

ILIADA ELIA

LE RÔLE DE LA DROITE GRADUÉE DANS LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ADDITIFS

Abstract. The role of number line in the solution of additive problems. This study investigates the effects of the number line on students' solution of additive change problems. We organized an experimental program focusing on the use of the number line in coordination with other representations in additive problem solving and compared its outcomes with the results of the regular mathematical curriculum. The experimental group consisted of 356 students, while the control group included 776 students in Grades 1, 2 and 3 of primary school. The data were collected using change problems of various structures in two types of representation, verbal description and verbal description with number line. Confirmatory Factor Analysis showed that the type of representation had an effect on the solution of additive problems of a complex structure, but not in the solution of simple problems. The experimental group students of Grades 1 and 2 performed better than the control group students in all types of problems irrespectively of the representation. The use of the number line was a complex but an efficient way of solving a number of additive problems. It supported problem solving for representing either the situation or the solution of the problem.

Résumé. Cette étude cherche à explorer les effets de la droite graduée sur la résolution de problèmes additifs de type transformation d'états. Nous avons organisé un programme expérimental se concentrant sur l'usage de la droite graduée en relation avec d'autres représentations dans la résolution des problèmes additifs et nous avons comparé ses résultats avec ceux du programme ordinaire en mathématiques. Le groupe expérimental était composé de 356 élèves, alors que le groupe de contrôle comprenait 776 élèves : des CP, CE1 et CE2. Les données s'appuient sur des problèmes de transformation sous deux formes de représentation, la description verbale et la description verbale accompagnée d'une droite graduée. L'Analyse Factorielle Confirmatoire a prouvé que le type de représentation a un effet sur la résolution des problèmes additifs de structure complexe, mais non sur la résolution de problèmes simples. Les élèves du groupe expérimental ont mieux réussi en CP et en CE1 que les élèves du groupe de contrôle dans tous les types de problèmes, indépendamment de la représentation. L'utilisation de la droite graduée a été un moyen complexe mais efficace de résoudre un certain nombre de problèmes additifs. Elle a aidé à la résolution des problèmes pour représenter la situation ou la solution du problème.

Mots-clés. Droite graduée, problèmes additifs de type transformation, représentations sémiotiques, Espace de Travail Arithmétique.

Introduction

Les difficultés des élèves à résoudre des problèmes arithmétiques verbaux ont été beaucoup étudiées (ex. : Nesher & Hershkovitz, 1991) depuis les débuts du

20^{ème} siècle ; cependant elles continuent d'apparaître dans les résolutions (Verschaffel & De Corte, 1993 ; Coquin-Viennot & Moreau, 2007). La cause de ce phénomène réside en grande partie dans la complexité de la structure des problèmes arithmétiques et spécifiquement dans la variation de la place de l'inconnue (Adetula, 1989 ; Elia, 2009). Dans la présente étude, nous nous focaliserons sur une catégorie de problèmes additifs : les problèmes de changement d'états en une étape (mesure-transformation-mesure), qui décrivent une transformation ou un changement (une augmentation ou une diminution) entre état initial et état final. Varier l'inconnue et la relation en jeu dans le problème génère différentes situations. Ainsi, les problèmes additifs étudiés découlent de six situations (Pa, Pb, Pc, Na, Nb, Nc), selon que le problème décrit une transformation positive ou négative et selon la place de l'inconnue. L'inconnue peut être une des trois quantités (état initial $-a$, transformation $-b$, ou état final $-c$) (Nesher, Greeno & Riley, 1982). Vergnaud (1986) distingue deux types de représentation du problème : la représentation de la situation du problème qui est la transformation telle que décrite dans le texte et la représentation de la solution du problème ou de la procédure amenant à la solution, qui est l'opération nécessaire entre les nombres du problème pour obtenir une réponse numérique. Dans les problèmes avec une inconnue en « c », les deux types de représentation du problème sont les mêmes (ex : problème Pc : $8 + 6 = X$), tandis que dans les autres cas, il n'y a pas de congruence entre les représentations de la situation du problème (ex : problème Na : $X - 6 = 8$) et la représentation de la solution du problème (ex : problème Na : $8 + 6 = X$).

En mathématique élémentaire, la droite graduée est un modèle largement utilisé pour la compréhension de la notion de nombre et l'apprentissage des opérations et spécifiquement de l'addition et la soustraction de base sur les nombres entiers (Harries, Barmby & Suggate, 2008). Gagatsis, Shiakalli et Panaoura (2003) considèrent que la droite graduée doit être vue comme un modèle géométrique, ce qui implique un échange continu entre les représentations géométriques et arithmétiques. Précisons, comme le fait Raftopoulos (2002), que nous entendons ici par *droite graduée* une droite munie d'une origine, laquelle correspond à la valeur 0, et de graduations régulièrement espacées pour représenter les nombres entiers.

Malgré l'usage très répandu de la droite graduée en tant qu'aide aux opérations sur les nombres, des doutes sur son utilité ont été soulevés (Hart, 1981). Ernest (1985) maintient que cela peut entraîner une disparité entre la compréhension de l'addition de nombres entiers par les élèves et leur compréhension de la droite graduée, modèle de l'opération. La présence simultanée de la conceptualisation géométrique et arithmétique des nombres peut limiter l'effectivité de la droite graduée et ainsi gêner la performance des élèves dans des tâches arithmétiques (Gagatsis et *al.*, 2003).

Des études antérieures s'étaient focalisées sur l'usage de la droite graduée en tant qu'outil de calcul. Suivant la distinction théorique de Vergnaud entre les deux types de représentation d'un problème, une supposition de base de notre étude est que la droite graduée peut avoir une double fonction dans la résolution d'un problème : elle peut servir non seulement comme une aide aux opérations numériques correspondant à la procédure de résolution, mais aussi en tant que système sémiotique de représentation d'une structure mathématique de la situation du problème.

Notre étude cherche à explorer les effets de la droite graduée sur la solution donnée par les élèves aux problèmes additifs de diverses structures mathématiques et à examiner si ces effets varient avec l'âge et le type d'enseignement. Spécifiquement, nous avons développé et organisé sur trois niveaux scolaires différents un programme expérimental se centrant sur l'usage de la droite graduée en coordination avec d'autres représentations dans la résolution de problèmes additifs et nous avons comparé ces résultats avec ceux du programme ordinaire en mathématiques.

Cette étude peut contribuer à la définition et la description, tout d'abord, de l'Espace de Travail Mathématique (ETM) (Kuzniak, 2010) dans le domaine de l'arithmétique, c'est-à-dire l'Espace de Travail Arithmétique (ETA), et, plus particulièrement, de la résolution de problèmes additifs, qui est un contenu majeur de l'enseignement des mathématiques dans les premiers niveaux de l'école élémentaire. Si on s'appuie sur le cadre théorique de l'Espace de Travail Géométrique (ETG) et spécifiquement des différents types d'ETG (Kuzniak, 2009), il est important de souligner que cette étude se focalise sur les ETA personnels des élèves, ce qui est révélé par leurs performances et leurs processus dans la résolution des problèmes arithmétiques examinés ici.

1. Problématiques de la recherche

Cette étude cherche à répondre à plusieurs problématiques divisées en deux catégories. La première catégorie de problématiques concerne le processus sous-jacent à la solution du problème additif donnée par l'élève, avec ou sans la droite graduée et quelle que soit la performance de l'élève. La structure sous-jacente dans la solution d'un problème additif avec ou sans droite graduée est censée refléter l'interaction entre la position de l'inconnue et le type de représentation. Plus particulièrement, étant donné que les élèves ont une bonne compréhension des problèmes additifs à structure simple, il est attendu que (1) avec l'état final inconnu, ils résolvent le problème sous les deux types de représentations, forme verbale et forme verbale avec droite graduée, ou en déclenchant des processus similaires, (2) avec soit l'état initial inconnu, soit la transformation inconnue, les deux types de représentations apparaissent distinctement dans la résolution, car le

type de représentation est présumé créer une différence entre les solutions apportées par les élèves aux problèmes à structure complexe (Elia, Gagatsis & Demetriou, 2007).

Comme indiqué plus haut, la droite graduée par sa nature est beaucoup plus difficile que le registre numérique dans les tâches d'addition et soustraction (Gagatsis et *al.*, 2003). Donc, le deuxième groupe de problématiques se focalise sur l'usage et l'efficacité de la droite graduée dans la résolution de problèmes additifs. Plus précisément, nous examinons si l'usage de la droite graduée peut contribuer à la résolution des problèmes additifs, de quelles manières la contribution de la droite graduée se manifeste dans les solutions des élèves et les facteurs qui peuvent influencer sur cette contribution.

1.1. Structure et performance

Jusqu'à quel point la performance des élèves dans la résolution de problèmes additifs à forme verbale accompagnée ou non de la droite graduée reflète-t-il la structure du processus décrit ci-dessus ? Est-ce qu'il y a variation de la structure suivant l'âge de l'élève ? Est-ce qu'il y a variation de la structure entre d'une part les élèves qui ont suivi un cours sur l'usage de la droite graduée dans la résolution de problèmes additifs, tels que par exemple des groupes expérimentaux, et d'autre part des élèves qui ont suivi le programme ordinaire en mathématiques (ci-après nommé groupe de contrôle) ?

Jusqu'à quel point les élèves sont-ils capables de résoudre correctement différents types de problèmes additifs ? Est-ce que les performances dans la résolution des problèmes varient entre les élèves du groupe expérimental et ceux du groupe de contrôle ?

1.2. Utilisation et efficacité de la droite graduée

- L'usage de la droite graduée aide-t-il les élèves à résoudre des problèmes additifs ?
- De quelles manières la droite graduée peut-elle aider les élèves à résoudre des problèmes additifs ?
- Les différentes manières par lesquelles la droite graduée peut faciliter la résolution des problèmes additifs ont-elles la même efficacité pour les différents groupes d'âge, pour les groupes qui ont reçu différents types d'enseignement et pour les différents types de problèmes ?

2. Méthodologie

Les trois niveaux de l'école primaire qui sont examinés dans notre étude sont les suivants : a) première année (les élèves de 6-7 ans) qui correspond à la désignation CP du système éducatif français, b) deuxième année (les élèves de 7-8 ans) qui correspond au CE1 et c) troisième année (les élèves de 8-9 ans) qui correspond au CE2. Les désignations CP, CE1 et CE2 sont utilisées dans le présent document.

Un total de 1134 élèves de l'école primaire (599 garçons et 535 filles) provenant d'écoles urbaines et rurales de Chypre a participé à l'étude. L'échantillon comprenait des élèves répartis sur trois niveaux (CP : 387, CE1 : 370 et CE2 : 377). Le groupe de contrôle comprenait 778 élèves (CP : 275, CE1 : 251 et CE2 : 252). Le groupe expérimental comprenait 356 élèves (CP : 112, CE1 : 119 et CE2 : 125).

Le but du programme expérimental était l'introduction de la droite graduée comme une représentation auxiliaire pour la résolution de différents types de problèmes additifs. L'accent était mis sur la fonction de la droite graduée en tant que représentation de la situation du problème plutôt qu'en tant que procédure de résolution du problème. L'introduction de ce type de représentation s'est faite en deux étapes. La première étape de l'enseignement comprenait l'étude des six types de problèmes et de quatre formes de représentation pour une meilleure présentation des problèmes et pour faciliter leur compréhension et leur résolution. Les représentations ont été graduellement introduites en trois phases : d'abord, des objets matériels, ensuite la droite graduée et enfin une description verbale écrite et une expression symbolique, c'est-à-dire la/les formule/s numérique/s. Par exemple, pour un problème de transformation positive inconnue, deux formules ont été évoquées : $7 + X = 15$, et $15 - 7 = X$ en dernière phase. Evidemment, la description orale des problèmes a été utilisée depuis le début de l'enseignement et a accompagné toutes les autres représentations. Dans les deuxième et troisième phases, les relations entre les représentations déjà utilisées étaient discutées. Pendant la première étape de l'enseignement, tous les élèves ont participé au passage d'une phase représentative à l'autre. Chaque phase représentative a concerné les six types de problèmes. La séquence des problèmes dans chaque phase était progressive, liée au niveau de difficulté de leur structure (Adetula, 1989) et des connaissances antérieures des enfants.

Dans une deuxième étape, quelques activités ont été proposées, centrées sur l'interprétation de la droite graduée et sa correspondance avec les représentations verbale et symbolique des problèmes additifs. Une activité présentait plusieurs énoncés et demandait de reconnaître celui qui correspond à une droite graduée donnée (voir le diagramme 1 de l'annexe comme exemple de cette activité). Des justifications des choix et des expressions symboliques étaient demandées. Une autre activité comprenait des tâches de reconnaissance, parmi plusieurs droites graduées, de celle correspondant à un énoncé de problème donné. Des justifications

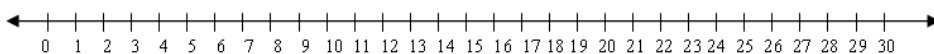
des choix et des expressions symboliques étaient aussi demandées. Il y a également eu des tâches dans lesquelles une droite graduée était représentée, qui permettait aux élèves de trouver certaines données numériques manquantes dans un énoncé de problème (voir le diagramme 2 de l'annexe comme exemple de cette activité). Finalement, les élèves ont été engagés dans des activités d'élaboration de problèmes verbaux qui devaient correspondre à des modèles donnés de droite graduée.

Les élèves de groupe de contrôle ont suivi le programme d'études ordinaire de mathématiques de leur niveau. Dans les manuels de mathématiques de tous les niveaux, les problèmes de transformation sont donnés sous forme verbale et principalement avec l'état final inconnu. La droite graduée est employée dans le CP mais seulement comme outil de calcul, c'est-à-dire pour résoudre des additions et des soustractions. Dans le CE1 la droite graduée est rarement utilisée ; quand elle l'est, c'est comme outil de calcul, comme au CP. Au CE2 la droite graduée n'est plus du tout utilisée.

Après l'intervention, les élèves du groupe expérimental et les élèves du groupe contrôle ont subi un test. Le test présentait les six types de problèmes additifs (Pc, Nc, Pb, Nb, Pa, Na) avec une variation sur la modalité de présentation : énoncé seul (Type V) ou énoncé avec une droite graduée (Type L). Toutes les opérations d'addition et de soustraction pour la solution des problèmes ont été limitées à la valeur 20 et ont exigé un saut de dizaine. Donc les variables utilisées dans les problèmes pour évaluer les performances des élèves étaient les suivants : a) le type de problème concernant la valeur de la transformation en tant que donnée (positive ou négative) et la position de la donnée manquante (a, b ou c) et b) la représentation du problème.

Deux tâches incluses dans le test impliquant la même situation mathématique, c'est-à-dire une transformation positive avec l'inconnue dans la transformation, et correspondant à deux différents types de représentation (VPb, LPb) sont données comme exemples ci-dessous.

- (1) J'avais 7 euros avant mon anniversaire. J'ai reçu de l'argent supplémentaire à mon anniversaire. Maintenant, j'ai 16 euros. Combien d'argent ai-je reçu lors de mon anniversaire ? (Problème avec droite graduée-LPb)



- (2) Hier, Jean avait 9 stylos dans sa trousse. Aujourd'hui il a acheté quelques stylos en plus et maintenant il en a 13 en tout. Combien de stylos a-t-il achetés ? (problème uniquement verbal-VPb).

Il convient de noter que dans le test, pour les problèmes avec la droite graduée, les élèves n'ont pas été obligés d'employer la droite graduée, mais il a été dit qu'ils pouvaient le faire s'ils croyaient qu'elle pourrait les aider dans leurs solutions.

3. Résultats

3.1. Structure de la résolution des problèmes et performance

L'analyse factorielle confirmatoire a été utilisée pour explorer l'organisation structurelle des différentes dimensions analysées ici. Un logiciel de modélisation d'équation structurelle, nommé MPlus, a été utilisé pour cette analyse (Muthén & Muthén, 2004). La solidité théorique et la véracité d'un modèle peuvent être déterminées en utilisant les mesures suivantes du test de validité de l'ajustement : X^2 , CFI (Index opportun de comparaison) et RMSEA (Racine du carré moyen des erreurs approximatives) (Bentler, 1990). Pour que le modèle reste valide, les valeurs de ces trois indices doivent se situer dans un intervalle adéquat : la valeur observée de X^2/df doit être inférieure¹ à 2.5, les valeurs de CFI doivent être supérieures à .9 et les valeurs RMSEA être inférieures à .06.

Le modèle proposé (voir Figure 1) implique trois facteurs de premier ordre et un facteur de deuxième ordre pour lequel tous les facteurs de premier ordre ont régressé. Les deux facteurs de premier ordre représentent les deux types de représentations proposées dans les problèmes avec l'inconnue sur l'état initial ou la transformation (ex : représentation verbale – Vab et description verbale accompagnée d'une droite graduée – Lab). L'autre facteur de premier ordre représente les problèmes avec l'inconnue sur l'état final sous les représentations, texte et texte avec droite graduée (Inc. c).

Le facteur de deuxième ordre représente la compétence mathématique générale sous-jacente à la solution de ces problèmes (CoSoPr). L'ajustement de ce modèle était bon [$X^2(84) = 142.51$; CFI = .98 ; RMSEA = .042]. On en déduit que le type de représentation, c'est-à-dire la description verbale et la description verbale avec droite graduée, a un effet sur la résolution de problèmes complexes additifs, mais non sur la résolution de problèmes simples.

Pour tester les différences possibles entre les trois groupes d'âges ainsi qu'entre le groupe expérimental et le groupe de contrôle dans la structure décrite ci-dessus, deux analyses inter-groupes ont été faites, où le modèle de plus grand ordre a été classé séparément pour chaque âge et chaque groupe d'enseignement, respectivement. L'ajustement du modèle était acceptable dans les deux cas,

¹ Dans cet article, la notation des nombres utilise le point décimal, tel qu'employé dans les logiciels d'analyse statistique utilisés.

indiquant que la même structure tient pour les trois catégories d'âges [$X^2(168) = 377.10$; CFI = .95 ; RMSEA = .057], aussi bien que pour les groupes contrôle et expérimental [$X^2(107) = 318.31$; CFI=.96 ; RMSEA = .059].

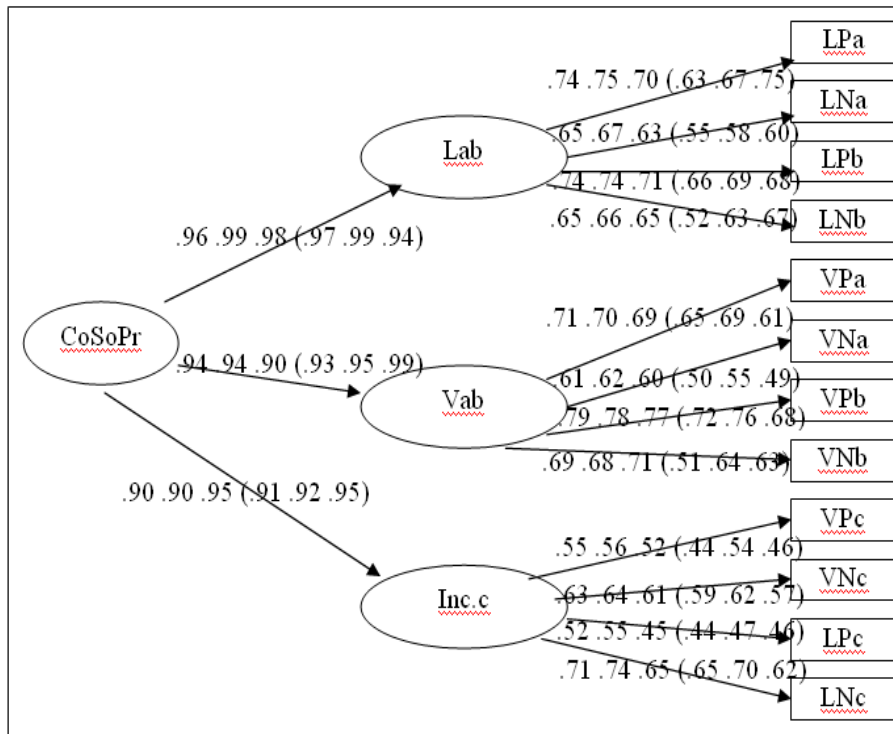


Figure 1 : Le modèle de l'analyse factorielle confirmatoire prenant en compte la performance pour l'échantillon total, le groupe contrôle et le groupe expérimental, ainsi que les niveaux de classe CP, CE1, CE2.

Notes :

- Le premier, deuxième et troisième coefficient de chaque facteur représente l'application du modèle sur la performance de l'échantillon total, des élèves du groupe contrôle et du groupe expérimental respectivement. Par exemple, le chargement (loading) du problème LPa sur le facteur Lab est .74 pour l'échantillon total, .75 pour le groupe contrôle et .70 pour le groupe expérimental.
- Le premier, deuxième et troisième coefficient de chaque facteur entre parenthèses représente l'application du modèle sur la performance des élèves de niveau CP, CE1 et CE2 respectivement. Par exemple, le chargement (loading) du problème LPa sur le facteur Lab est .63 pour CP, .67 pour CE1 et .75 pour CE2.

Le tableau 1 montre le pourcentage de réussite des élèves dans les divers problèmes par âge et par mode d'enseignement. La performance des élèves dans la résolution des problèmes semble augmenter avec l'âge. L'augmentation entre les élèves de CP et ceux de CE1 est plus importante que celle entre les élèves de CE1 et ceux de CE2.

		Groupe de contrôle			Groupe expérimental		
		6-7 ans	7-8 ans	8-9 ans	6-7 ans	7-8 ans	8-9 ans
Type de problème	VPa	27	64	79	44	82	78
	VNa	31	71	83	46	80	83
	VPb	30	73	83	40	82	83
	VNb	40	77	86	53	86	88
	VPc	70	90	94	77	92	94
	VNc	58	77	90	59	90	90
	LPa	30	67	85*	36	81	78
	LNa	30	70	80	35	70	72
	LPb	25	62*	71*	36	73	74
	LNb	39	70	80	47	79	78*
	LPc	69	88	94	68	90	94
	LNc	46*	81	91	60	81	86
<i>Effectifs</i>		<i>275</i>	<i>251</i>	<i>252</i>	<i>112</i>	<i>119</i>	<i>125</i>

Tableau 1 : Pourcentages de succès des élèves dans chaque problème, par âge et par mode d'enseignement.

* La différence entre les scores au problème accompagné de la droite et au problème verbal équivalent est statistiquement significative ($p < .01$)

Plusieurs comparaisons peuvent être faites parmi les 72 scores (6 groupes d'élèves \times 12 problèmes). On en présente trois qui répondent à nos questions de recherche.

Première comparaison

Une comparaison des scores de réussite entre les problèmes verbaux et les problèmes à l'aide de la droite graduée montre une équivalence des scores. Parmi les 36 comparaisons possibles (6 groupes d'élèves \times 6 types des problèmes du Tableau 1) la majorité des différences (31) ne sont pas statistiquement significatives. Dans quatre des différences significatives, la résolution de problèmes à l'aide de la droite graduée apparaît plus difficile que la résolution de problèmes verbaux. Cela est surtout perceptible parmi les élèves du groupe de

contrôle, sans doute parce que l'utilisation de la droite graduée dans la résolution de problème additif n'est pas très connue de ces élèves.

Deuxième comparaison

La deuxième comparaison concerne les scores des élèves du groupe de contrôle et du groupe expérimental. Au CP et au CE1, les élèves du groupe expérimental ont eu plus de succès dans la résolution des différents types de problème (avec ou sans la droite graduée) que les élèves du groupe de contrôle, ce qui indique l'effet positif du programme expérimental sur leur capacité à résoudre des problèmes. La différence de succès entre groupe expérimental et groupe contrôle était manifeste dans les problèmes avec l'inconnue sur l'état initial et sur la transformation. Au CE2, toutefois, le groupe expérimental et le groupe contrôle ont obtenu des niveaux similaires de performance. Autrement dit l'intervention didactique a comme résultat une amélioration de scores de réussites à tous les problèmes et pas seulement aux problèmes accompagnés par la droite graduée.

Troisième comparaison

La troisième comparaison concerne les scores aux problèmes suivant la place de l'inconnue (a, b, c). Le succès des élèves aux problèmes avec l'inconnue sur l'état final était plus élevé que leur succès aux problèmes avec l'inconnue sur l'état initial ou sur la transformation. La différence entre le succès des élèves dans les problèmes où l'inconnue porte sur l'état initial et sur la transformation et les problèmes où l'inconnue porte sur l'état final devient plus faible au CE1 et CE2, de même que dans le groupe expérimental. La différence entre les scores aux problèmes suivant la place de l'inconnue ressort aussi du modèle de structure globale du phénomène : on voit qu'on a deux facteurs (V_{ab} et L_{ab}) (c'est-à-dire que la représentation joue un rôle quand la question est sur a ou b) et un facteur ($Inc.c$) (c'est-à-dire que la représentation n'a aucune influence sur la réussite du problème quand la question est sur c).

3.2. Utilisation et efficacité de la droite graduée dans la résolution de problèmes

En ce qui concerne la question de savoir si l'utilisation de la droite graduée facilite les élèves de résoudre des problèmes additifs, le tableau 2 donne quelques informations intéressantes. Il montre l'efficacité de la droite graduée dans la solution de six problèmes différents. Tout d'abord, on peut dire qu'environ 30% des élèves ont utilisé la droite graduée correctement dans la solution de cinq des six problèmes. Dans le problème LNa, une plus faible proportion d'élèves (18%) a utilisé la droite graduée de façon appropriée. En ce qui concerne la réussite des élèves et l'utilisation de la droite graduée, le test t d'échantillons indépendants (independent samples t-test) a montré que les élèves qui ont utilisé correctement la droite graduée dans les problèmes LPc, LNC et LNa étaient significativement plus

efficaces que les élèves qui n'ont pas utilisé la droite graduée ou qui ont utilisé la droite incorrectement. Dans les trois autres problèmes, bien que les élèves qui ont utilisé de façon appropriée la droite graduée aient présenté des performances supérieures aux élèves qui ne l'ont pas utilisée, cette différence de réussite n'est pas statistiquement significative. Par conséquent, la droite graduée, dans les problèmes avec l'inconnue sur «c» et le problème avec une transformation négative ayant l'inconnue sur «a», s'est révélée être une aide supplémentaire importante à la procédure de résolution des problèmes des élèves.

Problème	Usage de la droite graduée	f (%)	Réussite moyenne (SD)	t (df)	p
LPc	Aucun usage ou usage incorrect	797 (70%)	.81 (.39)	-4.06 (810.64)	<0.001
	Usage correct	337 (30%)	.90 (.30)		
LNC	Aucun usage ou usage incorrect	774 (68%)	.70 (.46)	-3.50 (785.53)	.001
	Usage correct	360 (32%)	.79 (.41)		
LPb	Aucun usage ou usage incorrect	790 (70%)	.53 (.50)	-2.28 (661.26)	.023
	Usage correct	343 (30%)	.60 (.49)		
LNB	Aucun usage ou usage incorrect	773 (68%)	.63 (.48)	-1.51 (722.39)	.131
	Usage correct	361 (32%)	.67 (.47)		
LPa	Aucun usage ou usage incorrect	796 (70%)	.61 (.49)	-1.03 (644.78)	.304
	Usage correct	338 (30%)	.64 (.48)		
LNa	Aucun usage ou usage incorrect	927 (82%)	.55 (.50)	-6.00 (341.29)	<.001
	Usage correct	207 (18%)	.76 (.43)		

Tableau 2 : Usage de la droite graduée et réussite moyenne dans chaque problème.

Pour examiner la manière dont la droite graduée a contribué à la résolution des problèmes, nous avons analysé la manière dont les élèves qui ont correctement résolu les problèmes ont utilisé la droite graduée. Deux usages différents de la droite numérique ont été identifiés : d'un côté, représenter la procédure de résolution du problème qui correspond à l'opération ou aux relations entre les nombres en jeu dans l'opération ; de l'autre, représenter la situation mathématique du problème. Ces deux manières d'utiliser la droite graduée ont été inférées de l'observation des flèches que les élèves ont placées sur la droite graduée. Par

exemple, dans le problème LPb (voir la Méthodologie), les élèves qui ont utilisé la droite graduée pour représenter la structure mathématique de la situation du problème, ont construit la flèche qui apparaît dans la Figure 2a. Dans le même problème, la flèche qui apparaît dans la Figure 2b montre une représentation commune produite par les élèves qui ont utilisé la droite graduée comme aide au traitement numérique correspondant au procédé de solution.

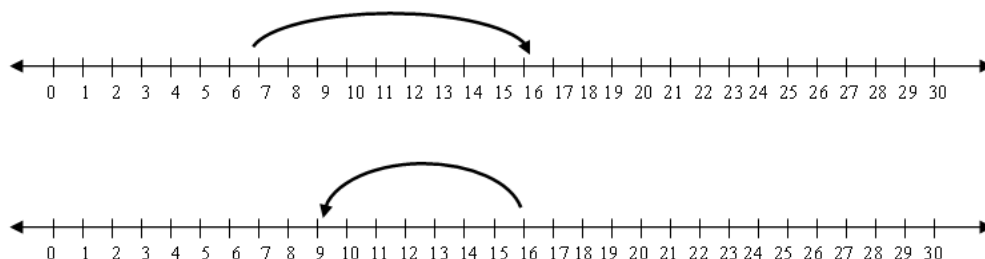


Figure 2 : Les flèches qui correspondent à l'utilisation de la droite graduée comme a) représentation de la situation et b) de la solution du problème (LPb).

Les différentes utilisations de la droite graduée choisies par les élèves ayant résolu correctement le problème en utilisant la droite graduée dans leur solution, selon le niveau, le groupe et pour chaque problème, sont présentées dans le tableau 3.

L'efficacité de chaque type d'usage de la droite graduée variait suivant la structure mathématique du problème.

Dans les problèmes avec une transformation positive dont l'inconnue portait sur la transformation (LPb) la majorité (plus de 80%) des élèves ayant réussi le problème, de chaque âge et de chaque groupe d'enseignement, ont utilisé la droite graduée pour représenter la situation du problème. Une préférence plus faible mais toujours importante (48-73%) de ce type d'usage de la droite graduée apparaît dans la résolution de problèmes avec une transformation négative et l'inconnue sur la transformation (LNb).

Dans les problèmes avec transformation positive et inconnue sur l'état initial (LPa), les élèves de CP et CE1 ont utilisé la droite graduée pour représenter la situation du problème à un degré moindre (42-77%) que dans les problèmes avec inconnue sur la transformation. Les élèves de CE2 étaient plus enclins (69-85%) à utiliser la droite graduée différemment, c'est-à-dire comme une représentation du calcul nécessaire pour la résolution du problème.

De manière similaire au problème LPa, dans les problèmes à transformation négative et inconnue sur l'état initial (LNa) 50-69% des élèves ont utilisé la droite graduée pour représenter la situation du problème. Il est intéressant de noter qu'un

fort pourcentage d'élèves du CE2 du groupe contrôle (92.3%) a utilisé la droite graduée pour mettre en œuvre des opérations arithmétiques nécessaires à la résolution du problème.

Type de problème	Age	LPb		LNb		LPa		LNa	
		Rep. Sit.	Rep. Sol.	Rep. Sit.	Rep. Sol.	Rep. Sit.	Rep. Sol.	Rep. Sit.	Rep. Sol.
Groupe de contrôle	6-7 ans	89.7	10.3	53.7	46.3	53.7	46.3	52.5	47.5
	<i>N</i>	39		54		41		40	
	7-8 ans	95.2	4.8	72.7	27.3	77.3	22.7	68.8	31.3
	<i>N</i>	21		22		22		16	
	8-9 ans	85.7	14.3	58.3	41.7	15.4	84.6	7.7	92.3
	<i>N</i>	21		24		26		13	
Groupe expérim.	6-7 ans	100	0	69.7	30.3	64	36	60	40
	<i>N</i>	25		33		25		25	
	7-8 ans	81	19	48	52	42	58	50	50
	<i>N</i>	42		50		50		30	
	8-9 ans	93.1	6.9	68.3	31.7	30.8	69.2	54.5	45.5
	<i>N</i>	58		60		52		33	

Rep. Sit. : représentation de la situation, Rep. Sol. : représentation de la solution

Tableau 3 : Pourcentages par groupes d'élèves ayant résolu correctement un problème pour chaque type d'utilisation de la droite graduée.

En résumé, l'apport de la droite graduée en tant que représentation de la situation du problème était plus grand dans la résolution de problèmes avec l'inconnue sur la transformation que dans la résolution de problèmes avec l'inconnue sur l'état initial. L'apport de la droite graduée dans la représentation de la solution du problème était plus important dans les problèmes avec l'inconnue sur l'état initial que dans la résolution de problèmes avec l'inconnue sur la transformation.

En ce qui concerne la relation entre l'âge et l'usage de la droite graduée, dans le groupe contrôle, l'usage correct le plus fort de la droite graduée en tant que représentation de la situation du problème est l'apanage des élèves de CE1, tandis que l'usage correct le plus fort de la droite graduée en tant que représentation de l'opération numérique du problème est l'apanage des élèves de CE2. Dans le groupe expérimental, la droite graduée est plus largement utilisée comme une représentation de la situation du problème par les élèves de CP, alors qu'elle est

plus largement utilisée comme une représentation de la résolution du problème par les élèves de CE1.

Considérant l'usage de la droite graduée en fonction du mode d'enseignement, au CP et au CE2 le groupe expérimental a montré une plus grande préférence que le groupe contrôle pour l'utilisation de la droite graduée en tant que représentation de la situation du problème. Au CE1, le groupe expérimental a affiché une plus grande préférence que le groupe de contrôle pour l'utilisation de la droite graduée comme une représentation de la résolution du problème. Pour résumer, il est évident que, pour les élèves ayant résolu correctement un problème, l'emploi de la droite graduée en tant que représentation de la solution du problème ou de la situation du problème varie avec l'âge et l'enseignement.

Plus que tout, la façon dont les élèves ont utilisé la droite graduée n'a pas eu de conséquences sur leur performance. Une exception : le test du "Chi carré" a montré que le type d'usage de la droite graduée dans la résolution de problème à transformation négative avec l'inconnue sur la transformation (LNb) et de problème à transformation positive avec l'inconnue sur l'état initial (LPa), par les élèves de CE2 et de CP respectivement du groupe expérimental, a différencié les performances des élèves.

Plus spécialement, chez les élèves de CE2 du groupe expérimental, parmi ceux qui ont utilisé la droite graduée pour représenter la situation du problème (LNb), une part significativement plus importante ($\chi^2=4.16$, $df=1$, $p<0.05$) des élèves a donné une réponse correcte (85.4%, $n=48$) par rapport à la proportion d'élèves correspondante (65.5%, $n=29$) qui ont utilisé la droite graduée pour représenter l'opération arithmétique du problème. Chez les élèves de CP du groupe expérimental, parmi ceux qui ont utilisé la droite graduée pour représenter la situation du problème (LPa), une part significativement plus importante ($\chi^2=4.94$, $df=1$, $p<0.05$) des élèves a réussi (59.3%, $n=27$) par rapport à ceux (30%, $n=30$) qui ont utilisé la droite graduée pour représenter l'opération arithmétique du problème.

4. Discussion

Cette étude cherchait à donner un aperçu du rôle de la droite graduée dans la résolution de problèmes additifs, en explorant la manière dont ce modèle influence sur la performance des élèves dans la résolution des problèmes de diverses structures. Il s'agissait aussi d'identifier la manière dont les élèves utilisent la droite graduée dans le contexte particulier de la résolution de problème et d'analyser les effets d'un programme expérimental centré sur l'introduction et l'usage de la droite graduée dans la résolution de problème additifs au CP, CE1 et CE2.

Le modèle de structure globale du phénomène suggère que les élèves ont utilisé, d'un côté, des processus similaires pour résoudre les problèmes avec l'inconnue sur l'état final. D'un autre côté, pour résoudre les problèmes plus compliqués avec l'inconnue sur l'état initial ou sur la transformation, les élèves ont utilisé des processus qui diffèrent suivant le type de représentation, texte et texte avec droite graduée. Ce résultat a mis en lumière les effets différentiels des deux types de représentations de l'énoncé de départ, la description verbale et la description verbale avec droite graduée, dans la résolution de problèmes complexes, mais non dans la résolution de problèmes simples. Ainsi, l'usage par les élèves des diverses représentations et en particulier de la description verbale et de la droite graduée peut considérablement contribuer à l'apprentissage de la solution des problèmes de transformation avec l'inconnue sur l'état initial ou la transformation, mais n'affecte pas nécessairement l'apprentissage de la solution des problèmes ayant la quantité inconnue sur l'état final.

Une conclusion importante qu'on peut tirer de cette étude est la plus grande efficacité d'un enseignement explicite des problèmes de transformation au CP et CE1. En effet, les élèves du groupe expérimental de CP et CE1 ont réussi mieux dans la résolution de divers types de problèmes avec ou sans droite graduée que les élèves du groupe contrôle, ce qui montre les effets positifs du programme expérimental sur leur capacité générale à résoudre des problèmes. L'apport du programme expérimental a été plus important dans la résolution de problèmes ayant l'inconnue sur l'état initial et la transformation, respectivement. Ces résultats suggèrent qu'un jeu entre des représentations différentes (matériel, verbal, symbolique et droite graduée) avec un accent sur la fonction de modélisation de la droite graduée pour représenter la situation d'un problème de transformation - ce qui est mis en lumière par le programme expérimental -, offre un soutien non seulement dans la capacité des élèves à utiliser la droite graduée dans ce contexte, mais aussi dans leur capacité à construire des représentations mentales appropriées pour ces problèmes complexes et donc dans la compréhension de ces structures mathématiques par les élèves, indépendamment de la représentation des problèmes. Ce ne fut pas le cas des élèves de CE2, pour lesquels la performance dans la résolution de problèmes additifs était déjà élevée, ce qui indique qu'à ce stade du développement la plupart des élèves n'ont plus besoin de représentations auxiliaires, telle que la droite graduée, pour la compréhension ou la résolution de problèmes additifs utilisés ici.

Les scores des élèves sur les problèmes d'addition avec la droite graduée ont été essentiellement équivalents, et dans certains cas plus faibles, par rapport à leurs performances sur les problèmes verbaux. Ce résultat pourrait s'expliquer par le fait que la grande majorité des élèves de l'échantillon entier (environ 70% ou plus) a évité d'utiliser la droite graduée (le problème avec la droite graduée a donc été

traité alors comme un problème verbal) ou a utilisé la droite graduée de façon inappropriée dans la résolution (ce qui conduit à des erreurs). Une interprétation qui peut être donnée pour ces réactions des élèves face aux problèmes avec la droite graduée est que la droite a exercé un rôle assez complexe dans la résolution des problèmes. Cela peut avoir été causé par les difficultés de conversion d'une description verbale en une description imposée sous forme de droite graduée. Ces difficultés de conversion peuvent provenir de deux déficiences. La première concernerait la compréhension du modèle, à cause probablement d'une représentation duale du nombre sur la droite graduée, en tant que vecteur et en tant que point (représentation géométrique), ou en tant que différence entre les nombres des deux points (représentation arithmétique) (Gagatsis et *al.*, 2003). Le fait que la représentation du texte de problèmes complexes avec droite graduée n'est pas nécessairement en conformité avec la représentation mentale que les élèves ont déjà construit pour ces problèmes peut être une deuxième interprétation de leurs difficultés face aux problèmes avec droite graduée.

Malgré la complexité de la droite graduée, les élèves ayant utilisé la droite correctement ont eu des résultats meilleurs ou équivalents à des élèves qui n'ont pas utilisé la droite graduée ou l'ont utilisée de façon inappropriée dans les problèmes de diverses structures. Donc, l'utilisation correcte de la droite graduée a été un moyen efficace de résoudre certains problèmes additifs. Ce résultat indique que le degré d'efficacité de l'utilisation de la droite graduée dans la solution des problèmes additifs peut varier selon la structure du problème. Cependant dans cette étude, l'utilisation de la droite graduée par les élèves a été examinée dans la solution d'un seul problème pour chaque structure différente. Cela ne nous permet pas de tirer des conclusions légitimes et générales sur les types de structures de problèmes qui peuvent être soutenus par l'utilisation de la droite graduée et dans quelle mesure. Ainsi, pour tirer des conclusions plus robustes et fournir des interprétations valables pour l'efficacité de l'utilisation de la droite graduée, une recherche plus approfondie est nécessaire. Une telle recherche pourrait examiner les performances et les processus des élèves dans un plus grand nombre de problèmes additifs avec la droite graduée pour chaque structure, à la fois quantitativement et qualitativement.

L'analyse dans cette étude des processus de résolution des problèmes par les élèves a vérifié la déclaration de Vergnaud (1986) selon laquelle deux types de représentations liées à un problème de transformation peuvent être distingués : la représentation de la situation du problème, en d'autres termes, la transformation telle que décrite dans le texte, et la représentation de la solution du problème ou de la procédure de résolution, en d'autres termes, de l'opération entre les nombres du problème ou des relations entre les nombres en jeu dans l'opération. Les deux types de représentations du problème à transformation ont été identifiés dans la façon

dont les élèves ont utilisé la droite graduée dans la résolution des problèmes. Cela suggère que quand la fonction de modélisation de la droite graduée dans le contexte de problèmes à transformation aide le processus de résolution du problème, c'est sans doute de deux manières : tout d'abord, les élèves qui exécutent une conversion de la situation du problème en passant de la description verbale à une représentation graphique de type droite graduée se concentrent sur la structure mathématique du problème plutôt que sur son contexte (Duval, 2003) et représentent sur la droite graduée non seulement l'ordre de grandeur entre deux quantités données mais aussi la position de ces quantités et la place de la quantité manquante. Cela peut être accompli en dessinant un vecteur ou une flèche qui représente la transformation et pour lesquels les points de départ et d'arrivée représentent les états initial et final respectivement. Deuxièmement, les élèves qui utilisent la droite graduée pour visualiser l'opération numérique qui correspond à la solution du problème ont déjà modélisé la transformation de ce problème et construit une représentation mentale de la situation du problème, ou dit autrement, du rôle de chacune des informations du problème. Ainsi, la droite graduée est utilisée comme une aide mentale pour le processus numérique de la résolution du problème. Cela peut être accompli en dessinant un vecteur ou une flèche dont l'ampleur spécifique et la direction représentent la quantité connue qui est ajoutée ou soustraite d'une autre quantité connue, qui est le point de départ de la flèche. Cette flèche se termine en un autre point de la droite graduée qui correspond au montant manquant. Ainsi, on peut être affirmer que la fonction de modélisation de la droite graduée peut faciliter deux étapes distinctes du processus de résolution du problème : d'un côté, la modélisation de la structure mathématique donnée dans le problème et de l'autre l'exécution de l'opération arithmétique du problème et les relations entre les nombres en jeu dans l'opération pour trouver la réponse numérique. Il faut noter que la manière dont les élèves utilisent la droite graduée ne modifie pas leur succès dans la plupart des problèmes, ce qui montre que les élèves utilisent la droite graduée de la manière qui convient le mieux pour eux et alors les deux manières d'utiliser la droite graduée peuvent être bénéfiques dans le processus de résolution du problème par l'élève.

L'ampleur avec laquelle chaque fonction de modélisation (chaque type d'utilisation) de la droite graduée a apporté un soutien à la résolution correcte du problème a varié avec la structure mathématique du problème et particulièrement de la place de l'inconnue. Représenter la structure de la situation mathématique du problème a été employé plus largement dans les problèmes avec l'inconnue sur la transformation, que dans les problèmes avec l'inconnue sur l'état initial. Une explication possible est que la flèche que les élèves construisent sur la droite graduée pour représenter la transformation de la situation mathématique des problèmes avec l'inconnue dans la transformation a probablement aidé les élèves à visualiser la quantité inconnue de cette modification. Représenter l'opération

numérique de la solution du problème a été trouvé plus fréquemment dans la solution des problèmes avec l'inconnue sur l'état initial que dans les problèmes avec l'inconnue sur la transformation. Dans les problèmes avec l'inconnue sur l'état initial le décor initial n'a pu être représenté (Briars & Larkin, 1984), et ainsi la modélisation de l'action décrite par le problème a pu rendre la résolution du problème plus difficile. Par conséquent, il apparaît que renverser l'action ou la transformation de ces problèmes, en commençant par l'état final sur la droite graduée, était plus efficace et compréhensible pour les élèves.

L'ampleur avec laquelle les élèves ont utilisé correctement la droite graduée dans chaque cas a varié selon l'enseignement et l'âge. Le groupe expérimental d'élèves de CP et CE2 a utilisé plus efficacement la droite graduée en tant que modèle de la situation du problème, comparé au groupe contrôle. Cela peut être expliqué par l'accent donné dans le programme expérimental à la fonction de modélisation de la droite graduée pour représenter la structure mathématique de la situation du problème. Toutefois, le groupe expérimental d'élèves du CE1 a utilisé plus correctement la droite graduée comme une aide mentale du processus numérique de la résolution du problème, comparé au groupe contrôle. Bien que cette conclusion nécessite de plus amples analyses, il peut être affirmé que les élèves de CE1 qui ont reçu l'intervention ont développé une plus grande flexibilité en utilisant la droite graduée dans les problèmes de transformation et ainsi ont pu sélectionner la fonction de modélisation de la droite graduée qui a le mieux servi leurs besoins.

Conclusion

Cette étude a montré que malgré la complexité de la droite graduée, la droite peut être un modèle puissant pour l'enseignement et l'apprentissage de problèmes de transformation dans les premières classes de l'école élémentaire, à condition qu'elle soit systématiquement liée à d'autres représentations (matérielle, verbale et symbolique) et que ses différentes fonctions de modélisation dans les diverses structures mathématiques des problèmes de transformation soient introduites et discutées. Il pourrait être théoriquement intéressant et utile en pratique pour des futures recherches d'examiner si la droite graduée peut faciliter la résolution de diverses catégories de problèmes additifs, même plus complexes, auprès des élèves d'âges examinés ici, mais aussi auprès d'élèves plus âgés.

Cependant, cette étude a également prouvé que la droite graduée n'aide pas toujours à résoudre des problèmes de transformation. Ainsi, il serait de grand intérêt d'explorer les causes de ce phénomène. Par exemple, une exploration du style cognitif des élèves et des représentations mentales spontanées qu'ils construisent pour les divers problèmes de transformation sans droite graduée par

rapport à leur emploi de la droite graduée en résolvant des problèmes équivalents avec une droite graduée pourrait apporter un éclairage sur cette question.

Mais, quelle est la contribution de cette étude à la définition de l'ETA ? Cette étude a apporté des informations spécifiques sur une partie des composants de l'ETA et de leur réseau, d'un point de vue cognitif.

Nos résultats soutiennent l'introduction de Kuzniak (2010) des représentations sémiotiques comme composante de base de l'ETM. En particulier, la structure sous-jacente dans la solution des problèmes additifs vérifiée ici et les performances des élèves dans divers types de problèmes ont apporté un éclairage sur les relations entre les représentations sémiotiques des modèles, c'est-à-dire la description verbale et la droite graduée et les structures relationnelles d'une catégorie spécifique de problèmes arithmétiques, c'est-à-dire les problèmes de transformation. En d'autres termes, la preuve a été apportée des effets significatifs du type de représentation sémiotique en résolvant des problèmes de transformation d'une structure complexe dans les premiers niveaux de l'école primaire.

Par ailleurs, les résultats de cette étude ont montré que la droite graduée peut aider les élèves (principalement les CP et les CE1) à construire une image spatiale-visuelle de la structure relationnelle d'un problème de transformation ou le processus numérique nécessaire à l'obtention d'une réponse. D'un côté, la construction de la représentation visuelle de la structure du problème est le résultat de la conversion d'une description verbale à une représentation graphique sur la droite graduée. La construction de cette représentation visuelle est un processus qui peut aider les élèves à mieux comprendre la structure mathématique du problème. D'un autre côté, la construction d'une représentation visuelle d'une opération numérique peut être assurée via la conversion d'une opération sous forme symbolique à une représentation graphique sur la droite graduée et le traitement dans le modèle de la droite graduée, c'est-à-dire, via l'utilisation de la droite graduée pour exécuter le calcul. La construction de cette représentation visuelle est aussi un processus qui peut aider les élèves à apporter une résolution correcte.

Cette étude a examiné la nature de l'ETA dans les premiers niveaux de l'école primaire dans le domaine des problèmes additifs en se concentrant sur l'ETA personnel des élèves. Dans de futures recherches, il pourrait être important pour la construction de l'ETA d'examiner ses caractéristiques dans le domaine particulier de la perspective de l'ETA qui concerne l'enseignant, aussi bien que l'ETA de référence ou idoine (Kuzniak, 2009) dans l'enseignement de problèmes additifs. L'influence de ces types d'ETA sur l'ETA personnel de l'élève pourrait être aussi analysée dans des futures recherches. De telles études pourraient apporter des informations de valeur quant aux propriétés des divers paradigmes sur l'enseignement de l'arithmétique.

Bibliographie

- ADETULA L. (1989), Solutions of simple word problems by Nigerian children: Language and schooling factors, *Journal for Research in Mathematics Education*, **20**, 489–497.
- BENTLER P.M. (1990), Comparative fit indexes in structural models. *Psychological Bulletin*, **107**, 301–345.
- BRIARS D.J. & LARKIN J.H. (1984), An integrated model of skill in solving elementary word problems, *Cognition and Instruction*, **1**, 245–296.
- COQUIN-VIENNOT, D. & MOREAU, S. (2007), Arithmetic problems at school: When there is an apparent contradiction between the situation model and the problem model, *British Journal of Educational Psychology*, **77**, 69–80.
- DUVAL, R. (2003), Décrire, visualiser ou raisonner : quels «apprentissages premiers» de l'activité mathématique ?, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **8**, 13–62.
- ELIA, I. (2009), L'utilisation d'images dans la résolution de problèmes additifs : quel type d'image et quel rôle ?, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **14**, 5–29.
- ELIA I. GAGATSI A. & DEMETRIOU A. (2007), The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems, *Learning and Instruction*, **17**, 658–672.
- ERNEST, P. (1985), The number line as a teaching aid, *Educational Studies in Mathematics*, **16**, 411–424.
- GAGATSI, A. SHIAKALLI, M. & PANAOURA, A. (2003), La droite graduée comme modèle géométrique de l'addition et de la soustraction des nombres entiers, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **8**, 95–112.
- HARRIES, T. BARMBY, P. & SUGGATE, J. (2008), What's in a picture? Understanding and representation in early mathematics, In *Teaching and Learning Early Number* (Ed. I. Thompson), 160–175, Open University Press, Berkshire, U.K.
- HART, K.M. (ED.) (1981), *Children's understanding of mathematics*, John Murray, London.
- KUZNIAK, A. (2009), Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de la scolarité obligatoire en France, dans *Recherche en Didactique des Mathématiques*, (Eds. A. Gagatsis, A. Kuzniak, E. Deliyianni & L. Vivier), 71–89, University of Cyprus, Lefkosia.

KUZNIAK, A. (2010), *Communication soumise au Symposium Franco-Chypriote de didactique*.

MUTHÉN, L. K. & MUTHÉN, B.O. (2004), *Mplus User's Guide*, (3rd ed.), Muthén & Muthén, Los Angeles, CA.

NESHER, P. GREENO, J.G. & RILEY, M.S. (1982), The development of semantic categories for addition and subtraction, *Educational Studies in Mathematics*, **13**, 373–394.

NESHER, P. & HERSHKOVITZ, S. (1991), Two-steps problems-research findings, In *Proc. 15th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Ed. F. Furinghetti), **3**, 65–71, PME, Assisi, Italy.

RAFTOPOULOS, A. (2002), The spatial intuition of number and the number line, *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, **1(2)**, 17–36.

VERGNAUD, G. (1986), Psychologie du développement cognitive et didactique des mathématiques : un exemple : les structures additives, *Revue Grand N*, **38**.

VERSCHAFFEL, L. & DE CORTE, E. (1993), A decade of research on word problem solving in Leuven: theoretical, methodological and practical outcomes, *Educational Psychology Review*, **5**, 239–256.

Iliada ELIA

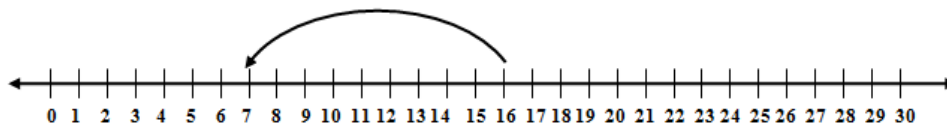
Département d'Éducation,

Université de Chypre,

P.O. Box. 20537,

Lefkosia, Chypre

elia.iliada@ucy.ac.cy

Annexe**Exemples de tâches proposées aux élèves du groupe expérimental****1. Lequel des trois énoncés ci-dessous correspond à la droite graduée ?**

1. Un petit livre a 16 pages. J'ai lu 9 pages. Combien de pages me restent à lire ?
2. Un petit livre a 16 pages. J'ai lu 7 pages. Combien de pages me restent à lire ?
3. J'ai lu 9 pages d'un petit livre et 16 pages me restent à lire. Combien le livre comporte-t-il de pages ?

2. Quelque chose manque dans l'énoncé du problème suivant. Trouvez-le à partir de la droite graduée.

J'ai acheté une gomme pour ... centimes. Maintenant, j'ai 8 centimes. Combien d'argent avais-je avant d'acheter la gomme ?

