MONIQUE PARIÈS

CIRCULATION DU SAVOIR EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES : QUELLES VARIABILITÉS DANS LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS ? ÉTUDE DE CAS

Abstract. The circulation of knowledge in mathematics classes: what variability in teachers' practices? A case study. From a case study comparing the same teacher acting in two different mathematics classes of the same age but different levels, we try to analyze the variability of the ways by which the teacher supports the pupils' work, particularly through his or her speech. We suggest that the differences that can be observed actually represent a differentiation of the tasks offer provided by the teacher to the two classes. We then challenge these first results with a few other cases.

Résumé. A partir d'un exemple comparant le même enseignant dans deux classes différentes, nous tentons d'établir un diagnostic des variabilités de la manière selon laquelle l'enseignant accompagne le travail des élèves en classe de mathématiques, particulièrement à travers son discours. Nous suggérons que les différences effectives relevées peuvent être source de différenciation dans leur accès aux connaissances. Nous confrontons ensuite nos premiers résultats à quelques autres cas.

Mots-clés. Pratiques des enseignants, discours, activités possibles des élèves, circulation du savoir, animation du scénario, différenciation, élèves défavorisés.

Nous nous intéressons, dans cet article, au travail mathématique des élèves tel qu'il est provoqué par l'enseignant, en classe, en essayant de traquer des différences éventuelles. Il s'agit de contribuer à établir un diagnostic des variabilités de la manière dont l'enseignant accompagne ce travail dans la mesure où l'activité des élèves et leurs apprentissages peuvent en dépendre. Nous utilisons l'expression circulation du savoir pour caractériser tout ce qui, s'ajoutant à la donnée des énoncés d'exercices ou de cours, contribue au travail mathématique des élèves pendant les déroulements en classe. Elle traduit l'animation que l'enseignant organise pour son scénario. Y participent les discours de l'enseignant, et tous les échanges collectifs sur les mathématiques, mais rapportés à leur condition de production. Cette circulation, en grande partie révélée par les analyses du discours mais qui dépend aussi des formes de travail des élèves, nous intéresse dans la mesure où elle influence les cheminements individuels des élèves dans leur travail mathématique.

Ce travail est déduit de l'analyse de leurs activités possibles déduites elles-mêmes de la confrontation entre les tâches *a priori* et les déroulements, en prenant en compte les aspects fins du discours de l'enseignant. Pour une tâche donnée, les différences repérables dans le travail des élèves sont certes liées à la composition

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 15, p. 9 – 44.

des classes, au niveau mathématique des élèves ainsi qu'au scénario dans lequel la tâche s'insère. Cependant nous soupçonnons que l'enseignant peut simultanément et paradoxalement aider, freiner, réduire, restreindre les apprentissages, que cela peut se traduire au niveau de son discours et c'est l'objet de notre traque.

Ainsi, cette analyse faite à partir des pratiques enseignantes nous éclaire-t-elle sur leurs variabilités et nous permet d'envisager des alternatives éventuelles.

Nous partons d'un exemple permettant de comparer le même enseignant dans deux classes différentes et confrontons ensuite nos premiers résultats à quelques autres cas.

Dans cet article nous précisons notre problématique et notre méthodologie avant d'aborder les exemples évoqués ci-dessus.

1. Cadre général de l'étude et problématique

Nous reprenons à notre compte l'idée suivante exprimée dans Bucheton (2008) : si la question du savoir est permanente, la question de sa circulation est prioritaire. Cette médiation de la parole est « *épaisse : c'est un agir pratique, communicationnel, relationnel, réflexif* » (Bucheton et al., 2005).

Cette assertion traduit bien notre hypothèse, admise, que la manière dont est mis en circulation le savoir mathématique n'est ni seconde ni isolée, mais qu'elle doit être prise en compte d'entrée, de manière imbriquée à celle des choix de contenu : le discours de l'enseignant, en classe, peut modifier les activités des élèves ; c'est une variable essentielle des pratiques des enseignants.

1.1. La circulation du savoir, un double questionnement général présent dans les travaux antérieurs

Bianco et Bressoux (2009) montrent, à l'issue d'un travail portant sur l'effet « maître » à l'école primaire, que certaines attitudes en partie langagières des enseignants peuvent favoriser l'apprentissage des élèves. Expliciter, analyser et structurer les activités proposées aux élèves et ses attentes, enseigner explicitement des stratégies cognitives pour l'acquisition d'habiletés de haut niveau, faire des liens, adopter une position de guidage de l'élève en font partie.

Dans une étude portant sur différents types de guidage en milieu universitaire, Beney et Guinard (2004) indiquent qu'un guidage serré en suivant des consignes opératoires n'est pas inefficace. Cependant un guidage procédural doit être accompagné d'une activité de verbalisation concernant les problèmes à résoudre et les démarches utilisées.

Dupont note dans les actes du colloque sur « les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves » (2007), que « *l'enseignant expérimenté module sa place et gère l'interaction de façon à ce que puissent s'ouvrir des espaces langagiers coopératifs dans lesquels les enjeux du débat émergent et des apprentissages se construisent*. »

Dans le même ordre d'idée, ce qu'on appelle clarté cognitive est souvent invoqué comme pouvant avoir un effet sur les apprentissages. Toutes ces études amènent ainsi à postuler que ce que dit l'enseignant à propos de ce qu'ont à faire les élèves (pour nous leur travail mathématique) a une influence discriminante.

Réciproquement, partir des besoins exprimés ou devinés des élèves et donc s'attacher à les identifier à partir de leur engagement dans le travail, puis y répondre par des aides est une autre activité d'accompagnement des élèves. L'enseignant explique, structure, oriente, récapitule aux travers ses interactions avec les élèves. *« Savoir les (les élèves) écouter pour savoir leur parler et étayer au mieux leurs apprentissages est de première importance* » (Bucheton et al. 2005). Ainsi, *« une part importante de la professionnalisation se joue dans des gestes d'ajustements, d'écoute, de négociation patiente du sens des tâches, des situations, des savoirs avec les élèves dans leur différence*. » (Bucheton et al. 2005).

En particulier, on peut se demander si, pour certains élèves pour qui le langage aurait pour fonction principale la communication, y compris en mathématiques, les autres fonctions comme désigner précisément, décrire, démontrer, ne leur échappent pas. Cela peut nécessiter des interactions langagières spécifiques, inattendues, à partir d'expressions de leurs élèves révélatrices de registres inappropriés.

Ainsi en mathématiques, l'utilisation et l'intrication des différents langages, naturel, mathématique, symbolique et des différents registres, sont travaillées notamment par Duval (2006). Il insiste sur la non-transparence de certaines formulations mathématiques et sur la différence entre argumenter et démontrer. D'autres auteurs ont depuis longtemps mis en évidence la différence, quelquefois ignorée des élèves, du vocabulaire d'implication en mathématiques et en français (Gandit, 2001). La dimension pragmatique telle que l'approche Durand Guerrier (2005) peut aussi nous aider à interroger davantage la manière d'énoncer les mathématiques et tout ce qui concerne les preuves, spécificité s'il en est des mathématiques. Nous ne la considérons pas encore dans notre travail.

1.2. Les analyses que nous adoptons

Notre analyse des pratiques de l'enseignant en classe nous permet d'approcher la circulation du savoir mathématique qu'il organise.

Nous adoptons la problématique d'analyse de pratiques développée par Robert et Rogalski (Robert et Rogalski, 2002, 2008 ; Robert 2005, 2008) inscrite dans le cadre de la théorie de l'activité (Rogalski, 2008) et imbriquant didactique des mathématiques et psychologie ergonomique. Ainsi pour analyser les pratiques des enseignants nous prenons en compte à la fois leur but, les apprentissages des élèves (conceptualisation) et les contraintes qu'impose le métier d'enseignant (enrôlement des élèves, respect des programmes, *etc*). Nous étudions ces pratiques à partir de séances en classe et des activités que l'enseignant y déploie. Nos observables sont les tâches proposées aux élèves et les déroulements tels que l'enseignant les organise : forme et nature du travail, chronologie, discours de l'enseignant.

Ainsi, pour étudier une séance en classe et y insérer les questions qui nous préoccupent, nous analysons d'abord les « itinéraires cognitifs » prévus, tâches définies par les énoncés des exercices donnés aux élèves et les formes de travail envisagées[1]. Ensuite nous mettons en relation les tâches proposées et les déroulements organisés par l'enseignant en classe[2] : nous déduisons de ce scénario les activités possibles que les élèves peuvent développer. Enfin nous analysons, dans le contexte précis ainsi dégagé, l'animation du scénario que l'enseignant met en jeu, qui donne à voir la circulation du savoir recherché.

1.3. Le détail du discours de l'enseignant

L'étude du discours détaillé de l'enseignant nous aide à lire et relier à la fois l'objet et l'objectif de ses interventions, le discours analysé étant systématiquement rapporté au savoir en jeu au moment où il est rapporté.

Dès notre travail de thèse nous nous sommes penchée sur le discours de l'enseignant de mathématiques pendant les séances de classe, cherchant comment il pouvait influencer les activités possibles des élèves. En nous inspirant des analyses de Bruner (1983) nous avons associé des fonctions aux phrases prononcées par l'enseignant pour tenter de cerner au mieux ce qui se passe en classe (Pariès, 2004). Cette étude très systématique a montré l'existence de diversités et de régularités dans les discours des enseignants de mathématiques, intra et interpersonnelles, l'interprétation en était cependant difficile aussi avons nous essayé de réorganiser ces fonctions autour de ce que nous avons appelé avec Robert et Rogalski (2009) les actions langagières de l'enseignant. Plusieurs dimensions contribuent à renseigner cette recherche, les questions échangées, le « meta » (commentaires généraux sur les mathématiques et le travail à effectuer, Robert et Robinet, 1996), les actions langagières exprimées dans les phrases prononcées par l'enseignant,

---

[1] Cela correspond à la composante cognitive des pratiques.

[2] Cela correspond à la composante médiative des pratiques.

dans le contexte précis où elles sont énoncées. La méthodologie correspondante est présentée ci-dessous.

Dans nos analyses, les rôles de l'enseignant et des élèves ne sont pas symétriques compte tenu en particulier de la faible participation des élèves à toutes les séances étudiées où le discours et le pilotage de l'enseignant sont déterminants. Ainsi il ne s'agit pas à proprement parler d'action conjointe comme dans Sensevy et Mercier (2007).

1.4. Circulation du savoir et élèves en difficulté

Dans leur étude sur l'efficacité des classes dans l'enseignement secondaire, Opdenakker et Van Damme (2009) reprennent cette idée de l'importance de la composition des classes sur les pratiques de classe pour expliquer les différences de performance entre classes. Se pose alors la question des relations entre ces deux variables. Autrement dit, l'enseignant adapte-t-il sa pratique à la classe et comment le fait-il ?

L'étude du discours de l'enseignant semble d'autant plus pertinente pour les élèves en difficulté que les dernières recherches identifient des causes de difficulté dont le dépassement relèverait d'actions langagières spécifiques comme l'identification de l'objet de savoir ou la prise en compte explicite de la différence des registres langagiers.

La composition sociale des classes et les représentations qu'en ont les enseignants peuvent influer aussi sur leurs pratiques. Les difficultés des élèves et leur prise en compte peuvent être anticipées par l'enseignant. Crinon, Marin et Bautier (2008) avancent qu'une « *part des ajustements qu'ils* [les enseignants] *pratiquent relève d'adaptations, souvent à leur insu, aux caractéristiques représentées des élèves et à ce qui constitue davantage une aide au fonctionnement général de la classe et à son atmosphère qu'aux élèves eux-mêmes et à leurs apprentissages. Il en est ainsi de l'évitement de l'écrit dans les classes ou pour les élèves qui sont peu à l'aise avec l'écrit ou l'écriture, de la dénivellation et/ou du morcellement des tâches pour les rendre plus aisées, de tâches de repérage et de classement dans des colonnes ou tableau qui éludent le travail réflexif qui permet de conclure sur la règle.* »

1.5. Problématique précise du travail : tâches, circulation du savoir, aides, variabilité - Vers une interprétation en termes d'offre différentielle de conceptualisation pour les élèves

Nous étudions la circulation du savoir dans un certain nombre de classes contrastées, à partir de l'organisation et de l'accompagnement effectifs du travail mathématique des élèves en classe et plus particulièrement à travers le discours de l'enseignant. Notre travail contribue ainsi à donner quelques pistes sur la question de la variabilité des pratiques enseignantes en mathématiques selon la composition des classes. En effet, l'analyse *a priori* des tâches proposées aux élèves et celle *a posteriori* du déroulement effectif aménagé par l'enseignant, dont l'animation précise du scénario, nous permettent de comprendre comment peut se construire de manière différentielle l'aide aux élèves et de suivre le fil du projet de l'enseignant tel qu'il le conduit. Le projet de l'enseignant se traduit par l'élaboration d'un scénario (a priori) à appliquer en classe. Ce scénario comprend l'ensemble ordonné des cours et exercices et la gestion des séances, prévue a priori. Le chercheur peut être amené à le reconstituer à partir de documents plus ou moins détaillés. Ce scénario révèle l'itinéraire cognitif prévu pour les élèves, constitué de l'ensemble des activités à proposer aux élèves. Cependant ce travail du chercheur sert aussi à repérer les acticités possibles, celles qui importent finalement. Elles dépendent des adaptations de leurs connaissances qu'ils ont à mettre en œuvre pour résoudre une tâche (reconnaissances de modalités d'applications, introductions d'intermédiaires, mélanges de cadres, *etc*.) a priori mais aussi compte tenu des déroulements. Elles dépendent du travail effectif des élèves, a priori et compte tenu de ce qu'ajoute l'enseignant en classe, des formes de travail des élèves, de son repérage de leur travail. Elles dépendent aussi, à l'issue de ce travail, de la proximité plus ou moins grande entre ce qu'ont fait les élèves, ce qu'ils peuvent « entendre », et ce que dit l'enseignant.

Certaines interventions que nous appelons aides peuvent influer directement sur les activités possibles des élèves. Elles sont toujours en relation avec l'interprétation du travail des élèves, de leurs interrogations, *etc*.

Ces aides données à l'oral, pendant des recherches d'exercices, fréquentes en classe de mathématiques peuvent avoir une influence différente et complémentaire sur les activités des élèves, et selon le moment où interviennent elles ont plutôt une fonction procédurale ou une fonction constructive.

Les aides qui ont une fonction procédurale jouent sur les tâches prescrites elles-mêmes et peuvent modifier les activités mathématiques des élèves par rapport à celles prévisibles à partir de l'énoncé. Par exemple, lorsque les élèves semblent « bloqués » pour poursuivre une division après la virgule, l'enseignant indique la procédure : « *Quand on n'a plus assez de chiffres au dividende, on met un 0 et on met une virgule* ».

D'autres aides qui ont une fonction constructive ajoutent quelque chose entre le travail de l'élève et la construction (espérée) de la connaissance qui pourrait en résulter. Une aide dont la fonction est constructive serait ainsi un intermédiaire explicite apporté par l'enseignant, entre un travail mathématique des élèves, collectif ou non, et l'activité qui peut en résulter (Pariès et al., 2009). Les bilans, les récapitulations que fait l'enseignant, en lien avec le travail des élèves, peuvent devenir des aides constructives.

La frontière entre ces deux fonctions des aides est cependant mince. En fait, la distinction peut ne pas concerner de façon analogue tous les élèves. Des facteurs individuels influent sur ce qu'une aide peut produire chez un élève ; la tâche, le travail de l'élève, le moment où l'aide est donnée, sa nature ont leur importance. En effet, une aide donnée assez tôt, dont la fonction est procédurale peut être constructive pour certains élèves qui auront à utiliser un raisonnement identique dans la suite par exemple.

Nous allons maintenant présenter notre méthodologie précise, qui nous permet de traquer ce qui est en jeu dans la circulation du savoir à partir de l'analyse a priori des tâches.

2. Méthodologie

Nos analyses se font à partir de séances filmées et/ou enregistrées puis transcrites. Nous utilisons la méthodologie développée dans Pariès, Robert, Rogalski (2009) et dans Robert (2005) mais en l'adaptant à une reconstitution voulue plus qualitative que dans les premières recherches, pour mieux cibler les différences recherchées.

Comme ci-dessus, nous imbriquons deux actes, les analyses des tâches et déroulements (actes 1 et 2)[3] après avoir précisé auparavant des éléments (en particulier le rapport entre ce qui est nouveau et ce que les élèves ont déjà travaillé) concernant la notion étudiée, les programmes en vigueur, l'objectif de l'enseignant qui donnent sens à l'ensemble. C'est par l'intermédiaire du discours de l'enseignant dans sa globalité que nous reconstituons les différentes phases de la séance : mise au travail, enrôlement et maintien dans l'activité, recherche, correction et bilan.

Nous nous restreignons aux phases collectives du travail des élèves sur une tâche donnée pour une étude de la circulation du savoir, notamment à travers le discours détaillé de l'enseignant pour animer son scénario.

Mais pour décrire de manière différentielle la prise en compte du travail des élèves avec ses retombées sur leurs activités possibles, nous avons recours à des indicateurs globaux, comme les aides apportées aux différents moments du travail des élèves, directes, indirectes, générales ou particulières, et le filage du projet de l'enseignant, c'est-à-dire ce qui transparaît de son suivi, tout au long de la séance. L'enrôlement des élèves, leur maintien dans l'activité, l'exploitation de leur travail en sont des éléments fondamentaux. D'autres auteurs comme Bucheton (2008) évoquent, dans un sens proche, le « pilotage » de la leçon et le « tissage » mis en place.

[3] Nous n'y revenons pas ici.

Ainsi nous différencions, dans chaque phase, les interventions strictement mathématiques et les discours « méta », plus généraux. Nous dégageons tout ce qui concerne l'enrôlement des élèves, questions et autres. Nous comparons la nature et la forme des aides données aux élèves compte tenu du moment où elles sont données et de leur insertion dans leur travail, y compris pour conclure, compléter ce travail.

Différentes fonctions des actions langagières peuvent intervenir dans l'analyse du chercheur, mais sans être repérées systématiquement ici (cf. Pariès et al *ibid.*) : l'information, l'orientation, les justifications, les récapitulations, les bilans, l'interprétation.

Nous précisons la méthodologie associée à l'étiquetage des principales catégories d'analyse qui vont intervenir dans la suite.

2.1. L'enrôlement des élèves

L'enrôlement des élèves peut prendre des formes différentes. Il peut s'agir d'une interpellation nominative ou non des élèves. En font partie les interventions ayant les fonctions suivantes :

- l'engagement : le professeur interpelle explicitement les élèves : *« Alors R. vous allez faire la suite »*[4],
- la mobilisation de l'attention : *« N'écoutez pas les bêtises qu'on peut vous dire et réfléchissez à ce que vos faites »*.

Toutes les interventions de l'enseignant participent à l'enrôlement des élèves mais les questions en sont une explicitation directe.

Les répétitions y contribuent également. Nous distinguons ici, comme le font Volteau, Garcia Debanc (2008) dans leur étude portant sur la reformulation, les auto répétitions d'une répétition (répétition par le professeur de ce qu'il a déjà dit), mais nous n'avons pas étiqueté différemment, les quasi répétitions, les répétitions modifiées par addition ou soustraction, les répétitions d'une amorce d'énoncé inachevé par l'enseignant des paroles des élèves.

Nous complétons ces indicateurs par l'indicateur mutualisation, qui se réfère exclusivement à un contenu mathématique (quel qu'il soit) et qui permet au professeur de faire partager la réponse d'un élève à tous :

« *Elève : Forcément ce sera un nombre impair.*

[4] Les citations sont, sauf indication contraire, issues du discours de l'enseignant observé. Nous précisons dans la suite de l'article le contexte.

Professeur : Forcément ce sera un nombre impair puisque tous les nombres pairs vont être divisibles par 2. »

2.2. Le discours « méta »

Nous qualifions de « méta » les discours sur les mathématiques (cf. ci-dessus). Le vocabulaire utilisé peut être banal ou mathématique. Il peut concerner les méthodes utilisées, des mises en relation que fait l'enseignant entre différentes parties du cours de mathématiques, différents exercices travaillés. Il peut permettre d'accéder à la façon dont l'enseignant fait appel à la mémoire des élèves de suivre aussi le fil de son projet (voir ci-dessous).

« Alors l'exercice qui était à faire pour aujourd'hui c'était donc un exercice qui utilisait les critères de divisibilité ».

2.3. Les aides

Nous avons déjà précisé que les aides sont toujours en relation avec le travail des élèves. Le professeur a identifié un besoin des élèves et y répond par une information, donnant la réponse attendue, orientant les élèves vers cette réponse ou demandant de la justifier. Nous considérons aussi que les récapitulations, les bilans qui font référence au travail des élèves sont des aides. Les aides procédurales, plus locales, visent à engager les élèves dans un travail immédiat alors que les aides constructives peuvent permettre aux élèves, même si leur travail n'a pas été terminé, de prendre une petite distance par rapport à leur action, en complétant, justifiant ou expliquant ce qui a été fait.

2.4. Suivi du projet de l'enseignant

L'étude du discours de l'enseignant nous permet, de manière plus globale, de suivre au plus près l'avancée de son projet, tout au long de la séance. C'est en effet la manière dont l'enseignant fait « vivre » son projet, pilote son scénario, qui nous intéresse, dans la mesure où les activités mathématiques des élèves en résultent. Nous attachons une attention particulière à la façon dont il structure sa séance c'est-à-dire énonce des ponctuations du travail des élèves en le caractérisant de diverses manières dans un ensemble plus vaste. Ce peut être par rapport à la résolution d'une tâche ou pour replacer ce qui est proposé dans son contexte. Le discours associé peut être « méta » ou non.

« Donc on avait travaillé sur un chapitre I en chiffre romain qui devait s'appeler diviser. Dans ce chapitre I on avait vu diviser quand on faisait un quotient entier avec un reste entier. Ensuite on avait vu un deuxièmement où on avait divisé avec un reste nul. Eh bien maintenant on va faire des divisions quand on a le droit d'aller après la virgule. »

Dans cet article, nous nous attacherons à comparer les discours de l'enseignant dans deux classes, discours qui se rapportent à des tâches initiales identiques, pour en repérer les différences et tenter de les interpréter.

Dans une première analyse nous comparons les discours d'un même professeur de mathématiques enseignant dans deux classes de sixième l'une « forte » (notée A), l'autre « faible » (notée B) d'un même collège de la banlieue parisienne. Nous dégageons quelques résultats que nous testons par l'analyse plus rapide d'autres séances, avec d'autres enseignants dans des classes difficiles ou non qui nous permettent de les élargir.

2.5. Mise en œuvre de l'analyse de la circulation du savoir

Cette analyse se fait à partir des transcriptions découpées en phases grâce au repérage, comme nous l'avons indiqué, de la succession des activités possibles des élèves. Une relecture de chaque intervention permet d'inclure dans la description des activités possibles des élèves les catégories ci-dessus. Cela contribue à donner accès à la manière dont l'enseignant ménage finalement chaque activité des élèves et, en particulier, fait « circuler le savoir » visé. Lorsqu'il s'agit d'une comparaison de la même séance dans deux classes, comme dans le premier exemple, la mise en regard des discours précis facilite ce travail du chercheur (cf. le tableau 2).

3. Les études de cas

Nous présentons brièvement pour chaque séance analysée le niveau scolaire des élèves et le type d'établissement ou de classe, les tâches proposées aux élèves et le déroulement organisé par l'enseignant. Nous détaillons l'étude du discours de l'enseignant pour une partie des séances de sixième et ne donnons que les résultats pour les autres.

3.1. Deux classes de sixième

Le professeur observé enseigne notamment dans deux classes de 6^{e} d'un même collège avec le même curriculum et approximativement le même nombre d'élèves (une trentaine)[5]. Le niveau de ces classes diffère ; il est repéré à partir des taux de réussite à une évaluation nationale[6] et les dossiers des élèves : l'une des classes

[5] La comparaison des discours de cet enseignant dans ces deux classes a été étudiée en 1999 dans un DEA de didactique des mathématiques non publié, avec une méthodologie différente (utilisation du logiciel lexico 1 pour quantifier le discours). Ces discours ont aussi fait l'objet d'une étude portant sur la stabilité des pratiques (Chappet-Pariès et al, 2008) qui concluait à de grandes invariances dans les déroulements des séances et la stabilité des pratiques des enseignants observés.

[6] Scores moyens de réussite : 65,5% dans la classe A, 49,2% dans la classe B.

(notée B) est plus « faible » que l'autre (notée A). Les observations ont été effectuées le même jour, le matin dans la classe A, l'après midi dans la classe B.

3.1.1. Le contexte

A. L'analyse des tâches

La séance qui s'inscrit dans un travail sur la division porte sur le même contenu dans les deux classes : la correction d'un exercice cherché à la maison par les élèves puis la recherche de deux exercices nouveaux. L'application des critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 est explicitement demandé dans le programme de sixième. C'est un travail nouveau alors que les élèves ont déjà abordé les divisions d'un entier par un entier à l'école primaire.

Pour plus de commodité, nous avons numéroté les tâches.

Énoncé de l'exercice à faire à la maison : tâche n°1

Voici une liste de dix nombres : 207 ; 815 ; 79 ; 116 ; 48 ; 135 ; 950 ; 29 ; 5 208 ; 360.

Faire un tableau comme ci-dessous et le remplir.

Divisibles	Nombres de la liste
Par 2	
Par 3	207
Par 5	
Par 9	207

Il s'agit d'utiliser correctement les critères de divisibilité par 2, 3, 5 et 9, vus la veille. La tâche consiste à appliquer à chaque nombre, de manière indépendante les différents critères de divisibilité. Ils sont de deux types : somme des chiffres et nature du chiffre des unités. L'exemple donné (207) contribue à clarifier ce que les élèves ont à faire.

L'exercice consiste à résoudre une succession de tâches simples et isolées mettant en jeu sur des nombres précis les critères exposés en cours.

Énoncé donné à l'oral : tâche n°2

Trouver des nombres non divisibles par 2, 3, 5, 9 mais divisibles par un nombre autre que lui même et 1.

La correction de la tâche n°1 peut servir à actualiser l'utilisation des critères. Aucun des nombres considérés dans cette tâche n°1 ne répond à la consigne. La tâche est complexe puisqu'elle demande l'utilisation conjointe et négative de tous les critères de divisibilité ; de plus il n'y a pas unicité de la solution. Aucun algorithme ni test a priori ne s'appliquent. Il s'agit de choisir un nombre qui ne vérifie aucun des critères révisés. Si certains critères comme la non divisibilité par 2 et par 5 sont relativement simples à mettre en œuvre, la non divisibilité par 3 l'est moins. L'ordre dans lequel les critères sont à envisagés est à prendre en compte. De plus si on ne retient que les nombres de deux chiffres (ce qui n'est pas indiqué par le professeur), seuls 49, 77 et 91 conviennent.

Enoncé donné à l'oral ; les divisions sont écrites au tableau : tâche n°3

Effectuer les divisions suivantes et les poursuivre après la virgule jusqu'à ce que la division s'arrête ou jusqu'à ce que vous deviniez la suite.

118 : 66 ; 13 : 52 ; 376 : 5 ; 341 : 3 ; 45 : 8

Ce n'est que l'utilisation des tables de multiplication qui peut faire le lien entre les tâches n°2 et n°3.

La tâche porte sur des divisions déjà abordées à l'école primaire (connaissance ancienne : les observations datent de 1997 et les programmes en vigueur à l'école primaire sont ceux de 1995) mais comme la consigne de l'enseignant est « de les continuer après la virgule jusqu'à ce qu'on puisse dire quelque chose » ou « dire quelque chose d'intéressant » ou « dire quelque chose de malin », il y a là confrontation à quelque chose de nouveau, l'extension d'une technique opératoire en partie connue.

B. Le déroulement

Les tâches et l'ordre dans lequel elles sont proposées dans les deux classes sont identiques (les quotients obtenus sont ou non exacts et la difficulté n'est pas croissante). La séance dure 55 minutes.

Dans les deux classes, les élèves travaillent à leur place et sont interrogés individuellement ou collectivement. Lors de la correction de l'exercice cherché à la maison (tâche n°1), deux élèves sont sollicités au tableau pendant que le professeur circule dans la classe pour vérifier le travail ; la tâche n°2 est engagée à la suite de cette correction et les élèves n'ont aucun temps de recherche individuelle ; pour la tâche n°3, en revanche, un long temps de recherche individuelle est ménagé.

Cette chronologie est présentée dans le tableau 1 qui récapitule les durées observées pour les différentes phases de chacune des séances.

	A	B
Correction de l'exercice cherché à la maison (tâche n°1) par un élève au tableau. Dans la classe A, les autres élèves ne sont pas sollicités par des questions. Dans la classe B, les élèves répondent aux questions de l'enseignant pour remplir le tableau ce qui n'a pas été réussi d'emblée.	10 min	17 min
Remarques et travail collectif sur la tâche n°2. A partir d'une proposition d'élève, élargissement à la recherche de nombres premiers dans la classe A.	9 min	11 min
Divisions : présentation du travail et recherche individuelle (tâche n°3).	14 min	16 min
Correction collective de quelques divisions. Le professeur est au tableau et interroge des élèves à leur place.	10 min 30	7 min
Donnée du travail pour la fois suivante.	6 min	2 min

Tableau 1 : Chronologie du déroulement de la séance dans les deux classes.

Les mêmes phases de travail se retrouvent dans le même ordre dans les deux classes, néanmoins le temps passé à la première correction est différent : dans la classe B il est presque double (10 min dans la classe A et 17 min dans la classe B) car l'enseignant non seulement fait des remarques sur le travail à la maison (comme dans la classe A), sur le comportement (chewing-gum, coloriage, bavardage, retard à expliquer, *etc.*) mais il doit finalement corriger en détail l'exercice en demandant aux élèves la justification de tous les résultats.

Le temps consacré aux remarques et à la résolution de la tâche n°2 varie moins. Dans tous les cas, il s'agit de commenter le tableau rempli obtenu précédemment : les nombres qui n'apparaissent pas, les nombres qui apparaissent à toutes les lignes et les nombres qui n'apparaissent que quelquefois. Dans la classe B les élèves ont beaucoup de difficulté à répondre à l'attente de l'enseignant, de nombreuses propositions ne conviennent pas : le professeur s'y attarde, justifie son évaluation lorsque le nombre n'est pas un nombre premier et ne convient pas, et répète la consigne. Dans la classe A, la tâche initialement prévue est rapidement transformée en recherche de nombres premiers.

Pour la tâche n°3, le travail demandé en classe est sensiblement le même et le temps de recherche est assez comparable même si de nombreuses interruptions étrangères aux mathématiques prennent un temps non négligeable dans la classe B : dans les deux classes, les élèves s'engagent individuellement dans les calculs, comme le montrent les interventions du professeur qui corrige individuellement les élèves et s'applique, pour certains, à détailler les calculs.

La correction des divisions est analogue dans les deux classes : le professeur écrit au tableau et les élèves sont interpellés à tout instant pour compléter les calculs.

Toutefois, toutes les divisions sont corrigées dans la classe A et le professeur a le temps de tirer un bilan alors que dans la classe B seule la première division est corrigée en totalité.

Cette description qui montre des déroulements analogues dans les deux classes, ne permet pas de mesurer les écarts éventuels de l'animation fine du scénario en direction des activités des élèves. Nous le complétons par une comparaison du discours de l'enseignant.

C. Étude de la circulation du savoir pendant les différentes phases de chaque séance

La mise en regard des discours de l'enseignant dans les deux classes en a facilité la comparaison détaillée et a permis de trouver des différences. Ces différences portent sur des ajustements dans l'animation et n'apparaîtraient pas dans une lecture globale. Nous en rendons compte en nous référant au détail des activités possibles des élèves déduites du discours de l'enseignant compte tenu des tâches proposées. Nous tenterons d'en donner une interprétation en ce qui concerne la conceptualisation possible ou non des élèves. En particulier, en croisant le moment où se situent les interactions du professeur, sa prise en compte et son interprétation du travail des élèves, nous indiquerons comment une aide peut devenir constructive c'est-à-dire une aide à la conceptualisation.

Nous illustrons cette comparaison dans le tableau 2 qui concerne le début de la correction de l'exercice cherché à la maison. Les phrases soulignées indiquent des différences.

Les données ainsi présentées sont commentées de manière linéaire, en suivant la chronologie, dans un premier temps, pour la première phase. Pour les autres phases nous ne donnons qu'une synthèse, le détail étant présenté en annexe.
(Ce qui est souligné montre ce qui diffère)

Classe A	**Classe B**
Alors vous sortez <u>vos</u> cahiers d'exercices. On corrige l'exercice n° 12 heu n° 39.	Alors vous sortez <u>votre</u> cahier d'exercice… Alors l'exercice qui était à faire pour aujourd'hui c'était <u>donc un exercice qui utilisait les critères de divisibilité</u>
Donc y avait divisible par 2, par 3, par 5 et les nombres qu'on vous proposait c'étaient 207, 815, 79 bien je vais prendre un élève qui va me dicter ça évitera à tout le monde, C je vous écoute.	Alors on vous proposait <u>un tableau</u> avec divisible par 2, par 3, Par 5 et 9. Et puis il y avait une série de nombres qui étaient 207, 815, alors il y a une personne qui va me les dicter, les autres se taisent.
Ben S qui a envie de parler va venir s'occuper des 4 premiers… alors	Bon alors quelqu'un va venir me remplir le tableau pour les uns 2, 3, 4, 5 premiers nombres,

des 5 premiers, voilà, vous mettez le son aussi, d'accord ?	jusqu'à 48. Et quand vous avez mis un nombre quelque part dans le tableau ou à plusieurs endroits, vous le barrez, d'accord ? [Commentaire du professeur sur l'absence d'un élève]
Donc vous nous remplissez le tableau et vous nous expliquez pourquoi. Pendant ce temps là je vérifie comment c'est fait. [le professeur circule dans la classe et commente individuellement le travail des élèves]	Alors en revanche pendant que K va nous remplir ça et bien je circule pour voir comment l'exercice est fait dans vos cahiers d'exercices. [le professeur circule dans la classe et commente individuellement le travail des élèves]
	C'est K tout seul qui le fait. J'ai dit on barre les nombres qui sont dans le tableau, K, qu'on a mis dans une ligne, mais j'ai pas dit qu'on barrait tous les nombres. H, si y a une question vous levez la main. On a dit K, qu'on barrait les nombres qu'on avait mis dans le tableau. Voilà et que vous vous occupiez des 5 premiers nombres jusqu'à 48.
Alors R vous allez faire la suite. On va faire les remarques après. Vous laissez le travail qu'il a fait, vous faites la suite R. [remarques individuelles]	Alors quelqu'un vient me remplir les 5 autres. [remarques individuelles] N'écoutez pas les bêtises qu'on peut vous dire et réfléchissez à ce que vos faites. Alors vous allez me donner des explications. Donc 135 vous le mettez sur quelle ligne et pourquoi ?
	135 est divisible par…, les multiples de 5 c'est 0 ou 5. C'est très mal dit ça. Ca finit par 0 o 5 ça c'est déjà mieux. Est-ce que ce nombre là est un multiple de 3 ? Non comment on voit pour, qu'un nombre est multiple de 3 ? [remarque à un élève] Chuttt Isabelle comment on voit qu'un nombre est multiple de 3 ? Quelle est la règle du cours I ? *Un nombre entier est divisible par 3 si…* Rachid ? *Si la somme des chiffres est multiple de 3……….*

Tableau 2 : Exemple de comparaison des discours de l'enseignant pendant la correction de l'exercice cherché à la maison.

Étude de la première phase : correction de l'exercice cherché à la maison

La correction est au départ organisée de la même façon dans les deux classes. Cependant si on analyse finement les discours du professeur, des différences apparaissent en particulier concernant les fonctions des actions langagières. Certaines apparaissent dans une casse et pas dans l'autre, d'autres sont déclinées différemment.

a) *Une mise au travail plus consistante, plus détaillée et un déplacement de la tâche dans la classe B*

On relève d'abord une information plus détaillée assortie d'une structuration reliant le travail des élèves et les mathématiques vues en cours et d'un engagement personnel[7] de chaque élève dans la classe B contrairement à ce qui se passe dans la classe A, bien que dans les deux classe le vouvoiement soit utilisé :

« Alors vous sortez <u>vos</u> cahiers d'exercices. On corrige l'exercice n° 12 heu n° 39. » (Classe A)

« *Alors vous sortez <u>votre</u> cahier d'exercice…Alors l'exercice qui était à faire pour aujourd'hui c'était donc un exercice qui utilisait les critères de divisibilité.* » Classe B)

La description de la tâche qu'avaient à résoudre les élèves est plus précise dans la classe B :

« Donc y avait divisible par 2, par 3, par 5 et les nombres qu'on vous proposait c'étaient 207, 815, 79 » (Classe A)

« *Alors on vous proposait <u>un tableau</u> avec divisible par 2, par 3, Par 5 et 9. Et puis il y avait une série de nombres qui étaient 207, 815.* » (Classe B)

La consigne destinée à l'élève au tableau diffère, elle l'engage dans une action matérielle et lui demande de justifier dans la classe B ; le professeur y précise son rôle et celui des autres élèves.

Consigne de la classe A : « *Ben S qui a envie de parler va venir s'occuper des 4 premiers… alors des 5 premiers, voilà, <u>vous mettez le son aussi, d'accord ? »</u>*

Consigne de la classe B *: « Donc vous nous remplissez le tableau <u>et vous nous expliquez pourquoi</u>. Pendant ce temps là je vérifie <u>comment c'est fait.</u> Bon alors quelqu'un va venir me remplir le tableau pour les uns 2, 3, 4, 5 premiers nombres, jusqu'à 48. <u>Et quand vous avez mis un nombre quelque part dans le tableau ou à plusieurs endroits, vous le barrez, d'accord ?</u> Alors en revanche pendant que K va*

[7] Remarque pragmatique sur le singulier et le pluriel.

nous remplir ça et bien je circule pour voir comment l'exercice est fait dans vos cahiers d'exercices. »

Apparaît alors subrepticement, dans la classe B, un déplacement de la tâche qui est indépendant de la tâche mathématique à résoudre (il s'agit de « barrer », dans la liste de nombres proposés, ceux déjà traités) et qui finalement la complique puisque le professeur doit y revenir. Au lieu d'être considéré par les élèves comme une aide pour mémoriser les nombres déjà traités, une nouvelle tâche apparaît :

« *J'ai dit on barre les nombres qui sont dans le tableau, K, qu'on a mis dans une ligne, mais j'ai pas dit qu'on barrait tous les nombres. H, si y a une question vous levez la main. On a dit K, qu'on barrait les nombres qu'on avait mis dans le tableau.* »

b) Des réactions d'élèves différentes qui « nécessitent» une correction longue et détaillée dans la classe B

La correction nécessite, uniquement dans la classe B, un retour sur le remplissage du tableau pour les nombres 135, 950, 29, 5208, 360 avec une justification décalée.

« N'écoutez pas les bêtises qu'on peut vous dire et réfléchissez à ce que vos faites. Alors vous allez me donner des explications. Donc 135 vous le mettez sur quelle ligne et pourquoi ? »

Le professeur découpe alors la tâche pour l'élève au tableau et pour ceux qui n'ont pas compris. Cet échange représente 89 tours de parole (sans compter les interventions de l'enseignant qui interpelle un élève au sujet de son comportement, son absence, *etc*.) au cours desquels il pose 44 questions.

Pour l'examen de la divisibilité des nombres considérés, l'enseignant compare, toujours dans la classe B, les deux types de critères de divisibilité, 2 et 5 d'une part, 3 et 9 d'autre part. C'est une récapitulation générale :

« Y a deux façons de faire pour voir si un nombre est divisible par quelque chose : y a une méthode qui consiste à regarder le dernier chiffre et y a une autre méthode qui consiste à faire la somme des chiffres. Dans la méthode regarder le dernier chiffre, c'est comme ça qu'on fait pour divisible par 2, divisible par 5, divisible par 10. Et dans la méthode faire la somme des chiffres, c'est comme ça qu'on fait pour divisible par 3, divisible par 9, d'accord ? Faut pas mélanger les deux méthodes. »

Il n'y a rien de semblable dans la classe A.

c) *Un bilan de l'exercice plus général, plus mathématisé et plus partagé avec les élèves dans la classe A que dans la classe B*

Pour le retour sur l'exercice, à la fin de la correction, les mêmes choses sont pointées mais de façon plus détaillée et exemplifiée, moins générale dans la classe B.

L'enseignant parle de nombres ou des nombres dans la classe A et de leur divisibilité alors que dans la classe B il évoque deux nombres, 79 et 29, puis il détaille tous les résultats obtenus en termes de place dans le tableau même si l'utilisation du mot « comme » laisse une place au caractère générique de l'exemple ; il ne fait pas intervenir les élèves.

« *Alors on remarque dans ce tableau qu'il y a <u>des</u> nombres qui n'ont leur place nulle part : 79 et 29. 79 et 29 ne sont divisibles ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 9. Il y a <u>des</u> nombres qui ont leur place partout comme quoi par exemple ?* » (Classe A)

« *Alors parmi les nombres qui sont là, qu'est ce qu'on constate ? On constate qu'il y en a <u>deux</u> qu'on a laissé en plan qui sont 79 et 29. 79 et 29 qui sont divisibles ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 9, d'accord. Et puis on constate qu'il y en a <u>un</u> par exemple comme 360 qu'on retrouve à toutes les lignes. Et puis il y en a, comme 48 qu'on retrouve seulement sur deux lignes mais pas sur les deux autres ou qu'y en a un comme 950 qu'on retrouve seulement sur une ligne et puis qu'il y en a un comme 207 sur deux lignes mais la 3 et la 9.* » (Classe B)

Enfin dans la classe B, il tire un bilan de l'exercice en utilisant un vocabulaire très peu mathématique. Il n'y a pas de bilan dans la classe A.

« Bref on se rend compte que quand on donne un nombre on peut pas savoir, savoir avant d'essayer, ce qui va se passer. Y en a pour lesquels ça va marcher, y en a pour lesquels ça va pas marcher et c'est pas parce que ça marche pour 2 que ça marche pour 3. »

Néanmoins dans les deux classes l'enseignant pose des questions aux endroits analogues même s'il ne justifie pas, dans la classe B, qu'un nombre divisible par 9 est divisible par 3.

Tout se passe comme si l'enseignant faisait moins confiance aux élèves dans la classe B que dans la classe A, dans leur capacité à se rappeler l'objectif de l'exercice, à le relier au cours, ce qu'il précise dans la classe B et non dans la classe A, à comprendre ou interpréter le cas général à partir d'un seul exemple comme nous l'avons vu précédemment, comme si l'utilisation d'un vocabulaire banalisé allait simplifier le fait de n'avoir pas d'algorithme à appliquer pour reconnaître si un nombre est divisible par un autre.

Étude de la deuxième phase : remarques et travail collectif sur la tâche n° 2

Nous donnons directement la synthèse des analyses à partir des tableaux analogues au tableau 2 (l'étude détaillée est jointe en annexe).

Dans la classe A, l'enseignant évoque d'abord le cas général avant de passer au cas particulier des nombres rencontrés dans l'exercice précédent, 29 et 79. En fait la tâche de départ est transformée par la réaction d'un élève, Driss, qui introduit la notion de nombre premier. Elle simplifie de fait la tâche initialement prévue car il existe de petits nombres premiers, 7, 11, 13, *etc.* qui sont plus facilement mobilisables par les élèves que 49 ou 77 par exemple. D'ailleurs les élèves la réussissent plutôt bien.

L'aide procédurale, décontextualisée, portant sur le repérage d'un nombre premier, à savoir n'être dans aucune table de multiplication connue, est donnée assez tôt (22^{e} tour de parole) permettant peut-être de devenir constructive pour beaucoup d'élèves.

La tâche proposée est introduite explicitement à partir de l'exemple particulier des nombres 29 et 79 dans la classe B. Elle est difficile à réaliser puisque seuls les nombres 49, 77, 91 inférieurs à 100 conviennent. De plus, les élèves n'ont que tardivement une aide procédurale d'abord très contextualisée, à savoir n'être ni dans la table de 2, de 3, de 5, de 9….puis décontextualisée, à savoir être dans une table mais la bonne (59^{e} tour de parole). Cette aide décontextualisée est d'ailleurs reprise sous forme contextualisée par un élève, mais étant tardive elle a peut-être moins de chance de devenir constructive pour le plus grand nombre car reste moins de temps pour le travail autonome.

L'enseignant n'évoque pas la notion de nombre premier. Aucun élève n'en parle.

L'enrôlement est important puisqu'on relève 83 tours de paroles (65 dans la classe A).[8]

Une validation reprenant tous les critères de divisibilité structure la séance en servant de lien avec l'activité précédente.

Dans les deux classes, l'enrôlement est important, comme en témoigne le jeu incessant des questions/ réponses, même s'il l'est davantage dans la classe B.

La référence aux critères de divisibilité n'est faite dans aucune des deux classes pour l'examen des propositions d'élèves, sauf à la fin dans la classe B.

Il n'y a pas de bilan réel du travail.

[8] Les réflexions de l'enseignant externes aux mathématiques (non prises en compte ici), renforcent encore cet enrôlement.

Étude de la troisième phase : présentation, recherche et corrections des divisions

Nous donnons directement la synthèse obtenue à partir de tableaux analogues au tableau 2 (l'étude détaillée est jointe en annexe).

Dans les deux classes l'enrôlement est du même ordre, le discours « méta » banalisé a trait au même sujet, mais il est plus développé dans la classe B. La consigne y est plus détaillée que dans la classe A et s'appuie sur un exemple.

L'enseignant rappelle, dans une aide procédurale, dès le début de la recherche, la technique générale de la division (lorsqu'on la poursuit « après la virgule) alors que dans la classe B il laisse chercher les élèves et n'aide qu'individuellement les élèves. Cette aide est contextualisée, toujours dans la classe A, à 13 divisé par 52. Elle pourra donc être utilisée par tous les élèves s'ils ne savent pas démarrer. Dans cette classe l'enseignant peut s'appuyer sur les élèves, ici Marjorie, pour faire des rappels.

« *P : Y a un autre moyen de faire,* ***Marjorie***

E : 2 fois 6 ça fait 12 alors comme on voit que c'est trop grand on met une fois.

P : Alors l'idée de Marjorie *c'est de dire en 118 combien de fois 66 ou alors en 11 combien de fois 6 : ça va nous aider pour nous donner un ordre de grandeur du chiffre du quotient.* »

Il n'y a pas de « Marjorie » dans la classe B. L'enseignant donne les méthodes, reprend une erreur constatée dans l'autre classe et anticipe ainsi une erreur éventuelle.

Faute de temps il n'y a pas d'institutionnalisation dans la classe B.

Le bilan de la séance est plus synthétique dans la classe A que dans la classe B où elle est exprimée par un discours « méta » banal.

D. Des différences effectives

Ces deux séances se ressemblent à première vue beaucoup : mêmes tâches proposées aux élèves, même organisation du travail, des déroulements analogues. Cependant il existe des différences dont nous suggérons qu'elles peuvent être source de différenciation. C'est ce que nous développons maintenant. Dans le tableau 3 nous récapitulons ainsi des éléments constitutifs de la circulation du savoir qui diffèrent d'une classe à l'autre.

Classe A	Classe B
• Des aides procédurales qui sont données presque au début de la recherche.	• Des tâches peu identifiables doublées quelquefois d'une tâche matérielle : barrer les nombres considérés au fur et à mesure.

• Un appui effectif sur les élèves pour faire émerger les questions et des réponses. • Une institutionnalisation souvent implicite et rapide qui peut être illustrée par un exemple générique. • Des éléments de généralisation avec un vocabulaire mathématique approprié.	• Un enrôlement important en particulier un « harcèlement » des élèves sur tout par des « petites » questions (mathématiques, comportement…), des répétitions dans l'explicitation des tâches, plus de « méta » « banal ». • Une structuration très présente qui permet aux élèves de situer les différentes tâches les unes par rapport aux autres ou du travail déjà fait. • Un faible appui sur les connaissances des élèves. • Un temps qui s'allonge et des aides procédurales après de nombreux essais. • Une institutionnalisation quelquefois non mathématique, limitée, précédée de beaucoup d'exemples et quelquefois explicitée avec un vocabulaire non mathématique. • Peu de généralisation.

Tableau 3 : Des éléments constitutifs de la circulation du savoir qui diffèrent.

a) Enrôler tout le monde et structurer le travail, récapituler de manière détaillée prend du temps dans la classe B

L'enseignant dit plus de choses. Il répète, redit la tâche à résoudre, il donne tous les exemples, multiplie les questions/réponses, questionne tous les élèves. Ce constat rejoint celui de René De Cotret et Giroux (2003) qui évoque la contextualisation plus prégnante dans les classes d'élèves qui redoublent que dans les autres classes. Comme l'indiquent Volteau et Garcia Debanc (2008) les reformulations en situation d'apprentissage tendent vers un but précis, elles permettent la validation ou la problémisation des énoncés des élèves. Elles sont donc en lien avec les réactions des élèves. Les répétitions ont une part d'efficacité, comme l'a montré Horocks (2008), cependant elles peuvent limiter les adaptations possibles des connaissances des élèves (Dumail, 2007). Nous n'avons pas eu accès aux productions de élèves en contrôle par exemple donc nous n'avons pas pu mesurer l'efficacité de l'accompagnement de l'enseignant.

Au fur et à mesure de la séance, l'enseignant restitue une histoire du travail fait en classe plutôt que des mathématiques abordées, la structuration du travail des élèves jouant quasiment une fonction d'enrôlement. Les différences repérées dans les durées respectives des différentes phases montrent que certaines phases sont allongées et, par suite, d'autres abrégées.

b) Mettre la tâche à la portée de tous les élèves de la classe B peut la réduire

L'enseignant simplifie à la fois les tâches qu'il propose aux élèves et le vocabulaire qu'il met en oeuvre avec une utilisation du « méta » plus ou moins banal. Cette anticipation des difficultés des élèves semble d'ailleurs justifiée par les erreurs effectives commises. Cependant des sociologues comme Bautier soulignent les dangers d'une simplification systématique qui limiterait les élèves à l'exécution d'une tâche matérielle au lieu de la résolution d'une tâche mathématique. Une analyse des interactions langagières pendant une séance en classe de mathématiques menée par A. Bronner et M. Larguier illustre le décalage qui peut exister entre la tâche donnée par l'enseignant et celle dans laquelle s'engagent les élèves (Bucheton et al., 2005).

c) Un jeu subtil à organiser pour rester dans la ZPD des élèves de la classe B : entre faire refaire, faire chercher suffisamment et faire à la place

Tout se passe comme si la question de l'activation des élèves était déterminante pour l'enseignant. Il essaie par différents leviers de ne pas laisser de côté les élèves en difficulté (enrôlement, « petites » questions), de rallier le maximum d'élèves à son projet, presque malgré eux.

Pour ne pas risquer de travailler sur des connaissances en dehors de la ZPD des élèves, l'enseignant profiterait de ce qui est déjà là en faisant refaire aux élèves ce qu'ils réussissent et peut hésiter à faire aborder le nouveau (ici par exemple la notion de nombre premier). La crainte que les élèves ne trouvent pas et le fait que dans certaines classes il n'y a pas de « Marjorie » pourraient aussi amener l'enseignant à prendre en charge davantage, à simplifier et/ou par un questionnement serré à faire émerger les réponses attendues voire à remplacer les élèves. En même temps, et paradoxalement, la nécessité de rassurer les élèves sur leur capacité à trouver, pourrait conduire certains enseignants à retarder le moment où viennent les aides procédurales comme nous l'avons déjà montré (Pariès et al., 2007). Ce temps là, de recherche individuelle des élèves pourrait ne pas être efficace.

3.2. Les autres classes

Les séances que nous considérons dans la suite ont aussi été analysées dans des perspectives un peu différentes avec des méthodologies néanmoins assez proches. Nous voulons ici confronter les résultats précédents et ce que nous avions repéré dans ces autres classes sur la circulation du savoir.

3.2.1. Une séance en classe de cinquième

Cette séance a été analysée dans notre thèse (Pariès, 2004), c'est la classe de C, d'un collège ZEP de la région parisienne. Nous avions étudié alors, à travers le discours de l'enseignant, comment la tâche initiale avait été transformée pendant la séance et ce qui était à la charge des élèves dans sa résolution. Nous présentons rapidement le contexte.

L'enseignante propose à ses élèves de résoudre un exercice portant sur la symétrie centrale.[9] Il s'agit de reproduire une figure en vraie grandeur, de construire l'image de certains points, de justifier la mesure d'une longueur, de trouver la mesure d'un angle, enfin de démontrer que l'image d'un point d'un cercle appartient à un cercle.

Le professeur organise le travail en quatre temps :

- présentation détaillée de l'exercice, travail collectif sur l'énoncé (10 min),
- construction individuelle de la figure, le professeur circule dans la classe, bilan collectif (20 min),
- repérage collectif dans l'énoncé des questions posées avec un retour sur la construction de la figure (11 min),
- repérage collectif des données et de l'ordre de leur prise en compte dans la construction de la figure et travail pour la fois suivante (15 min),
- La réponse aux questions posées n'a pas pu être abordée pendant cette séance faute de temps. L'enseignant organise plutôt de multiples tâches de repérage, comme s'il reculait le moment de confronter les élèves aux démonstrations qui suivent la construction.

Le temps consacré à la construction de la figure (reproduction en vraie grandeur et construction des symétriques de certains points) est très long du fait des difficultés éprouvées par les élèves. Le rappel par l'enseignant de la méthode de construction du symétrique d'un point est donné collectivement au bout de 40 minutes.

En ce qui concerne l'étude du discours de l'enseignant, même si notre méthodologie ne recouvre pas exactement celle suivie alors, nous pouvons tout de même relire certaines de nos conclusions assez facilement.

L'étude des fonctions du discours et des buts illocutoires[10] nous renseigne sur le contenu et sur la forme du discours de l'enseignant (enrôlement, structuration, questions, méta).

Nous avons ainsi mis en évidence la place importante de l'enrôlement dans son discours aussi bien par la mobilisation directe des élèves que par les questions qui visent, par leur portée limitée, leur réussite. Nous avons vu que l'enseignant de la classe B jouait lui aussi sur ce levier (cf. 3. 1. 1.D. a)).

[9] L'énoncé de l'exercice est donné en annexe.
[10] Les buts illocutoires indiquent ce que le contenu du discours cherche à produire.

Nous avons relevé aussi une forte structuration de la tâche pour replacer l'exercice dans le programme de géométrie et organiser le travail. Les principales étapes du travail sont notées au tableau. Cette structuration permet à l'enseignant de tracer l'histoire du travail des élèves et de les rallier à ce qu'il propose c'est aussi ce que fait l'enseignant dans la classe B (cf. 3. 1. 1.D. a)). L'enrôlement des élèves y contribue également.

Les bilans sont détaillés d'autant que l'enseignant s'appuie pour les faire sur le travail des élèves. Pourtant l'aide procédurale portant sur la construction du symétrique d'un point a été tardive ce qui a conduit certains élèves à ne rien faire. La même remarque a été faite pour l'enseignant de la classe B (cf. 3. 1. 1.D. b)).

L'analyse de cette séance observée dans une classe de ZEP montre comment l'enseignant adapte son projet à ses élèves à la fois par les tâches qu'il leur propose pour les maintenir dans l'activité et par son accompagnement langagier (tâches essentiellement de repérage : mots, mesures, questions, données). Ces tâches qu'ils réussissent en répondant à des questions calibrées reculent de fait le moment où ils sont confrontés aux mathématiques. L'enseignant anticipe les difficultés des élèves en aménageant la tâche pour la simplifier mais sans tout dire. Il laisse un temps long de recherche autonome aux élèves. On peut se demander toutefois si certaines aides procédurales ne pourraient pas être données plus tôt pour permettre aux élèves de résoudre au moins en partie l'exercice (construction du symétrique d'un point, rappel des propriétés de la symétrie centrale.

3.2.2. Deux séances en troisième

Il s'agit de deux séances d'exercices de géométrie portant sur des sujets analogues en classe de troisième. L'une se déroule dans un lycée ordinaire, l'autre en classe de ZEP. Nous ne regardons ici que certains résultats. (La comparaison détaillée de ces séances a fait l'objet d'une communication au colloque organisé par l'université Rennes 2, du 19 au 21 novembre 2008, « Efficacité et Equité en Education ».)

Les deux énoncés sont assez proches[11] : ils amènent à utiliser le théorème de Thalès tel qu'il figure actuellement au programme de quatrième avec des adaptations conduisant à des calculs algébriques.

Dans les énoncés trois cadres sont explicités : géométrique, numérique, algébrique ; les élèves le voient. Cela peut tout de même amener les élèves à hésiter, pour commencer, entre les cadres algébrique ou géométrique et le professeur peut en tenir compte s'il lui semble que le cadre géométrique n'est pas suffisamment prégnant.

[11] Les énoncés des exercices sont donnés en annexe.

L'enseignant de ZEP insiste sur l'éventuel choix et certains élèves choisissent le cadre numérique d'abord.

Le calcul des longueurs est obtenu directement par un produit en croix dans la classe ordinaire alors qu'il nécessite la résolution d'une équation quotient avec des *x* au numérateur et au dénominateur dans la classe ZEP. De plus, dans cette même classe, l'une des longueurs s'exprime sous la forme x+4,5 mélangeant ainsi les cadres numérique et algébrique. Dans l'autre classe c'est directement *x* qui intervient dans les rapports de longueurs.

Nous présentons dans le tableau 4 la chronologie du déroulement de la séance dans les deux classes.

ZEP	**non ZEP**
Distribution des sujets et mise au travail des élèves. Recherche individuelle des élèves (7 min), état des lieux du professeur sur les différents cadres de travail adoptés par les élèves (géométrique ou algébrique). La méthode géométrique (Thalès) est conseillée au bout de 12 minutes.	Travail sur la figure et recherche collective de stratégie (Thalès)-Nombreux échanges permettant aux élèves de se familiariser avec l'utilisation de *x* comme longueur-L'utilisation géométrique du théorème de Thalès est validée. (5 min 30).
Correction au tableau par un élève silencieux de l'application géométrique du Théorème de Thalès. Commentaire de l'enseignant (8 min). Recherche individuelle de l'expression des longueurs en jeu (2min). Correction par l'enseignant qui revient sur une démarche (erronée) utilisée par un élève et qui écrit les rapports à utiliser. (2 min).	Recherche individuelle sur l'application géométrique du théorème de Thalès (1 min). Correction par un élève au tableau très contrôlée et commentée par l'enseignant. Les autres élèves sont impliqués par des questions. (2 min).
Recherche individuelle des élèves pour résoudre l'équation (7 min).	Calcul des longueurs en fonction de *x*. Recherche individuelle (1 min). Correction.
Correction par un élève muet-Commentaire de l'enseignant (8 min).	Correction par un élève au tableau très contrôlée et commentée par l'enseignant. Les autres élèves sont impliqués par des questions. (2 min 30).

Tableau 4 : Chronologie du déroulement de la séance dans les deux classes et activités des élèves.

Ce tableau met en évidence des différences importantes autant dans la durée des différentes phases (recherche individuelle des élèves, correction) que de leur organisation (plus ou moins collective). Ces différences sont liées aux réactions des élèves. Le temps de correction en ZEP est ainsi beaucoup plus long qu'en non ZEP puisque la plupart des élèves n'ont pas trouvé.

En non ZEP, le professeur partage avec certains élèves la recherche de la stratégie. Il les familiarise, par des questions (aides procédurales), à l'intrusion du cadre algébrique dans un exercice de géométrie. Il donne ainsi une place à l'oral collectif, permettant peut-être à certains d'élèves de démarrer vite même s'ils n'ont pas été associés à la recherche de la stratégie.

En ZEP, si le professeur annonce le mélange des cadres géométrique et algébrique, il n'engage aucune discussion collective à ce sujet ni sur la stratégie à suivre. La tâche des élèves peut ainsi rester plus longtemps difficile ou floue. Comme dans la classe B, les aides procédurales sont tardives (cf. 3. 1. 1.D. c)).

La prise en compte des élèves des difficultés et/ou potentialités des élèves est plus importante en ZEP qu'en non ZEP. Les différentes productions des élèves, les différentes pistes, mêmes fausses, sont souvent mutualisées par l'enseignant au moment des recherches des élèves ce qui peut entraîner comme dans la classe B un allongement de certaines phases (cf. 3. 1. 1.D. a)).

En revanche, dans les phases de correction, le professeur de ZEP n'organise pas de correction collective, au mieux elle est publique[12]. Il commente seul ce que l'élève interrogé, mais muet, a écrit au tableau et cela contrairement au professeur de non ZEP qui lui engage tous les élèves, au tableau et leur place, par des questions, à participer activement à la correction et mutualise leurs propositions.

En ZEP, la structuration est surtout destinée à mettre en rapport ce qui est travaillé dans la séance et ce qui a été ou va être fait (contenus) ce que nous pouvons rapprocher de ce qui se passe dans la classe B (cf.3.1.1.D. a)). En non ZEP, le déroulement de la séance est très scandé par le travail en cours (nature du travail) : recherche individuelle, recherche collective, recherche individuelle, correction découpée temporellement et récapitulée.

En non ZEP, le professeur laisse aux élèves moins de temps de recherche qu'en ZEP, organise moins d'aller-retour et de possibilité d'émergence et d'interprétation des difficultés des élèves.

Si les aides procédurales sont assez semblables, visant à préciser ou à faire préciser le théorème et son adaptation, elles sont paradoxalement plus nombreuses en non

[12] Elle est énoncée assez fort mais sans que l'attention de tous les élèves soit nécessairement mobilisée.

ZEP qu'en ZEP et données plus tôt dans la séance comme nous l'avons observé aussi dans la classe B (cf. 3. 1. 1.D. c)).

L'enseignant de ZEP laisse plus d'autonomie aux élèves, brouille quelquefois les aides qu'il donne, peut-être dans le souci de ne pas « trop » en dire aux élèves.

Il y a très peu d'aides constructives. Les deux enseignants reviennent sur la justification du théorème de Thalès et sur le mélange des cadres géométrique, numérique et algébrique pour exprimer une longueur. Peut-être retrouve-t-on le souci de l'enseignant de ZEP de faire comprendre les élèves localement alors que l'enseignant de non ZEP retrace l'histoire de l'exercice en une seule aide constructive à la fin.

En ce qui concerne le caractère générique d'un tel exercice, il est évoqué par les deux enseignants, faisant référence au brevet des collèges.

Le projet de l'enseignant de non ZEP est suivi à la lettre, tant au niveau du temps que des aides. En ZEP, tout se passe comme si le professeur redoutait de donner des aides trop tôt et de perdre ainsi, à la fois, les bénéfices de la mise au travail des élèves et leur compréhension.

Discussion et conclusion

La comparaison des deux séances de sixième, nous a permis de dégager trois facteurs qui peuvent intervenir de manière différentielle dans la circulation du savoir.

Le premier facteur est celui du temps (global) : enrôler tout le monde et structurer le travail, récapituler de manière détaillée prend du temps. Une des conséquences est de ne pas pouvoir confronter les élèves des classes faibles à autant d'exercices que les élèves des autres classes. Ils disposent de moins d'entraînement donc les connaissances deviennent moins facilement disponibles.

Le deuxième facteur est relatif à la tâche : mettre la tâche à la portée de tous les élèves peut la réduire. Les tâches sont en conséquence moins variées, demandent moins d'adaptations, entraînant ainsi des mises en fonctionnement de connaissances plus limitées. Il peut se faire aussi que le professeur n'ose pas aborder avec certaines classes des notions qui lui semblent, au premier abord, trop difficiles comme on l'a vu ici pour les nombres premiers. Les élèves de la classe B sont alors privés d'une discussion, qui semble à leur portée, et qui aurait élargi leur connaissance des nombres.

Enfin les circulations du savoir organisées dans les deux classes diffèrent. En particulier la répartition, le contenu et la durée des phases de recherche, avec les aides correspondantes de l'enseignant, qui sont différentes, laissent penser que l'enseignant est amené à organiser un jeu subtil, pas nécessairement efficace pour les apprentissages mais adapté à la classe, pour rester dans la ZPD des élèves :

entre faire refaire, faire chercher suffisamment et faire à la place des élèves. Ainsi dans la classe B, les élèves ne bénéficient pas aussi rapidement que dans la classe A des aides de l'enseignant quand il s'agit de reconnaître qu'un nombre n'est pas divisible par 2, 3 et 5 ou de rappeler comment on poursuit une division après la virgule. Ils cherchent longtemps, mais sans succès : ont-ils avancé dans leurs connaissances ? Réciproquement, comme le professeur peut moins souvent s'appuyer sur les élèves pour donner une réponse ou rappeler un résultat, il finit par souvent le faire lui-même : les élèves vont-ils avancer dans leurs connaissances ?

Les analyses des autres séances montrent que certains de ces facteurs interviennent plus ou moins. Dans la classe de cinquième, une modification de la tâche initiale visant à la simplifier recule de fait le moment de confronter les élèves aux mathématiques et peut amener l'enseignant à prendre en charge une partie de la tâche à résoudre comme dans la classe B (nombres premiers). Dans la classe de troisième ZEP, l'enseignant conscient des difficultés des élèves, mais se refusant à réduire la tâche et à réduire leur temps de recherche, peut les empêcher de s'impliquer dans une résolution même partielle de l'exercice en ne les aidant que tardivement (comme dans la classe B, pour les tâches n°2 et 3).

Ces résultats pourraient impliquer que certains choix dans la circulation du savoir conduisent à une plus petite offre de conceptualisation pour des élèves des classes faibles sans qu'on sache très bien si ça tient au professeur, à la représentation qu'il se fait de ses élèves ou aux élèves eux-mêmes ou encore au cumul des trois avec quelques régularités. Le grand problème est celui des alternatives et de leur existence même.

Une alternative du côté de l'institution serait le maintien de classes hétérogènes pour qu'à coup sûr il y ait une « Marjorie » dans la classe.

L'ajustement du temps de recherche autonome des élèves est un facteur qui pourrait intervenir. Savoir arrêter la recherche suffisamment tôt et donner des aides intermédiaires pour que les élèves puissent résoudre la tâche nous paraît nécessaire. Tous les élèves n'aurons certes pas accès aux mêmes activités (nous parlons d'activité a maxima et d'activités a minima) mais certaines aides de l'enseignant pourraient quand même devenir constructives alors.

Un autre ajustement tient aux formes de travail mais le travail en groupes n'est pas toujours celui qui permet l'apprentissage du plus grand nombre surtout lorsqu'ils sont en grande difficulté (Horocks, 2008).

Exploiter au plus près le travail des élèves semble les aider mais en dire trop (mutualiser toutes les propositions, les essais des élèves sans faire un tri) sans choisir ce qui est retenu peut aussi les perdre.

Enfin les recherches ne sont pas encore assez nombreuses sur le sujet pour que nos résultats soient suffisamment fiables d'où la nécessité de les poursuivre.

Bibliographie

BIANCO, M. et BRESSOUX, P. (2009), Effet-classe et effet-maître dans l'enseignement primaire : vers un enseignement efficace de la compréhension, *In DUMAY X. et DUPRIEZ V. L'efficacité dans l'enseignement- promesses et zones d'ombre.* Bruxelles : De Boeck.

BENEY, M., GUINARD, J.-Y. (2004), L'évaluation de l'efficacité du guidage dans les travaux pratiques de DEUG : un problème méthodologique complexe**,** *Didaskali*, **24,** INRP, 29–64.

BUCHETON, D., BRONNER, A., BROUSSAL, D., JORRO, A., LARGUIER, M., (2005), Les pratiques langagières des enseignants : des savoirs professionnels inédits en formation, *Repères* **30** , 33–54.

BRUNER, J. (1983), *Savoir dire, savoir faire*. Paris : PUF.

CRINON, J., MARIN, B., BAUTIER, E., Quelles situations de travail pour quels apprentissages ? Paroles des élèves, paroles de l'enseignant, (2008) *In Le développement des geste professionnels dans l'enseignement du français- Un défi pour la recherche et la formation,* Bucheton D. et Dezutter O .Bruxelles : De Boeck.

CHAPPET-PARIÈS, M., ROBERT, A., & ROGALSKI, J. (2008), Que font de élèves de troisième et de quatrième avec une même enseignant dans une séance de géométrie ? Ou de la stabilité des pratiques. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse : Octarès, 95–137.

CHAPPET-PARIÈS, M., ROBERT, A., & ROGALSKI, J. (2008), Analyses de séances en classe et stabilité des pratiques d'enseignants de mathématiques expérimentés du second degré. *Educational Studies in Mathematics*, **68**, 55–80.

DUMAIL, A. (2007), La racine carrée en troisième, des enseignements aux apprentissages. Mémoire de Master 2. *Cahier de Didirem*, **57**.

DUPONT, P. (2007), Effets des médiations de l'enseignant sur les pratiques langagières des élèves dans un débat littéraire, *Actes du colloque International du Pôle Nord-Est « Les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves ».*

DURAND GUERRIER, V. (2005), Recherche sur l'articulation entre la logique et le raisonnement mathématique dans une perspective didactique, note de synthèse HDR, Universté Claude Bernard Lyon.

DUVAL, R. (2006), Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques, Relime, Numéro spécal, Mexico.

HOROKS, J. (2008), Les triangles semblables en classe de seconde : de l'enseignement aux apprentissages, *Recherches en didactique des mathématiques*.

GANDIT, M. et MASSE-DEMANGEOT, M.C. (2001), Le vrai et le faux en mathématiques au collège et au lycée IREM de Grenoble, Université JF.

OPDENAKKER, M.C. et VAN DAMME, J. (2009), L'efficacité des classes dans l'enseignement secondaire *In Dumay X. et Dupriez V.L'efficacité dans l'enseignement- promesses et zones d'ombre.* Bruxelles : De Boeck.

PARIÈS, M. (2004), Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves, *Recherches en didactique des mathématiques*, **24, 3,** 251–284.

PARIÈS, M., ROBERT, A., ROGALSKI, J. (2009), Comment l'enseignant de mathématiques, en classe, met ses élèves sur le chemin des connaissances : un point de vue méthodologique en didactique des mathématiques *In Travail et Apprentissage.*

RENÉ DE COTRET, S., GIROUX, J. (2003), Le temps didactique dans trois classes de secondaire I (doubleurs, ordinaires, forts) *In Education et francophonie*, **volume XXXI**.

ROBERT, A. (2005), Des recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **10**, 209–250.

ROBERT, A. (2008), La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse : Octarès, 59–68.

ROBERT, A. (2008), Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, 45–57, Toulouse : Octarès.

ROBERT, A., ROBINET, J., (1996), Prise en compte du méta en didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, **16**, 2.

ROBERT, A., ROGALSKI, J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, **2, n°4**, 505–528

ROBERT, A., ROGALSKI ,J. (2005), A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class, *Educationnal studies in mathematics*, **59**, 269–298.

ROGALSKI, J. (2008), Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Des compléments sur les théories de l'activité et du développement, pour l'analyse des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves. In Vandebrouck F. (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse : Octarès, 23–30 & 429–459.

SENSEVY, G. et MERCIER, A. (2007), Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves, P.U.R.

VOLTEAU, S. et GARCIA DEBANC, C. (2008), Les reformulations de l'enseignant dans les interactions orales au cours d'une séance de réécriture de texte littéraire au cycle 3 de l'école primaire, In *Analyse des pratiques des enseignants débutants*, La Pensée Sauvage.

MONIQUE PARIÈS
37 rue Bezout
75014 Paris (France)
monique.paries@orange.fr

Annexe

L'analyse des discours pendant la résolution de la tâche n° 2

Le nombre de tours de parole est de 65 dans la classe A et 83 dans la classe B.
Si au départ la tâche demandée aux élèves est la même, trouver un nombre non divisible par 2, 3, 5, 9 mais divisible par autre chose que 1 et lui-même, l'enseignant ne l'énonce pas de la même façon. Il l'énonce comme telle aux élèves de la classe A puis justifie son choix « autre chose que 1 et lui-même » en prenant exemple sur un des nombres de l'exercice corrigé alors que dans la classe B il part de l'exemple des deux nombres 29 et 79 de l'exercice corrigé avant d'énoncer la tâche. L'enseignant énonce une remarque généralisée à tous les nombres pour la classe A alors qu'il évoque deux nombres pour la classe B :
« Alors pourquoi je dis divisible par autre chose que lui même et 1 ? Et bien parce que <u>tous les</u> nombres du monde sont divisibles par 1 et sont divisibles par eux-mêmes. » (Classe A)
« Donc <u>tous les nombres</u>, comme 79 par exemple sont tous divisibles par eux-mêmes et par 1. Alors 79 il est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 9 mais il est divisible par 79 et par 1. » (Classe A)
« Alors 79 et 29 ce sont des nombres qui sont pas divisibles par 2, pas par 3, pas par 5, pas par 9, et puis si on essayait, bien ils seraient divisibles par rien du tout sauf deux valeurs. » (Classe B)
« Donc on a <u>deux</u> nombres comme 29 et 79 qui sont divisibles par eux mêmes et par 1 mais par rien d'autres. » (Classe B)

La tâche demandée aux élèves de la classe A est très rapidement transformée en une autre qui est la recherche de nombres premiers à deux chiffres avant même que soit donné un exemple de nombre répondant à la tâche initiale. L'enseignant a demandé le nom de ces nombres et Driss a répondu. :
« P : *En revanche c'est vrai qu'il existe des nombres Driss qui sont divisibles que par 1 et eux mêmes et ces nombres là on les appelle ?*
E *: Des nombres premiers*
P *: Des nombres premiers, oui. Alors 29 en est un exemple, 79 aussi. Trouvez m'en deux autres simples des nombres premiers qui sont divisibles que par eux-mêmes et par 1 mais des nombres à deux chiffres.* » (Classe A)
La notion de nombre premier n'est pas abordée dans la classe B, le mot n'est pas prononcé même si les élèves en donnent de nombreux exemples.
La tâche initiale est répétée cinq fois presque à l'identique. Le professeur donne peu de pistes aux élèves de la classe faible pour trouver les nombres demandés et la tâche est plus difficile que la recherche de nombres premiers puisque peu de nombres de deux chiffres conviennent : 49, 77, 91.
Dans la classe A, au bout du 22^{e} tour de parole, l'enseignant donne un moyen de reconnaître qu'un nombre est premier après la deuxième proposition des élèves, pour valider la réponse :
« 59 c'est divisible par rien du tout à par 59 et 1, oui, c'est dans aucune table de multiplication au départ qu'on connaît. » (Classe A)
Ce n'est qu'au 59^{e} tour de parole que l'enseignant évoque ce moyen dans la classe B, après la dixième proposition :

« *Moi je voudrais quelque chose de simple qui soit pas dans une table de multiplication, ou qui soit dans une table mais pas la bonne.* » (Classe B)

Cependant au 46e tour de parole, l'enseignant énumère les tables dans lesquelles ne doit pas se retrouver le nombre. C'est à propos du même nombre proposé, 59 qu'il fait ce commentaire :
« *Alors réfléchissez et avant d'avoir une réponse à me donner essayez bien dans vos têtes, faut qu'il soit pas divisible par 2, pas par 3, pas par 5, pas par 9 et par autre chose que lui même et 1.* » (classe B)
Une élève de la classe B avait donné une piste au 35e tour de parole :
« *Forcément ce sera un nombre impair.* » (Classe B).

Dans la classe B, l'enseignant examine le cas de 17 propositions d'élèves dont 4 nombres premiers, 9 nombres divisibles par 2, 3 ou 5 et un de 3 chiffres dont le cas n'est pas « tranché » (seuls 3 nombres conviennent). Chaque fois l'enseignant justifie ou fait justifier la validité de la réponse.
Dans la classe A, il examine 15 propositions dont 5 qui ne sont pas des nombres premiers. Il n'y a pas de bilan. La justification du refus d'une réponse est rapide celle d'une validation n'est pas donnée à part pour le nombre 59.
Il n'y a de bilan dans aucune des deux classes. Cependant dans la classe B l'examen de la dernière proposition de nombre sert à récapituler ce qu'il a fallu successivement contrôler pour connaître la validité ou non de la proposition :
« C'est vrai, donc voilà 119, un nombre qui n'est pas divisible par 2, il est impair, qui n'est pas divisible par 5, il se termine ni par 0 ni par 5, il n'est pas divisible par 9 parce que la somme de ses chiffres ça fait 11, il est pas divisible par 3, pour la même raison et pourtant il est bien divisible par autre chose que 2, 3, 5, 9, à savoir 7 et 17, d'accord ? Bon on finit ça , vous prenez votre cahier de brouillon. » (Classe B)
On ne relève rien de tel dans la classe A :
« *13, oui on en a parlé déjà. Bon on s'arrête là* ».

L'analyse des discours pendant la troisième phase
Dans les deux classes, le professeur rappelle ce qui a été déjà vu à propos de la division ; la structuration est à peu près la même. Les divisions, questions concernant les outils de travail sont identiques.
Le discours diffère dans la manière d'exprimer son attente lorsque la division se poursuit après la virgule :
« *Ah, et bien on continue à faire la division jusqu'à ce qu'on puisse dire quelque chose. Ah on continue, on continue, on continue, on continue jusqu'à ce qu'on puisse dire quelque chose pour chacune des divisions*. » (Classe A)
« Alors on s'arrête après la virgule jusqu'à ce qu'on puisse dire quelque chose de malin sur ce qui se passe après la virgule. [….]
S'il en faut 10 000 on va jusqu'à 10 000, si on peut dire quelque chose de malin avant, on s'arrête avant. » (Classe B)
Pour la classe A l'enseignant n'ajoute pas le mot « malin » qui n'est pas mathématique. Il utilise un vocabulaire moins contextualisé choisissant la répétition des mots « on continue » pour illustrer son propos.

Au début de la recherche individuelle des élèves sur les divisions, il demande aux élèves de la classe A s'ils se souviennent de la méthode puis leur indique comment démarrer :

« P : *Dites moi si vous ne savez plus comment faire. Tout le monde sait comment démarrer la division avec des virgules ?*

E : Oui.

P : Oui, Quand on n'a plus assez de chiffres au dividende, on met un 0 et on met une virgule d'accord ? ».

Il n'y a rien de tel dans la classe B.

Après avoir constaté dans la classe A qu'une des divisions pose problème, il fait une intervention collective et donne aussi le démarrage :

« P : Y en a qui sont gênés par 13 divisé par 52. Alors, 13 divisé par 52, on peut pas le faire parce qu'on prend deux chiffres au diviseur et

E : Alors on met un 0.

P : Alors on met un 0, on met un 0 et une virgule et on fait en 130 combien de fois 52, d'accord ? »

L'enseignant constate la même difficulté dans la classe B mais il intervient individuellement.

Pour la correction collective des divisions les différences sont aussi assez marquées.

Dans la classe B l'enseignant structure davantage en annonçant la méthode :

« *j'en corrige deux pour vous montrer la méthode.* »

« Alors la méthode : il y a deux chiffres au diviseur, j'en prends deux au dividende, ça ne suffit pas donc j'en prends trois et je dis en 118 combien de fois 66. » (Classe B)

Le mot méthode est d'ailleurs répété à quatre reprises dans cette intervention ; il n'est pas utilisé dans l'autre classe à ce moment là.

L'enrôlement des élèves pour ce moment de correction est de même nature dans les deux classes. Les questions sont nombreuses et adressées à de nombreux élèves. Cependant dans la classe A le professeur peut s'appuyer sur une élève Marjorie pour lui faire exposer la procédure de division d'un nombre à trois chiffres par un nombre à deux chiffres.

Il n'y a pas de Marjorie dans la classe faible et c'est l'enseignant qui expose cette procédure :

« *P : Y a un autre moyen de faire,* ***Marjorie.***

E : 2 fois 6 ça fait 12 alors comme on voit que c'est trop grand on met une fois.

P : Alors l'idée de Marjorie *c'est de dire en 118 combien de fois 66 ou alors en 11 combien de fois 6 : ça va nous aider pour nous donner un ordre de grandeur du chiffre du quotient.* » (Classe A)

« *Alors j'ai vu des gens parmi vous qui essayaient de faire 66 multiplié par 1, multiplié par 2, multiplié par 3 pour voir combien ça allait donner. Y a une autre méthode plus rapide qui est de dire en 118 combien de fois 66 ou en 11 combien de fois 6 et ça va nous donner directement l'ordre de grandeur. Et donc en 11 combien de fois 6, une fois. Et donc ça va être 1. Je vous rappelle aussi la méthode sans poser les soustractions.* » (Classe B)

Dans la classe B, le professeur expose un « essai/ erreur » qu'il a déjà corrigé dans l'autre classe anticipant une erreur que les élèves n'ont pas commise :

«P : *je dis en 520 combien de fois 66 ou alors bien plus malin en 52 combien de fois 6 et normalement si je dis en 52 combien de fois 6, j'essaie 8.*

E : 7 fois.

P : Vous me dites 7 parce que vous savez que 8 ça va pas marcher mais si moi je joue le jeu en étant à votre place, on a commencé d'abord par essayer 8. Alors essayons 8. » (Classe B)

Le professeur corrige une seconde division dans la classe A, mais n'a que le temps de la commencer dans la classe B. C'est celle qui posait des problèmes à plusieurs élèves dans les deux classes.

Dans la classe A le professeur a le temps de tirer un bilan :

« *Bref j'ai obtenu 1, 2, 3, 4, 5 résultats que je pourrais classer en deux catégories de résultats.*

….

Y a une catégorie où le reste finira par être nul oui…

Et puis l'autre où il y aura un chiffre après la virgule qui va se répéter, un ou deux parce que là regardez c'est deux qui se répètent, là c'est un, ça pourrait être beaucoup plus. Oui. En gros y a deux catégories de résultats possibles, des résultats qui vont se terminer après la virgule à un moment donné et puis des résultats qui après la virgule vont se répéter. Et forcément quand on fait des divisions on peut ranger notre résultat dans l'une des deux catégories.

Donc bien faire la différence entre un quotient entier avec reste nul et un quotient à virgule avec reste nul. Dans un cas on aura une divisibilité et dans l'autre cas on aura une quantité finie de chiffres après la virgule, d'accord ? » (Classe A)

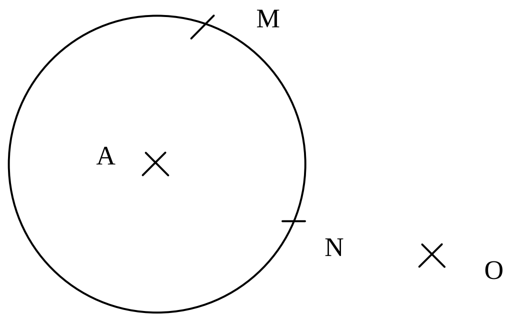
Dans les deux classes nous avons déjà noté que l'enrôlement était du même ordre, le discours « méta » banalisé a trait au même sujet, mais est plus développé dans la classe faible :

« Ca c'est sûr que, écoutez moi bien si on veut faire une division faut savoir les tables de multiplication. Si on les sait pas c'est pas la peine. La première chose à faire pour pouvoir faire des divisions et vous allez en avoir au prochain contrôle, sans calculatrice, c'est de revoir encore les tables de multiplications indispensable, surtout dans le sens quand on vous donne un résultat, savoir d'où il vient, N, ça veut pas dire les lire au dos d'un cahier de brouillon, ça veut dire les savoir dans sa tête parce qu'au contrôle, pas de cahier de brouillon non plus. » (Classe B*)*

« *Quelle est la condition indispensable pour faire des divisions ?...*

Savoir ses tables de multiplication par cœur, par cœur et sans hésitation, d'accord ? (Classe A).

Enoncé de l'exercice de la classe de cinquième



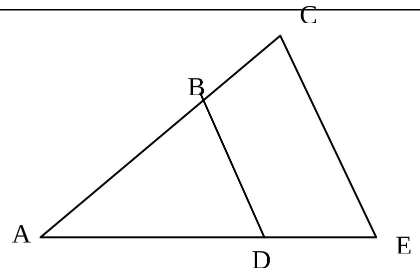
- Reproduire la figure en vraie grandeur et la coder sachant que l'angle MAN mesure 90° et que le rayon du cercle est de 4 cm.
- Construire les points M', N', A' symétriques respectifs des points M, N, A par rapport au point O.
- Expliquer pourquoi on a A'M'= 4 cm et A'N' = 4 cm.
- Quelle est la mesure de l'angle M'A'N ? Justifier la réponse (sans mesurer l'angle).
- Tracer le cercle de centre A' qui passe par les points M' et N'. Que peut-on dire de ces deux cercles ?

Enoncés des exercices des classes de troisième

En classe non ZEP

EFG est un triangle tel que EF = 5, EG = 7, FG = 9 (l'unité est le cm). On prend un point M sur le segment [EF] et on pose EM = *x*. Un point N est sur le segment [EG] et tel que les droites (MN) et (FG) sont parallèles.
1) Exprimer EN et MN en fonction de *x*.
2) Calculer *x* pour que le périmètre du trapèze MNGF soit égal à 19,8.

En classe ZEP



Le point B appartient au segment [AC], le point D au segment [AE] et les droites (BD) et (CE) sont parallèles. Les longueurs sont exprimées en centimètres.
On donne AB=*x* ; BC=4,5 ; CE=8 et BD=5
Calculer *x*.