**GEORGES TOUMA**

# UNE ÉTUDE SÉMIOTIQUE SUR L'ACTIVITÉ COGNITIVE D'INTERPRETATION

**Abstract. A Semiotic Study of the Cognitive Activity of Interpretation –** This article presents the results of a semiotic study of the cognitive activity of interpretation (Touma, 2008). The results reveal that algebraic modeling of physical phenomena requires students to reach not only the coordination stage (Duval, 1995) but also the interpretation stage (Touma, 2008). If not, the students will not have access to the conceptual contents of mathematical representations of the physical phenomena.

**Keywords.** Algebraic modeling, semiotics, coordination, interpretation.

**Résumé.** Nous présentons dans cet article les résultats d'une étude sémiotique sur l'activité cognitive d'interprétation (Touma, 2008). Les résultats de cette recherche nous révèlent qu'une modélisation algébrique de phénomènes physiques exige des élèves qu'ils atteignent non seulement le stade de la coordination au sens de Duval (1995) mais aussi le stade de l'interprétation au sens de Touma (2008). Sinon, les élèves n'auront pas accès au contenu conceptuel d'une représentation mathématique d'un phénomène scientifique.

**Mots-clés.** Modélisation algébrique, sémiotique, coordination, interprétation.

---

## 1. Introduction

Depuis au moins une décennie, l'une des intentions principales des programmes des ministères de l'éducation québécoise et ontarienne est de favoriser la démarche scientifique de l'élève durant une activité de laboratoire en sciences. Selon le Ministère de l'Éducation québécois (MEQ, 2004), l'enseignement des sciences doit privilégier des situations d'apprentissage contextualisées, ouvertes et intégratives, débouchant sur des activités diversifiées afin de donner un sens concret aux objets d'études, d'éveiller l'intérêt et de favoriser la démarche scientifique de l'élève. Dans ces situations, l'élève est amené à «*jouer un rôle d'investigation lors d'une expérimentation en laboratoire,…*» (MEQ 2004, p. 272). Pour ce faire, et tel qu'exigé aussi par le Ministère de l'Éducation ontarien (2005), l'élève est appelé à communiquer, à analyser et à interpréter à l'aide du langage mathématique les résultats de ses propres expérimentations.

**ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES**, volume 14, p. 79 – 101.

## 2. Situation problématique dans les écoles et les collèges

En sciences comme en mathématiques, la mise en œuvre des deux nouveaux programmes de formation des écoles québécoises et ontariennes révèle des aspects paradoxaux quant aux attentes qu'elle soulève.

- Ces deux programmes demandent aux élèves d'expérimenter des phénomènes physiques, de recueillir des données, de les représenter sur un graphique, de les analyser, de les interpréter[1] et de les modéliser algébriquement ;
- cependant, ces programmes n'incluent aucune méthode en mathématiques permettant aux élèves de comprendre et de justifier tout le processus de modélisation algébrique.

En mathématique, la méthode traditionnelle, utilisée au secondaire et collégial par les élèves et les enseignants, consiste en l'utilisation des calculatrices programmables ou des tableurs afin d'obtenir automatiquement la courbe la mieux ajustée aux données expérimentales. Cette méthode ne leur permet pas de comprendre le rationnel mathématique sous-jacent qui y est utilisé puisqu'il est de niveau universitaire. Beaufils (1993, p. 124) confirme ces constatations en notant que : «*Si l'alternative centrée sur les méthodes modernes de modélisation relève d'une épistémologie plus satisfaisante en ce qui concerne la relation théorie/expérience, elle reste problématique au niveau de l'enseignement secondaire dès lors qu'elle se place sur un plan quantitatif et mathématique. Elle ne peut en effet être mise en œuvre de façon immédiate du fait, en particulier, de la limitation de la complexité des modèles mathématiques et des méthodes informatiques*». Dans sa thèse, Richoux (2000, p. 153) a mentionné que les stratégies d'enseignement observées chez les enseignants «*comportent pour la plupart une 'confrontation' entre des résultats expérimentaux et un modèle théorique […] et les incertitudes sur les mesures, sur les valeurs des paramètres obtenus pourtant 'un des outils privilégiés pour cette confrontation' (Guillon, 1995, p. 117), ne sont ni prises en compte ni même évoquées*». Elle précise ensuite, «*obtenir une courbe avec un palier, une droite qui passe par l'origine, une valeur ayant le bon ordre de grandeur suffit pour valider l'accord modèle - résultats expérimentaux […] la confrontation se réduit à une comparaison à vue entre résultats expérimentaux et théoriques*» (Richoux, p. 154).

---

[1] Curriculum de l'Ontario de la 10ième à la 12ième année (élèves de 13 à 17 ans), p. 36. Programme de formation de l'école québécoise, vision systémique de liens interdisciplinaires, p. 326.

## 3. Idée de la recherche

La population à laquelle nous nous intéressons est constituée d'élèves de la première année du CEGEP au Québéc(Classe terminale en France), qui n'ont pas de connaissance en mathématiques appliquées et en statistique, ou n'en ont tout au moins pas assez pour effectuer des régressions linéaires et non linéaires sur des données empiriques issues d'une expérience de laboratoire. Les solutions pratiques qui s'offrent à nous a priori sont alors de deux ordres :

1) inclure dans le curriculum mathématique les méthodes de régressions linéaires et non linéaires ;
2) nier le caractère stochastique des données empiriques.

Ces deux solutions ne sont toutefois pas satisfaisantes. La première solution serait inconcevable puisqu'elle fait appel à des concepts et méthodes en mathématiques appliquées et en statistiques qui nous paraissent trop avancées pour les niveaux secondaire et collégial. La deuxième solution réduit l'analyse mathématique à une simple superposition d'une courbe symbolique que l'on place approximativement sur l'ensemble de points formés par les données empiriques ce qui se traduit trop souvent par des applications de formules n'ayant guère de sens pour les élèves et ne leur laissant aucun rôle dans la saisie cognitive de la modélisation algébrique en jeu. En occultant ainsi chez l'élève l'analyse et la construction des objets mathématiques, on réduit ses capacités de compréhension, de généralisation et de transfert de ses savoir-faire en mathématiques vers l'étude d'autres phénomènes scientifiques. Ces habiletés cognitives sont nécessaires à l'élève pour qu'il puisse expliciter et communiquer les résultats de ses propres investigations scientifiques. L'élève devrait être à même de trouver ou d'optimiser son équation et lui associer une marge d'incertitude. Pour ce faire, nous avons développé et conçu une nouvelle méthode de régression linéaire et non linéaire, la Régression Graphico-Statistique (RGS, Touma, 2006). Contrairement à la méthode traditionnelle de Gauss-Legendre (moindres carrés), les connaissances préalables et nécessaires à la compréhension de la méthode RGS sont de niveau secondaire et collégial. RGS a été validée et publiée dans la thèse de doctorat de l'auteur de cet article à l'Université de Montréal. Nous allons par la suite présenter une étude didactique relative à l'impact de l'utilisation de la méthode RGS sur l'activité cognitive d'interprétation (Touma, 2008).

## 4. Considérations théoriques sur la modélisation, l’interprétation et la déduction

### 4.1. Modélisation scientifique

Plusieurs didacticiens dont Dupin (1999), Johsua (1999), Martinand (1992, 1994), Nonnon (1986) et Orange (1997) ont enrichi la définition et la dynamique de la modélisation scientifique. Malgré la diversité des points de vue, des nuances et des ajouts, ces chercheurs s’entendent bien que le processus de modélisation est composé de deux phases essentielles à la pensée scientifique : l’induction et la déduction. Nous avons regroupé plusieurs éléments apparentés à l’induction et à la déduction qui sont déduits des travaux de ces chercheurs :

- dans la phase inductive, en interaction avec un phénomène réel en sciences, l’élève identifie les variables en jeu et prédit ensuite leur interaction sous forme d’une hypothèse qui sera à son tour formalisée dans un schème de contrôle de variables lui permettant ainsi de planifier l’expérimentation. À partir des résultats recueillis, l’élève pourra dégager alors une loi ou plusieurs. Ensuite, la synthèse explicative de ces lois lui permettra de construire un modèle ou une théorie ;
- dans la phase déductive, l’élève tente, avec ce modèle, de répondre à une question donnée reliée au phénomène de départ. Ensuite, il formule des propositions ou des effets qui permettront non seulement d’expliquer et de répondre à la question, mais aussi de déduire et de prédire des résultats de l’expérience. Afin de valider le modèle construit dans la phase inductive, c’est-à-dire de l’infirmer ou de le confirmer, l’élève compare les résultats prédits et déduits avec des données provenant de la réalité, des données nouvelles tirées par exemple d’une nouvelle expérience où l’on aurait modifié la variable indépendante.

En nous référant aux travaux de ces chercheurs, nous pouvons illustrer l’activité de modélisation mathématique durant le processus de modélisation scientifique des phénomènes scientifiques par la figure 1.

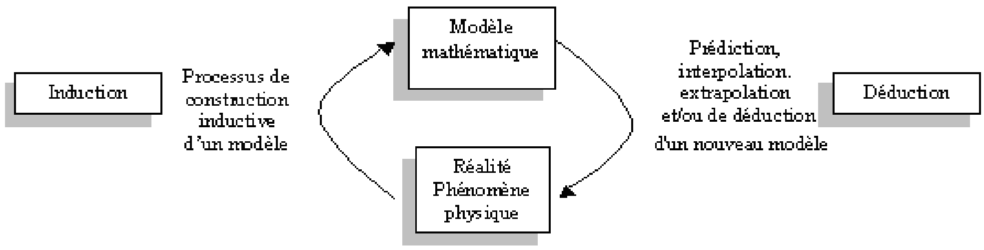


**Figure 1 :** Modélisation mathématique des phénomènes scientifiques.

Nous considérons que ces deux phases ne sont pas parfaitement disjointes comme la figure 1 pourrait le laisser croire. À l'intérieur d'une phase inductive, lors de la formulation d'une hypothèse, nous pouvons aussi avoir recours à la déduction : c'est le raisonnement hypothético-déductif qui met à profit des lois supposées vraies, ou des relations déjà étudiées, pour élaborer de nouvelles suppositions ou inductions. Dans la phase inductive de l'activité de modélisation mathématique, l'élève construit le modèle mathématique correspondant au phénomène scientifique. Cette activité consiste donc à transformer la représentation sémiotique des données expérimentales en une représentation sémiotique qui correspond à un objet mathématique. Dans la phase déductive, l'élève valide son modèle à partir des activités de prédiction, d'interpolation, et/ou de déduction d'un nouveau modèle.

## 4.2. Registre sémiotique

Pour Duval (1995), l'analyse des difficultés relatives à la conceptualisation, au développement du raisonnement scientifique et de l'activité cognitive de construction et de validation d'un modèle mathématique d'un phénomène scientifique par l'élève fait face à trois phénomènes inter reliés. Le premier est celui de la «*diversification des registres de représentation sémiotique*» (Duval, 1995, p. 21) dont chacun pose des problèmes et des questions d'apprentissage spécifiques. Le deuxième est celui de la « *différenciation entre représentant et représenté* » (Duval, 1995, p. 22). Le troisième phénomène est celui de la « *coordination entre les différents registres*» (Duval, 1995, p. 22). Selon la théorie des registres sémiotiques, ces trois phénomènes sont engendrés par quatre activités cognitives liées à la sémiosis : la formation de représentations dans un registre sémiotique, le traitement, la conversion et la coordination des représentations. En didactique des mathématiques, plusieurs recherches ont démontré que, pour qu'une représentation donne à l'élève accès à l'objet mathématique qu'elle symbolise et à son concept, il doit absolument réussir ces quatre activités cognitives fondamentales à la sémiosis. Les recherches de Touma (2008) montrent que la réussite de ces quatre activités cognitives sur un objet mathématique en sciences expérimentales est nécessaire mais qu'elle ne suffira pas à l'élève pour accéder à son contenu conceptuel. Selon cet auteur, l'élève doit réussir les activités cognitives d'interprétation inductive et déductive (Touma, 2008) sur cet objet mathématique considéré dans un contexte de sciences expérimentales.

### *4.2.1. Formation de représentations dans un registre sémiotique*

L'activité cognitive de formation de représentations est essentielle à la réussite de la modélisation mathématique en sciences expérimentales. En effet, elle permettra à l'élève de reconnaître le registre sémiotique auquel la représentation des données expérimentales appartient (registre numérique, registre graphique, *etc.*) et ce, grâce aux règles de conformité de ce registre. Toutefois, cette reconnaissance n'implique pas nécessairement, ni la compréhension de ce que cette représentation dénote, ni son utilisation ni son exploitation en mathématiques et en sciences expérimentales. D'autres types d'activités cognitives sont nécessaires dont le traitement, la conversion, la coordination et l'interprétation (Touma, 2008) pour permettre une compréhension, une utilisation et une exploitation efficace de cet objet en mathématique et en sciences expérimentales. Où se situent-elles les activités de traitement, de conversion, de coordination et d'interprétation dans le processus de modélisation mathématique d'un phénomène scientifique ?

#### 4.2.2. Activité de traitement

Durant la phase inductive de la modélisation mathématique des phénomènes scientifiques, l'objet mathématique sera construit à partir des données expérimentales. Dans cette phase, l'élève est amené à transformer la représentation des données expérimentales en une représentation sémiotique, qui corresponde à un objet mathématique. Notons que même si cette activité de transformation se faisait à l'intérieur du même registre de départ, elle ne pourrait pas être une activité de traitement puisque cette dernière requiert a priori un objet mathématique. Il est important de noter aussi que dans la phase inductive, il est possible que l'élève ait recours à une activité de traitement sur un objet mathématique pour construire le modèle mathématique en question. La validation de l'objet mathématique construit dans la phase inductive se ferait dans la phase déductive de la modélisation mathématique des phénomènes scientifiques. Dans cette phase, une ou plusieurs activités de traitement sur cet objet construit seront possibles (exemple : déduction d'un nouveau modèle algébrique à partir d'une activité de traitement sur l'objet construit). Il est donc important que l'élève puisse réussir l'activité cognitive de traitement pour accomplir avec succès la modélisation mathématique des phénomènes scientifiques.

#### 4.2.3. Activité de conversion

La conversion est une activité cognitive permettant la transformation d'une représentation, d'un objet, d'une situation ou d'une information dans un registre, en une autre qui représente le même objet, situation ou information de départ, cette fois, dans un registre différent. Contrairement à l'activité cognitive de traitement, la conversion s'opère à l'extérieur du registre et de la représentation de départ. Il en est ainsi par exemple pour le passage d'une équation algébrique d'une droite à sa représentation graphique dans le plan cartésien ou, inversement pour passer du registre graphique au registre algébrique, de la mise en évidence de la correspondance entre l'angle formé par la droite avec l'axe des abscisses et son coefficient directeur, entre l'ordonnée à l'origine et le terme constant.

Comme dans le cas d'une activité cognitive de traitement, la conversion requiert à priori un objet mathématique sur lequel l'élève exercera une transformation de la représentation de cet objet. Donc, dans la phase inductive, la construction d'un modèle mathématique ne peut pas être considérée une activité de conversion puisque l'objet mathématique est inconnu a priori et qu'il sera construit à partir de la représentation sémiotique des données expérimentales. Cependant, dans les deux phases d'induction et de déduction, il est possible que l'élève recoure à une activité de conversion sur un objet mathématique pour construire et valider le modèle mathématique en question.

### *4.2.4. Interprétation inductive d'un modèle mathématique*

Dans un article publié dans la revue Annales et Sciences cognitives (Touma, 2008), nous avons défini l'activité de construction inductive d'un modèle mathématique en sciences expérimentales par le processus cognitif avec lequel l'élève construit un objet conceptuel mathématique (droite, parabole, *etc.*) à partir d'une représentation sémiotique (un nuage de point expérimentaux) d'un phénomène en sciences expérimentales. Ce processus de construction requiert un changement de cadre de rationalité. En effet, la représentation d'un phénomène physique s'inscrit au départ dans le cadre de rationalité de la physique (figure 5). Dans ce contexte, cette représentation n'est pas a priori celle d'un objet mathématique. Ceci est dû aux caractères probabiliste et discontinu des données expérimentales (figure 2). Il faut donc opérer un transfert et une construction dans un cadre de rationalité mathématique (figure 2). Cette construction consiste à transformer et à interpréter sous forme mathématique cet ensemble de couples de points informe et polymorphe du domaine expérimental.

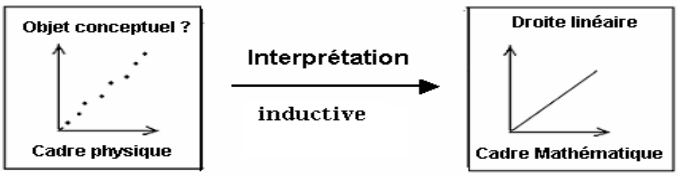


**Figure 2 :** Interprétation inductive.

Cette activité cognitive de transformation n'est pas prise en compte par Duval (1995). Comme nous l'avons mentionné, elle n'est, selon nous, ni une activité de conversion ni une activité de traitement puisque, selon Duval (1995), un traitement ou une conversion requiert a priori un objet conceptuel pour pouvoir transformer sa représentation sémiotique soit dans le même registre sémiotique de départ (traitement), soit dans un autre (conversion). Pour distinguer cette activité de transformation des deux activités cognitives de traitement et de conversion au sens de Duval (1995), nous l'avons désigné par interprétation inductive (Figure 3a).

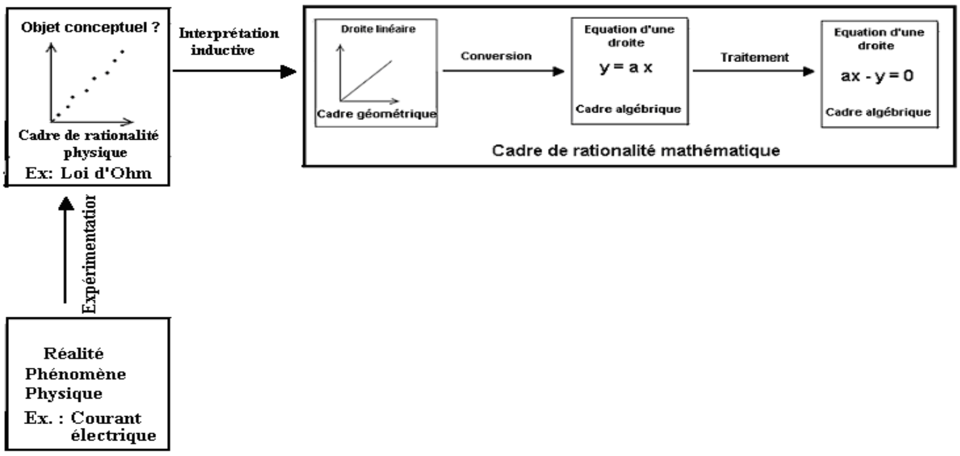


**Figure 3a :** Interprétation inductive.

### 4.3. Interprétation déductive d'un modèle mathématique

En sciences expérimentales, très souvent, les quantités et les variables auxquelles nous nous intéressons ne se prêtent pas directement à la mesure expérimentale. Ainsi, il faut les calculer ou les prédire à partir du modèle mathématique et de l'objet conceptuel construit dans la phase inductive. Pour ce faire, nous devons d'abord avoir accès au contenu conceptuel ou au concept de cet objet mathématique. Cependant, il ne suffit plus de parvenir au stade de coordination au sens de Duval, c'est-à-dire de pouvoir mettre en correspondance les unités signifiantes des différentes représentations sémiotiques de cet objet (Touma, 2008). Nous devons aussi être capables de les mettre en correspondance avec les propriétés, les caractéristiques des objets phénoménaux et les conditions expérimentales parce que souvent ces derniers agissent sur la représentation sémiotique du modèle mathématique correspondant (Touma, 2008). Cette activité de mise en correspondance est nécessaire pour la validation des prédictions et la cohérence interne du modèle mathématique. Pour distinguer cette activité de transformation des deux activités cognitives de traitement et de conversion au sens de Duval (1995), nous l'avons désigné par interprétation déductive.

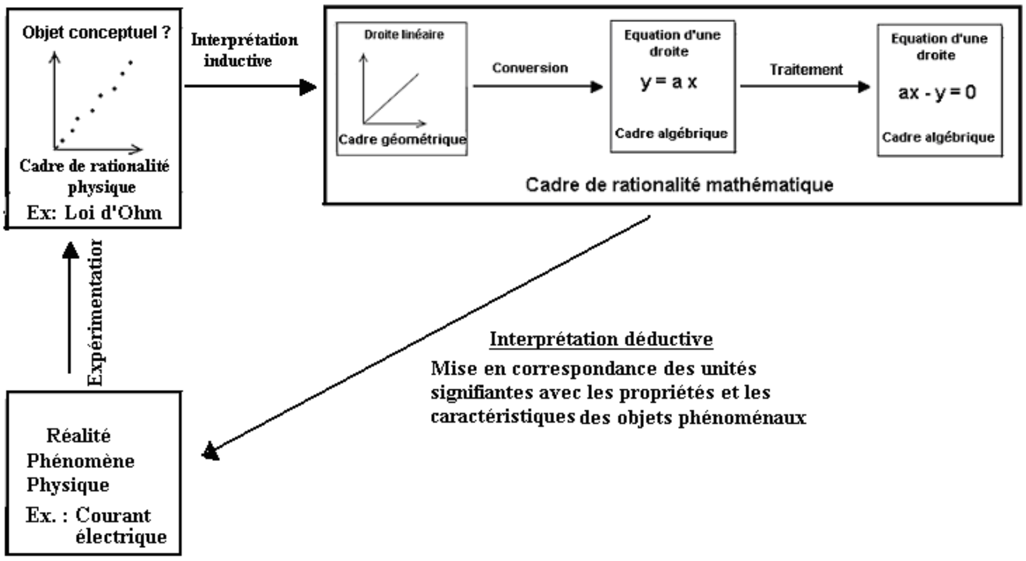


**Figure 3b :** Interprétation déductive.

## 5. Régression Graphico-Statistique

Nous voulons permettre aux élèves d'effectuer et de réussir l'activité cognitive d'interprétation des phénomènes scientifiques en utilisant les ressources visuelles et graphiques de l'ordinateur. Nous avons développé et conçus une nouvelle méthode informatisée à interface humaine, la Régression Graphico-Statistique (RGS, 2006). Contrairement aux méthodes traditionnelles de Gauss-Legendre qui sont programmées et utilisées automatiquement dans les calculatrices et logiciels, le niveau des connaissances préalables à la compréhension de la méthode RGS reste très élémentaire. Nous allons par la suite présenter brièvement le logiciel RGS.

### 5.1. Régression Graphico-Statistique (RGS)

Le module de Régression Graphico- Statistique comporte essentiellement trois fenêtres (figure 4) : la fenêtre graphique, la fenêtre des écarts ; la fenêtre d'histogramme

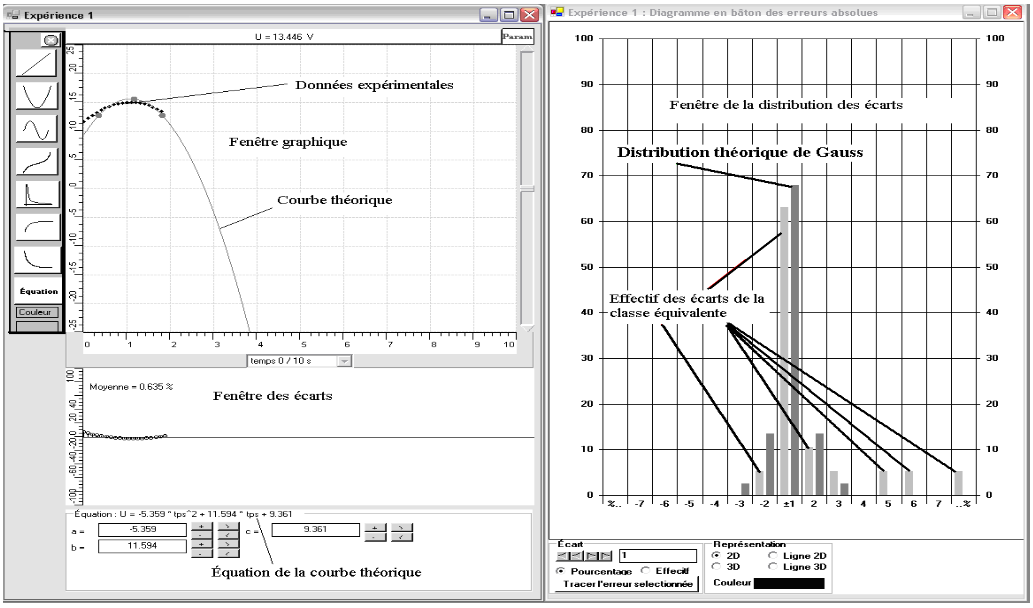


**Figure 4 :** Les fenêtres du module RGS.

### *5.1.1. Fenêtre Graphique*

Dans la fenêtre graphique, l'élève aura initialement :

- paramétré l'expérience, c'est-à-dire, choisi les variables, le nombre des données, la fréquence d'échantillonnage afin de déclencher l'acquisition des données ;
- visualisé sous forme graphique l'interaction entre les différentes variables ;
- visualisé sous forme d'un tableau les données expérimentales.

Afin de choisir le type d'équation avec lequel l'élève modélise algébriquement cette interaction de variables, nous avons créé une barre d'outils sur laquelle nous retrouvons des fonctions prédéfinies telles que : les fonctions du premier degré, les polynomes du second degré, du troisième degré, les fonctions rationnelles, sinusoïdales et exponentielles. Nous lui avons aussi donné la possibilité de définir n'importe quelle fonction algébrique en cliquant sur le bouton équation.

### *5.1.2. Fenêtre des écarts*

La fenêtre des écarts consistera à visualiser les écarts entre la courbe théorique et les données expérimentales afin de les réduire et les minimiser le plus possible. Notons que les écarts seront calculés en pourcentage de l'échelle de mesure de la variable à l'étude. Les points expérimentaux qui se trouvent en dessous de la courbe théorique auront un écart négatif tandis que ceux qui se trouvent en dessus de la courbe théorique auront un écart positif. L'échelle par défaut de la fenêtre des écarts est de –100% à 100%. Pour mieux visualiser les écarts, nous allons donner la possibilité de les dilater, c'est-à-dire de réduire l'échelle des écarts (figure 4). Notons que la représentation graphique des écarts dans cette fenêtre est le résultat d'un traitement sur la représentation graphique des écarts dans la fenêtre graphique. Ainsi, pour que l'étudiant puisse accéder au contenu conceptuel dans cette fenêtre, il doit réussir et comprendre cette activité de traitement.

### *5.1.3. Fenêtre d'histogramme*

La fenêtre de l'histogramme permet la distribution des écarts en les groupant en classes. Nous avons centré la distribution des écarts à zéro. Les valeurs des intervalles de classes négatives correspondront, en valeur absolue, aux écarts des points expérimentaux situés en dessous de la courbe. Les valeurs des intervalles de classes positives correspondront aux écarts des points situés en dessus de la courbe. Attendu qu'en général les incertitudes de mesures en sciences expérimentales se situent en deçà de 10% de leurs valeurs, nous avons partitionné l'ensemble des valeurs des écarts en 15 intervalles]-∞, -7s[, [-7s, -6s[, [-6s, -5s[, [-5s, -4s[, [-4s, -3s[, [-3s, -2s[, [-2s, -s[, [-s, s[, [s, 2s[, [2s, 3s[, [3s, 4s[, [4s, 5s[, [5s, 6s[, [6s, 7s[, [7s, ∞[, où s est un nombre à trouver et appeler «écart», de façon que le pourcentage d'écarts situés dans chaque intervalle diffère peu du pourcentage théorique issu d'une loi normale de moyenne nulle et d'écart type s. La fréquence des écarts est par défaut en pourcentage du nombre de points expérimentaux. Nous avons aussi délimité cinq colonnes représentant la distribution théorique de Gauss. La colonne centrale correspond aux 68% des points expérimentaux qui se trouvent théoriquement à plus ou moins un écart (±s) de la courbe, les deux premières colonnes symétriques à coté correspondent chacune aux 13,5% des points dont l'écart à la courbe est compris entre s et 2s ou –2s et –s, et les deux dernières colonnes symétriques correspondent chacune aux 2,5% (environ) des points dont l'écart à la courbe est compris entre 2s et 3s ou –3s et –2s.

Ainsi, en même temps que l'on ajuste la courbe théorique sur les points expérimentaux, les écarts entre la courbe théorique et les données expérimentales se répartissent dynamiquement dans les classes correspondantes. Il s'agira alors de diminuer, au fur et à mesure, le rayon s de l'intervalle central et ajuster ensuite les paramètres de la courbe pour optimiser son équation algébrique. Il s'agira donc de trouver les paramètres de l'équation qui minimisent le plus possible cet intervalle et qui distribuent le plus normalement possible les effectifs des écarts. C'est par ces actions effectuées de manière itérative que nous allons progressivement optimiser la fonction symbolique. Notons que, le cas échéant, l'intervalle de classe ainsi trouvé fournira une estimation valable de l'écart-type, soit l'incertitude sur la valeur prédictive de la fonction symbolique que l'on vient de déterminer. Par cette méthode, les points singuliers (ou aberrants) de cette expérience seront ceux qui correspondent aux classes se trouvant à l'extérieur des colonnes grises foncées, au-delà de 3 fois l'erreur type. On a donné la possibilité de les repérer graphiquement sur le nuage de points expérimentaux.

Notons que la représentation graphique des écarts dans cette fenêtre est le résultat d'une conversion de la représentation graphique des écarts dans les deux fenêtres graphique et dans la fenêtre des écarts. Ainsi, pour que l'étudiant puisse accéder au contenu conceptuel dans cette fenêtre, il doit non seulement comprendre cette activité de conversion mais aussi de parvenir au stade de la coordination entre les différentes représentations graphiques des écarts.

Ainsi, pour que l'élève réussisse l'activité de modélisation algébrique d'un phénomène physique par la méthode RGS, il doit :

### a) Ajuster une fonction symbolique

Avec la fenêtre graphique, il devrait être capable de superposer visuellement un modèle fonctionnel symbolique sur les données empiriques, remplaçant ainsi le modèle empirique constitué des points associés aux données empiriques par un autre modèle mathématique sous forme d'une relation algébrique.

### b) Réduire les écarts entre la fonction et les données expérimentales

Avec la fenêtre des écarts, il devrait être capable de réduire les écarts entre la courbe symbolique et les points expérimentaux. C'est-à-dire de mieux ajuster la fonction symbolique sur les données empiriques en minimisant ces écarts.

### c) Optimiser la fonction symbolique

Avec la fenêtre de distribution des écarts, il devrait être capable d'optimiser ces ajustements en tenant compte de leur distribution statistique ce qui lui permet de prendre en compte l'occurrence des points expérimentaux pour optimiser le modèle mathématique et déterminer les points aberrants ou singuliers.

## 6. Expérimentation

En France, l'Expérimentation Assistée par Ordinateur (ExAO) fait partie du programme de formation en sciences expérimentales au lycée depuis plus de 10 ans et dans tous les collèges[2] à partir de l'année 2003. Pour obtenir le baccalauréat français, plusieurs cohortes des élèves en sciences subissent un examen officiel du

[2] Les collèges français correspondent, rappelons le, aux écoles secondaires québécoises.

ministère de l'Éducation française en ExAO. Ainsi, ces élèves doivent nécessairement apprendre et s'approprier les systèmes ExAO durant les dernières années de collège et les trois années de lycée. Nous pouvons donc dire que ces élèves ont déjà une bonne expérience en l'utilisation des logiciels éducatifs dédiés à l'ExAO. Par contre, ils effectuaient la modélisation algébrique de leurs données avec la méthode traditionnelle c'est-à-dire en utilisant les calculatrices programmables ou des logiciels de traitement dédié à la physique pour obtenir automatiquement la meilleure courbe. Pour toutes ces raisons, nous avons choisi le collège français Marie de France, situé à Montréal, pour effectuer notre expérimentation. Pour ce faire, nous avons choisi 24 élèves (17-18 ans). Voici leur description :

- tous les sujets n'avaient pas encore utilisé la méthode RGS pour exercer l'activité d'interprétation ;
- tous les sujets ont déjà suivi un cours théorique sur la charge du condensateur avec leurs professeurs ;
- tous les sujets n'avaient pas encore expérimenté en laboratoire la charge du condensateur ;
- tous les sujets avaient déjà étudié les notions statistiques suivantes : histogramme, moyenne, mode, médiane, écart-type ;
- tous les sujets avaient déjà étudié les fonctions exponentielles ;
- tous les sujets avaient déjà réalisé différentes expériences avec le matériel ExAO en effectuant l'acquisition des données avec le logiciel Visuel Orphy et l'ancienne version du logiciel MicrolabExAO développé et conçu au Laboratoire de Robotique Pédagogique de l'Université de Montréal ;
- tous les sujets transféraient les données expérimentales du logiciel Visuel Orphy[3] ou de l'ancienne version du logiciel MicrolabExAO[4] vers le logiciel Régressi ou vers Excel pour y effectuer automatiquement la modélisation algébrique ;
- tous les sujets ont assisté à une introduction et une explication de quinze minutes sur l'utilisation des différentes fenêtres du module RGS.

[3] Visuel Orphy est un logiciel d'acquisition de données pour les sciences expérimentales développé en France par la compagnie Micrelec inc.
[4] MicrolabExAO est un logiciel d'acquisition de données pour les sciences expérimentales développé au Québec au Laboratoire de robotique pédagogique de l'Université de Montréal.

> Nous leur avons expliqué cette méthode en empruntant et en modélisant les données expérimentales de l'expérience de la pression de l'eau (P) en fonction de la profondeur (hauteur, h) du liquide. Nous avons donc expliqué la méthode RGS en l'appliquant seulement sur le cas d'une fonction linéaire de premier degré de type P =f(h) = a*h+b.

Notre expérimentation consiste donc à nous insérer dans le cours de physique donné par les deux professeurs du collège Marie de France, c'est-à-dire réaliser le laboratoire sur la charge d'un condensateur, en particulier à effectuer l'activité cognitive d'interprétation sur les données expérimentales de ce phénomène physique. Il s'agit donc de modéliser une fonction exponentielle[5] de la forme $A*(1 - e^{-t/b})$, où A est la tension maximale du générateur et b = RC, où R est la résistance de 30 Ohms du circuit et C est la valeur du condensateur qui est de l'ordre de 10000 μF. Les deux enseignants ont préparé un protocole de laboratoire sur la charge du condensateur de façon à effecteur la modélisation algébrique avec la méthode RGS au lieu du logiciel Régressi, Excel ou de la calculatrice programmable.

## 6.1. Recueil de données

Les données de cette expérimentation ont été recueillies à l'aide :

***- Du fichier de sauvegarde d'extension.xao***

Ce fichier contiendra les données brutes de l'expérience ainsi que la production finale et les étapes de la modélisation algébrique effectuée par les élèves.
À partir de la production finale, nous pourrons vérifier : le choix de la courbe, l'utilisation du graphique, de la fenêtre des écarts, et de la fenêtre de la distribution des incertitudes relatives et l'équation algébrique, résultat final de la modélisation.
À partir des données brutes, l'auteur de cet article reproduira la modélisation complète afin de la comparer avec les résultats des élèves.

***- Des commentaires écrits, adressés aux élèves, à partir des deux questions***

Ces deux questions portent sur la compréhension et le degré de difficulté de la modélisation algébrique par des élèves utilisant le module RGS. Son utilisation est comparée avec la méthode traditionnelle automatique de leur cours. L'évaluation, effectuée groupe par groupe, nous permettra d'identifier les difficultés d'utilisation et d'appropriation de la méthode RGS par les élèves.

---

[5] Ceci nous permettait de vérifier le caractère général de notre méthode avec une fonction non linéaire, ce que ne peut faire directement la méthode de Gauss-Legendre sans une transformation par les logarithmes pour rendre linéaire la relation entre les variables.

## 6.2. Modélisation didactique des cheminements d'apprentissage

En observant les résultats dans le tableau de compilation ci-dessous (Tableau 1), nous pouvons dire que 11 groupes sur 12 ont réussi la première étape, la deuxième et la troisième étape du processus de modélisation algébrique avec la méthode RGS. La cinquième étape a été réussie par 7 groupes sur 12. La sixième a été réussie par 6 groupes sur 12. La septième étape n'a été réussie que par 3 groupes sur 12.

| Étapes du processus de modélisation algébrique | Résultats | Groupes/12 |
| --- | --- | --- |
| 1 - Utilisation du graphique (Ajustement) | Réussi | 11 |
| 2 - Utilisation de la fenêtre des écarts (Réduction) | Réussi | 11 |
| 3-Utilisation de la fenêtre de la distribution des écarts (**Optimisation**) | Réussi | 11 |
| 4 - Tenu compte du 68% (Optimisation) | Réussi | 11 |
| 5 - Tenu compte de la distribution symétrique (Optimisation) | Réussi | 7 |
| 6 - Tenu compte de la distribution normale (Optimisation) | Réussi | 6 |
| 7 - Choix de l'incertitude (Optimisation) | Réussi | 3 |

**Tableau 1 :** Synthèse des étapes du processus de modélisation algébrique.

En interprétant et en comparant les résultats (fonctions algébriques) de la modélisation algébrique des groupes et ceux du chercheur, nous trouvons que:

- au millième près, 25% des coefficients correspondent aux résultats du chercheur ;
- au centième près, 58% des coefficients résultats correspondent à ceux du chercheur.

### *6.2.1. Analyse et interprétation des données des sujets*

Dans le cas du groupe 7, il lui a été difficile d'optimiser et de trouver l'équation algébrique de type $a^*(1 - e^{-t/b})$ qui distribue les écarts normalement parce que l'origine de la courbe obtenue expérimentalement ne commençait pas à l'origine des échelles. Ce groupe n'avait pas réussi à synchroniser expérimentalement le début de l'acquisition des données sur le début de la charge du condensateur. Ainsi, entre le moment où le groupe a déclenché l'acquisition des données et a basculé l'interrupteur pour charger le condensateur, il s'est écoulé un certain temps avant que le condensateur ne commence à se charger.

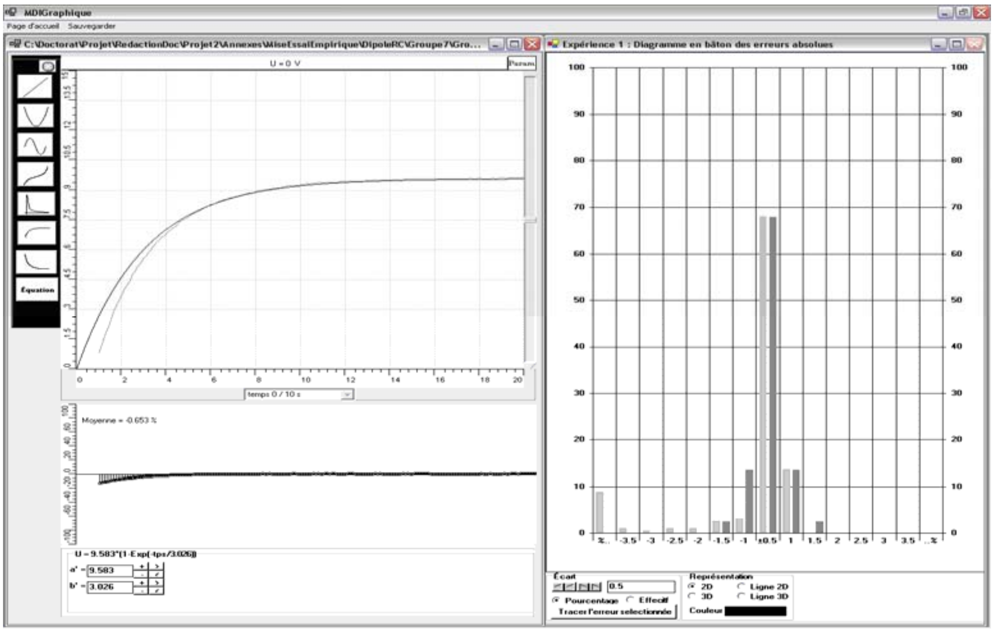


**Figure 4 :** Modélisation algébrique du groupe 7.

Pour tenir compte de ce temps écoulé dans l'équation de la charge du condensateur, le groupe aurait pu corriger mathématiquement cette erreur expérimentale en ajoutant une constante c sur le temps : $a*(1 - e^{(-(t+c)/b)})$ (Figure 4). Ainsi, les élèves de ce groupe n'ont pas mis en correspondance les unités signifiantes de leur représentation graphique avec les propriétés et caractéristiques des objets phénoménaux, à savoir l'origine des abscisses et le temps écoulé. Donc, ils n'ont pas suffisamment exercé l'activité cognitive d'interprétation inductive. Cependant, en interprétant le résultat de la modélisation algébrique dans leur fichier.xao, et malgré le type d'équation qu'il possédait, nous avons constaté que ce groupe a quand même essayé de trouver l'écart le plus petit qui contient les 68% et les 95% (à quatre fois cet écart) des données expérimentales en ayant le moins possible des points singuliers. Nonobstant cette erreur de manipulation, nous pouvons dire qu'il a réussi à appliquer les propriétés de la méthode RGS afin d'optimiser la fonction de modélisation qu'il possédait. Avec ce type de fonction, nous avons aussi pu conclure que les élèves de ce groupe ont réussi les activités cognitives de traitement (passage de la représentation graphique de la courbe à la représentation graphique des écarts), de conversion (passage des deux représentations graphiques des écarts à leur représentation statistique) et de coordination entre les différentes représentations des écarts. En effet, ce groupe a ajusté et a optimisé de façon itérative les coefficients a et b en fonction de la représentation des écarts, de la représentation graphique de la fonction exponentielle et de l'histogramme des écarts.

Dans les deux cas des groupes 9 et 12, une erreur de manipulation a été commise sur l'origine des ordonnées. Cette fois-ci, ces groupes ont soit déclenché la charge du condensateur un peu avant de déclencher l'acquisition des données, soit le condensateur n'était pas complètement déchargé lorsqu'ils ont démarré l'expérience.

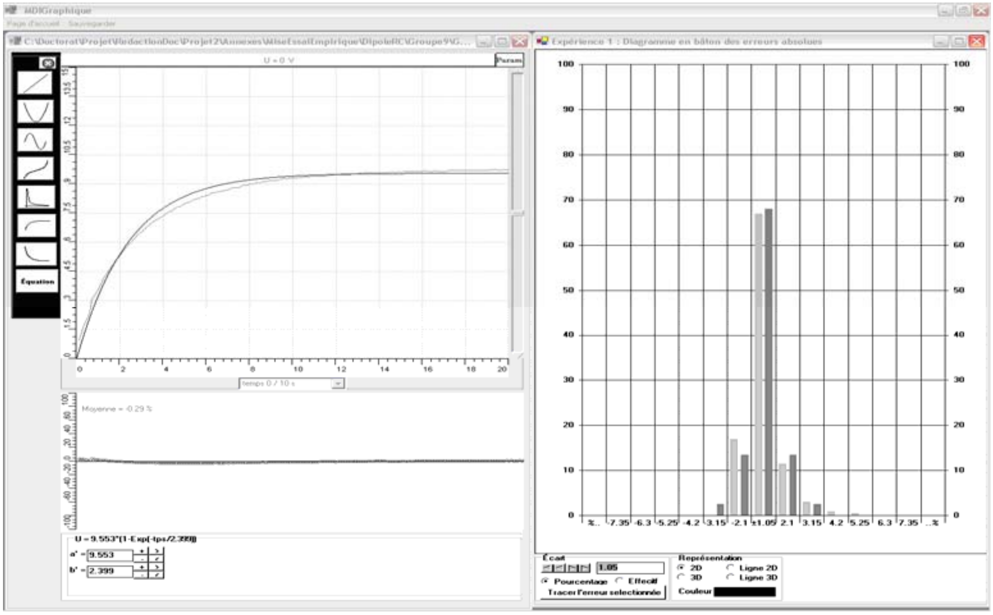

**Figure 5 :** Modélisation algébrique du groupe 9 avec le logiciel RGS.

Pour tenir compte de la charge initiale du condensateur, le groupe 9 aurait dû ajouter une constante à l'équation. Comme pour le groupe 7, le groupe 9 n'a pas mis en correspondance les unités signifiantes de leur représentation graphique avec les propriétés et caractéristiques des objets phénoménaux, à savoir l'origine des ordonnées et la valeur initiale de la charge du condensateur. Par contre, même avec le type d'équation qu'il possédait, nous constatons que le groupe 9 a appliqué les propriétés de la méthode RGS (écart le plus petit qui contient les 68% des données expérimentales et les 95 % (à quatre fois cet écart) de ces derniers). En analysant les données de ce groupe à partir du fichier .xao, nous avons aussi conclu que les élèves de ce groupe ont réussi les activités de traitement, de conversion et coordination sur les différentes représentations des écarts.

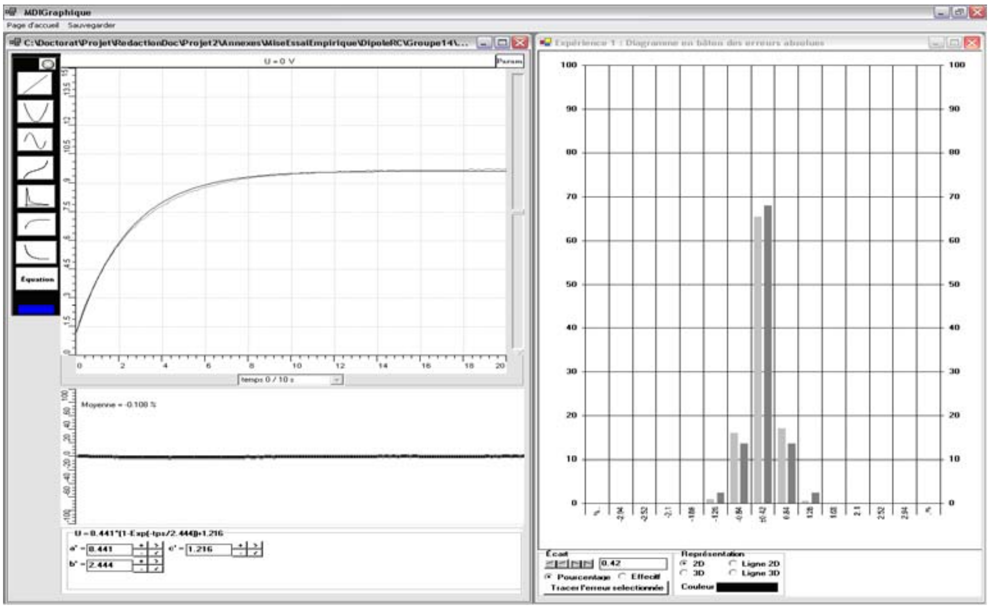


**Figure 6 :** Modélisation algébrique du groupe 12 avec le logiciel RGS.

Cependant, le groupe 12 a pu compenser algébriquement cette erreur et modéliser ainsi les données en ajoutant une constante sur l'ordonnée. Les commentaires de ce groupe sur l'utilisation de la méthode RGS nous montrent que les élèves ont réussi à mettre en correspondance les unités signifiantes de leur représentation graphique avec les propriétés et caractéristiques des objets phénoménaux, à savoir l'origine des ordonnées et la valeur initiale de la charge du condensateur. En effet, dans ces commentaires, le groupe 12 suggère au chercheur que le logiciel devra «*synchroniser la prise de mesure avec le début de l'expérience*» c'est-à-dire, le logiciel devra s'assurer qu'au début de l'acquisition des données, la charge du condensateur est nulle.

Par contre, le groupe 12 n'a pas diminué suffisamment l'incertitude pour mieux ajuster sa courbe. Ceci donne la raison pour laquelle le résultat de la modélisation algébrique est différent de celui du chercheur. En analysant et en interprétant les données et les commentaires de ce groupe, nous avons conclu qu'il n'a pas réussi suffisamment les activités cognitives de conversion et de coordination entre les différentes représentations sémiotiques des écarts. En effet, ce groupe mentionne dans ses commentaires : «*lorsque l'on joue sur les paramètres de la courbe, il devrait y avoir un indicateur de l'unité que l'on influence, car il arrivait qu'on se perde…*». Les élèves de ce groupe ont donc eu de la difficulté à ajuster et à optimiser les paramètres de la fonction de façon à minimiser le plus possible l'incertitude. Notons que la compréhension de l'effet de chaque paramètre de l'équation de la fonction exponentielle sur sa représentation graphique est le cœur de l'activité de conversion et de coordination.

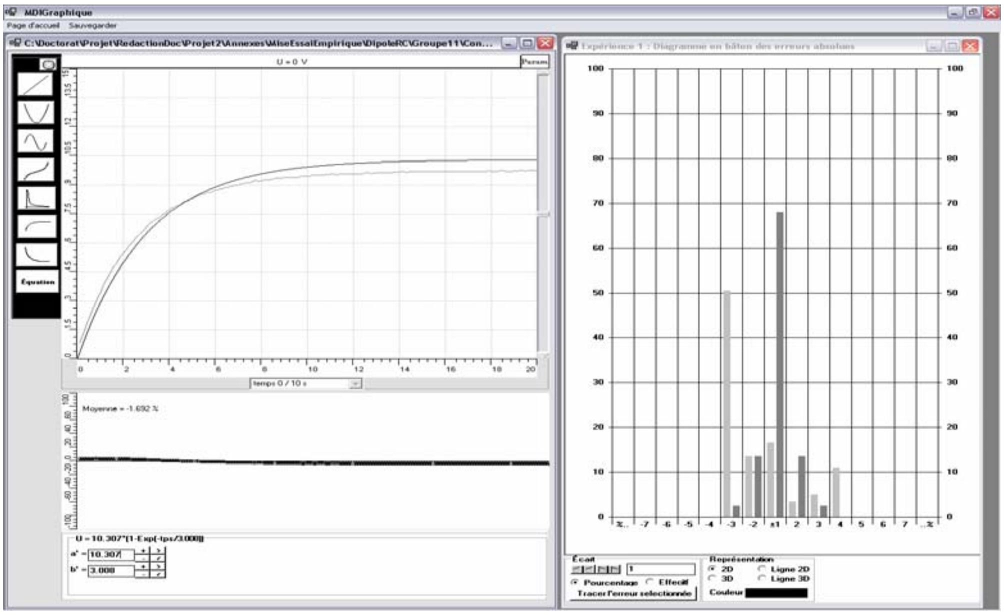


**Figure 7 :** Modélisation algébrique du groupe 11.

Dans le cas du groupe 11, nous remarquons que les élèves ont rencontré des difficultés à superposer graphiquement la fonction exponentielle sur les données expérimentales. L'analyse des données de ce groupe nous dévoile qu'il ne comprenait pas l'effet de chaque paramètre de l'équation sur sa représentation graphique. Il n'était donc pas capable de réussir les activités de conversion, de traitement et de coordination entre les différentes représentations des écarts. En plus, ce groupe devrait tenir compte de la charge initiale du condensateur afin d'ajouter une constante à l'équation. Comme pour les groupes 7 et 9, le groupe 11 n'a non plus mis en correspondance les unités signifiantes de leur représentation graphique avec les propriétés et caractéristiques des objets phénoménaux, à savoir l'origine des ordonnées et la valeur initiale de la charge du condensateur.

Dans le cas du groupe 10, nous remarquons que les élèves ont réussi à appliquer toutes les propriétés de la méthode RGS afin de déterminer l'équation algébrique de la meilleure courbe. Comme dans le cas du groupe 12, le groupe 10 n'a pas diminué suffisamment l'incertitude pour mieux optimiser la courbe.

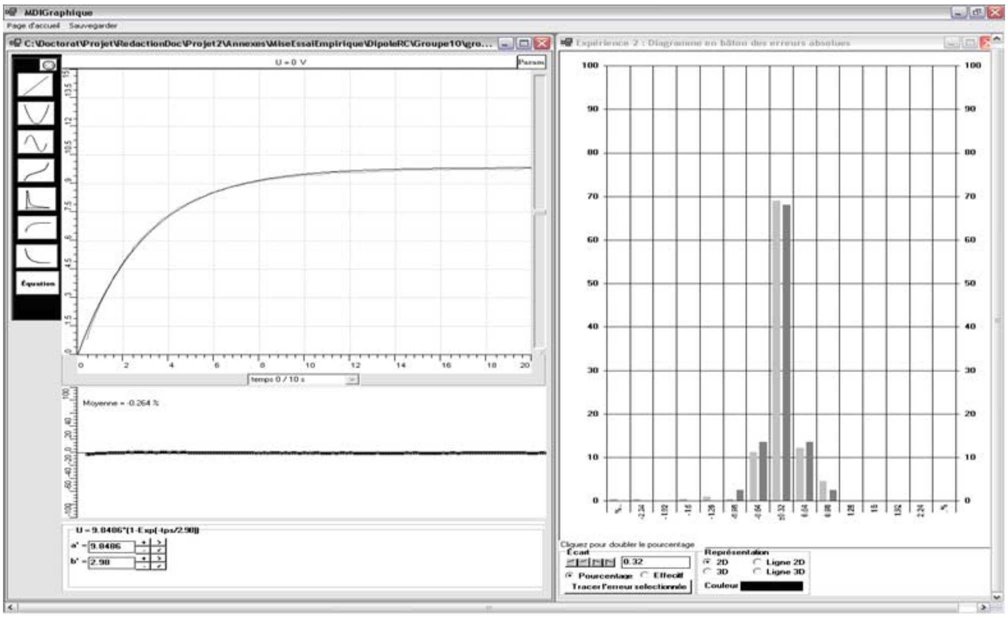

**Figure 8 :** Modélisation algébrique du groupe 10.

### *6.2.2. Analyse et interprétation des témoignages des différents groupes*

De façon générale, nous pouvons dire que 9 groupes sur 12 considèrent que le module RGS est facile à utiliser (Groupes : 1;2;3;4;6;8;9; 10 et 12).

### *6.2.3. Ce que les élèves n'ont pas apprécié par rapport à la méthode traditionnelle automatique utilisée souvent dans leur cours*

En général, selon certains groupes, la méthode RGS demande plus de temps pour trouver la meilleure équation algébrique que la méthode traditionnelle automatique utilisée dans les calculatrices programmables et les logiciels de Modélisation (Moindres carrés). Par exemple, le groupe 1 mentionne que «*le fait qu'on doive manuellement chercher la meilleure équation passant par tous les points n'est pas très approprié aux T.P.….on aurait besoin d'une façon plus rapide à avoir accès aux différentes équations*». Le groupe 5 note qu'il n'a pas apprécié «*le temps qu'il faut pour trouver l'équation, comparé aux autres logiciels*». Alors que le groupe 7 «*a d'ailleurs eu besoin d'une heure d'explications pour le comprendre*». Le groupe 2 a trouvé dur «*le moment où il fallait jongler avec les différentes colonnes*». Pour faciliter l'ajustement des paramètres, le groupe 12 suggère : «*lorsque l'on joue sur les paramètres de la courbe, il devrait y avoir un indicateur de l'unité que l'on influence, car il arrivait qu'on se perde; il faudrait aussi pouvoir simplement taper un nombre directement et aller cliquer l'unité que l'on veut influencer*».

Finalement, le groupe 10 nous dit que «*l'utilisation de cette méthode, quoiqu' efficace, est plus compliquée que la méthode traditionnelle automatique*».

Pour résumer, ces résultats ne sont pas surprenants puisque l'objectif de la méthode RGS est d'amener les élèves à la compréhension du processus de modélisation algébrique. Ce module inséré dans cette activité de laboratoire en sciences expérimentales a prolongé d'au moins 20 minutes la période de laboratoire. Malgré cela, si les élèves de cette étude comprennent mieux ce processus de modélisation complexe que celui qu'ils exécutaient de manière automatique et aveugle avec les calculatrices programmables et les logiciels de modélisation algébrique, ces commentaires sont encourageants. C'est ce qu'on nous allons vérifier dans le paragraphe suivant.

### *6.2.4. Ce que les élèves ont apprécié par rapport à la méthode traditionnelle automatique utilisée dans les écoles et collèges*

Pour le groupe 5, la manipulation itérative de la méthode RGS afin de réduire les écarts et d'optimiser la courbe lui «*donne la chance de mieux comprendre l'influence des paramètres d'une équation sur la courbe*» et que le concept de l'histogramme c'est-à-dire «*de diviser la proximité de la localisation des points à la courbe en pourcentages fixes (68% et des % symétriques) est intéressant*». Ce groupe précise aussi que «*le fait qu'il y avait plus qu'un support pour nous aider à approcher la courbe expérimentale de la courbe théorique (distance des points à la courbe et le graphique)*». Les témoignages du groupe 5 se rejoignent avec ceux du groupe 10. Pour ce dernier, la méthode RGS permet aussi «*un meilleur ajustement du modèle d'une courbe à la courbe qu'on obtient expérimentalement*». Selon ce groupe, cet ajustement est meilleur «*grâce au diagramme en bâtons des erreurs absolues*»par ce qu'il permet «*la visualisation de l'écart entre les résultats théoriques et les résultats expérimentaux, ce que ne permet pas la méthode traditionnelle automatique*». Le groupe 8 trouve que le logiciel RGS est intéressant parce qu'il lui permet de comprendre et «*de voir comment modéliser des courbes, contrairement à la méthode traditionnelle automatique où on nous donne une équation qui tombe du ciel*». Comme le groupe 8, le groupe 7 précise aussi qu'avec le logiciel RGS «*on comprend mieux d'où viennent les modélisations qu'on obtient*». Le groupe 1 trouve intéressant qu'il trouve par lui-même la meilleure courbe avec le logiciel RGS «*il est intéressant de trouver cette équation par nous même,..*» et que le logiciel RGS «*est beaucoup plus clair que la méthode traditionnelle automatique*». Pour finir, le groupe 4 considère que le logiciel RGS contribue au développement des capacités mathématiques des élèves pour modéliser algébriquement les données des phénomènes scientifiques «*le fait de pouvoir concevoir nous-mêmes une courbe très précise, correspondant à un ensemble de données expérimentales, avec la plus petite erreur relative possible, est une liberté qui n'avait encore jamais été atteinte. Cela permettra à la fois de* *contribuer au développement des capacités mathématiques des élèves et de devenir par le fait même un nouveau critère d'évaluation*».

## 7. Discussion des résultats et conclusion

Sur le plan théorique, le processus de modélisation en sciences exige de l'élève qu'il réalise une expérience, qu'il prenne acte des mesures obtenues, qu'il perçoive le caractère modélisable de ses résultats. De manière générale, nous pouvons dire que le fait de visualiser différentes représentations sémiotiques des écarts a permis aux différents groupes d'exercer les activités cognitives de traitement, de conversion, de coordination et d'interprétation, nécessaires à la compréhension du processus de modélisation algébrique, qu'ils n'arrivaient pas à comprendre avec la méthode traditionnelle *automatique*. Les résultats de cette recherche indiquent que la majorité des élèves ont compris non seulement le fonctionnement du logiciel mais aussi le rationnel algébrique de la méthode RGS. Les résultats de cette recherche nous montrent aussi qu'une modélisation algébrique de phénomènes physiques exige des élèves qu'ils atteignent non seulement la coordination au sens de Duval (1995) (ex. : groupes 10 et 12), mais aussi l'interprétation (ex. : groupes 7 et 9) au sens de Touma (2008).

Au plan pratique, le logiciel RGS a permis à des élèves, sans besoin de connaissances spécialisées, d'entrer dans une démarche d'investigation scientifique puis de confronter les résultats de leur propre modélisation avec les modèles ou théories existantes.

**Références**

AYÇAGUER-RICHOUX, H. (2000), *Rôle des expériences quantitatives dans l'enseignement de la physique au lycée*, Thèse de doctorat, université de Paris 7.

BEAUFILS, D. (1993), L'ordinateur outil d'investigation scientifique au lycée : propositions et implications didactiques, *Didaskalia*, **1**, 123–130.

DUPIN, J.-J. (1995), Modèles et modélisation dans l'enseignement. Quelques contraintes didactiques, Acte de l'école d'été, Edition coordonnée par : Noirfalise R : IREM de Clermont-FD, et Perrin-Glorian, M-J : IUFM Arras et Équipe DIDIREM Paris VII, 247–257.

DUVAL, R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Berne, Peter Lang.

JOSHUA, S. & DUPIN, J.-J. (1999), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, Paris : PUF.

GUILLON, A. (1995), Démarches scientifiques en travaux pratiques de physique de DEUG à l'université de Cergy-Pontoise, Didaskalia, **7**, 113–127.

JOHSUA, S., et DUPIN, J.-J. (1999), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, 2IÈME édition, Paris : Puf.

MARTINAND, J.-L. (2002), *Apprendre à modéliser. In R. Toussaint. Changement conceptuel et apprentissage des sciences*, Montréal, Québec : Éditions Logiques, 47–68.

NONNON, P. (1986), *Laboratoire d'initiation aux sciences assisté par ordinateur*. Thèse de doctorat, Université de Laval.

ORANGE, C. (1997), *Problèmes et modélisation en biologie*, Paris : PUF.

TOUMA, G. (2006), *Un paradigme d'expérimentation au laboratoire de sciences pour l'identification et l'optimisation statistique d'un modèle algébrique par interaction visuo-graphique*, Thèse de doctorat, Université de Montréal.

TOUMA, G. (2008), Activité cognitive d'interprétation, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **13**, IREM de Strasbourg, 93–111.

**GEORGES TOUMA**
Université d'Ottawa, Faculté d'éducation
Pavillon Lamoureux
145, Jean-Jacques-Lussier
Ottawa, ON, Canada, K1N 6N5
Georges.touma@uottawa.ca