyse d'un extrait de séance.

C'est en utilisant des hypothèses inspirées des recherches en didactique que nous avons mis au point ces analyses : elles nous ont permis de choisir les variables qui peuvent avoir une influence sur les relations entre activités et apprentissages des élèves. Par exemple, nous cherchons systématiquement le niveau de mise en fonctionnement des notions¹² utilisées, et distinguons les applications immédiates, simples et isolées de celles qui demandent des adaptations des connaissances, parce que les activités induites diffèrent à nos yeux en terme d'apprentissage. De même, nous caractérisons les formes de travail des élèves (individuel, en petits groupes, en cours dialogué...) et les aides de l'enseignant¹³ parce qu'elles induisent des conséquences différentes sur les apprentissages.

Mais, et c'est là qu'intervient la double approche, pour comprendre les déroulements, pour en cerner les variables, nous analysons les pratiques non seulement à partir de caractéristiques liées à ce qui est proposé aux élèves, mais aussi à partir de caractéristiques liées au fait qu'enseigner est un métier, une activité sociale, personnalisée, rémunérée, comportant de nombreuses contraintes, avec des habitudes (Robert, 2001). Cette prise en compte imbriquée de deux points de vue, celui des apprentissages par l'intermédiaire des activités provoquées et celui du métier par l'intermédiaire des contraintes et marges de manœuvre, est précisément ce que nous appelons la double approche¹⁴.

¹¹ Cela correspond aux définitions utilisées par les ergonomes qui se réfèrent à la théorie de l'activité de Leontiev (1984).

¹² Propriétés, théorèmes, définitions, formules, méthodes, raisonnements...

¹³ Cf. annexe 2.

¹⁴ Cf. Robert et Rogalski J., 2002.

Ce deuxième point de vue, issu de travaux ergonomiques, peut être facilement complété par des recherches sur les formations menées sur des professions autres que celle d'enseignants. Ainsi la conceptualisation de l'action (Vergnaud, 2002) ou la référence aux concepts pragmatiques (Pastré, 1999) peuvent s'inscrire dans nos réflexions.

1.2. Les hypothèses admises (pour un enseignant, pour les enseignants)

Plusieurs travaux¹⁵ nous ont amenés à admettre, et cela légitime nos nouvelles analyses, qu'assez rapidement, pour un enseignant donné, les pratiques sont stables : des décisions analogues sont prises dans des situations analogues. Ceci autorise d'ailleurs des analyses limitées à quelques séances¹⁶. Pour les enseignants débutants cette hypothèse est évidemment à revoir, mais certaines caractéristiques sont déjà en germe dans leurs pratiques. Cette stabilité est renforcée par une grande cohérence individuelle des pratiques, basée sur une complexité certaine, que nous restituerons par une analyse en composantes devant être imbriquées. La cohérence des pratiques a été soulignée dans des travaux d'ergonomie comme le livre de Montmollin, cité en note¹⁷.

Ainsi les pratiques en classe des enseignants dépendent des individus (et de leurs représentations, issues de leurs expériences) mais aussi de contraintes incontournables

- liées à l'institution (programmes scolaires, horaires par exemple),
- liées au métier (habitudes, établissement, collectif des enseignants, travail dans une classe avec des élèves réels) : il y a des réponses optimales du milieu enseignant à un moment donné, qui ont du mal à changer même si les contraintes évoluent.

En particulier¹⁸, «tout » n'est pas possible à un niveau scolaire donné. Même si des choix semblent très propices aux apprentissages des élèves, il y a à la fois des contraintes, des tensions et des réponses du milieu enseignant très partagées,

¹⁵ Les premiers travaux sur les pratiques cités en note 6 par exemple.

¹⁶ Sauf dans certaines classes difficiles (cf. Peltier, 2004).

¹⁷ *La compétence tend spontanément à la cohérence. Ce qui est évident et relativement banal est le fait que savoirs, savoir-faire, représentations, ... ne sont pas simplement juxtaposés ... mais au contraire ordonnés selon des hiérarchies ou simplement des relations qui permettent de dégager des constances, des répétitions, des régularités rassurantes pour la raison et efficaces pour le diagnostic. Ce qui est moins évident dans la recherche de ce besoin de cohérence c'est qu'il paraît si impérieux qu'il amène l'opérateur à compléter lui-même sa compétence en s'inventant des savoirs ignorés dont il a besoin pour rationaliser les informations qu'il reçoit et les réponses qu'il y adapte* (de Montmollin, 1984, *L'intelligence de la tâche* Peter Lang, Berne).

¹⁸ Nous en déduisons des inférences en formation.

quelquefois subreptices qui peuvent amener un enseignant à préférer d'autres choix (Robert, 2002). Nous reprenons de manière métaphorique l'idée de genre introduite par Y. Clot, qui traduit le fait que se créent dans une profession des réponses communes aux acteurs (ou à un grand groupe d'acteurs) qui se transmettent presque implicitement : « *L'activité [enseignante] résulte d'une double mémoire : personnelle et impersonnelle et générique. Le genre est un ensemble ouvert de règles, de conventions d'actions pour agir, non écrites, à la fois contraintes et ressources qui définissent dans un milieu donné l'usage des objets et l'échange entre les personnes. Le style permet à l'individu, dans l'action quotidienne, de mettre en œuvre des règles inscrites dans le genre, de le recréer mais aussi de les renouveler* » (Y. Clot, (1999) *La fonction psychologique du travail*, PUF, Paris).

A un moment donné ces réponses communes des acteurs en termes de pratiques peuvent être économiques, mais il se peut qu'elles perdurent alors même qu'un changement dans l'environnement pourrait amener à des modifications utiles.

Tout n'est pas possible pour un enseignant donné : sont en cause sa propre cohérence et la stabilité de ses pratiques. Il y a certainement nécessité **d'adaptation individuelle** mais c'est difficile à cause de cette complexité des pratiques qui renforce la stabilité.

1.3. Une méthodologie : à partir du déroulement en classe, l'analyse selon cinq composantes

Nous analysons les pratiques en classe à partir de transcriptions et/ou de vidéo. Depuis quelques années nous utilisons des vidéos qui proviennent de prises de vue tournées par l'enseignant seul dans sa classe, sans autre « commande » que de centrer la caméra sur le tableau ; il a posé la caméra au fond de la salle face au tableau (éventuellement sur un trépied) et il l'oublie. Plusieurs vidéos ont été ainsi recueillies, les enseignants sollicités, qui sont des collègues expérimentés¹⁹, ont constaté ce phénomène de naturalisation de la caméra, dans de bonnes classes et avec des élèves standard. L'oubli est d'autant plus réel que les prises de vue ont lieu souvent (par exemple à partir de trois fois).

Pour résumer, nous retenons pour faire nos analyses cinq composantes qui, une fois recomposées, nous renseignent à la fois sur les activités des élèves et sur certains déterminants des activités des enseignants. Cette méthodologie est développée dans Robert et Rogalski J. (2002). Les reconstitutions nous permettent de replacer les pratiques analysées dans la gamme des possibles, de les interpréter, de réfléchir aux variables de la situation :

¹⁹ Il y a d'autres conditions de prises de vue, notamment en master professionnel mais alors les vidéos ne sont pas utilisées de la même façon.

- composantes *cognitive* et *médiative* : elles permettent des descriptions du scénario mathématique (comprenant les descriptions des contenus abordés avec la gestion globale prévue) et des déroulements (comprenant les formes de travail effectives et tous les accompagnements, avec la nature des discours, la gestion du tableau, les aides, les échanges...). Les grilles des annexes 1 et 2 permettent de commencer ces descriptions.
- composantes *institutionnelle, sociale, personnelle* : elles permettent de préciser certains déterminants, y compris extérieurs à la classe mais indispensables pour comprendre les choix, comme les programmes concernés, les habitudes professionnelles de l'environnement, les conceptions de l'enseignant sur les mathématiques, leur enseignement, leur apprentissage et sur sa propre mission.

De la recombinaison de ces composantes, nous déduisons des logiques qui caractérisent les pratiques d'un enseignant donné.

Les recherches sur les pratiques des professeurs d'école ont repris cette méthodologie en l'enrichissant (cf. Peltier, 2004) : ils ont exploré les pratiques en ZEP-REP et notamment mis en évidence des contraintes qui jouent comme des contradictions entre logique de socialisation et logique d'apprentissage, entre logique de la réussite immédiate et logique d'apprentissage, entre le temps de la classe et celui de l'apprentissage, entre individuel, public et collectif, entre logique de projet et logique d'apprentissage.

1.4. Quelques résultats pour le second degré

Sans entrer dans les détails de ces différentes recherches, on peut esquisser leurs résultats.

Les premiers travaux ont permis de mettre au point des indicateurs qui illustrent des diversités dans les pratiques des enseignants.

Hache, 2002 a mis en évidence et illustré sur des séances de seconde (quatre enseignants, deux chapitres) la diversité des choix des enseignants sur des contenus analogues : il a ainsi dégagé ce qu'il appelle l'« univers mathématique » d'une séance : c'est la recombinaison, originale pour chaque professeur, de cinq indicateurs tenant à des choix de contenus (plus ou moins riches en termes d'activités élèves), à des choix de gestion (plus ou moins de travail autonome des élèves et de discussion entre eux), à des choix de discours de l'enseignant (selon l'ouverture ou la réduction par rapport à ce qui est en train) et à des choix sur la nature et les modalités des interventions des élèves. Il met en évidence un certain

nombre d'univers rencontrés dans les séances et illustre le fait qu'un enseignant donné ne provoque pas tous les univers mis en évidence.

Robert et Vandebrouck, 2003 ont montré des résultats analogues sur l'utilisation du tableau en classe : plusieurs modalités existent (lieu de savoir, d'écriture, brouillon public). Mais un enseignant donné ne les emprunte pas toutes. Une grande cohérence s'observe entre les utilisations du tableau et le reste de la gestion. Vandebrouck, 2002, a par ailleurs illustré la stabilité des pratiques en ce qui concerne le tableau à partir d'un enseignant filmé dans deux classes et dans plusieurs contextes différents (modules, demi-classe, classe entière).

Roditi, 2003 explicite, à propos de l'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième et à partir de 4 enseignants très différents, certains « principes » qui nous semblent bien traduire des décisions communes à beaucoup d'enseignants de lycée et collège et qui tiennent autant du métier que du projet strict d'apprentissage. Ainsi le principe de clôture du champ mathématique (ce qui est traité à un moment doit être une partie « auto-close » du champ conceptuel), le principe de la nécessité d'un succès d'étape (qui amène à une fragmentation de l'enseignement permettant des évaluations), le principe de respect de l'attente des élèves...

Enfin nous avons montré (Robert, 2003, 2004, Robert et Rogalski M. 2002) des régularités sur le démarrage des exercices²⁰ dans un certain nombre de séances. Tout se passe comme si, en caricaturant le trait, les contraintes de temps²¹, rendues encore plus lourdes par les restrictions d'horaires actuelles et l'hétérogénéité des élèves, amènent à privilégier en classe un travail exclusif sur les nouvelles connaissances en train d'être enseignées. Ce travail proposé aux élèves ne comporte pas beaucoup d'exploration²² du champ des problèmes résolubles avec les outils du moment. On propose en effet, vu la nécessité d'avancer, des tâches relativement proches du cours, qui demandent des mises en fonctionnement standard, qu'il faut avoir vues. Cela revient à privilégier le sens « décontextualisé → contextualisé ». Du même coup, il y a peu d'entretien explicite des connaissances anciennes. Il y a rarement des occasions de réorganisation entre les connaissances anciennes et ce qui est nouveau. De plus, les élèves sont peu confrontés et pas très longtemps à de l'incertitude sur ce qu'il va falloir faire. Ce qui contribue aux questionnements des élèves sur ce qu'il faut utiliser et aux mises en relation, est minoré.

²⁰ Les travaux concernent plus les exercices que les cours – on a joint en annexe 1 un début de réflexion qui s'applique surtout aux analyses d'exercices.

²¹ Elles sont toujours évoquées pour justifier ces faits.

²² Nous y revenons ci-dessous.

Cela passe par ce qui est organisé en classe et par les interventions de l'enseignant avant et pendant les activités des élèves : on constate ainsi une orientation univoque de l'activité des élèves vers ce « nouveau » savoir visé, orientation notamment permise par une prise en main précise et rapide (voire immédiate) de ces activités, avec un guidage permanent et peu de temps de travail autonome, si ce n'est sur les derniers calculs, complètement balisés : ceci amène à majorer, de fait, leur rôle dans le travail en classe.

Les activités provoquées portent ainsi sur des tâches (devenues) isolées si ce n'est simples, qui portent sur le chapitre en cours, sans beaucoup d'adaptations des connaissances à utiliser²³ ; il n'y a pas souvent (besoin) de structuration des connaissances en acte du côté des élèves (ils n'ont pas besoin de le faire, c'est le professeur qui s'en charge). De même dans ces conditions, il n'y a pas besoin de dévolution des moyens de contrôles aux élèves.

On constate donc une certaine séquentialisation des activités des élèves sur une même notion en moments relativement indépendants : les élèves font fonctionner les outils les uns après les autres, indépendamment, ils n'ont besoin que des connaissances outils (empilées) correspondant au cours et soufflées par le découpage organisé par l'enseignant. C'est ainsi, que le chapitre « organisation des connaissances » est une des premières victimes de ce manque de temps, tout comme le développement de la dynamique entre cours et exercices, qui manque d'ampleur, par manque de temps et pour ne pas créer des situations ingérables au vu des différences entre les élèves.

On ne peut pas être sûr qu'il en résulte chez les élèves un morcellement des connaissances²⁴, car des élèves apprennent ce qui ne leur est pas enseigné explicitement (et leur est donc dévolu, plus ou moins implicitement). Mais on peut se demander tout de même si la plainte réitérée de beaucoup d'observateurs du manque de « choses sûres » chez les élèves n'a pas aussi comme origine ce type de travail en classe, et ceci est renforcé par ce qu'on entend souvent les élèves déplorer : « C'est juste quand on commence à comprendre qu'on change de chapitre ».

Mais peut-on faire autrement ? N'y a-t-il pas là la traduction en actes des seuls compromis acceptables entre les diverses tensions qui traversent l'enseignement ?

²³ Nous avons étudié pour établir ces constats des séances de troisième ou de seconde, essentiellement en algèbre. Les énoncés proposés ne sont pas des exercices d'application immédiate, mais ils interviennent juste après un cours, ou juste avant et ne sont pas très éloignés du cours.

²⁴ C'est cependant un des constats les plus forts qu'on a fait sur les connaissances des étudiants de CAPES formés à l'Université.

1.5. Questions : alternatives, effets des pratiques...

Diverses questions se posent : des questions de recherches, bien sûr, par exemple au niveau du choix des indicateurs retenus pour nos analyses, ou de leur échelle : jusqu'où aller dans le détail ? Quel type d'analyse utiliser pour étudier les discours en classe ?

Mais d'autres questionnements, déjà en partie cités, intéressent aussi le formateur : peut-on, doit-on changer ? Autrement dit y a-t-il des alternatives réelles pour un enseignant, un groupe d'enseignants ? Comment les mettre en évidence ? Comment les mettre en place ? Comment saisir les effets sur les élèves, notamment en terme de différenciation ?

Une question théorique, concerne la stabilité des pratiques, liée à leur cohérence et à la prise en compte du métier dans notre approche : qu'est-ce qui peut changer « quand même », à quel prix, grâce à quelles modalités ?

Par exemple la prise de conscience par les enseignants des alternatives, notamment lorsqu'il s'agit de leur propre cours est une vraie question à nos yeux de chercheur : on peut se demander si, alors même que la « bonne » variable est le couple {énoncé-déroulement}, il n'est pas nécessaire de faire un travail séparé sur chaque terme pour arriver à se dégager de la combinatoire choisie dans le cas particulier analysé, souvent supposée optimale et en tout cas très stable. On a insisté sur le fait que tout n'est pas possible, et encore moins pour un enseignant donné, dans une classe donnée. Cependant un des enjeux de nos formations est d'envisager tout de même des enrichissements : jusqu'à quel point un travail initialisé par une vidéo par exemple doit-il être poussé pour concerner chaque enseignant, compte tenu des contraintes, de la pression du métier et de la composante personnelle de ses pratiques ? Est-ce plus efficace de faire ce travail sur une vidéo de ses propres cours ou une autre ?

Il apparaît ici clairement une autre dimension de notre questionnement : c'est le lien qui devra s'établir entre les recherches et les formations. Il est difficilement envisageable de laisser les formateurs seuls face à toutes ces questions, mais sans eux l'accès des chercheurs aux formations reste superficiel...

2. Propositions sur les modalités des formations d'enseignants de mathématiques

Former des pratiques serait, dans le cadre que nous venons de préciser, réussir à donner à chaque enseignant des moyens pour « optimiser » à son échelle les composantes cognitives et médiatives de ses pratiques, en tenant compte des contraintes, variables selon ses classes. « Donner des moyens » signifierait donner

des connaissances, des moyens d'apprécier leur portée et leurs limites, des moyens de les critiquer et de les adapter.

Cependant, les formations d'enseignants n'ont pas toutes des objectifs sur les pratiques en classe – ce que nous présentons ne concernent que celles qui peuvent avoir des retombées relativement directes sur ces pratiques. C'est une restriction importante.

Nous ne nous situons pas non plus dans la perspective de telle ou telle réforme de l'enseignement, nous avons comme objectif de préciser de futures hypothèses sur les formations qui pourraient être testées par des recherches ultérieures.

Cela prend la forme de propositions générales, encore partielles, qui portent essentiellement sur les modalités des formations. Ces propositions sont issues de nos recherches sur les pratiques, de la littérature professionnelle générale et de quelques expériences de formations continues d'enseignants ou de formateurs (Groupe de recherche formation de l'académie de Toulouse 2002, Desq et al. 2004, Roditi 2004a, 2004, Robert et Pouyane, 2004). Ce sont souvent des formations continues longues, voire expérimentales.

Nous analyserons dans le paragraphe suivant un exemple de scénario dont nous faisons l'hypothèse que c'est un « bon candidat » à ce type de formation.

2.1. Tenir compte explicitement des modalités des formations²⁵ pour prendre en compte stabilité et cohérence des pratiques individuelles

Deux alternatives sont en concurrence, qui pourraient concerner plus spécifiquement les formations continue pour la première et initiale pour la seconde ; nous ne prenons pas position ici, sauf à suggérer d'expliciter ce type de choix, qui ne sont pas exclusifs sur un temps long, et d'en évaluer des conséquences éventuelles :

Commencer petit (afficher une formation sur un sujet limité, proche de la pratique quotidienne)

Certains auteurs²⁶ défendent l'idée qu'il faut « commencer petit » et rester accroché à la pratique, rester dans un domaine suffisamment familier. Quitte à ce que des modifications plus importantes finissent par apparaître, ce qui ne manque pas d'arriver vu la complexité des pratiques ! C'est ici la stabilité qui est respectée

²⁵ Dans ce paragraphe nous abordons des exemples de choix globaux, préalables à l'organisation des formations mais qui ont nécessairement des conséquences sur leurs modalités. C'est la prise en compte de la réflexion sur les modalités des formations que nous voulons souligner, d'où le titre un peu « décalé ».

²⁶ Cautermann et al (1997).

d'abord. En tout état de cause, il semble en effet difficile de proposer des changements radicaux, en termes de « tout ou rien », à des enseignants non débutants qui ne sont pas confrontés à une crise grave.

L'hypothèse implicite qui est faite par les auteurs, qui se fondent sur des évaluations de formations effectives, est la suivante : la réflexion sur un aspect familier des pratiques ne peut pas ne pas déboucher sur une réflexion plus large et même une remise en cause plus globale le cas échéant. Tout l'enjeu tient à la réussite de l'entrée dans une véritable réflexion, entrée qui serait, elle, facilitée par la familiarité initiale.

Par exemple un simple travail sur le choix d'exercices à proposer sur un chapitre donné peut engager très rapidement dans une réflexion élargie à la gestion de la classe, à l'évaluation, aux manuels, aux programmes...

Ou : Faire vivre une expérience cruciale

Certains auteurs²⁷ se demandent si, en revanche au moment de l'installation des pratiques des enseignants débutants, faire vivre (montrer) des expériences différentes de ce qui est en germe chez les stagiaires ne pourrait pas jouer un rôle positif. Cela nécessite de leur fournir une séquence précise (leur montrer en vidéo ou en vrai par exemple) puis de leur demander de l'essayer dans leur classe. Dans certains cas par exemple, l'adoption du travail en petits groupes en classe devient envisageable après une expérience même un peu forcée, alors qu'avant cela apparaissait insurmontable, voire négatif.

En tout cas, cette hypothèse de l'importance de la prise en compte explicite des modalités de la formation demande une réflexion et des décisions spécifiques et c'est ce que nous retenons. Cela implique le respect de plusieurs conditions :

Disposer d'un temps long : la stabilité des pratiques, l'engagement professionnel des participants nous semblent rendre nécessaire des formations longues.

Proposer des activités réelles et proches du quotidien (élaborer des situations significatives pour les participants) : des activités réelles permettent aux participants à la fois de s'investir et d'apprendre quelque chose de nouveau, cela peut être renforcé par le fait de proposer des activités « proches » de leur expérience (amont de la formation) et de leurs besoins (aval de la formation).

²⁷ Notamment des formateurs de PLC2 ; certaines formations de PE2 sont de ce type.

2.2. Proposer des contenus de formation permettant d'aborder la complexité des pratiques et de prendre en compte les facteurs collectifs contraignants que les pratiques individuelles font intervenir (implicitement)

Prendre en compte la complexité des pratiques peut amener à travailler explicitement en formation sur plusieurs composantes des pratiques à la fois, à ne pas laisser ce travail à la charge des participants tout seuls. Ceci entraîne des choix de contenus appropriés.

Ne pas se limiter à faire travailler sur une seule composante des pratiques à la fois

« Recomposer » le plus possible ce qui est travaillé en formation : nous émettons cette hypothèse pour tenir compte de la complexité des pratiques. Nous suggérons par exemple qu'il est illusoire de laisser aux formés, notamment débutants, tout le travail de recomposition entre le cognitif (travail sur les contenus et les prévisions de gestion), et le médiatif (travail sur la gestion de la classe pendant son déroulement). Nous proposons que ce travail d'imbrication entre les deux composantes, qui amène à préciser des logiques dans l'activité de l'enseignant, soit assuré en partie pendant la formation et pris en charge en partie par le formateur.

Cela peut mettre en jeu des questions du type : qu'est-ce qui est difficile à faire en classe, même si c'est important pour les apprentissages ? Qu'est-ce qui est variable selon les types de classes (par exemple) ? Se demander « qu'est-ce qui est essentiel dans un scénario proposé », « à quoi on peut renoncer » peut participer de ce type de travail, tout comme travailler sur les alternatives, qui mélangent contenus et gestion.

Aborder les contraintes et les marges de manœuvre de l'enseignant en classe

De même, nous suggérons qu'il y a lieu de tenir compte explicitement des contraintes et des marges de manœuvre du professeur en classe dans des formations : arriver à une connaissance critique des programmes et des documents d'accompagnement, pouvoir critiquer des manuels, se poser des questions comme « Qu'est-il « possible » de faire en classe dans tel établissement ? » nous semble participer de la formation. Ce serait aussi un moyen de réhabiliter des recherches didactiques jugées trop loin des réalités lorsqu'on les livre sans le travail de formation préalable nécessaire (transposition).

2.3. Tenir compte explicitement du fait qu'on a affaire à des adultes qualifiés en exercice, outiller l'expérience

Adapter les pratiques aux personnalités en présence

Adapter différents types de pratiques pour respecter les cohérences individuelles : c'est une de nos hypothèses fortes pour tenir compte de la composante personnelle

des pratiques. Par exemple, supposons qu'un enseignant n'apprécie pas de se taire en classe, alors qu'il lui semble important que des moments d'autonomie soient aménagés pour ses élèves. Comment trouver une gestion qui remplisse cette condition tout en lui étant adaptée ? Il s'agit alors d'imaginer des montages, par exemple en l'occurrence couper la classe en deux en laissant l'enseignant ne s'occuper que de la moitié des élèves à la fois.

Tenir compte explicitement de la spécificité du public

Tenir compte du fait qu'on a affaire à des adultes, qualifiés, responsables, avec une charge de travail forte, est souvent évoqué pour justifier certaines modalités de formation particulières (discussion, mutualisation, coopération sur des problèmes professionnels réels). La présentation explicite des tensions qui ne peuvent manquer d'apparaître dans l'exercice du métier, entre autonomie des élèves et prise en main des élèves, entre socialisation et apprentissage, entre routine et renouvellement, etc. est aussi peut-être un moyen de tenir compte de cette caractéristique. Enfin, le formateur ne peut pas détenir un savoir qui n'existe pas ! En revanche, il peut travailler en coopérant sur un problème professionnel, il a à apprendre des participants mais il a des outils pour organiser le travail et trouver des pistes.

Un point particulier concerne les différences entre formation initiale et continue : des travaux menés en formation initiale de professeurs d'école indiquent l'intérêt d'apprentissages limités, très personnalisés, de certains gestes professionnels. Nous nous posons la question pour le second degré de l'identification de tels gestes, notamment en ZEP, et plus généralement de l'intérêt de faire vivre aux débutants des expériences cruciales, à partir de séquences très balisées qu'on leur propose.

De plus, la formation initiale amène les débutants à rencontrer plusieurs formateurs et la cohérence entre eux est une vraie question : est-elle nécessaire ou la diversité est-elle plus importante encore ?

Tenir compte de la spécificité de la profession (genres) et travailler collectivement

Enfin certains échecs relatifs de formations actuelles, en matière d'introduction généralisée des TICE par exemple, peuvent venir de la non prise en compte de l'importance du collectif d'enseignants. Il serait possible que certains changements, pour les enseignants comme dans d'autres professions²⁸, ne puissent être adoptés individuellement qu'après une adoption collective (travail sur le genre).

Nous faisons l'hypothèse que les formations sont elles aussi facilitées par un travail collectif, qui sert pour élaborer quelque chose de nouveau à partir d'expériences diverses, pour reconstituer un collectif sans lequel le métier n'est pas reconnu. Tout

²⁸ Cf. Clot (1999).

se passe comme si dans ce domaine, d'une part les appropriations collectives pouvaient précéder les acquisitions individuelles, d'autre part elles en étaient même une condition socialement nécessaire.

En particulier les formations mettent en présence des formateurs et des enseignants et ce collectif là a aussi un rôle à jouer : les formateurs doivent en effet jouer un rôle d'interface avec les chercheurs, en transposant les recherches et en provoquant des recherches. Le collectif qui naît à l'occasion de la formation a vocation à se prolonger dans les deux directions.

Avoir des mots pour le dire, partager un vocabulaire professionnel commun

Avoir des « mots pour le dire » pour parler des activités des enseignants semble faciliter l'accès aux pratiques : par exemple on peut donner et spécifier par des noms des outils d'analyses a priori des activités que l'enseignant choisit pour ses élèves, énumérer et nommer certains de ses gestes élémentaires pendant les déroulements. Cela permettrait aussi bien de relire des pratiques stables avec des enseignants expérimentés que de participer à l'installation des pratiques des débutants. Cela contribue à l'aspect collectif de ce travail de formation. Cela contribue à outiller l'expérience des enseignants, pour reprendre les idées déjà citées en 1.1. de concepts pragmatiques ou de conceptualisation de l'action.

2.4. Pour cela, élaborer un véritable scénario

Nous nous inspirons du mot utilisé en didactique pour qualifier le résultat du travail de conception de séances en classe, pour un public précisé, une durée déterminée et une répartition dans l'année bien définie.

Prenant le point de vue de l'équipe chercheur-formateur à l'origine du travail, nous baptisons « scénario de formation » le projet complet d'une formation, incluant le contenu, les modalités des diverses séances et un certain nombre d'objectifs détaillés ; il y figure aussi les transpositions éventuelles de résultats de recherche qui sont proposées et des prévisions de modalités d'évaluations possibles.

Si les objectifs généraux et les contenus des stages sont souvent très explicites et font l'objet de discussions préalables et de présentations précises, les questions de modalités précises de la formation et de gestion des séances de formation sont souvent laissées davantage à la discrétion du formateur et à son inspiration : c'est ce que nous proposons de préciser au contraire à l'avance, dans une certaine mesure ! De plus, les documents utilisés par les formateurs pour concevoir leur stage restent souvent limités aux ressources institutionnelles (programmes et instructions) ou aux manuels et négligent de nombreuses ressources liées aux recherches, cela peut aussi constituer une différence avec notre projet.

Enfin, diverses interrogations nous semblent importantes, qui ne sont pas toujours envisagées : par exemple le lien entre le travail sur les contenus à enseigner et la gestion de la classe. On constate souvent, ne serait-ce qu'en lisant les titres, que les stages de formation privilégient une de ces composantes : tel stage est centré sur le contenu (statistiques), tel autre sur la gestion de l'hétérogénéité. Nous allons esquisser plus loin l'intérêt d'un travail simultané. Dans le même ordre d'idées, la question de l'alternance entre des séances de formation regroupées et d'autres sur le terrain nous semble de première importance : se pose alors la question de préparer le passage en classe et le retour et de l'exploiter. Se pose alors la question de trouver une modalité permettant ce travail simultané sur contenu/gestion et théorie/pratique.

3. Un exemple : un scénario de formation à l'analyse de pratiques en classe de mathématiques pour des enseignants ou des formateurs à partir de vidéo

Nous allons décrire rapidement le scénario en précisant les contenus, les modalités, les objectifs, et en discutant la question des évaluations qui n'ont pas encore été l'objet de recherches. Nous montrerons aussi comment ce scénario répond aux propositions précédentes. Plusieurs variantes peuvent être élaborées, nous en avons choisi une version longue, en formation continue. Un exemple d'une version courte, en formation initiale est donné dans Roditi, 2004a.

3.1. Le scénario

Il s'agit d'une formation de plusieurs mois dont l'objectif est l'analyse des pratiques en classe ordinaire en relation avec les activités des élèves.

Il s'agit de faire acquérir aux enseignants des outils d'analyse pour comprendre, a posteriori, les activités mathématiques des élèves telles qu'elles ont été organisées par l'enseignant en classe, compte tenu de ses choix de contenus et de gestion. Comprendre en relation avec les apprentissages que ces activités pourraient contribuer à engendrer. Cela peut enrichir la gamme des alternatives auxquelles peut recourir un enseignant pour s'adapter à des classes très différentes (à plus long terme).

On étudie d'abord des vidéos ordinaires déjà filmées dans des classes pour mettre au point les diverses analyses de contenus, de déroulements et les contraintes (cf. annexes 1, 2 et 3). Puis on analyse un extrait de vidéo de chaque participant et on dégage systématiquement des problématiques et des alternatives. Nous appelons « problématiques » des types de problèmes liés aux pratiques de l'enseignant en classe, fréquemment rencontrés et pour lesquels il n'y a pas de « bonne » réponse a priori mais des choix. Ainsi, dans l'exemple qui est développé en annexe 3, nous citons plusieurs problématiques qui peuvent ou non apparaître : autour de l'algèbre

au collège et de la « rupture » troisième/seconde, autour des choix de gestion dans les classes faibles entre découpages des énoncés et risques de découragements...

Les évaluations éventuelles de cette formation devront donc porter sur les analyses de séances et leur exploitation.

Une brève description d'un exemple d'une analyse d'une vidéo de séance ordinaire est jointe en annexe 3.

Nous allons montrer dans les lignes qui suivent que ce scénario remplit plusieurs des conditions discutées ci-dessus. Nous terminerons en discutant des évaluations possibles et du choix de contenus.

3.2. Une condition nécessaire respectée : la durée

Cette formation est longue²⁹. Il est nécessaire en effet à nos yeux qu'une certaine rupture puisse s'établir, qui permette au participant de ne pas rapporter ce qu'il travaille seulement à ses propres pratiques et à son expérience mais aussi à de nouvelles connaissances plus larges, suffisamment appropriées pour être adaptées.

3.3. Un travail simultané sur les contenus mathématiques enseignés et les déroulements des séances

Nous avons fait l'hypothèse qu'il est nécessaire de travailler souvent simultanément les contenus à enseigner et les déroulements : c'est un « mélange » que les analyses de vidéo amènent à réaliser tout naturellement. Cette hypothèse est une manière de respecter la complexité des pratiques et de ne pas laisser les enseignants opérer seuls les recompositions nécessaires entre un travail sur les contenus et un travail sur les choix de gestion, dont on a déjà signalé l'interdépendance importante.

Cela implique à la fois un travail sur le cognitif – sur les contenus mathématiques, les tâches et les activités des élèves, et sur le médiatif, donc sur les variables dans les choix de déroulement.

3.4. La mise en évidence progressive des contraintes et la réflexion sur les marges de manœuvre et les alternatives.

Mais comme ce travail peut aussi amener à prendre en compte les contraintes institutionnelles et sociales qui pèsent sur les enseignants, dont des caractéristiques des élèves et du milieu enseignant. Dès qu'une vidéo est analysée, on est obligé d'évoquer le projet du professeur, et dans ce projet figurent toujours des contraintes. Les marges de manœuvre qui restent doivent être alors dégagées grâce

²⁹ Ne serait-ce que pour tous les participants puissent présenter leur vidéo !

à un deuxième travail de recomposition de toutes ces données. Le travail sur les alternatives, virtuelles, est un bon intermédiaire à nos yeux pour aborder la complexité de cette situation.

3.5. Des activités réelles proches de l'expérience et des besoins

Les activités proposées aux participants doivent être des activités réelles, où ils peuvent s'investir et apprendre quelque chose de nouveau. Les analyses de vidéo remplissent au moins partiellement cette condition, dans la mesure où chaque classe est nouvelle et pose un autre problème.

Remarquons que cette organisation autour des vidéos des participants amène à entrer dans de nombreux sujets de manière un peu décousue, voire aléatoire. Cela ressemble à un puzzle d'autant plus que peu d'exposés magistraux sont prévus, et qu'ils ne structurent pas dans un ordre décidé a priori la formation.

Cela n'est possible que si on dispose d'un temps assez long.

Dans le même registre, les activités proposées aux participants sont « proches » de leur expérience (en amont de la formation) et de leurs besoins (en aval de la formation) : les analyses de vidéo sont évidemment reliées à l'expérience quotidienne des participants. On pourrait parler d'expérience qui devient *outillée par la formation*, ce qui en change la nature.

3.6. L'importance du collectif

A plusieurs reprises dans le travail à partir de chaque vidéo, cet aspect collectif des analyses est nécessairement présent : lors des discussions sur l'analyse qui est présentée, et qui interpelle facilement les participants, mais aussi lorsque sont évoquées des alternatives. Tout cela contribue à l'émergence d'un collectif lié par cette formation commune, disposant des mêmes mots pour dire les mêmes choses, et mutualisant de nouveaux problèmes avec le formateur.

3.7. Discussion et prospective : les évaluations, des recherches à venir, retour sur le choix des contenus de formation

Le problème des évaluations est particulièrement délicat : évaluer de telles formations nécessite en effet de rentrer dans les classes, ou même d'aller voir du côté des élèves.

Des évaluations intermédiaires qui ont été faites à la fin d'une des expérimentations permettent de constater que les analyses de tâches et de déroulements peuvent être appropriées par les participants assez rapidement. Nous donnons en annexe 4, à titre d'exemple, 2 analyses de tâches réalisées par des participants à la formation sur la séance décrite en annexe 3, l'analyse était demandée en préalable au visionnement.

Nous allons présenter une proposition pour avancer sur ces questions d'évaluation (en débordant nécessairement du cadre de l'exemple de ce paragraphe puisque ce n'est encore qu'une proposition) : nous imaginons une évaluation par la participation à une petite recherche, qui pourrait être menée l'année suivante. Autrement dit, il s'agit davantage d'une suite de la formation, avec une évaluation « en actes » que d'une stricte évaluation au sens ordinaire. Mais ne serait-ce pas une solution raisonnable ?

Il s'agirait, sur un chapitre choisi et enseigné par plusieurs enseignants ayant subi la formation, de proposer le mode « évaluation – recherches » suivant. Tous les participants se regrouperaient ainsi sur quelques chapitres.

Sur un chapitre qu'ils enseignent on leur demanderait de mettre au point une description détaillée des activités proposées à leurs élèves (en classe et à la maison). Les analyses de tâches et d'activités se feraient "comme d'habitude", avec sans doute des mises au point à trouver – descriptions « raisonnées ».

Il s'agirait ensuite de mettre en relation ces activités, les énoncés du contrôle correspondant et les résultats des élèves. Un questionnaire permettrait de comprendre les objectifs et les difficultés explicites du prof (hétérogénéité par exemple).

Ce travail, à mener collectivement à partir de la phase de traitement des données, permet de réinvestir des outils acquis en formation en abordant un problème réel et nous semble un bon moyen d'évaluer ce type de formation, en engageant dans une collaboration effective les formés et les formateurs, même s'il peut évidemment y avoir des biais liés aux contenus spécifiques.

Il resterait à discuter le choix de contenus pour cette formation précise : pourquoi choisir de « faire acquérir aux enseignants des outils d'analyse pour comprendre, *a posteriori*, les activités mathématiques des élèves telles qu'elles ont été organisées par l'enseignant en classe » ? Nous considérons que ces activités sont partie prenante des apprentissages ultérieurs des élèves, même si c'est partiel ; leurs analyses peuvent révéler des procédures particulières des élèves, imprévues ou classiques, voire des malentendus ; elles permettent d'appréhender des relations entre ce qui se passe en classe, certaines conceptions plus générales de l'enseignant et sa manière de prendre en compte certaines contraintes. Enfin ce qui est en jeu du côté de l'enseignant est en partie rationnel. Ce sont des décisions que l'enseignant peut contrôler en partie et qui peuvent influencer les apprentissages des élèves qui peuvent être travaillées. Il y a là une cohérence avec l'ensemble de la démarche proposée qui ne prend pas en compte explicitement des facteurs liés au psychisme et à l'inconscient, dont on sait bien qu'ils sont aussi présents.

Conclusion : un bilan

Notre problème initial était de concevoir des scénarios de formations d'enseignants de mathématiques du second degré à partir de résultats de recherches sur les pratiques, en se donnant des moyens pour aller jusqu'aux évaluations de ces formations. Nous avons résumé dans cet article des éléments qui permettent, nous semble-t-il, d'imaginer des scénarios s'appuyant sur nos propositions (issues de nos recherches précédentes). Expérimenter ces scénarios demande encore de pouvoir travailler avec des formateurs formés à la fois pour dispenser les formations et pour contribuer à les évaluer.

Nous allons préciser quelques éléments sur les formateurs dans ce qui suit, puis citer quelques exemples de scénarios envisagés dans des recherches à venir en esquissant des formes d'évaluation possible.

1) Un préalable : former des formateurs ?

Ce point est particulièrement délicat, dans la mesure où des générations de formateurs ont travaillé très bien jusqu'à présent sans autre formation qu'une auto-formation, individuelle ou collective³⁰, quelquefois cependant difficile de leur propre aveu.

Notre propos n'est pas une mise en cause de ces pionniers mais un enrichissement éventuel de leurs ressources, grâce à une formation systématique et accélérée de certains formateurs qui s'intégreront dans les équipes déjà constituées.

Les formations de formateurs que nous avons commencé à expérimenter³¹ sont conçues avec beaucoup d'hypothèses analogues à celles des enseignants, mais elles couvrent deux volets supplémentaires. Nous les décrivons brièvement dans ce qui suit.

a) Un premier volet, au cœur de la formation de formateurs : encore les analyses de séances de classe

Nous avons comme premier objectif les analyses des pratiques en classe, en vrai ou par l'intermédiaire de vidéo, avec en ligne de mire les activités et les apprentissages des élèves.

Cela met en jeu, rappelons-le, plusieurs niveaux : les analyses de contenus mathématiques (énoncés, types de notions, programmes) et des difficultés connues des élèves, les analyses de déroulements, les contraintes qui pèsent sur les enseignants (sociales et autres).

³⁰ Au sein des IREM par exemple.

³¹ D'abord dans un Diplôme d'Université délivré par l'Université Versailles St Quentin, puis dans un master professionnel adossé au master recherches de didactique des disciplines scientifiques de l'Université Paris 7.

Cela débouche sur un travail sur des alternatives, qui nous semble particulièrement important en formation de formateurs.

b) Un deuxième volet spécifique : à propos des formations d'enseignants

Nous essayons de travailler sur des connaissances sur les pratiques et les conséquences en formation d'enseignants : l'hypothèse de l'importance de prendre en compte les modalités d'une formation en même temps que son contenu est au centre du travail. Plusieurs types d'activités permettent cette formation de formateurs : des observations de formations d'enseignants, pour en saisir des diversités, des discussions avec des formateurs actuels, la présentation de diverses hypothèses, un travail collectif des participants à la formation de formateurs de conception d'un scénario de formation d'enseignants. Il est clair que ce travail n'est que commencé dans cette formation de formateurs.

c) Un troisième volet spécifique, aller chercher des ressources et les critiquer... : les formateurs interface entre chercheurs et enseignants

Le problème des ressources, très nombreuses mais très dispersées et très variables, nous semble important à aborder en formation de formateurs. Des exposés bibliographiques, des recherches et des résumés d'articles issus de la littérature professionnelle (y compris Internet) sont organisés pour sensibiliser aux difficultés de l'exercice : synthèses et critiques sont des exercices très difficiles, loin des pratiques quotidiennes des enseignants.

C'est en effet aux formateurs que nous pensons qu'est dévolue la transmission adaptée des travaux de recherches, ainsi que la remontée vers les chercheurs... Si une première transposition doit sans doute être faite par les chercheurs eux-mêmes, il nous semble probable qu'elle ne peut pas suffire à une adoption par le milieu enseignant (cf. Bolon, 1996, Robert, 1999, Roditi, 2003). Dans cette hypothèse les formateurs auraient à travailler pour adapter ces travaux sans en perdre l'esprit, avec la possibilité d'échanger avec les chercheurs pour signaler les problèmes, enrichissant ainsi les deux parties !

2) Monter des scénarios, les évaluer

Dans cette perspective, la conception de scénarios pourrait être en partie collective, entre formateurs et chercheurs.

Plusieurs idées sont déjà discutées, des scénarios d'accompagnements de néotitulaires en classes difficiles, des formation-action sur un établissement (résolution de problèmes professionnels comme l'étude- Roditi 2004, les contrôles, l'intégration des TICE, la coordination des conseillers pédagogiques...).

Certaines recherches ont pris comme dispositifs de base le travail autour des mémoires professionnels des PLC2.

Les évaluations restent très difficiles à imaginer, en tout état de cause la proposition d'une évaluation intégrée à un travail sur un problème réel faisant intervenir chercheur, formateur et participants nous semble à retenir.

Annexe 1 : Analyses de tâches mathématiques proposées aux élèves dans des énoncés d'exercices

Toutes ces analyses sont **relatives** à un niveau scolaire donné, un programme donné, une classe donnée

Les énoncés proposés aux élèves portent sur des connaissances qui peuvent être **anciennes ou en cours d'acquisition**

La question posée peut être **fermée** (montrer que...) ou nécessiter des conjectures, plus ou moins larges

Ces connaissances peuvent être ou non **indiquées** (directement ou indirectement par leur place) : on parle alors de fonctionnement de type **mobilisable** ou **disponible**.

Dans tous les cas, que ce soit sur des connaissances anciennes ou en cours d'acquisition, mobilisables ou disponibles, on distingue des **types d'adaptations**.

Si le travail consiste à appliquer une propriété sans calcul supplémentaire ni reconnaissance (remplacer les données générales par des données particulières) : application simple et isolée ou immédiate (niveau de mise en fonctionnement technique).

Sinon types d'adaptations :

A1. *Les reconnaissances des modalités d'application* des notions, théorèmes, méthodes, formules... : variables, notations, formules ou conditions d'applications de théorèmes.

A2. *L'introduction d'intermédiaires* – notations, points, expressions...

A3. *Les mélanges* de plusieurs cadres ou notions..., les changements de points de vue, les changements ou jeux de cadres (graphiques/fonctions, indiqués ou non) ou de registres (modes d'écriture), les mises en relation ou interprétations .

A4. *L'introduction d'étapes, l'organisation des calculs ou des raisonnements* (utilisation répétée (in) dépendante d'un même théorème, raisonnement faisant intervenir le théorème). Les étapes peuvent être classiques (étude d'une fonction) ou à imaginer.

A5. *L'utilisation de questions précédentes* dans un problème.

Avec ou non changements de points de vue ou interprétation ou perte d'information...

A6. *L'existence de choix* – forcés (un seul convient finalement) ou non.

Annexe 2 : Analyses de déroulements de séances en relation avec les activités (éventuelles) provoquées chez les élèves

1) On établit :

La chronologie de la séance (dictée par la suite des activités des élèves)

2) **Sur un épisode particulier correspondant à une tâche, on relève**

Les formes de travail des élèves

Elèves à leur place, en petits groupes, un au tableau...,
Travail autonome individuel ou en petits groupes, questions-réponses (dialogue), écoute, recopiage, production écrite (notée ou non)

Les interventions de l'enseignant

Encouragements ou avertissements (non mathématiques)

Aides

Evaluations : corrections, validations, en s'appuyant ou non sur les élèves...

Pour décrire les aides, on indique :

Moment : a priori, pendant, a posteriori, (par rapport à l'activité correspondante des élèves)

Formes : Q->E : question (ouvert), Echange, E->P : réponse, indications (fermé)

Nature : indications précises ou remarques générales (directe ou indirecte), méthodes mathématiques, découpage en sous-tâche, rappel de cours, bilans.

Sur quoi ça porte : contenus mathématiques précis ou plus généraux, formes (rédaction), travail.

On reconstitue les activités des élèves sur cette tâche à partir des indications précédentes :

On cherche notamment la manière dont elles se sont déroulées, en tenant compte **simultanément** de toutes les informations : guidées ou en autonomie, finalement il reste des initiatives ou seulement des applications précises, les activités sont réellement individuelles ou collectives (petit groupe ou classe), écrites ou orales, quel enjeu se dégage pour les élèves (contrôle par exemple).

On croise avec la nature des tâches précédemment étudiée, en comparant, toujours avec les outils de l'annexe 1, les analyses a priori, faites à partir des énoncés, et ce qui s'est passé :

Sur quelles connaissances les activités des élèves portent-elles effectivement – sont-elles menées avant ou après le cours correspondant, sont-elles anciennes, nouvelles, quels types de tâches sont réellement abordés ?

Annexe 3 : Un exemple d'analyse d'un extrait de séance à partir d'une vidéo tournée en classe

En troisième, dans une très bonne classe, un enseignant propose à ses élèves en milieu d'année l'énoncé suivant, qui n'est donc pas relié à un chapitre précis :

Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés.

1) Analyse a priori³²

Cet exercice est ouvert : aucune indication n'est donnée, et le mot « construire » correspond à une question qui n'est pas fermée. Il peut même y avoir une ambiguïté sur ce mot : entre programme de construction, construction à la règle et au compas, discussion de l'existence et /ou de l'unicité... On peut penser que c'est le contexte de la classe qui jouera pour que les élèves donnent un sens à ce mot.

Aucune étape n'est indiquée – aux élèves de mettre en place un découpage pour résoudre l'exercice.

Des intermédiaires doivent être introduits pour modéliser la situation : les longueurs des côtés donnés et inconnus (lettres utilisées comme nombres généralisés et inconnue).

Cette modélisation amène à écrire une équation, à condition que les formules des aires de triangles soient mobilisables : il y a un premier jeu de cadres entre le géométrique et l'algébrique, avec un petit travail algébrique pour « arranger » l'équation.

Mais la résolution de cette équation ne se fait pas dans le cadre numérique, la lettre inconnue ne prend pas le statut de variable mais de longueur de côté, à construire géométriquement.

Cette « résolution » fait ainsi appel au théorème de Pythagore – supposé donc disponible. Seulement la mise en fonctionnement du théorème de Pythagore demande une adaptation importante (cf. annexe 1), puisqu'il y a à la fois un changement de point de vue dans l'utilisation du théorème et un jeu de cadres, entre l'algébrique et le géométrique : on doit reconnaître et interpréter une propriété géométrique à partir de l'égalité algébrique (du type $a^2 + b^2 = x^2$) alors que cette égalité est souvent, dans les exercices habituels, déduite au contraire de la situation géométrique. Le côté inconnu s'obtient ainsi comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux côtés donnés initialement sont les côtés de l'angle droit, hypoténuse qu'on peut alors construire géométriquement.

³² Il s'agit d'une analyse a priori « légère », qui ne se place pas au niveau de la recherche en didactique, nous ne mettons en œuvre que les outils précédents.

2) Dérroulement

Nous décrivons la vidéo de la séance que l'enseignant a tournée lui-même en plaçant la caméra au fond de sa classe (sans observateur).

Première phase : une recherche individuelle de pistes

L'enseignant propose l'exercice et laisse chercher les élèves environ 4 minutes en répondant tout haut aux questions posées par les élèves. Il s'agit de « chercher des pistes ».

Des élèves demandent si on a le droit de faire un dessin – « oui » répond l'enseignant - puis interrogent sur le sens du mot « donnés » : est-ce que ces deux triangles « donnés » sont les mêmes ? L'enseignant répond que ces deux triangles sont fixés au départ.

L'enseignant écrit l'énoncé au tableau et fait un dessin (deux triangles) pendant cette première phase de recherche des élèves, puis circule dans les rangs en silence, ou en relançant les élèves de manière neutre (« tu cherches... »).

Il reprend tout haut la proposition d'un élève : « on peut leur donner des noms »

Deuxième phase : une mise en commun des pistes un petit peu complétées par l'enseignant

L'enseignant interrompt cette recherche et interroge les élèves collectivement pour recueillir des pistes de travail.

Il doit poser de nombreuses questions : comment traduire l'énoncé ? Quels sont les mots importants ?

Une élève passe au tableau, et indique un codage sur un des triangles dessinés auquel elle rajoute une hauteur : « a » pour le côté, « $a\sqrt{3}/2$ » pour la hauteur.

Le mot équation est lancé et le professeur le reprend au vol : « quelle équation, qu'est-ce qui manque ? »

Des élèves reprennent : « faudrait qu'on connaisse l'aire », « on n'a pas de données numériques », « on peut mettre des lettres »...

Le professeur reprend et complète toutes ces idées en demandant « comment mettre x, où mettre x ? ». Mais il n'y a rien encore de précis, seulement des idées lancées par des mots.

Troisième phase : une nouvelle recherche individuelle courte

Puis les élèves cherchent de nouveau et deux minutes après l'enseignant corrige en envoyant un élève au tableau.

Quatrième phase : correction avec un élève au tableau

A partir de ce moment là le professeur reprend la main : il découpe le travail de l'élève au tableau en petites sous-tâches, il ne laisse aucune initiative, allant jusqu'à dicter par moments ce qu'il faut écrire. L'élève n'a plus que les calculs à faire seul.

- Ainsi l'enseignant fait d'abord écrire ce qu'est x (le côté du triangle inconnu) – il dicte une phrase habituelle pour la classe ; puis il demande la formule de l'aire du triangle.
- La formule de l'aire du triangle est écrite pour les trois triangles.

L'enseignant ne s'arrête pas aux difficultés algébriques qui apparaissent au tableau, pour écrire l'aire du triangle (division d'une fraction par 2) les traitant comme des étourderies.

- L'enseignant fait écrire ensuite l'équation traduisant l'énoncé, là encore le calcul algébrique est dirigé étroitement, avec des questions à tout le monde pour arriver à simplifier par le facteur numérique $\sqrt{3}/4$. Finalement au bout de cinq minutes depuis le début de cette phase, l'élève au tableau arrive à l'équation : $a^2 + b^2 = x^2$

Et la cloche indiquant la fin de la séance sonne !

Un élève reconnaît pourtant « C'est Pythagore », et l'enseignant donne à finir l'exercice à la maison. Deux jours après aucun élève n'a fini l'exercice, aucun élève n'arrive à la faire, l'indication « C'est Pythagore » s'est perdue même pour son auteur !...

3) Différences et précisions entre analyses a priori et déroulements : quelles activités pour les élèves ?

Plusieurs différences ou précisions apparaissent entre les prévisions et la vidéo et assez vite plusieurs questions se posent pour mieux comprendre.

Non seulement le mot construire mais déjà le mot « donnés » sont ambigus pour les élèves et l'enseignant lève en partie ces ambiguïtés.

La mise en place des découpages nécessaires se fait en deux temps : les élèves ont à chercher seuls la démarche d'abord, sans le faire jusqu'au bout (voire pas du tout pour certains).

Après 6 minutes de recherches, ce qui ne peut permettre à aucun élève de troisième d'aller très loin, le professeur prend en main le découpage en imposant de petites étapes grâce à la correction par un élève au tableau.

Une des très (trop ?) grandes difficultés prévisibles de l'exercice est donc finalement supprimée.

Les intermédiaires ont été pressentis par quelques élèves, l'enseignant donne l'indication à tout le monde : ce n'est plus une initiative à prendre.

Enfin le jeu de cadres géométrique/algébrique est pris en main par l'enseignant qui indique toutes les étapes. De plus le travail algébrique n'est pas approfondi, les erreurs ne sont pas reprises mais seulement corrigées très rapidement.

Finalement les activités des élèves diffèrent selon leur investissement, notamment dans les quatre premières minutes. A minima, un élève commencera à travailler au moment de la correction, en recopiant le tableau, présenté comme un lieu de savoir (cf. Robert et Vandebrouck, 2003). D'autres pourront effectuer les calculs en même temps que l'élève au tableau, en résolvant ainsi seuls des petites tâches séparées, l'enseignant ayant pris en main la structuration et la démarche d'ensemble. Quelques élèves auront suivi cette démarche sur laquelle cependant l'enseignant n'a pas eu le temps de revenir.

Certaines différences correspondent ainsi à des difficultés imprévues des élèves, que l'enseignant repère au moment où les élèves parlent et qu'il retient et approfondit plus ou moins selon les cas.

D'autres correspondent à la gestion particulière de cet enseignant et à l'organisation des activités des élèves qu'il induit. Nous allons préciser encore ce dernier point dans le paragraphe suivant.

4) Ce qu'en dit l'enseignant

Pour en savoir plus nous avons interrogé cet enseignant sur cette vidéo (un exemple de questionnaire, avec notamment les réponses de cet enseignant, figure dans le document pour la formation n°1, Beziaud et al.).

Le problème du temps est évidemment apparu d'abord, d'autant plus que cette activité, improvisée, a été rajoutée par l'enseignant à un emploi de temps déjà très chargé.

Cependant ce professeur a indiqué que le déroulement de l'exercice, mis à part la fin (l'interruption par la cloche) est très habituel. Les quatre phases, le fait de permettre à tous les élèves, même faibles, de faire « quelque chose » assez rapidement, la correction impeccable au tableau avec un élève « secrétaire », sont autant de constantes que cet enseignant revendique.

Ces habitudes peuvent jouer pour faire apprendre les mathématiques aux élèves grâce à des répétitions à divers niveaux, pas nécessairement explicites : démarches, rigueur de l'écriture, formats des démonstrations³³.

³³ Une autre vidéo révèle ainsi l'habitude de faire encadrer systématiquement les hypothèses et la conclusion avec deux couleurs différentes.

De ce fait, ce professeur envisage peu d'alternatives finalement à ce déroulement qui s'intègre dans des pratiques stables et cohérentes : il pense que ses choix optimisent ses marges de manœuvre réduites par les contraintes de tous ordres qui pèsent sur l'enseignement des mathématiques et prédéterminées par sa personnalité. La contrainte du temps est une des plus pesantes, renforcée par les réductions d'horaires et la volonté de finir les programmes, eux peu allégés. L'hétérogénéité des classes est aussi ressentie comme une contrainte puisqu'elle amène à ménager des activités différentes pour que chacun puisse travailler, et cela peut aller jusqu'à des contradictions.

5) Alternatives

Deux types d'alternatives se présentent, qui permettent d'utiliser ce qui précède : sur l'énoncé et sur la gestion.

Ce sont plutôt des énoncés plus découpés ou un travail sur les variables didactiques de l'énoncé qui sont envisageables ici.

Par exemple on peut n'introduire qu'une inconnue en donnant des valeurs numériques aux deux côtés donnés (*Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux de côté respectivement 3 et 4*).

On peut aussi supprimer des difficultés algébriques en travaillant sur des carrés (*Construire un carré d'aire égale à la somme des aires de deux carrés donnés*).

On peut expliciter la consigne « construire » : *On donne deux triangles équilatéraux de côtés a et b . Donner une construction géométrique du côté d'un triangle équilatéral dont l'aire est égale à la somme des aires des deux triangles donnés.*

On peut enfin introduire des étapes : Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés de côtés respectifs a et b . On pourra exprimer l'aire du triangle à construire en fonction de a et b et chercher une construction du côté de ce triangle.

Remarquons que dans tous ces énoncés l'utilisation du théorème de Pythagore reste de l'ordre du disponible !

Sur la gestion, nous envisageons une classe virtuelle.

Une première alternative correspond au *temps de recherche* laissé aux élèves : il apparaît que si on veut laisser chercher les élèves et les faire travailler sur l'utilisation du théorème de Pythagore il faut disposer de plus de temps. Rappelons que notre enseignant avait improvisé cet exercice supplémentaire...

Une autre alternative est de faire travailler les élèves *en petits groupes*, ce qui peut permettre à l'enseignant d'intervenir moins rapidement (au moins collectivement).

Un autre type d'alternative concerne les aides de l'enseignant et le découpage à introduire. On peut envisager de laisser plus d'initiatives aux élèves, si ceux-ci y sont habitués : une gestion ne s'improvise pas et demande des habitudes quelle qu'elle soit !

6) Le schéma d'une séance de formation sur cet extrait de vidéo, exemples de « problématiques » accrochées à la vidéo

On commence par donner le texte de l'exercice. Pendant un quart d'heure les participants font une analyse des tâches. On passe 15 à 20 minutes de vidéo et on établit une analyse du déroulement. Une discussion est organisée sur le projet de l'enseignant (différemment s'il est présent ou non) et les alternatives. Des problématiques sont développées (elles varient selon la discussion qui s'engage effectivement) : autour de l'algèbre au collège et de l'introduction progressive des variables, autour de la rupture troisième/seconde en ce qui concerne l'algèbre, autour de la gestion des classes faibles et des découpages des énoncés... Une caractéristique de ce type de discussion est le fait qu'on ne tranche pas : on expose des possibles et des questions, quelquefois avec plusieurs réponses différentes, en essayant de dégager les environnements en jeu.

Annexe 4 : Exemples d'analyses faites individuellement par des enseignants en formation

Texte des questions :

En troisième ou en seconde, un enseignant propose à ses élèves l'énoncé suivant :

Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux donnés.

- 1) En vous plaçant au niveau troisième ou au niveau seconde (le préciser), analyser cette tâche.
- 2) Décrire un déroulement en classe possible en indiquant brièvement les activités attendues correspondantes des élèves.

Voici deux fiches, une en troisième et une en seconde :

Niveau : troisième

Fiche 1

C'est un problème très ouvert qui permet « d'organiser le nouveau dans l'ancien » et fait appel à des connaissances disponibles ou mobilisables. C'est un problème de géométrie qui nécessite des changements de cadre et qui fait travailler sur des expressions littérales (connaissance mise en place tout au long de la classe de 3^{ème}) des racines carrées et des équations.

Je proposerai cet exercice après avoir traité les racines carrées et avoir remis en place sous forme d'exercices techniques au moins le travail sur les expressions littérales.

Analyse des tâches

► Des adaptations doivent être faites pour faire un schéma et nommer les longueurs des 3 triangles équilatéraux dont on parle, deux étant donnés, le dernier étant à construire.

► Calcul de l'aire de chaque triangle équilatéral. L'aire d'un triangle est une connaissance de 5^{ème} réinvestie ici. Les élèves doivent réduire l'expression littérale obtenue.

Pour calculer l'aire d'un triangle équilatéral, deux cas de figures se présentent suivant la classe dans laquelle on propose l'exercice :

Soit le calcul de la hauteur d'un triangle équilatéral a déjà été vu lors d'exercices après le cours sur racines carrées et les élèves peuvent utiliser le résultat.

Soit le calcul n'a pas été fait et les élèves doivent utiliser le théorème de Pythagore (connaissance de 4^{ème}) et simplifier l'expression littérale. (factorisation, équation du type $x^2 = a$ où x est une longueur, racine carrée). Les équations du type $x^2 = a$ sont vues en 4^{ème} dans le cas particulier où x est une longueur avec le théorème de Pythagore (ce qui est le cas ici) et généralisées en 3^{ème}.

Autre méthode : utiliser la valeur exacte de $\sin. 60^\circ$ si la trigonométrie a été traitée.

► Adaptation pour transformer l'énoncé sous forme d'une égalité algébrique, factorisation de $\frac{\sqrt{3}}{4}$ puis simplification.

► Reconnaître le théorème de Pythagore à partir de l'égalité algébrique et repasser au registre géométrique pour effectuer la construction.

Les tâches proposées sont non isolées et non simples pour une classe de troisième. Cet exercice est très riche puisqu'il permet de travailler sur le calcul littéral dans un cadre géométrique et permet d'entretenir des connaissances anciennes. Cet exercice peut favoriser le passage du « contextualisé » au « décontextualisé » pour certains élèves pour le théorème de Pythagore notamment.

Déroulement en classe

Cet exercice étant très riche, un travail en groupe de niveau hétérogène me paraît le plus adapté pour favoriser les échanges entre élèves et permettre aux élèves en difficulté de profiter d'une progression convenable. J'installerai les élèves par groupe de quatre.

Je prévois d'écrire l'énoncé au tableau, de faire lire l'énoncé à voix haute par un élève et de faire réfléchir les élèves sur : les données et ce que l'on veut faire. Ensuite, je proposerai à un élève de construire trois triangles équilatéraux distincts (2 en couleur pour les triangles donnés) et mettrai en place, après un temps de réflexion des élèves les notations a et b pour désigner les longueurs des côtés des deux triangles donnés et c la longueur du triangle que l'on veut construire. Je laisserai ensuite les élèves travailler en groupe de façon entièrement autonome et j'interviendrai à la demande. Environ 10 minutes avant la fin, je prévois de faire une synthèse et de noter la relation $c^2 = a^2 + b^2$, puis d'expliquer la construction : construire un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent a et b puis construire le triangle équilatéral de côté c en montrant qu'il répond bien à la question .

L'aire de ce triangle est égale à la somme des aires des deux autres. En effet : si $a^2 + b^2 = c^2$ alors on a bien la relation : $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}b^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2$. Tous les élèves doivent

avoir construit la figure sur leur cahier d'exercice (sur feuille blanche) avant la fin de la séance, en utilisant le compas pour les reports de longueur.

Niveau seconde

Fiche 2

1) Analyse de cette tâche :

Géographie de la séance :

En classe de seconde un des premiers modules que je donne aux élèves s'intitule : Des résultats à connaître absolument. L'objectif de ce module est de trouver des formules pour les situations suivantes : avec a un nombre strictement positif, exprimer en fonction de a , la mesure de la longueur d'une diagonale d'un carré de côté a , d'un cube d'arête a , d'une « hauteur » d'un triangle équilatéral de côté a et retrouver les lignes trigonométriques des angles dits remarquables de mesure 30° , 45° , 60° .

L'exercice proposé serait alors posé la semaine suivante en module donc en demi-classe.

Longueur estimée : environ 30 mn pour l'exercice même.

Notions visées : utilisées ici comme outil. Il y a : le calcul d'une aire d'un triangle, une utilisation du résultat trouvé lors du module précédent pour la « hauteur » d'un triangle équilatéral ou l'utilisation du théorème de Pythagore, une factorisation par $\frac{\sqrt{3}}{4}$, une utilisation de la réciproque de Pythagore.

Modes de raisonnement : applications non simples, non isolées.

Niveau de mise en fonctionnement : disponible (car module traité précédemment) ou mobilisable selon les élèves.

Il y a un changement de cadres : cadre géométrique et cadre numérique ou littéral.

L'univers de la séance est un univers de recherche sur une tâche riche.

2) Un déroulement possible

Cet exercice est proposé en module (demi-classe). Le travail a lieu en groupes hétérogènes de 4 élèves (chaque groupe est constitué par affinités ou par ordre alphabétique à ce moment de l'année). C'est le premier travail en groupes de l'année et donc les règles de fonctionnement sont à bien préciser au début de la séance.

Contrat pour cet exercice : recherche individuelle et collective à l'intérieur du groupe.

Production attendue : une copie par groupe à rendre à la fin de la séance. L'exercice sera rédigé sur une feuille de copie quadrillée avec une construction très précise réalisée à la règle et au compas mais l'utilisation des quadrillages est possible, une justification écrite détaillée de la construction est attendue.

Formes de travail des élèves : pendant une dizaine de minutes recherche des élèves sans intervention du professeur donc travail autonome puis si besoin aides très ponctuelles du professeur dans les groupes.

Aides du professeur : aides directes et ponctuelles. Elles consistent à introduire des sous-tâches. Par exemple : donner un nom à la mesure des côtés des deux triangles, comment calculer l'aire d'un triangle, traduire l'énoncé par une égalité, penser à factoriser, ...

Une remarque : L'énoncé est difficile pour un élève de seconde. Les élèves seraient un peu plus à l'aise avec : Construire un triangle équilatéral d'aire égale à la somme des aires de deux triangles équilatéraux de côtés respectifs a et b (a et b étant des nombres strictement positifs).

Bibliographie (certains ouvrages ne sont pas cités dans le texte mais ont largement inspirés la réflexion)

ALTET M., 1994, *La formation professionnelle des enseignants*, PUF.

ALTET M., PAQUAY L., PERRENOUD P. (Eds), 2002, *Formateurs d'enseignants, quelle professionnalisation ?* De Boeck.

BAUTIER R.x, 1998, L'expérience scolaire des nouveaux lycéens, démocratisation ou massification, A. Colin.

BEN SALAH C., 2001, *Les connaissances mathématiques des nouveaux enseignants à l'épreuve du feu, une étude de cas*, Thèse de doctorat de l'Université Paris 7.

BEZIAUD P., DUMORTIER D., ROBERT A., VANDEBROUCK F., 2003, Un questionnaire sur l'utilisation du tableau noir en classe de mathématiques (collège et lycée) : portée, limites, perspectives en formations, *Document n°1 pour la formation des enseignants*, IREM-Université Paris 7.

BLANCHARD-LAVILLE C. et FABLET D., (ed.), 2000, *L'analyse des pratiques professionnelles*, L'Harmattan.

BOLON J., 1996, *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique ?* Thèse de doctorat, Université Paris 7, Paris.

BROUSSEAU G., 1998, *Théorie des situations didactiques*, La pensée sauvage.

BUTLEN D., PELTIER M.L., PEZARD M., 2002, Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : contradiction et cohérence, *Revue française de Pédagogie*, n°140, 41-52.

CAUTERMANN M.M., DEMAILLY L., SUFFYS S., BLIEZ-SULLEROT N., 1999, *La formation continue des enseignants est-elle utile ?* PUF.

CHESNAIS, 2004, Enseignement de la multiplication des décimaux par un professeur débutant dans une classe de sixième ZEP, *Cahier de Didirem* n°49, IREM-Université Paris 7.

CHEVALLARD Y., 1999, L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/2, 221-265.

CLARKE D. et HOLLINGSWORTH H., 2002, Elaborating a model of teacher professional growth, *Teachnig and teacher education*, 18, 947-967.

CLOT Y., 1999, *La fonction psychologique du travail*, Paris PUF.

COULANGE L., 2001, Evolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20ème siècle : contraintes et espaces de libertés pour le professeur, *Petit x*, n°57, 65-85.

DEBLOIS L., SQUALLI H., 2002, L'implication de l'analyse de productions d'élèves dans la formation des maîtres du primaire, *Educational Studies in Mathematics*, 50, 213-238.

DESQ J., JOYEUX B., TERRÉE N., 2004, Un exemple de scénario de formation : impact des énoncés sur l'activité des élèves en S, *Document pour la formation des enseignants* n°4bis, IREM-Université Paris7.

DOUADY R., 1987, Jeux de cadres et dialectique outil/objet, *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2),5-32.

DOUADY R., 1992, Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement, *Repères-Irem* 6, 132-158.

DUVAL R., 1995, *Sémiosis et pensée humaine*, Bernes, Peter Lang.

DUVAL R., 2002, Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? Cadres et registres, in *Actes de la journée en hommage à Régine Douady*, IREM, Université Paris 7, 83-105.

FÉLIX C., 2004, Les gestes de l'étude personnelle chez les collégiens : une perspective comparatiste, *Spirale* n°33, 89-100 (Lille).

GROUPE DE RECHERCHE FORMATION DE L'ACADÉMIE DE TOULOUSE, 2002, Deux expériences réalisées en formation continue autour d'énoncés de problèmes de mathématiques en classe scientifique, *Cahier de Didirem* n°41, IREM-Université Paris 7.

HACHE C., 2001, L'univers mathématiques proposé par le professeur en classe, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 21/1-2., 81- 98.

HOUEMENT C. et KUZNIAK A., 1996, Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 16/3, 289-322.

JAWORSKI B., 2003, Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: towards a theoretical framework based on co-learning partnerships, *Educational Studies in Mathematics*, 54, 249-282.

KAZEMI et AL., 2004, Teacher learning in mathematics: using student work to promote collective inquiry, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 203-235.

LATTUATI M., ROBERT A., PENNINCKX J., 1999, *L'enseignement des mathématiques au lycée, un point de vue didactique*, Ellipses.

LENFANT A., 2002, *De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires*, Thèse de doctorat de l'université de Paris 7.

- LEONTIEV A., 1984, *Activité, conscience, personnalité*, Editions du Progrès.
- MALGLAIVE B., 1990, *Enseigner à des adultes*, PUF.
- MARGOLINAS C., 1995, La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, in Margolinas Eds. *Les débats en didactique des mathématiques*, 89-103, La Pensée sauvage, Grenoble.
- MASSELOT P., 2000, *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école – une étude de cas*, Thèse de doctorat de l'université Paris 7.
- MAURICE J.-J., ALLÈGRE E., 2002, 'Invariance temporelle des pratiques enseignantes : le temps donné aux élèves pour chercher', *Revue Française de Pédagogie* 138, 115-124.
- MERCIER A., LEMOYNE G., ROUCHIER A. (Eds), 2001, *Le génie didactique, usages et mésusages des théories de l'enseignement*, De Boeck.
- MONTMOLLIN (DE) M., 1984, *L'intelligence de la tâche*. Berne : Peter Lang.
- NOIRFALISE R. Ed, 1998, Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, *Actes de l'Université d'été de la Rochelle*, IREM de Clermont Ferrand.
- PAQUAY L., ALTET M., CHARLIER E., PERRENOUD P. (Eds), 2001, *Former des enseignants professionnels, quelles stratégies, quelles compétences ?* De Boeck.
- PARIÈS M., 2001, *Pratiques des enseignants de mathématiques : analyses des discours accompagnant la résolution d'exercices au collège*, Thèse de doctorat de l'université Paris 7.
- PARIÈS M., (à paraître), Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves, *Recherches en didactique des mathématiques*.
- PASTRÉ P., (Ed), 1999, Apprendre des situations, Education permanente, 139.
- PELTIER-BARBIER M.L. (Ed.), 2004, *Dur d'enseigner en ZEP*, La pensée sauvage.
- PERESSINI D., BORKO H., ROMAGNANO L., KNUTH E. ET WILLIS C., 2004, A conceptual framework for learning to teach secondary mathematics : a situative perspective, *Educational Studies in Mathematics*, 56, 67-96.
- ROBERT A., 1998, Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 18 2, 139-190.

ROBERT A., 1999, Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe, *Didaskalia*, n°15, 123-157.

ROBERT A., 2001, Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 21/1-2, 57- 80.

ROBERT A., 2003a, De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et lycée), *Didaskalia*. 22, 99-116.

ROBERT A., 2003, Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe. *Revue Petit x*, n° 62, 61-71.

ROBERT A., 2004, Une analyse de séance de mathématiques au collège à partir d'une vidéo filmée en classe. La question des alternatives dans les pratiques d'enseignants, perspectives en formation d'enseignants, *Petit x*, n°65, 52-79

ROBERT A. et HACHE C., 1997, Un essai d'analyse des pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait "fréquenter" les mathématiques à ses élèves pendant la classe ? *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 17-3, 103-150.

ROBERT A. et POUYANNE N., 2004, Formateurs d'enseignants de mathématiques du second degré : éléments pour une formation, *Document pour la formation des enseignants* n°5, IREM- Université Paris 7.

ROBERT A. et ROGALSKI J, 2002, Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol2, n°4, 505-528.

ROBERT A. et ROGALSKI J, (2004, à paraître), A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class, *Educational studies in mathematics*, Vol 59.

ROBERT A. et ROGALSKI M., 2002, Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices – le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion de la classe, *Revue Petit x*, n° 60.

ROBERT A. et ROGALSKI M., 2004, Problèmes et activités d'introduction, problèmes transversaux et problèmes de recherche au lycée, *Repères IREM* n°54, 77-103.

ROBERT A. et VANDEBROUCK F. avec la collaboration de P. BEZIAUD et D. DUMORTIER, 2001, Recherches sur l'utilisation du tableau par des enseignants de

mathématiques en seconde pendant des séances d'exercices, *Cahier de Didirem* n°36, IREM-Université Paris 7.

ROBERT A. et VANDEBROUCK F., 2003, Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 23/3, 389-424.

RODITI É., 2001, *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires ?* Thèse de doctorat d'Université, Didactique des Mathématiques, Paris7.

RODITI E., 2003, Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 23/2, 183-216.

RODITI E., 2004a, Le théorème de l'angle inscrit au collège. Analyse d'une séance d'introduction et perspectives pour la formation, *Cahier de Didirem* n°45, IREM-Université Paris 7.

RODITI E, 2004, Former par la résolution de problèmes professionnels, *Cahier de Didirem* n°48, IREM-Université Paris 7.

ROGALSKI J., 2000, Y a-t-il un pilote dans la classe ? Apports des concepts et méthodes de la psychologie ergonomique pour l'analyse de l'activité de l'enseignant, In Assude T. et Grugeon B. *Actes du séminaire de didactique national*, 143-164, Paris : ARDM-IREM Paris 7.

ROGALSKI J, 2003, Y a-t-il un pilote dans la classe, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 23 3, 343-388.

SOLAR C. (Ed.), 2001, *Le groupe en formation d'adultes*, De Boeck.

VANDEBROUCK F., 2002, Utilisation du tableau et gestion de la classe de mathématiques : à la recherche d'invariants dans les pratiques d'enseignants, *Cahier de Didirem* n°42, IREM-Université Paris 7.

VERGNAUD G., 2002, La conceptualisation, clef de voûte des rapports entre pratique et théorie, in Actes de la Desco de l'Université d'Automne, *Analyse de pratiques et professionnalité des enseignants*.

VERGNES D., 2001, Les effets d'un stage de formation en géométrie, *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1-2, 99-122.

ALINE ROBERT

IUFM de Versailles-54 avenue des Etats-Unis-78000 Versailles
alr@ccr.jussieu.fr