CHRISTIAN SILVY & ANTOINE DELCROIX

SITE MATHÉMATIQUE D'UNE ROC : UNE NOUVELLE FAÇON D'INTERROGER UN EXERCICE ?

Abstract. Place of Organized Returning of knowledge in Mathematics: a new way for questioning an exercise? – The French ministry of education introduced in 2005 the « organized returning of knowledge » (ROC) in the French baccalauréat as a tool to render more efficient the mathematical education at the end of secondary school. This article is based on an analysis of the ROC of the 2006 Antilles-Guyane baccalauréat, by the anthropological approach to didactics, which leads to the construction of its *mathematical site*. Through this analysis, some features of the ROC are discussed, such as its consistency (including from the view point of the institution) and the transparency of this evaluation.

Résumé. L'introduction des restitutions organisées de connaissances (ROC) dans les épreuves du baccalauréat, à partir de 2005, est une réponse de l'institution à la volonté de rendre plus efficace l'enseignement en cycle terminal. Cet article s'appuie sur l'analyse de la ROC du sujet Antilles Guyane session 2006 par une approche anthropologique en proposant la construction de son *site mathématique*. Au travers de cet exemple sont interrogées certaines caractéristiques du concept ROC comme sa cohérence (notamment institutionnelle) et la transparence de cette évaluation.

Mots-clés. Site mathématique, restitution, ROC, Descartes, habiletés, connaissances, savoirs, pré-requis, réorganisation, méthode, baccalauréat, évaluation.

Introduction

L'introduction, dans le cadre des épreuves du baccalauréat 2005, d'exercices novateurs, dont un pilier est la restitution organisée de connaissances (ROC), est une réponse proposée par l'institution à la nécessité de rendre plus efficace l'enseignement en cycle terminal. L'idée sous jacente est que l'on peut contribuer à atteindre cet objectif en agissant en amont, par le moyen de l'évaluation certificative. L'affirmation selon laquelle *« le baccalauréat pilote l'enseignement du cycle terminal »* [B. David, 2000] ou bien celle qui stipule que « *le mode d'évaluation aux examens structure les contenus de l'enseignement et organise la scolarité* » (selon une déclaration d'A. Périssol à l'Assemblée Nationale en 2005) illustrent ce postulat.

Cet article s'appuie sur une étude de la ROC du sujet Antilles-Guyane session 2006 dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique formulée par Y. Chevallard en 1989. L'article construit le site mathématique de la ROC étudiée [P. Duchet & K. Erdogan, 2006] : nous postulons en effet que la construction du site mathématique local d'une ROC permet d'appréhender par niveau de

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 14, p. 103 – 122.

praxéologie croissant, les connaissances ou les coutumes mathématiques à enseigner pour préparer les élèves à devenir des résolveurs [C. Castela, 2008].

Nous partons d'une première analyse situant la ROC selon les points de vue historique et institutionnel des pratiques (à l'oral du baccalauréat) mathématiques. Nous poursuivons notre étude par l'explicitation des méthodes de résolution, permettant de préciser son écologie didactique. L'ensemble de ces éléments permet alors la construction effective du site.

Nous discutons, enfin, au travers de cet exemple certaines caractéristiques du concept de ROC, notamment celles liées à l'introduction de pré-requis dans une épreuve de baccalauréat, et leur traduction dans les pratiques enseignantes à partir d'un travail d'enquête effectué en 2007/08 auprès de dix enseignants des classes terminales scientifiques de Guadeloupe. Nous sommes amenés à nous questionner sur la transparence des critères de cette évaluation en montrant que contrairement à son acronyme la ROC n'évalue pas que des connaissances mathématiques. Nous testerons également la cohérence du concept au niveau institutionnel, en particulier en montrant qu'elle semble avoir répondu à l'un des objectifs assigné par l'institution, la remise en valeur de la démonstration dans le cycle terminal. L'ensemble de ces éléments permet de montrer que la ROC n'est probablement pas un mode d'évaluation à rejeter, même si elle ne constitue pas une réponse parfaite aux différentes fonctions assignées par l'institution.

1. Premières analyses de la ROC

1.1. Première lecture

Voici le sujet tel qu'il fut proposé aux candidats, à la session 2006 du Baccalauréat série S Antilles Guyane :

> ***Restitution organisée de connaissances***
> *Pré-requis :*
> *- La fonction logarithme népérien est dérivable sur]0;+∞[et sa fonction dérivée est la fonction inverse* $\left(x \mapsto \frac{1}{x}\right)$.
> *- ln(1)=0.*
> *Démontrer que pour tous réels strictement positifs a et x, ln(a x) = ln(a) + ln(x).*

Un élève résolveur [C. Castela, 2008] qui lit pour la première fois le sujet remarque deux codages de natures différentes qu'on peut considérer comme relevant du champ protomathématique[1].

Le premier codage consiste à noter *ln*(x) à la place du plus habituel *ln x.* Ce code fait référence à la valeur de la fonction *ln* prise au point x, comme il réfèrerait à une fonction f non précisée prise au point x. La modification de la forme du signifiant doit permettre aux résolveur d'évoquer la fonction *ln*. Cette figure[2] rhétorique (un signifié/plusieurs signifiants) est un polymorphisme de la langue symbolique [A. Cauty, 1984]. L'ostensif (x) est d'un usage commun. Il s'emploie dans la classe à partir de la seconde. Ainsi, après trois occurrences du mot « fonction » dans les pré-requis, ce codage situe bien la ROC dans le champ des « fonctions ». Cette répétition dans la langue naturelle et dans la langue symbolique, au sens d'A. Cauty, doit évoquer chez l'élève résolveur la variation.

Le deuxième code est le choix des lettres a et x. Traditionnellement les lettres a, b, c désignent dans un contexte mathématiques des constantes inconnues tandis que x, y et t sont des variables. L'auteur suggère au résolveur que x sera traité comme une variable et a comme une constante. Le choix linguistique de lettres est soumis aux contraintes paradigmatiques des symboles de constante ou de variable.

Par ailleurs, le concepteur a choisi de donner comme pré-requis une propriété de la fonction ln et non une définition possible de la fonction *ln* : « *La fonction logarithme népérien est la primitive définie sur* $]0;+\infty[$ *de la fonction inverse* ($x \mapsto 1/x$) *qui s'annule en 1 ».* Cette figure rhétorique indique, par son caractère inhabituel, un objet précis, la dérivation. Dans le même ordre d'idées, le concepteur n'introduit pas l'objet du problème en le citant comme étant une propriété ni une relation fonctionnelle mais simplement une démonstration.

Ainsi dans l'énoncé de cette ROC, l'implicite occupe une place première. Pour reconnaître les concepts protomathématiques, paramathématiques ou

[1] Pour les concepts d'objets paramathématiques et protomathématiques, nous référons le lecteur à Y. Chevallard (1985), *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée Sauvage, Grenoble. Brièvement, pour nous, les objets ou notions paramathématiques sont des « notions-outils », utilisées pour étudier un objet mathématique, par exemple le tableau de variation pour l'étude d'une fonction. La notion de paramètre, d'équation, et même de démonstration, en sont d'autres exemples. Une caractéristique des notions paramathématiques est qu'elles sont a priori exclues de l'évaluation directe [Y. Chevallard, 1985]. Les notions protomathématiques sont situées dans une strate plus profonde. Elles sont attendues et sont mobilisées implicitement par le contrat didactique. Ainsi elles vont de soi et appartiennent au milieu des actions des élèves [G. Brousseau, 2001] : « *Tout se passe comme s'il n'y avait là rien à savoir (et rien à enseigner sinon à apprendre) mais seulement à faire ce qu'il faut* » [G. Delbos & P. Jorion, 1984].

[2] « *Je dirai qu'il y a une figure rhétorique en un lieu d'un discours si* ***ce qui s'y trouve n'est pas ce qui est attendu*** [A. Magen, 2001]. (C'est Alain Magen qui souligne.)

mathématiques l'élève résolveur doit montrer une « habileté de lecture mathématique », habileté au sens du mot latin « habilis » : « *qui ont des habitudes, qui « savent y faire ». C'est la notion anglaise de « craft », de « clever » (adresse et présence d'esprit et habitude), c'est l'habileté à quelque chose. Encore une fois nous sommes bien dans le domaine technique.* » [M. Mauss, 1950]. En conséquence une lecture attentive du sujet permet à cet « expert » de décoder et donc de choisir les techniques [Y. Chevallard, 1985], la variable et la stratégie.

1.2. Panorama général

1.2.1. Point de vue historique

Sans entrer dans un long développement[3], mentionnons qu'après la découverte des logarithmes par une approche cinématique, leur reconnaissance mathématique découle du fait qu'ils sont une réponse aux calculs longs et difficiles en astronomie. Les calculs de multiplication ou de division sont remplacés par deux correspondances dans une table et une addition. C'est au début du XVII° siècle que John NAPIER publie son traité *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, où il donne des tables de correspondances. Nous pouvons donc dire que la propriété énoncée dans la ROC est à la base du concept logarithme. Cette naissance, si elle ne dépend pas des exponentielles, est cependant liée à la suite des puissances d'un nombre et à celle de ses exposants. En effet la suite $q, q^2,\ldots, q^n$ peut être mise en relation avec $1, 2,\ldots, n$. Nous retrouvons alors la propriété qui fonde notre exercice, un produit $q^p q^r$ est en relation avec $p+r$ grâce à la propriété des puissances.

1.2.2. Point de vue institutionnel (évolution des programmes)

Dans les programmes antérieurs à 2002 les logarithmes introduisent les nouvelles fonctions de terminale. Elles sont donc vues comme fondement de la fonction exponentielle. Dans le programme de 1971, par exemple, « *La fonction logarithme népérien est définie sur* $\mathbb{R}^{*+}$ *par* $\operatorname{Log} x = \int_1^x \frac{dt}{t}$ *; la fonction exponentielle sera obtenue comme réciproque de la fonction logarithme népérien. On justifiera les règles de calcul et l'isomorphisme ainsi établi entre le groupe additif* $(\mathbb{R}^{*+},+)$ *et le groupe multiplicatif* $(\mathbb{R}^{*+},\times)$ »[4]. Cette introduction est conservée dans les années 1980.

Le programme des années 1990 n'impose plus le mode d'introduction des fonctions *ln* et *exp* : « *L'existence et la dérivabilité de ces fonctions peuvent être*

[3] Nous invitons le lecteur à se reporter à E. Barbin & alii (2006), *Histoires de logarithmes*, Ellipses, Paris.

[4] Mathématiques, classes de second cycle, Ministère de l'Education Nationale, Horaires, Programmes, Instructions, INRDP, Fabrègue, 4è trimestre 1971.

admises. En revanche, les propriétés des fonctions ln et exp feront l'objet de démonstrations » [BO du 13 juin 1997, p. 18].

Le programme de 2002 marque une rupture avec les précédents pour l'introduction de la fonction *ln*. La fonction *exp* est introduite le plus tôt possible avant celle de logarithme. Elle doit occuper une place centrale. La fonction logarithme népérien n'est plus la première fonction « transcendante » étudiée en classe de terminale. Elle perd ainsi sa place dans la progression au profit de la fonction exponentielle.

CONTENUS	**MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE**	**COMMENTAIRES**
Fonction logarithme népérien ; notation ln. Équation fonctionnelle caractéristique. Dérivée ; comportement asymptotique.	On mentionnera la fonction logarithme décimal, notée log, pour son utilité dans les autres disciplines et son rapport avec l'écriture décimale des nombres. Approximation affine, au voisinage de 0, de $h \mapsto \ln(1+h)$.	Le mode d'introduction du logarithme n'est pas imposé. On peut, pour l'introduire : – soit partir des propriétés des fonctions exponentielles ; – soit poser le problème des fonctions dérivables sur ∇^{+*} telles que $f(x\,y) = f(x) + f(y)$ et admettre l'existence de primitives pour la fonction : $x \mapsto 1/x$; – soit traiter le logarithme après l'intégration.

Document 1[5] **:** Étude des fonctions logarithmes et exponentielles.

Ce programme (voir document 1) propose trois introductions au logarithme. Le professeur, habitué aux programmes antérieurs à 2002 aura tendance, par habitude, à privilégier la troisième approche.

En revanche, pour l'élève dont l'enseignant aura choisi une des deux premières approches, cette ROC peut constituer une démonstration nouvelle. (Un entretien avec un des professeurs interrogés corrobore ce fait.)

1.2.3. Point de vue des pratiques de l'oral du baccalauréat.

Dans les années 1980 les professeurs utilisaient les contenus mathématiques de cette ROC dans l'oral du baccalauréat pour sélectionner les candidats. Ce sujet était alors, dans la pratique, reconnu comme étant difficile.

Dans la décennie 90, le professeur choisit souvent le mode de fonctionnement induit par cette ROC pour introduire la fonction *ln*. Il procède en définissant *ln* par

[5] Extrait du Cédérom mathématiques 2002, accompagnement des programmes, Mathématiques, classes terminales de la série scientifique et de la série économique et sociale, Ministère jeunesse éducation recherche, imprimerie nationale, juillet 2002.

la primitive définie sur]0;+∞[de la fonction $x \mapsto 1/x$ qui s'annule en 1. Après une étude succincte de la fonction *ln*, il est amené à en déduire la propriété « fondamentale » :

– soit par une question : « Soit a un réel strictement positif et soit la fonction g définie par $g(x) = ln(ax)$ pour $x > 0$; montrer que g est dérivable et calculer $g'(x)$. En déduire que $ln(ax) = ln(x)+ln(a)$ pour tout $x > 0$ » ;

– soit en la démontrant directement dans son cours.

1.2.4. Point de vue mathématique

Les relations fonctionnelles restent un sujet délicat en mathématiques. Cependant, classiquement, celles présentes dans le curriculum du professeur (certifié, agrégé) de lycée sont au nombre de quatre, avec des hypothèses de régularité sur la fonction inconnue adaptées au niveau de formation :

- équation fonctionnelle des fonctions linéaires de la variable réelle : $f(x+y) = f(x)+f(y)$;
- équation fonctionnelle des fonctions logarithmes : $f(xy) = f(x)+f(y)$;
- équation fonctionnelle des fonctions exponentielles : $f(x+y) = f(x)+f(y)$;
- équation fonctionnelle des fonctions puissances : $f(xy) = f(x)f(y)$.

La résolution des trois dernières peut, par exemple, s'obtenir à partir de la résolution de la première, la plus élémentaire. Dans l'expérience des auteurs, cela reste un sujet d'oral 1 assez difficile pour les étudiants préparant le CAPES.

Au niveau des programmes du secondaire, l'élève apprend (ou démontre partiellement) que les fonctions précitées vérifient l'équation fonctionnelle correspondante. C'est ce qui est demandé dans la ROC étudiée. Dans son cursus, il peut cependant être amené à résoudre ces équations fonctionnelles avec des hypothèses de régularité fortes.

2. Méthodes de résolution

Nous allons rédiger quelques réponses possibles à cette ROC en les appelant méthode dans le sens ordinaire de ce mot. Nous ne choisissons pas une rédaction la plus économique possible pour expliciter quelques concepts protomathématiques ou paramathématiques et par voie de conséquence, pouvoir construire effectivement le site mathématique.

2.1. Première méthode

Les pré-requis peuvent faire penser à la définition de ln à partir de l'intégrale :

$$ln(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt .$$

Nous avons donc à démontrer que, pour tous réels strictement positifs a et x,

$$\int_1^{ax} \frac{1}{t} dt = \int_1^a \frac{1}{t} dt + \int_1^x \frac{1}{t} dt .$$

En utilisant la relation de Chasles, nous obtenons :

$$\int_1^{ax} \frac{1}{t} dt = \int_1^a \frac{1}{t} dt + \int_a^{ax} \frac{1}{t} dt .$$

Ainsi, nous devons montrer que $\int_a^{ax} \frac{1}{t} dt = \int_1^x \frac{1}{t} dt$. Pour démontrer cette égalité, il faut effectuer un changement de variable affine $u = at$. Rappelons le théorème : « Soit une fonction f continue sur un intervalle I contenant $ma+p$ et $mb+p$ (m, p, a, b réels, $m \neq 0$) alors $\int_a^b f(mt+p)dt = \frac{1}{m}\int_{ma+p}^{mb+p} f(u)du$ »[6]. Or

$$\int_a^{ax} \frac{1}{t} dt = \frac{1}{a}\int_a^{ax} \frac{1}{\frac{1}{a}t} dt \cdot$$

Soit alors f : $]0\,;+\infty[\ \rightarrow\ \nabla$ définie par $f(t) = \frac{1}{at}$. La fonction f est continue sur $]0,+\infty[$, ainsi nous pouvons appliquer le théorème rappelé ci-dessus. Donc

$$a\int_a^{ax} f(\frac{1}{a}t))dt = a \times \frac{1}{a}\int_1^x \frac{1}{u} du = \int_1^x \frac{1}{u} du.$$

2.2. Deuxième méthode

Nous utilisons la fonction exponentielle, fonction qui dans la programmation de la classe se situe avant la fonction *ln*. Nous remarquons qu'un professeur peut choisir d'utiliser cette méthode en cours pour démontrer la propriété du logarithme présente en suivant les directives prescrites par l'institution.

En utilisant la propriété « $\forall x \in \nabla^{*+}$, $exp(ln(x)) = x$ » nous obtenons $exp(ln(ax)) = ax$. D'autre part, nous avons $exp(ln(a)+ln(x)) = exp(ln(a)) \times exp(ln(x)) = ax$. Ainsi $exp(ln(ax)) = exp(ln(a)+ln(x))$. Or la fonction *exp* est une bijection de ∇ dans $]0;+\infty[$ donc $ln(ax) = ln(a)+ln(x)$.

[6] L'importance de ce résultat est souvent soulignée. Bien que hors programme, ce résultat est présent dans certains ouvrages destinés aux terminales scientifiques : « *Nous aimerions que ce cours puisse rester l'ouvrage de référence du bachelier scientifique* » [Warusfel et alii, 2002].

2.3. Troisième méthode

Nous utilisons l'indication de l'auteur, qui a mis intentionnellement les parenthèses dans le sujet $ln(ax) = ln(a)+ln(x)$ pour les raisons indiquées dans les remarques initiales. Cette méthode a pour base l'équivalence entre la relation fonctionnelle et la constance (ou la nullité) d'une certaine fonction. Elle repose ainsi sur le choix d'une fonction constante à partir de la relation fonctionnelle.

Pour déterminer la fonction nous procédons par équivalence à partir de la relation fonctionnelle. Un premier choix consiste à écrire que, pour tous réels strictement positifs a et x, la proposition $ln(ax) = ln(a)+ln(x)$ est équivalente $ln(ax)-ln(a)-ln(x) = 0$. Nous obtenons ainsi une première fonction $f(x) = ln(ax)-ln(a)-ln(x)$ dont on doit montrer qu'elle est identiquement nulle. On peut procéder en trois étapes :

- f est la somme de fonctions dérivables (d'après le pré-requis). Elle est donc dérivable sur $]0;+\infty[$ et $f'(x) = 0$ d'après la propriété de dérivation d'une fonction composée ; ainsi f est une fonction constante i.e. il existe un nombre réel c tel que pour tout x de $]0;+\infty[$, $f(x) = c$;
- on a $f(1) = 0$ (pré-requis) ;
- donc la constante c est nulle et f est nulle.

On peut aussi remplacer l'égalité $ln(ax) = ln(a)+ln(x)$ par $ln(ax)-ln(x) = ln(a)$ et cela nous indique une deuxième fonction possible : soit g la fonction définie et dérivable sur $I =]0;+\infty[$ par $g(x) = ln(ax)-ln(x)$. On a $g'(x) = 0$, comme pour f ci-dessus. Ainsi, g est constante sur $]0;+\infty[$, égale à c. Puis $g(1) = ln(a)+ln(1)$. Comme, d'après le pré-requis $ln(1) = 0$, on a $g(1) = ln(a)$. Donc la constante c vaut $ln(a)$. D'où, pour tous x et a réels strictement positifs, $ln(ax)-ln(x) = g(x) = ln(a)$ C'est à dire $ln(ax) = ln(a)+ln(x)$ [7].

---

[7] Une variante de cette troisième méthode, consiste à utiliser explicitement le concept de primitive. On définit la fonctions h par $h(x) = ln(ax)$. La fonction h est composée de fonctions dérivables (pré-requis) est donc dérivable sur $]0;+\infty[$ et $h'(x) = a/(ax) = 1/x$. La fonction h est donc une primitive sur l'intervalle $]0;+\infty[$ de la fonction inverse $x \mapsto 1/x$, comme la fonction ln (pré-requis). Ces deux fonctions diffèrent d'une constante. Or, pour $x = 1$, on a $h(1) = ln(a)$ donc $h(x) = ln(x)+ln(a)$.

3. Écologie didactique : outils - concepts

3.1. Concept de pré-requis

Toute ROC débute par un pré-requis qui organise la restitution. Il établit ainsi un contrat d'évaluation. Mais de quel contrat s'agit-il ? Pour la plupart des professeurs de terminale S interrogés, le résolveur a l'obligation de l'utiliser dans sa démonstration. Ainsi le pré-requis ne se réduit pas à une hypothèse (surabondante ou pas), ni à une définition ou propriété qu'on admet. Il est plus proche du contrat implicite classique présent dans un enchaînement de questions dont la dernière question débute par « en déduire » : le contrat de la ROC pourrait paraître, de ce point de vue, quasiment identique à celui proposé à l'élève qui aborderait cette dernière question en admettant les résultats précédents.

Cette caractéristique révèle cependant plus qu'une modification mais une rupture de contrat didactique. En effet, dans le secondaire, les élèves ont l'habitude de pouvoir utiliser tous les résultats de cours pour répondre à un exercice : le « réservoir » de leurs connaissances constitue leur corpus personnel de pré-requis. Le résolveur doit être conscient d'une nouvelle règle, d'un jeu un peu formel, qui modifie le contrat d'évaluation. La ROC servant de base à notre analyse en est une bonne illustration. La première méthode de résolution exposée ci-dessus utilise la technique du changement de variable affine qui n'est pas au programme du cycle terminal. La deuxième méthode fonctionne au niveau de la classe de terminale. Mais, en exploitant les propriétés fonctionnelles de l'exponentielle, elle n'utilise pas les pré-requis, et se trouve donc hors contrat d'évaluation. L'obligation d'utiliser les pré-requis condamne le résolveur à laisser de côté la deuxième méthode et tend à refermer la ROC.

Cette rupture nécessite une modification des « réflexes » acquis lors de l'apprentissage, pour mettre en œuvre le nouveau contrat didactique : « tout pré-requis doit être utilisé pour répondre à l'exercice ». Ce nouveau contrat est maintenant clairement perçu des candidats au baccalauréat en Guadeloupe.

Face à cette ROC, en fonction des choix didactiques de son enseignant de terminale[8], l'élève se trouve soit devant une démonstration déjà vue soit devant un exercice inédit. Dans le premier cas, il doit reconstruire la démonstration. Cela devrait impliquer de nier la connaissance acquise pour pouvoir se mettre dans la condition de la restitution au sens étymologique du terme c'est-à-dire « remettre en son état premier le texte du savoir ». Le pré-requis a cette vocation, nier l'appropriation du savoir par l'élève et remettre en oeuvre la dialectique « outil/objet » [R. Douady, 1986] à son origine. Mais le pré-requis fonctionne plutôt comme un palliatif à l'altération ou à l'oubli des souvenirs : « *La raison de*

[8] Comme le montre l'analyse des programmes présentée plus haut.

l'oubli des souvenirs *tient dans le fait qu'ils ne peuvent être restitués à l'identique, comme s'ils étaient stockés sans altération dans « un entrepôt du cerveau », mais qu'ils doivent être reproduits. Or,* ***reproduire n'est pas retrouver****, mais* ***reconstruire****. Mais l'univers cognitif des élèves a changé ; la venue de nouveaux ostensifs et non ostensifs a modifié l'univers de l'élève* » [Y. Matheron, 2000].

Dans le second cas, l'élève doit partir du pré-requis pour construire sa démonstration. Il doit reconstruire son savoir autour de la question, c'est une des caractéristiques de la Méthode de Descartes comme le montre A. Mercier[9]. Cette caractéristique répond au *principe de Papert* énoncé par M. Minsky : « *certaines étapes les plus cruciales du développement mental sont fondées non pas seulement sur l'acquisition de nouvelles compétences mais sur de nouveaux processus administratifs de ce que nous connaissons déjà »* [M. Minsky, 1988]. Nous posons alors la même question que celle de C. Silvy[10] : *« la ROC ne serait-elle pas essentiellement une procédure d'évaluation formative introduite dans une épreuve sommative ?* »

Cependant, dans ces deux cas, le pré-requis permet au résolveur d'être dans les conditions d'une *pratique cartésienne* avec un minimum de pas de raisonnement à effectuer. Cette organisation rend (en principe) la ROC « comestible », en termes de temps et de difficulté, pour un élève candidat au baccalauréat.

3.2. Notion de site mathématique

Nous partons de la notion de site mathématique proposée par P. Duchet et K. Erdogan : « *le champ des objets mathématiques dont l'étude se révèle pertinente ou est supposée telle pour la connaissance d'un objet scientifique donné, O, peut être considéré comme un réseau d'objets et de relation, le site mathématique de O. Certains de ces objets et relations sont visibles, d'autres sont cachés[11]. »* Pour chaque sujet en position résolveur, le site mathématique se présente sous forme d'un champ de signification, d'investigation et d'expérience qui doit être suffisamment stable, à son échelle, pour conférer à son étude un référentiel fiable.

Pour nous, un site mathématique s'organise autour de plusieurs champs d'analyse dont les deux premiers sont donnés par lecture experte du sujet.

- Le « **substrat** », terreau de la question, les « **choses »** sont des implicites, naturalisés, préconstruits, des notions protomathématiques ou paramathématiques pour le niveau étudié ; elles peuvent relever du

[9] Dans A. Mercier (2001), Descartes : le temps de la construction du savoir, *L'Ouvert* 103, 14–24.
[10] Poster et séminaire, 14ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, ARDM, 2006, Sainte Livarde.
[11] Traduction des auteurs du texte publié dans [P. Duchet & K. Erdogan, 2006].

vocabulaire (non forcément explicité au niveau étudié) de la logique, de la théorie des ensembles ou bien des codages usuels en mathématiques ; par exemple, dans la ROC étudiée, l'égalité, les quantificateurs en font indiscutablement partie ; elles peuvent relever, également, de « procédés », de méthodes (au sens usuel) ou de stratégies de démonstration. Ainsi le substrat n'appelle pas de mathématisation pensable, dans l'institution concernée ;

– les **objets mathématiques** sont des non ostensifs *: « Nous avons utilisé le mot « objet » surtout pour désigner les concepts mathématiques qui font l'objet d'étude (...) De cette manière nous pouvons penser qu'un site mathématique est constitué d'abord des objets principaux dont l'étude fait appel à une multitude de concepts. »* [K. Erdogan, 2006] ; ainsi, les nombres réels, la fonction logarithme constituent des objets de la ROC sujet de notre étude ;

– les **techniques** viennent ensuite qui sont *les manières* de faire, permettant d'utiliser les objets comme des outils. Elles sont entendues ici au sens de propriété mathématique, théorème en général, figurant éventuellement dans les pré-requis, justifiant une étape de la démonstration demandée dans la ROC étudiée. Elles sont des méthodes routinières efficaces et peuvent varier dans les différentes solutions ;

– nous distinguerons enfin, dans cette ROC, deux niveaux d'analyse conceptuelle. Les **technologies** ou **concepts 1** permettent de justifier les techniques. C'est la technologie [Y. Chevallard, 1985]. Elles constituent le premier niveau de théorèmes justifiant les techniques ;

– les **concepts 2** constituent un deuxième niveau de notions ou de théorèmes justifiant les concepts 1.

Pour expliciter ces trois derniers champs d'analyse, et dans un contexte voisin de cette ROC, la technique justifiant l'étude du sens de variation d'une fonction par le signe de la dérivée pourrait être le théorème des accroissements finis (TAF), bien que ce ne soit pas la seule approche possible. Alors, une des technologies associées (ou concepts 1) pourrait être le théorème de Rolle, pourtant équivalent au TAF, mais que la progression place avant. Nous pourrions aussi considérer qu'une des propriétés des fonctions continues sur les segments, atteindre leurs extrema, est une technologie associée, tant le théorème de Rolle en découle immédiatement. Les concepts 2 seraient ceux plus généraux, englobant les champs mathématiques questionnés, comme la notion de continuité ou de compacité.

Remarque : au niveau d'analyse considéré, nous avons choisi de ne pas reprendre dans les concepts une part du substrat, par souci de lisibilité. Mais, nous restons conscients que, par exemple, le vocabulaire de la logique présenté ici comme « substrat » pourrait devenir concept dans une analyse plus fine qui viserait les méthodes de démonstration en la situant dans la théorie formelle des propositions.

3.3. Construction du site mathématique de la ROC (voir document 2)

Nous avons rejeté la première méthode de résolution par manque de connaissances de la part des élèves au niveau d'étude considéré et la deuxième pour rupture de contrat d'évaluation du concept ROC. En conséquence, nous limiterons notre analyse aux deux dernières méthodes.

Le substrat de cette ROC, déjà présenté pour l'essentiel dans la première lecture du sujet, relève du champ de la logique (égalité, équivalence, quantificateurs), des codages usuels mentionnés (notation d'une fonction et usage de l'alphabet en mathématiques), qui suggèrent une stratégie de démonstration. L'égalité « pour tous réels strictement positifs a et x, $ln(ax) = ln(a)+ln(x)$ » fait intervenir deux objets différents. L'un étant une propriété de la fonction *ln*, objet spécifique, l'autre celui des relations fonctionnelles, objet plus général, champ d'investigation en mathématiques.

Nous remarquons que la relation « pour tous réels strictement positifs x et y, $ln(xy) = ln(x)+ln(y)$ » a été remplacée par celle rappelée ci-dessus. Comme nous l'avons déjà écrit dans la première partie, cette figure rhétorique est un indice pour le résolveur. Cette modification de l'énoncé de la propriété de la fonction *ln* ou de la relation fonctionnelle permet de passer de deux variables à une variable et une constante. Elle indique que la clef du problème réside dans l'étude d'une fonction. Cela met en évidence de nouveaux objets, la somme et la composée de fonctions.

En rappelant que la fonction *ln* est dérivable, le pré-requis indique un autre objet, la dérivation, outil central de l'analyse fonctionnelle.

Enfin la notion d'intervalle et les nombres réels sont les derniers objets. Ils sont plus difficiles à voir car ils ne sont pas très présents dans le sujet (une seule fois). Pourtant ces objets sont fondamentaux dans la justification de la technique. Les nombres présents dans cette ROC sont soit des constantes spécifiées (1 par exemple), soit des constantes quelconques positives (a par exemple), soit des variables (x par exemple). Nous notons que certains de ces objets sont issus du cycle terminal, donc des objets récents pour le résolveur [C. Castela, 2008].

La dernière méthode fait appel à la même technique principale, la caractérisation des fonctions constantes par leur dérivée (caractérisation FCD). Nous pouvons l'énoncer ainsi : « soit I un intervalle et f une fonction définie sur I. La fonction f est constante sur I si, et seulement si, f est dérivable et f' est la fonction nulle sur I ». Pour atteindre cette technique, cette méthode passe par la mise en relation de plusieurs des objets : dérivabilité, dérivation de somme et de composée de fonctions. Les propriétés algébriques des fonctions dérivables (dérivabilité de la somme de fonctions dérivables, d'une fonction composée et calcul de ses dérivées) sont ainsi les principales justifications des hypothèses de la technique principale.

Remarquons que la justification principale de cette technique est un théorème admis. En effet, le fait que « toute fonction dérivable à dérivée nulle sur un intervalle non réduit à un point est constante », n'est pas justifiable en $1^{\text{ère}}$ S depuis le changement de programme 2002. En terminale elle n'est pas, à notre connaissance, enseignée depuis la disparition du théorème des accroissements finis (programme 1991).

Dans le but de rendre le site plus exhaustif, la recherche d'une démonstration possible en terminale S, qui contournerait les propriétés d'accroissements finis [A. Delcroix & C. Silvy, 2008], nous a conduits à un exercice illustrant le cours de première année d'un professeur de classe préparatoire. Cette démonstration utilise un principe de dichotomie, équivalent à la propriété des segments emboîtés (axiome de Cantor) et aux quatre propriétés suivantes :

- propriété de la borne supérieure : toute partie de ∇ non vide majorée admet une borne supérieure ;
- convergence des suites monotones bornées : toute suite réelle monotone bornée est convergente ;
- complétude séquentielle : toute suite réelle de Cauchy est convergente ;
- propriété de Bolzano-Weierstrass : de toute suite réelle bornée, on peut extraire une suite convergente.

D'autres démonstrations de la caractérisation FCD utilisent le principe de Lagrange (liant le sens de variation au signe de la dérivée) ou diverses variantes de l'inégalité des accroissements finis dont les démonstrations reposent notamment sur l'axiome de la borne supérieure ou sur la propriété de Bolzano-Weierstrass. Enfin, dans la programmation actuelle des programmes du supérieur, la caractérisation FCD se situe après les fonctions continues, au moment de l'étude des fonctions dérivables, comme corollaire de l'égalité des accroissements finis. Ce théorème est équivalent au théorème de Rolle dont la démonstration repose sur les propriétés des images compactes de segment par des fonctions continues, *in fine* conséquence des propriétés du corps des réels. Ainsi, toutes les démonstrations de la caractérisation FCD ont pour concept associé une des propriétés du corps des réels relevées ci-dessus, qui forment ainsi des *concepts 1* de la technique principale de cette ROC[12].

---

[12] La méthode proposée dans la note 7 est une variante de la troisième méthode basée sur la notion de primitive. La technique principale est remplacée par l'assertion suivante : « deux primitives d'une même fonction sur un intervalle *I* diffèrent d'une constante ». En effet, par définition, deux primitives *F* et *G* ont même dérivée. La fonction *F-G* a alors pour dérivée la fonction nulle. En appliquant la caractérisation des fonctions constantes par leur dérivée,

Remarque : Dans les programmes du secondaire précédant les années 1960, l'habitat de la notion de dérivée n'était pas le même : il était placé entre l'étude des variations des fonctions dites aujourd'hui de référence (monôme de degré au plus trois, fonction racine et homographique) et la notion de mouvement. En effet, la justification des variations des fonctions de référence ne nécessite pas l'utilisation du concept de dérivée.

Substrat, choses	Objets particuliers	Techniques	Concepts (1)	Concepts (2)
	Intervalle Nombres réels			Homéomorphisme de groupe difféomorphisme de classe C^∞
Equivalence Quantificateur	**Propriété de la fonction ln** **Relation fonctionnelle**		connexité, propriété de la borne supérieure	
Code : notation fonction Code : usage de l'alphabet en mathématiques		**Caractérisation des fonctions constantes par leur dérivée**.	Dichotomie Axiome de Cantor	***Propriétés de R***
Démonstration Egalité			**Th. des accroissements finis**	Fonction continue de la variable réelle **Th. de Rolle**
Stratégie			Principe de Lagrange	
			Inégalité des accroissements finis	
	Somme et composée de fonctions Dérivation	Somme et composée de fonctions dérivables		
		2 primitives d'une même fonction sur un intervalle I diffèrent d'une constante	Caractérisation des fonctions constantes par leur dérivée	Espace vectoriel des fonctions dérivables

Document 2 : Le site mathématique local de la ROC[13].

on obtient le résultat voulu. Dans cette méthode, la technique principale s'appuie donc sur la caractérisation FCD, qui en devient la technologie.

[13] Nous présentons le tableau de synthèse du site mathématique de cette ROC. Seuls les éléments principaux ont été représentés dans un souci de clarté. Les flèches indiquent les liens d'« inclusion » dans la justification, « à interpréter à peu près comme « pertinent pour » » [P. Duchet & K. Erdogan, 2006]. Les éventuelles flèches joignant des concepts d'une même colonne n'ont pas été marquées. Les mots en gras sont substrat, objets, technique, concepts attendus par l'institution. Nous invitons le lecteur, qui désire « fouiller » davantage le site, à se reporter à A. Delcroix & C. Silvy (2008), Fonction constante et dérivée nulle : un résultat si trivial…

Derrière ces technologies, on trouve les propriétés algébriques des espaces vectoriels ou des algèbres de fonctions, bien sûr hors programme du secondaire. La relation fonctionnelle de la fonction ln est la définition d'un homomorphisme du groupe $(\nabla^{*+}, \times)$ vers le groupe $(\nabla, +)$ appelé « isomorphisme fondamental du groupe multiplicatif ∇^{*+} dans le groupe additif de ∇ »[14] . Comme la fonction ln est dérivable sur *I*, de dérivée une fraction rationnelle ne s'annulant pas sur *I* comme l'indique le pré-requis, un raisonnement par récurrence permet aisément de montrer qu'elle est de classe C^{∞}. Nous sommes donc en présence d'un difféomorphisme de classe C^{∞} qui est donc un des *concepts 2* de cette ROC.

4. Discussion

La construction du site mathématique d'un exercice induit un questionnement sur son écosystème mathématique, didactique et pédagogique. C'est essentiellement sur ces deux derniers aspects que porte notre discussion.

4.1. La ROC et l'enseignement des habiletés

Nous évoquions dans l'introduction la question de « la transparence » de l'évaluation par les ROC et plus particulièrement par celle objet de notre étude. Nous avons montré que le terme « organisée » de cette restitution possède deux niveaux, l'un mathématique, l'autre constituant « une mise en scène » du texte de l'énoncé. Le premier niveau montre l'importance de cette ROC au niveau mathématique, au centre des propriétés des fonctions de la variable réelle, dont elle exige une bonne maîtrise. Le deuxième niveau est destiné à aider les élèves : il évoque des habiletés mathématiques pour reconnaître l'usage du *a* et du *x*, de la notation *ln*(*x*) ainsi que des autres notions protomathématiques et para-mathématiques de l'énoncé. L'évaluation porte donc à la fois sur la solidité des savoirs : *« une partie de restitution organisée des connaissances qui permet d'évaluer la solidité des savoirs scientifique »*[15] et sur les habiletés mathématiques du candidat. Nous nous questionnons sur l'enseignement de ces habiletés. Se fait-il par l'exemple, par ostension[16] ? Ou bien, ces habiletés sont-elles non enseignées ? Sans être en mesure d'apporter une réponse exhaustive en l'état actuel de nos travaux, nous pouvons apporter les éléments suivants. Les habiletés relevant du substrat paramathématique du site ne font pas toutes l'objet d'une prise en charge

---

[14] A. Lentin & J. Rivaud (1958), *Éléments d'algèbre moderne*, Vuibert, Paris.

[15] Rapport-n°2007-090 Novembre 2007, inspection générale de l'administration, l'éducation nationale et de la recherche : *La série scientifique au cycle terminal du lycée : articulation avec le cycle de détermination et orientation vers les études supérieures*.

[16] L'ostension est un enseignement basé sur l'observation : le maître montre, les élèves reconnaissent une propriété dont ils sont supposés capables de transférer l'emploi à d'autres contextes.

particulière dans le panel d'enseignants interrogés : si la prise en compte de recommandations institutionnelles est effectuée (par exemple celles concernant les notations fonctionnelles), la ROC n'introduit pas en elle-même de rupture à ce niveau. En revanche, les stratégies sont mises en valeur. Plutôt qu'enseigner la démonstration en elle-même, 30% des enseignants insistent sur l'enseignement des « astuces », des ruses. Ils font référence explicitement dans la ROC étudiée ici au fait qu'il faut se ramener à l'étude d'une fonction, qui est le point de départ de la deuxième méthode, celle attendue. Ainsi enseigner l'habileté, prise ici dans le sens de *mètis*, la ruse de l'intelligence [M. Détienne & J.P. Vernant, 1974], semble faire partie, pour les enseignants interrogés, du contrat imposé par la ROC. Du point de vue des élèves, un enseignement qui lève les implicites de certaines habiletés permet de ne plus penser l'acronyme ROC au sens de « dur comme du rocher » mais au sens de « ROC, cœur du raisonnement ».

4.2. Les autres caractéristiques de la ROC

Par ailleurs, les caractéristiques de la ROC évoquée dans cet article sont au nombre de quatre. En premier lieu, cette ROC se situe à la fin de l'apprentissage, au moment où l'élève peut réécrire partiellement *un texte du savoir* : la « restitution des connaissances ». Traditionnellement, le cours écrit du professeur constitue le texte du savoir de la classe. Au XIX^e^ siècle ou au début du XX^e^, le cours est typographié en écriture manuelle, composé d'une suite de théorèmes et comporte de nombreux commentaires : c'est un discours. Dans les années 2000, le cours n'est pas toujours transmis en totalité. Sa construction, se faisant en partie au travers d'activités, devient partiellement du domaine privé, appartenant à l'élève. Ainsi, une ROC peut tendre à faire ressurgir ce souffle du discours, le « logos ».

Le nouveau contrat d'évaluation engendré par le pré-requis est la deuxième caractéristique de cette ROC. Le pré-requis induit la troisième, qui est de permettre au résolveur d'être dans les conditions d'une certaine pratique cartésienne. Les enseignants le prennent en compte sinon dans la résolution de ROC du moins dans les activités liées aux démonstrations : soit au début de la construction d'une démonstration[17] : « J'ai annoncé le plan de la démonstration, les étapes parce que ce qui est important c'est de structurer la démonstration, qu'elle prenne du sens aux yeux des élèves » ; soit à la fin : « Quand on a fait la démonstration, on cherche les points clefs ; on revoit le cheminement ». Dans les ROC, cette pratique cartésienne est obtenue par reconstruction, soit par *oubli des souvenirs,* soit par réorganisation *des savoirs connus de l'élève autour de ce problème*. C'est bien une méthode qu'on peut rapprocher de celle de Descartes : *« Le rapprochement entre les deux textes de Descartes montre que la réorganisation des connaissances qu'il mène selon la méthode, lui permet de produire des réponses - inconnues jusqu'alors - aux*

[17] Les propos des collègues interrogés sont entre guillemets et en caractère droits.

problèmes mathématiques qu'il se pose : la méthode cartésienne décrit la manière de s'enseigner soi-même ce que l'on ignore, dès lors que l'on peut comprendre son ignorance dans le cadre de pensée des savoirs existants, réorganisé à cet effet. » [A. Mercier, 2001].

En outre, dernière caractéristique, la ROC peut permettre un certain dépaysement du programme par une autre entrée, comme en témoigne une enseignante : « C'est vrai que j'ai traité les plus difficiles à mon sens au début. Celles qui tournaient autour du logarithme où, finalement, il y a une multitude de points d'entrée. » (C'est nous qui soulignons.) L'enseignante interrogée ne dégage pas encore explicitement le site mathématique de la ROC étudiée : mais, de manière implicite, elle est amenée à en utiliser les éléments. Ceci motive, pour nous, une autre phase de ce travail, dans laquelle la construction du site mathématique sera au cœur de l'activité[18].

4.3. Les ROC et l'évolution des pratiques

Enfin, l'introduction de la ROC dans l'évaluation terminale peut répondre, au moins partiellement, aux attentes de l'institution. En effet, la ROC induit une modification des pratiques en introduisant obligatoirement davantage de démonstrations dans le cours du professeur.

C'est le cas pour l'ensemble des enseignants interrogés ayant en charge une classe de terminale. Ils se positionnent tous dans un rôle bipolaire de « manageur » et d'organisateur. Le professeur/manageur pose des questions incisives à la classe pour guider, éclairer ou réfuter les pistes possibles de démonstration. Le professeur/organisateur planifie le schéma de la démonstration et structure la rigueur du discours mathématiques. Cette volonté commune cache cependant des pratiques hétérogènes dans la gestion du temps concernant l'activité démonstration, dans le choix des habiletés nécessaires pour comprendre la démonstration et dans l'aide fournie aux élèves pour conserver la ou les traces génératives de la démonstration. Par exemple pour une gestion efficace du temps, un professeur, par l'usage raisonné de polycopié du formulaire du cours, place la démonstration au centre de sa pratique. D'autres utilisent le travail hors temps scolaire pour préparer les séances de démonstration, d'autres réaménagent certaines démonstrations en

[18] Ce travail sera notamment mené avec les étudiants et stagiaires (ou les futurs étudiants de master) de l'IUFM de Guadeloupe. Pour les étudiants préparant les concours (ou pour les futurs étudiants de première année de master), il s'agira d'étudier si la construction du site local d'une notion leur permet de mieux appréhender sa place dans le curriculum et dans l'univers mathématique, pour construire leur argumentation pour les épreuves orales et se placer en situation d'enseignant. Pour les stagiaires (ou bien les futurs étudiants de seconde année de master), l'accent sera mis sur l'intervention du site pour la construction de séquences en classe.

une ROC. Enfin, un dernier amène dans le cadre du cours un outil didactique, l'organigramme. Tous se posent cependant la question du coût de ce nouvel enseignement et de son efficacité pour les élèves non spécialistes de mathématiques. Un seul le rejette en ces termes : « En évaluation, si je demande une démonstration de cours… c'est le vide, là j'exagère : il y a 4 réponses pour 29 élèves. J'y passe énormément de temps et j'ai l'impression que cela augmente mon échec ». Cependant, tous font part du rôle actif des quelques élèves de bon niveau, les autres élèves suivent le débat en essayant de comprendre. Ces interrogations sur le coût de ce nouvel enseignement trouvent une réponse en 2008-2009 chez trois des enseignants. Ils abandonnent totalement l'enseignement de la démonstration systématiquement remplacée par une ROC. Ce faisant, ils pratiquent une sorte de détournement classique, qui consiste à faire piloter son enseignement par la forme que prend l'évaluation certificative plutôt que par l'objectif assigné par l'institution à cette forme d'évaluation. Cependant, dans la réalité de la classe, l'évaluation ROC donne un espace où l'apprentissage de l'argumentation existe.

5. Conclusion

Au final, la cohérence institutionnelle de l'objet ROC nous semble malgré tout réelle. L'organisation de la restitution par le pré-requis semble bien permettre, pour les enseignants interrogés, la mise en place d'une démarche cartésienne, même limitée, chez les élèves : en agissant comme *l'os de Cuvier*[19], le pré-requis permet la reconstruction du discours mathématiques. Les stratégies de démonstration, sur lesquelles les enseignants mettent l'accent, interviennent comme les habiletés, *la mètis*, nécessaires à cette reconstruction et contribuent à la construction du sens chez le résolveur.

Enfin, au-delà de l'exemple étudié ici, nous espérons avoir montré que la construction effective d'un site mathématique permet de réinterroger un exercice, une activité, une notion mathématique, en donnant à l'étude un cadre de référence pertinent, permettant de les resituer dans leur écosystème mathématique. Ainsi, en utilisant cet outil structurant, l'enseignant peut redonner dans son activité de préparation du cours et dans la pratique de classe, cohérence et sens au discours mathématique que les contraintes (liées à l'organisation curriculaire, à l'institution scolaire) peuvent avoir affaibli.

[19] qui aurait permis au célèbre paléontologue la reconstruction d'un mastodonte à partir d'un de ses os [G. Magen, 2006].

Bibliographie

BARBIN, E. & alii (2006), *Histoires de logarithmes*, Ellipses, Paris.

BROUSSEAU, G. (2001), Les propriétés didactiques de la géométrie, dans *Actes du 2ième Colloque de Didactique des mathématiques (Rethymnon, Crète, Grèce*, Université de Crète, Rethymnon*)*, 67–83.

CASTELA, C. (2008), Approche didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes, dans *Perspective en didactique des mathématique, Cours de la XIIIème École d'été de didactique de mathématiques* (Eds Rouchier, Bloch, La Pensée Sauvage, Grenoble), 89–114.

CAUTY, A. (1984), Tropes et figures du discours mathématique, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* **5.1**, La pensée sauvage, Grenoble, 81–128.

CHEVALLARD, Y. (1985), *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*, La pensée Sauvage, Grenoble (1991 : 2ème édition).

DAVID, B. (2000), *Équité et arrangements évaluatifs. Certifier en E.P.S.*, INRP, Paris.
http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/documents-travaux-recherche-education/david/equite/accueil.html

DELBOS, G. & JORION, P. (1984), *La transmission des savoirs*, Maison des Sciences de l'Homme, Paris.

DELCROIX, A. & SILVY, C. (2008), Fonction constante et dérivée nulle : un résultat si trivial…, *soumis*.
http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00318449/fr/

DÉTIENNE, M. & VERNANT, J.-P. (1974), *Les ruses de l'intelligence – la mètis des Grecs*, Flammarion, Paris.

DOUADY, R. (1986), Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* **7.2**, 5–31.

DUCHET, P. & ERDOGAN, K. (2006), Pupil's autonomous studying: From an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis, dans *Proceedings of the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Ed Bosch), 663–674, Publication électronique.

ERDOGAN, K. (2006), *Le diagnostic de l'aide à l'étude en mathématiques,* Thèse de doctorat, université de Paris 7.

LENTIN, A. & RIVAUD, J. (1958), *Éléments d'algèbre moderne*, Vuibert, Paris.

MAGEN, A. (2001), Le projecteur rhétorique, *Repère,* **45**, 24–54.
www.univ-irem.fr/commissions/reperes/consulter/45**magen**.pdf

MAGEN, G. (2006), *Du radical du sens,* Presses du Lema, Université de Paris 8, Saint-Denis.

MATHERON, Y. (2000), *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée quelques exemples,* Thèse de doctorat, université de Provence.

MAUSS, M. (1950), *Sociologie et anthropologie,* Quadrige/Presse Universitaires de France, Paris (1997 : 7ème édition).

MERCIER, A. (2001), Descartes : le temps de la construction du savoir, *L'Ouvert,* **103**, 14–24.

MERCIER, A. (2002), La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques, *Revue Française de Pédagogie,* **141**, 135–171.

MERCIER, A. (2003), Évaluer et comprendre les effets des pratiques pédagogiques. *Conférence au PIREF* (UMR ADEF).
http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/form_formateur/documents/Piref_Mercier.pdf.

MINSKY, M. (1998), *La société de l'esprit,* Inter Editions, Paris.

PERISSOL, A. (2005), *Rapport d'information déposé en application de l'article 145 du règlement par la commission des affaires culturelles, familiales et sociales sur la définition des savoirs enseignés à l'école*, enregistré à la Présidence de l'Assemblée nationale le 13 avril 2005.

WARUSFEL, A. & *alii* (2002), *Mathématiques – cours et exercices, Analyse*, Vuibert, Paris.

CHRISTIAN SILVY & ANTOINE DELCROIX
IUFM de Guadeloupe
Morne FERRET
BP 517
97178 Abymes Cedex (Guadeloupe)
christian.silvy@iufm.univ-ag.fr
antoine.delcroix@iufm.univ-ag.fr