

VALÉRIANE PASSARO

OBSTACLES À L'ACQUISITION DU CONCEPT DE COVARIATION ET  
L'INTRODUCTION DE LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE EN  
DEUXIÈME SECONDAIRE

**Abstract. Students' difficulties for acquiring covariation concept and using graphical representation in grade 8** – Our research concerns the conversions between the registers of representation implied at the time of the passage of a functional situation to a graph. We are interested more particularly in the perception of covariation between two magnitudes by the students in grade 8. A teaching sequence has been created in order to introduce Cartesian graph to these students and to collect spontaneous representations about covariation. Our analysis principally puts in evidence the characteristics of these representations, as well as the degree of perception of the covariation by the students. It permits us to come to certain conclusions in relation to the passage to official representation: the Cartesian graph.

**Résumé.** Notre recherche concerne les conversions entre les registres de représentation impliquées lors du passage d'une situation fonctionnelle à un graphique. Dans ce cadre, nous nous intéressons plus particulièrement à la perception du concept de covariation entre deux grandeurs par les élèves du premier cycle du secondaire (13-14 ans). C'est par l'intermédiaire d'une séquence d'enseignement minutieusement conçue que nous avons recueilli les représentations spontanées d'élèves à propos du concept de covariation. Notre analyse met principalement en évidence les caractéristiques de ces représentations, ainsi que le degré de perception de la covariation par les élèves. Elle nous permet de tirer certaines conclusions relativement au passage à la représentation officielle : le graphique cartésien.

**Mots clés.** Fonctions, covariation, registre de représentation, graphique, représentations spontanées ou fonctionnelles.

---

## 1. Introduction

C'est de la considération des difficultés éprouvées par les élèves du secondaire, les étudiants de collège et d'universités et même par les enseignants relativement au concept de fonction, ainsi que de l'importance de ce concept dans le programme de formation de l'école québécoise que sont nés nos intérêts de recherche. La consultation de plusieurs recherches portant sur le concept de fonction (Monk, 1992 ; Janvier, 1993 ; Beichner, 1994 ; Carlson, 1998 ; Hitt, 1998, 2003) nous a permis de constater qu'une multitude de difficultés étaient reliées aux transferts entre modes de représentation, particulièrement les passages entre la situation

(mots ou dessin) et le graphique<sup>1</sup>. Une analyse plus détaillée du type d'obstacle rencontré lors de ces transferts nous a permis de mettre en évidence l'importance de la compréhension du concept de covariation<sup>2</sup> entre deux grandeurs (*voir* Hitt et Passaro, 2007).

## **2. Programme de formation de l'école québécoise et manuels scolaires**

L'étude des fonctions en mathématiques occupe une place importante dans le programme de formation de l'école québécoise (niveau secondaire). Au premier cycle du secondaire, les élèves sont initiés à la représentation graphique d'une relation entre deux grandeurs. Le programme (MELS, 2003) indique qu'ils doivent pouvoir effectuer une « représentation globale d'une situation par un graphique » (p. 253). À ce niveau, on ne parle pas encore de l'étude des fonctions, mais la plupart des situations présentées par les manuels sont fonctionnelles. Au deuxième cycle du secondaire, le travail sur les fonctions devient explicite. Les élèves sont amenés à faire une étude approfondie de plusieurs modèles de variation et pour cela ils doivent travailler à l'aide des divers modes de représentation.

Le concept de covariation quant à lui n'est pas mentionné dans ce dit programme. Il n'est pas non plus abordé clairement dans les manuels scolaires. On peut trouver, en effet, quelques éléments témoignant d'une certaine préoccupation pour la covariation comme l'illustre la citation suivante : « Généralement, dans une situation, l'une des variables réagit aux variations de l'autre. » (Carrousel mathématique 3, 1995), mais ceux-ci occupent une place minime. Ainsi, il ne semble pas que l'importance de la covariation soit considérée, or, nous sommes convaincus que sa compréhension est préalable aux transferts entre les modes de représentation « situation » et « graphique ».

## **3. La conceptualisation via la coordination des registres de représentation sémiotiques**

Puisque nous nous intéressons au développement du concept de covariation ainsi qu'aux conversions entre les modes de représentation « situation » et « graphique », nous avons choisi de nous appuyer sur le cadre théorique de Duval (1988, 1993) portant sur les registres de représentation sémiotiques. Cette

---

<sup>1</sup> Nous nous basons ici sur les modes de représentations, ainsi que sur le tableau de traduction entre ceux-ci, établis par Janvier, Girardon, Morand (1993) et utilisés dans le programme de formation de l'école québécoise (MEQ, 1994).

<sup>2</sup> Nous entendons par « covariation » l'idée selon laquelle lorsque deux grandeurs sont mises en relation de manière à ce que l'une dépende de l'autre, la variation de la grandeur conséquente dépend de la variation de grandeur prédominante.

théorie soutient à la fois les fondements de l'expérimentation, ainsi que de l'analyse des données.

D'abord Duval (1993) parle de représentation sémiotique par opposition à la représentation mentale. Il définit la représentation sémiotique comme étant une production « constituée par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signifiante et de fonctionnement » (p. 2), alors que, pour lui, la représentation mentale ne recouvre que les images et conceptions qu'un individu peut avoir sur un objet ou une situation. La représentation sémiotique ne peut pas non plus être restreinte à l'extériorisation de la représentation mentale car elle est plus que cela. Elle est non seulement un moyen de communication avec l'extérieur, mais aussi un élément clé dans l'activité cognitive de la pensée. En effet, elle a, entre autres, les fonctions d'objectivation (expression privée ou construction interne qui permet à l'individu la reconnaissance d'un objet) et de traitement pour lequel les représentations mentales sont insuffisantes. Ainsi, la représentation sémiotique est à la base du fonctionnement cognitif de la pensée humaine. Duval exprime cette idée en précisant que « si on appelle *sémiosis* l'appréhension, ou la production, d'une représentation sémiotique, et *noésis* l'appréhension conceptuelle d'un objet, il faut affirmer que la *noésis* est inséparable de la *sémiosis* » (p. 3). Ainsi, pour lui il n'y a pas de *noésis* sans *sémiosis* ce qui signifie que la conceptualisation d'un objet n'est possible que si un processus d'appréhension ou de production d'une représentation sémiotique a eu lieu.

Il ajoute cependant que « pour qu'un système sémiotique puisse être un registre de représentation, il doit permettre trois activités cognitives fondamentales liées à la *sémiosis* » (p. 4). La première activité est celle de la formation d'une représentation identifiable. En fait, la concrétisation de la représentation doit être reconnaissable par l'humain qui en connaît les règles de fonctionnement. Par exemple, la grammaire est une règle du registre de la langue naturelle permettant aux individus de communiquer entre eux. La seconde activité est celle du traitement. Le traitement est la transformation de la représentation dans le registre même où elle a été formée. En fait, le traitement est une activité se déroulant à l'intérieur d'un même registre sémiotique. La représentation n'est pas exactement répétée, mais plutôt modifiée de manière, par exemple, à témoigner de la transformation d'une situation ou à mettre l'accent sur un aspect différent d'une même situation. La troisième activité est la conversion de la représentation dans un autre registre que celui d'où elle provient. Par exemple, « la *description* est la conversion d'une représentation non verbale (schéma, figure, graphe) en une représentation linguistique » (p. 5). Cette dernière activité est sans doute la plus problématique car il n'existe pas toujours de règles de conversions possibles et lorsqu'il y en a, leur

importance est négligée. Cette négligence est certainement l'une des sources des difficultés éprouvées par des élèves lors de tâches de conversion.

En tenant compte des caractéristiques établies par Duval, nous avons, d'une part, vérifié qu'il existait bel et bien un registre « graphique » au sein duquel le graphique cartésien constitue la représentation identifiable, et, d'autre part, établi que la situation pouvait être constituée de deux registres complémentaires, les registres « figural » et « verbal » (voir Passaro, 2007). Ainsi, les transferts entre les modes de représentation « graphique » et « situation » impliquent des conversions entre ces trois registres. Ces conversions ne sont cependant pas des activités évidentes puisqu'il n'existe pas de *congruence*<sup>3</sup> entre les divers registres. Nous avons donc tenté d'éclairer la démarche de conversion à l'aide de l'identification d'éléments signifiants<sup>4</sup>. Puisque nous nous intéressons aux situations de covariation entre deux grandeurs, nous avons répertorié les éléments signifiants en lien, entre autres, avec 1) la distinction des deux grandeurs et 2) la considération du lien de dépendance entre ces deux grandeurs. Nous considérons ainsi que l'activité de conversion consiste à établir le parallèle entre les éléments signifiants préalablement identifiés des registres mis en jeu.

#### 4. Méthodologie de l'expérimentation

L'importance précédemment établie des éléments signifiants dans l'activité de conversion entre registres de représentation nous a mené à nous questionner sur l'identification de ces éléments par les élèves. Nous avons décidé d'évaluer la perception de la covariation avant que ne soit effectuée l'étude des fonctions. C'est pourquoi nous avons ciblé des élèves de deuxième année du premier cycle du secondaire (13-14 ans) et que nous avons intégré notre évaluation à une séquence d'enseignement visant l'introduction de la représentation graphique. Cette

---

<sup>3</sup> La congruence est définie par Duval (1993) à l'aide de trois critères :

- La possibilité d'une correspondance « sémantique » des éléments signifiants : à chaque unité signifiante simple de l'une des représentations, on peut associer une unité signifiante élémentaire.
- L'univocité « sémantique » terminale : à chaque unité signifiante de la représentation de départ, il ne correspond qu'une seule unité signifiante élémentaire dans le registre de la représentation d'arrivée.
- L'organisation des unités signifiantes : les organisations respectives des unités signifiantes des deux représentations comparées conduit à y appréhender les unités en correspondance sémantique selon le même ordre dans les deux représentations. (pp. 12-13).

<sup>4</sup> Duval parle distinctement d'*unités signifiantes* et de *variables visuelles* selon les registres considérés. Nous avons regroupé ces éléments sous l'appellation *éléments signifiants* pour éviter d'alourdir le texte.

séquence a donc été proposée à des élèves de deux écoles de Montréal (3 groupes que nous avons pu identifier comme académiquement faible, moyen et fort).

Afin d'évaluer cette perception de la covariation par les élèves, nous leur avons présenté une situation-problème dans laquelle deux grandeurs étaient mises en relation puis nous leur avons demandé de réaliser plusieurs tâches. Un travail collaboratif avec les enseignants des groupes d'élèves ciblés a mené à l'élaboration de deux versions de la situation-problème assez semblables mais présentant tout de même des différences significatives pour le chercheur. C'est pourquoi nous présenterons uniquement l'une des deux versions ainsi que les résultats relatifs au travail sur cette situation par deux groupes d'élèves ayant le même enseignant (le groupe C composé d'élèves qualifiés comme académiquement faibles et le groupe B composé d'élèves qualifiés comme académiquement moyens). Voici donc l'énoncé de la situation-problème :

#### Le rallye

« Lors d'un rallye organisé par l'école, vous devez vous rendre à 5 endroits précis dans le quartier. Dans l'ordre, vous devez aller : à la piscine Père-Marquette, au jardin communautaire Père-Marquette, à l'école Saint-Étienne, à l'Éco-centre Petite-Patrie et finalement à l'école Madeleine de Verchères. Votre point de départ et d'arrivée est l'intersection des rues Bellechasse et Marquette. ATTENTION : Vous devez absolument passer par les trottoirs (vous devez ressortir de chaque endroit et reprendre le trottoir à chaque fois). » (Une carte du quartier est jointe)

Il est à noter que le contexte choisi est familier aux élèves concernés puisqu'il s'inspire d'une activité scolaire à laquelle ils ont réellement participé.

Les élèves eurent à répondre à trois questions (voir en Annexe le document fourni aux élèves). En résumé, ces questions les amenaient à :

1. choisir un trajet sur la carte du quartier permettant de passer par tous les lieux imposés par l'énoncé ;
2. produire une description écrite sur l'étude de la covariation entre deux grandeurs mises en relation (ce sont ici « la distance parcourue sur le trajet » et « la distance à vol d'oiseau à l'école ») ;
3. produire une représentation visuelle du phénomène précédemment décrit.

Pour répondre à chacune de ces questions, les élèves devaient d'abord réaliser un travail individuel, puis un travail collaboratif (équipes de 3 ou 4 élèves) pour finalement partager leurs réponses avec l'ensemble du groupe sous forme d'une discussion dirigée par l'enseignant.

Pour pouvoir décrire en mots la covariation, les élèves devaient d'abord identifier les deux grandeurs ainsi que leur lien de dépendance (la distance parcourue est la

grandeur indépendante et la distance à vol d'oiseau la grandeur dépendante). L'intérêt d'étudier la variation de la distance à vol d'oiseau étant discutable, nous nous attendions à ce que certains élèves mettent de côté cette grandeur.

Puis ils devaient repérer ces grandeurs sur la figure (en les concrétisant, par exemple, par des segments) de manière à visualiser la variation.

Pour ce qui est du passage au registre graphique, les critères imposés par l'énoncé devaient guider les élèves sur la piste d'une représentation permettant de montrer rapidement la covariation des grandeurs. L'obstacle majeur nous apparaissait ici de faire abstraction de la situation réelle au profit des grandeurs et de leur relation.

Dans cet article, nous nous limitons à présenter la synthèse de l'analyse des productions individuelles recueillies suite au travail des élèves sur les questions 2 et 3.

### 5. Analyse des représentations spontanées des élèves

Nous rappelons que notre analyse des productions des élèves avait pour objectif d'évaluer la perception de la covariation par l'intermédiaire de l'identification d'éléments signifiants. Ces derniers permettent, entre autres, la distinction des deux grandeurs et la considération du lien de dépendance entre ces deux grandeurs. Nous avons donc cherché à retrouver des traces de l'identification de ces éléments signifiants dans les descriptions écrites et les représentations visuelles produites par les élèves.

Lors de la réalisation de la première tâche, les élèves ont eu l'occasion de comprendre et s'approprier la situation. À la fin de cette étape, l'enseignant les amenait à choisir un trajet commun pour la classe de manière à ce que tous les élèves réalisent les tâches suivantes à partir de ce trajet. La seconde tâche amenait d'abord les élèves à produire des descriptions écrites individuelles. L'analyse de ces dernières s'est avérée ardue du fait de la piètre qualité de la rédaction écrite. Néanmoins, nous avons réussi à faire ressortir certaines tendances. D'abord, dans certaines descriptions, les deux grandeurs apparaissent clairement (*voir figure 1*), alors que d'autres ne présentent que la distance à vol d'oiseau, soit la grandeur dépendante (*voir figure 2*).

Ma description :  
plus que tu avance, plus que la  
distance augmente jusqu'au coin de  
christophe-columb et des carrières  
après la distance se réduit

**Figure 1 :** Description de l'élève A-AP.

**Ma description :**  
 De l'aroma a volé d'oiseau de l'école, est plus  
 court que quand on est a la piscine  
 moins bien au jardin communautaire  
 plus loin vers l'école St-Étienne  
 encore plus loin au éco centre plus  
 proche vers l'école <sup>Madeline</sup> de Verchères et  
 encore plus proche au coin de la rue marquette

**Figure 2 :** Description de l'élève A-AP.

Il est bien évident que seuls les élèves ayant distingué les deux grandeurs peuvent établir le lien de dépendance entre celles-ci. Ainsi, peu de descriptions présentent les éléments signifiants témoignant de la considération du lien de dépendance. Le tableau 1 récapitule les résultats compilés pour la perception des éléments signifiants d'après les descriptions écrites.

	Groupe C	Groupe B
Pourcentage des élèves ayant distingué les deux grandeurs observées	70% (19 sur 27)	35% (8 sur 23)
Pourcentage des élèves ayant établi une relation de dépendance entre les deux grandeurs observées	26% (7 sur 27)	0% (0 sur 23)

**Tableau 1 :** Perception des éléments signifiants d'après les descriptions individuelles.

Il est surprenant de constater que d'après le tableau 1, les descriptions des élèves plus faibles témoignent d'un meilleur discernement des éléments signifiants. Nous avons cherché à comprendre pourquoi, en analysant les facteurs contextuels ayant influencé les résultats. Il est alors ressorti que les élèves du groupe C, moins sûrs d'eux, avaient davantage posé de question lors de l'explication des consignes par l'enseignant. Ce dernier a donc inévitablement fourni plus d'informations aux élèves du groupe C qu'à ceux du groupe B.

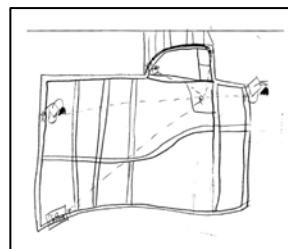
Suite à cela, les élèves, placés en équipes de 3 ou 4, devaient produire une description d'équipe à partir des descriptions individuelles. À ce stade, nous nous attendions à ce que les élèves partagent, discutent, débattent, *etc.* Dans les faits, il y a eu très peu d'échanges dans le groupe C et peu dans le groupe B. Les élèves ont

spontanément échangé leurs descriptions afin que tous les membres de l'équipe en prennent connaissance, puis après un consensus, ont choisi la meilleure production pour en faire leur description d'équipe. Bien que cette activité ait eu pour objectif de permettre aux élèves d'évoluer à l'aide du partage avec les pairs, nous n'avons pas relevé de progression notable. Par contre, lorsque l'enseignant a repris les descriptions d'équipe de manière à construire la description de la classe, les échanges ont été plus fructueux. Évidemment, les interventions de l'enseignant ont joué un rôle déterminant puisque celles-ci ont guidé les élèves vers une description assez complète.

L'étape suivante dans le déroulement de la séquence d'enseignement (3<sup>ème</sup> question) amenait les élèves à produire des représentations visuelles. Cette démarche nous a permis de recueillir ce que nous avons appelé les *représentations spontanées ou fonctionnelles* (voir Hitt, 2003, 2006, 2007) des élèves à propos du phénomène de covariation entre deux grandeurs dans des registres « figural » et « graphique ». Il est d'abord intéressant d'observer la variété de représentations proposées. En effet, les élèves devaient faire preuve d'imagination pour être capables de présenter visuellement le phénomène de covariation.

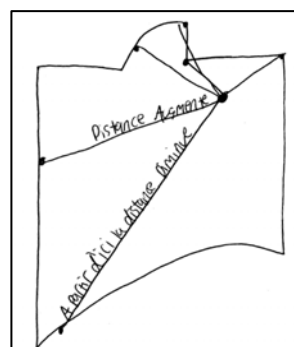
Une première analyse de ces représentations nous a permis d'effectuer une classification selon le niveau d'abstraction. Nous avons retenu 3 niveaux principaux, les voici accompagnés chaque fois d'un exemple tiré des productions d'élèves du groupe C (élèves faibles) :

- Niveau 0 : la représentation est une reproduction partielle du plan sur laquelle la situation est figurée. Elle présente le tracé du trajet, ainsi que les endroits d'arrêt du rallye. Des détails visuels, n'ayant pas de rôle à jouer dans la relation entre les grandeurs observées, sont conservés.



**Figure 3 :** Représentation visuelle de l'élève D-AM.

- Niveau 1a : la représentation est une schématisation du trajet du rallye. Elle présente le tracé du trajet, mais celui-ci a été simplifié de manière à mettre en évidence les grandeurs observées. Il reste uniquement des traces des détails visuels n'ayant pas de rôle à jouer dans la relation entre les grandeurs observées.



**Figure 4 :**  
Représentation visuelle de l'élève C-AM.



- Niveau 1b : la représentation est une schématisation du trajet du rallye avec une réorganisation des informations connues de la situation. Elle fait abstraction des détails visuels et s'efforce de présenter uniquement les informations relatives aux deux grandeurs observées. Ainsi la représentation reste bidimensionnelle, mais le tracé du trajet apparaît sans référence au plan.

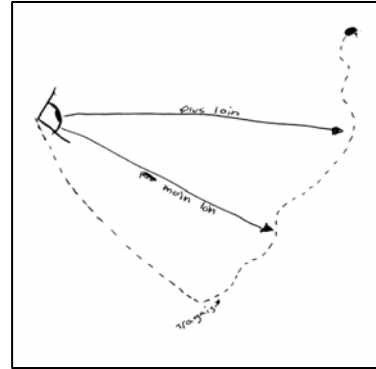


Figure 5 : Représentation visuelle de l'élève C-FT.

- Niveau 2 : la représentation présente la relation de dépendance entre les grandeurs observées. Tous les éléments visuels de la situation de départ ont disparu, seules les grandeurs et la relation entre celles-ci sont présentées.

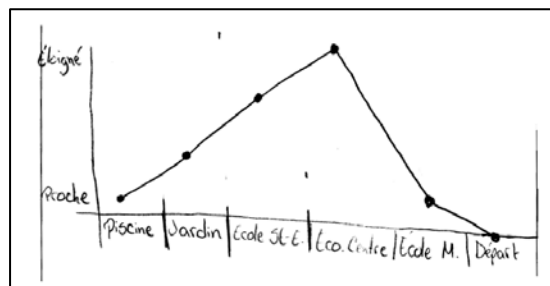


Figure 6 : Représentation visuelle de l'élève B-AVR.

Il est à noter qu'afin de réaliser cette classification, nous nous sommes intéressés aux moyens visuels mobilisés par les élèves pour tenter de représenter l'information, et non à l'exactitude de cette information. Le tableau 2 présente la compilation des résultats pour les deux groupes en ce qui concerne les niveaux d'abstraction des représentations visuelles.

Niveau d'abstraction	Groupe C Nombre de productions	Groupe B Nombre de productions
Niveau 0	8	0
Niveau 1	11 (1a : 8, 1b : 3)	10 (1a : 6, 1b : 4)
Niveau 2	2	1
Aucune production ou production ininterprétable	6	12
Nombre total d'élèves	27	23

**Tableau 2 :** Classification des représentations spontanées (registre « figural » ou « graphique »).

La lecture du tableau 2 permet d'abord de constater que certains élèves n'ont pas vraiment proposé de représentation visuelle. Dans le groupe C, cela concerne moins du quart de la classe, alors que dans le groupe B c'est plus de la moitié de la classe. Ainsi, les élèves plus faibles ont moins hésité à se lancer et à « dessiner ». Cependant, dans ce dernier groupe, 8 élèves proposent des représentations de niveau 0, ce qui montre qu'en fait ils ont tendance à simplement reproduire le schéma de la situation. Par contre, dans le groupe B, la plupart des représentations se situent au niveau 1. Ainsi, on pourrait se risquer à conclure que les élèves moyens sont plus habiles que les faibles en ce qui a trait à l'abstraction et que par le fait même, ils auront plus de facilité à construire et comprendre la représentation officielle abstraite visée.

Une seconde analyse de ces représentations, nous a permis de dégager les éléments signifiants identifiés et représentés par les élèves. D'abord, il est ressorti que la distinction entre les deux grandeurs n'apparaissait pas systématiquement puisque plusieurs élèves (9 élèves dans le groupe C et 4 dans le groupe B) ne représentent qu'une seule des deux grandeurs (le plus souvent la distance à vol d'oiseau, c'est à dire la grandeur dépendante). Ainsi, l'identification du lien de dépendance fût encore moins présente, puisque pour qu'il y ait dépendance, il faut deux grandeurs. Il est aussi évident que la représentation de la dépendance nécessitait l'atteinte d'un certain niveau d'abstraction – d'où l'intérêt de la classification des représentations selon le niveau d'abstraction présentée précédemment – et c'est pourquoi nous nous attendions à ce que cela constitue une difficulté pour les élèves. Finalement, le tableau 3 présente les résultats des éléments représentés par les élèves dans un registre visuel (« figural » ou « graphique »).

	Groupe C	Groupe B
Pourcentage des élèves ayant distingué les deux grandeurs observées	19% (5 sur 27)	30% (7 sur 23)
Pourcentage des élèves ayant établi une relation de dépendance entre les deux grandeurs observées	4% (1 sur 27)	4% (1 sur 23)

**Tableau 3 :** Perception des éléments signifiants d'après les représentations visuelles.

En comparant les tableaux 2 et 3, nous remarquons que le changement de registre a beaucoup nuit aux élèves du groupe C. Les élèves du groupe B quant à eux ont maintenu des résultats assez faibles.

Ainsi, cette analyse des représentations spontanées des élèves dans divers registres (« verbal », « figural » et « graphique ») nous informe sur le degré de perception des éléments signifiants de la situation par ceux-ci. D'après les descriptions écrites, il apparaît que plus de la moitié des élèves semblent identifier et distinguer les deux grandeurs (27 élèves sur 50), mais que moins du quart (7 élèves sur 50) établit une relation de dépendance entre ces deux grandeurs. Les représentations visuelles quant à elles témoignent d'une moins bonne perception de ces mêmes éléments signifiants puisque seulement 12 élèves représentent visuellement les deux grandeurs considérées et 2 réussissent à représenter la dépendance. Évidemment, il est clair que la conversion vers un registre visuel a constitué un obstacle majeur et qu'il serait insensé de ne pas le considérer.

## 6. Conclusions

Dans le cadre de l'étude du concept de fonction, la représentation d'une situation par un graphique apparaît problématique. Le cadre théorique de Duval (1988, 1994) concernant les registres de représentation sémiotiques nous a permis d'émettre des hypothèses quant à l'activité de conversion d'un registre à l'autre. Selon nous, à la base de cette conversion réside l'identification d'éléments signifiants propres à chaque registre. Pour ce qui est du passage de la représentation figurale d'une situation à un graphique cartésien, ces éléments signifiants permettent, entre autres, d'identifier les grandeurs mises en jeu ainsi que le lien de dépendance entretenu par ces deux grandeurs et sont donc inévitablement reliés au concept de covariation.

Nous avons donc proposé une séquence d'enseignement ayant pour objectif de faire travailler des élèves de deuxième secondaire (13-14 ans) sur une situation dans laquelle on s'intéresse à la covariation entre deux grandeurs et de les amener à représenter visuellement cette covariation.

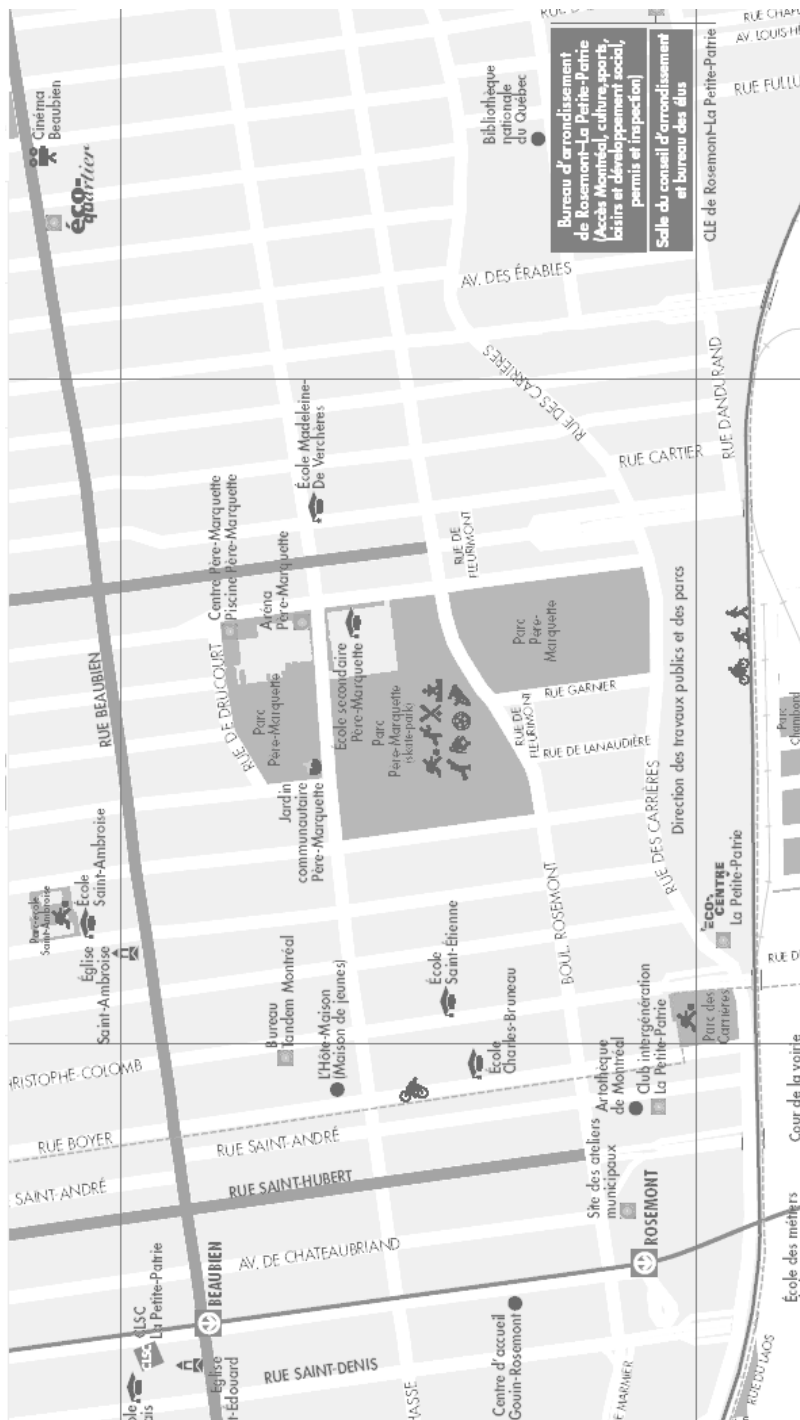
L'expérimentation dans le milieu scolaire nous a permis de recueillir les représentations spontanées d'élèves dans plusieurs registres de représentation (« verbal », « figural » et « graphique »). L'analyse des productions des élèves a fait ressortir principalement deux points importants. D'une part, la perception des éléments signifiants relativement à l'identification des deux grandeurs (ici ce sont des expressions précises dans le texte ainsi que des distances séparant deux points sur la figure) et la considération du lien de dépendance entre celles-ci n'est pas une activité simple et naturelle. D'autre part, la représentation de ces éléments dans un registre graphique constitue une difficulté notoire. Ainsi, il nous apparaît clairement que les difficultés relatives à la compréhension et la représentation du concept de covariation devraient être considérées lors de l'enseignement des fonctions.

Finalement, dans l'optique de l'introduction de la représentation officielle, le graphique cartésien, nous avons analysé le niveau d'abstraction des représentations spontanées des élèves dans un registre figural. Nous avons constaté pour le cas étudié que le niveau d'abstraction atteint par ces dernières peut être loin de celui de la représentation officielle. Il n'est donc pas surprenant que les élèves aient de la difficulté à comprendre et utiliser cette représentation dès son introduction.

**Annexe**

## PRÉSENTATION CONDENSÉE DU CAHIER DE L'ÉLÈVE DES GROUPES B ET C

<p><b>Page 1</b></p> <p><u>Le rallye</u></p> <p>Lors d'un rallye organisé par l'école, vous devez vous rendre à 5 endroits précis dans le quartier. Dans l'ordre, vous devez aller : à la <b>piscine Père-Marquette</b>, au <b>jardin communautaire Père-Marquette</b>, à l'<b>école Saint-Étienne</b>, à l'<b>Éco-centre Petite-Patrie</b> et finalement à l'<b>école Madeleine de Verchères</b>. Votre <b>point de départ</b> et d'arrivée est l'intersection des <b>rues Bellechasse et Marquette</b>.</p> <p>ATTENTION : Vous devez absolument passer par les trottoirs (vous devez ressortir de chaque endroit et reprendre le trottoir à chaque fois).</p> <p><b>Question 1 : Choix d'un trajet</b></p> <p>Trace le chemin que tu emprunterais sur la carte du quartier suivante en respectant l'ordre indiqué par l'énoncé (ATTENTION : IL FAUT TE FIER À LA CARTE).</p> <p style="text-align: center;"><i>PLACER ICI LE PLAN QUI EST REPRODUIT EN PAGE SUIVANTE</i></p>
<p><b>Page 2</b></p> <p>Compare ton trajet avec celui des autres membres de ton équipe. Choisissez le trajet de l'équipe en tenant compte des trajets de chacun et tracez-le dans le CAHIER DE L'ÉQUIPE.</p> <p>Reproduis ci-dessous le trajet choisi par la classe.</p> <p style="text-align: center;"><i>PLACER ICI LE PLAN QUI EST REPRODUIT EN PAGE SUIVANTE</i></p> <p>Pour répondre aux questions qui suivent, tu dois travailler sur le trajet choisi par la classe.</p>



**Page 3****Question 2 : Description du phénomène**

Le directeur de l'école veut être sûr que vous ne vous éloignerez pas trop de l'école. Pour le rassurer, vous devez vous intéresser aux 2 grandeurs suivantes : **la distance que vous allez parcourir depuis le point de départ** et **la distance à « vol d'oiseau » qui vous sépare de l'école.**

- a) Lorsqu'une de ces grandeurs change, l'autre réagit. **Décris comment ça se passe** tout au long du trajet (du départ à l'arrivée).

Ma description : ...

- b) Compare ta description avec celle des autres membres de ton équipe. Composez la description de l'équipe en tenant compte des descriptions de chacun. Un membre de l'équipe écrit cette description dans le CAHIER DE L'ÉQUIPE.
- c) Après la présentation des descriptions de chaque équipe, la classe a composé la description suivante : ...

Description globale : ...

Identification de certains points repères et de phases : ...

**Page 4****Question 3 : À la recherche d'une nouvelle représentation visuelle de la situation**

Lorsque vous avez expliqué au directeur comment varie la distance à l'école lorsque la distance parcourue augmente, il a trouvé vos explications très longues. Il vous demande donc de trouver **un moyen plus rapide de lui montrer ce qui se passe**. Il voudrait aussi que ce moyen soit **visuel** car c'est aussi moins long à interpréter.

Finalement, il demande que la représentation visuelle proposée lui permette de **comparer rapidement plusieurs distances à l'école**. De cette manière, selon où sont rendus les différents groupes d'élèves, il pourra savoir lequel est le plus proche de l'école (« à vol d'oiseau »)

- a) Dans l'énoncé, repère les 3 critères à respecter :

**Critère 1** : ...

**Critère 2** : ...

**Critère 3** : ...

- b) Propose une représentation visuelle organisée qui répond au mieux à toutes ces exigences.

Remet ensuite ce travail à ton enseignant.

## Bibliographie

- BEICHNER, R. (1994), Testing student interpretation of kinematics graphs. *American journal of physics*, **62**, 750–762.
- CARLSON, M. (2002), Physical enactment: a powerful representational tool for understanding the nature of covarying relationships, In F. Hitt (Ed.), *Representations and mathematics visualization*, Special issue of PME-NA and Cinvestav-IPN, 63–77.
- CARLSON, M. (1998), A cross-sectional investigation of the development of the function concept. *CBMS Issues in Mathematics Education*, **7**, American Mathematical Society.
- DUVAL, R. (1988), Graphiques et équations : l'articulation de deux registres, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **1**, IREM de Strasbourg.
- DUVAL, R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **5**, IREM de Strasbourg.
- DUVAL, R. (2006), A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, **61**, Springer 2006, 103–131.
- HITT, F. (1998), Systèmes sémiotiques de représentation liés au concept de fonction, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **6**, IREM de Strasbourg.
- HITT, F. (2003), Le caractère fonctionnel des représentations, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **8**, IREM de Strasbourg, 255–271.
- HITT, F. (2006), Students' functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An example : The concept of limit, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **11**, IREM de Strasbourg, 253–268.
- HITT, F. (2007), Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. In M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éditeurs), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. Conception et usages, regards croisés* Éditorial Hermes, 65–88.
- HITT, F., et PASSARO, V. (2007), De la résolution de problèmes à la résolution de situations problèmes : le rôle des représentations spontanées. *Actes de la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM-59)*, Dobogókő, Hongrie, juillet, 2007, 117–123.



JANVIER, C. (1993), Les graphiques cartésiens : des traductions aux chroniques. *Les représentations graphiques dans l'enseignement et la formation*, Les sciences de l'éducation, C.E.R.S.E Université de Caen.

JANVIER, C. (1983), Représentation et compréhension, Un exemple : le concept de fonction. *Bulletin de l'AMQ*, Association Mathématique du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT, (2003), *Programme de formation de l'école québécoise, Enseignement secondaire 1<sup>er</sup> cycle, Domaine de la mathématique* : Gouvernement du Québec, 223–264.

MONK, S. (1992), The concept of function aspects of epistemology and pedagogy. In Ed Dubinsky, Guershon Harel (Eds.), *MAA notes and reports series*, 175–194.

PASSARO, V. (2007), « Étude expérimentale sur le développement du concept de covariation entre deux grandeurs révélé par une analyse des représentations spontanées d'élèves du premier cycle du secondaire », Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal.

**VALÉRIANE PASSARO**

Université du Québec, Montréal  
[passaro.valeriane@uqam.ca](mailto:passaro.valeriane@uqam.ca)

