FERNANDO HITT

THEORIE DE L'ACTIVITE, INTERACTIONNISME ET SOCIOCONSTRUCTIVISME. QUEL CADRE THEORIQUE AUTOUR DES REPRESENTATIONS DANS LA CONSTRUCTION DES CONNAISSANCES MATHEMATIQUES ?

Abstract. Activity theory, interactionism and social constructivism. What theoretical framework in the construction of mathematical knowledge related to representations? In the '80s, mental representations were analyzed by educators in a constructivist approach. A paradigm shift, but always in a constructivist approach, took place in the same decade with the analysis of constructions of mathematical concepts in a theoretical framework based on semiotic representations. New theoretical frameworks on the social construction of knowledge took place at the end of the last century, where new paradigms took into account the perspective of social construction of knowledge. Different teaching methods have appeared in these theoretical frameworks and also new concepts such as functional representation and its evolution in an environment of collaborative learning, scientific debate and self-reflection (ACODESA). In this paper we show how this development fits within a theoretical framework of activity in a dialectical process between activity and communication in the mathematics classroom.

Résumé. Dans les années 80, les représentations mentales étaient analysées par les didacticiens dans une approche constructiviste. Un changement de paradigme, mais toujours dans une approche constructiviste, a eu lieu dans la même décade avec l'analyse des constructions des concepts mathématiques sous un cadre théorique basés sur les représentations sémiotiques. Nouveaux cadres théoriques sur la construction sociale des connaissances a eu lieu à la fin du siècle dernier, où les nouveaux paradigmes prennent en compte une perspective de construction sociale des connaissances. Différentes méthodes d'enseignement ont apparu sous ces cadres théoriques et nouvelles notions comme la représentation fonctionnelle et son évolution dans un milieu d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'autoréflexion (ACODESA). Dans ce document nous voulons montrer comme cette évolution s'insère dans un cadre théorique de l'activité dans un processus dialectique entre activité et communication dans la classe de mathématiques.

Mots-clés. Construction sociale des connaissances, méthodologie ACODESA, représentation fonctionnelle, théorie de l'activité.

---

1. Introduction

La recherche à la fin du XIX[e] et au début du XX[e] siècle autour de la signification du signe a marqué le XX[e] siècle. Il y eut deux courants principaux. D'une part,

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 18, p. 9-27.

celui suivi par Peirce (1992, 1998), où le signe est une triade « objet-representamen-interprète », d'autre part, celui de Saussure (1915/1973), lié au signe linguistique, où le signe est un couple constitué par le concept (représentation mentale) et l'image acoustique (son en rapport avec l'objet).

Sans prendre parti pour l'une ou l'autre de ces tendances, il est indéniable qu'à partir de ces travaux, les représentations mentales ont commencé à prendre un rôle important dans l'étude de la construction des connaissances. Dans les travaux de Piaget et collaborateurs, nous pouvons trouver une approche profonde de la notion de représentation mentale. Dans les travaux plus récents, son influence a conduit à essayer de comprendre les représentations mentales des individus à travers leurs productions. Par exemple, Richard (1990), en psychologie, se centre sur « Les Activités mentales » et Vinner et Tall (1991), en didactique des mathématiques, ont développé les aspects théoriques d'« image conceptuelle » et de « définition du concept ». Ces approches ont promu la recherche sur le rôle des représentations mentales pour essayer de comprendre les constructions cognitives des élèves. L'accent était alors mis sur l'étude des représentations mentales à travers les représentations sémiotiques, soit sur ce qui a été construit et non pas sur la façon dont il a été construit. Cette approche a marqué le constructivisme.

Un changement substantiel de paradigme a émergé dans les années quatre-vingt où l'objet principal d'étude était axé autour du rôle des représentations sémiotiques dans la formation des concepts mathématiques. C'est en essayant de voir le revers de la médaille (toujours dans une approche constructiviste), pour ainsi dire, que Janvier (1987) et Duval (1988, 1993, 1995), entre autres, se sont intéressés à l'analyse du rôle des représentations sémiotiques dans le processus de conversion entre représentations dans la construction de concepts mathématiques. L'idée derrière ces deux approches était, et continue à être, que la représentation d'un objet mathématique est partielle par rapport à ce qu'elle représente, d'où l'importance des processus de « traduction entre représentations » pour Janvier ou de « conversion entre représentations » pour Duval. Donc, Janvier a proposé sa table de conversion, tandis que Duval a introduit les notions de « Registre de représentations » et de processus de conversion entre représentations des différents registres. Pour Janvier et Duval, la conversion de représentations était liée aux représentations institutionnelles (ce que l'on trouve dans les livres, ou dans les écrans des ordinateurs, etc.).

L'approche de Janvier est étroitement liée à la notion de fonction et à l'importance de l'élaboration des tâches sur la modélisation mathématique. Pour Janvier (Claude) et Janvier (Bernadette), cette approche sur les fonctions et les processus de modélisation les a amenés à discuter sur une représentation particulière « schéma » qui n'a pas de place dans la notion de registre chez Duval.

Toutefois, dans le cas de Duval, la précision sur les processus cognitifs associés à la conversion entre les représentations conduit à analyser les unités significatives sur lesquelles on devrait se concentrer dans une représentation lorsque l'on va faire une conversion vers une autre représentation dans un autre registre. Sur quoi fixons-nous notre attention quand on veut passer d'une représentation dans un registre à une autre représentation dans un autre registre? Précisément, dans le processus d'association, nous devons prêter attention aux unités significatives liées à chacune des représentations (Duval, 1988, 1993, 1995).

2. Représentations dans un cadre théorique de communication dans la classe de mathématiques

Prenant en compte le caractère socioculturel de l'apprentissage dans la classe de mathématiques (Hitt, 2003, 2004, 2006, 2007), Hitt présente certaines représentations qu'il n'est pas possible d'étudier exclusivement sous le cadre théorique des registres de représentation (Duval, 1993, 1995).

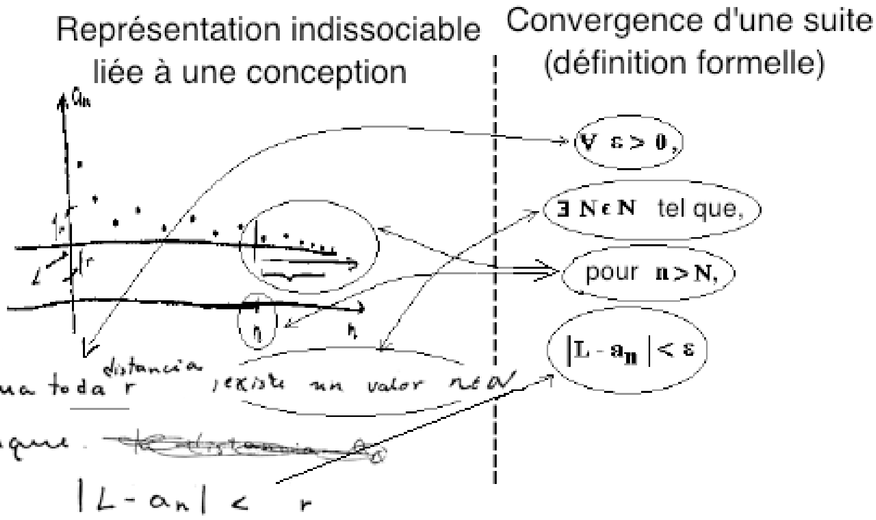

Figure 1. Un exemple d'une production en équipe liée à une représentation fonctionnelle (Hitt, 2003) dans une ambiance d'activité et communication dans la classe de mathématiques

Plus tard, Duval (2006, p. 111) reconnaît ce type de représentations et les nomme représentations auxiliaires transitoires. De notre point de vue, en les nommant ainsi, Duval (*ibid.*) leur attribue implicitement un rôle mineur dans la construction de concepts. Ainsi, Duval donne une primauté aux représentations sémiotiques institutionnelles sur les représentations, disons pour le moment, non institutionnelles dans la construction de concepts mathématiques. Cependant, cette approche néglige le rôle important des représentations « non officielles » (pour l'instant, nous allons les désigner de cette manière pour les distinguer des représentations officielles) qui émergent généralement dans la résolution de problèmes et de situations problèmes indépendamment de la construction d'un concept mathématique. Dans le processus de modélisation mathématique (Hitt et Morasse, 2009), où les représentations non officielles émergent de façon naturelle, elles n'ont pas un caractère temporaire comme Duval (*ibid.)* l'affirme ; en fait, dans une approche socioculturelle, ces représentations ont une tendance à se développer par communication et validation dans la classe de mathématiques vers les représentations officielles.

Comme nous l'avons noté chez Hitt (2003, 2004, 2006), il y a des représentations qu'il n'est pas possible de classer à l'intérieur d'un registre de représentations. Ces représentations sont très importantes dans la construction de concepts (Hitt, 2003) ou dans la résolution de situations problèmes (diSessa et al., 1991 ; Hitt, 2004, 2006 ; Hitt et Morasse, 2009 ; Hitt et González-Martin, en préparation). Selon une approche de la construction sociale de la connaissance, diSessa et al. *(ibid.*) et Hitt et González-Martin (*ibid*.) montrent l'importance d'observer et d'analyser les constructions d'étudiants et, aussi, d'analyser leur évolution dans un contexte de construction sociale des connaissances au sein de la classe de mathématiques.

Les résultats obtenus chez Hitt (2003, 2004 et 2006), Hitt et Morasse (*ibid.*) et Hitt et González-Martin (*ibid*.) nous ont permis d'identifier ce type de représentations comme une *représentation de type fonctionnel, représentation mentale qui émane dans l'activité mathématique non routinière, qui s'exprime par une représentation liée à l'action.* Ce caractère fonctionnel de la représentation est très important pour comprendre un énoncé mathématique et, en même temps, pour amener l'action de résoudre le problème ou la situation problème liée à l'énoncé.

Selon ce point de vue, au regard de l'insuffisance de l'approche constructiviste de Duval, d'une part, et de la possibilité d'avoir des représentations qui n'appartiennent pas à un registre de représentations, nous avons vu la nécessité de rechercher des solutions alternatives liées à la construction socioculturelle des connaissances et d'examiner les représentations fonctionnelles en profondeur.

3. À la recherche d'une théorie globale et une théorie locale autour de la communication dans la classe de mathématiques

Des auteurs comme Sierpinska (1998) préfèrent une approche interactionniste à l'approche socioconstructiviste et socioculturelle pour l'analyse de la communication dans la classe de mathématiques liée aux constructions des connaissances. La plupart des auteurs dans le même ouvrage de Steinbring et al.

(1998) prônent que l'interactionnisme est le mieux placé pour rendre compte des interactions de communication dans la classe de mathématiques. En revanche, Lerman (1998 p. 345) affirme de son côté que les théories socioculturelles offrent une meilleure approche pour décrire le processus selon lequel l'environnement construit les individus (et vice versa). De leur côté, Steinbring *et coll.* ainsi que Lerman coïncident dans le rejet de l'approche socioconstructiviste comme l'idéal pour décrire une construction sociale où la communication et l'environnement sont fondamentaux. Sierpinska (*Ibid.*), entre autres, se penche sur les interactionnistes liés aux travaux de Wittgenstein, par contre, Lerman (*Ibid.*) penche plutôt vers une théorie de l'activité. Et Davydov (1999, p. 47) signale que, dans une approche théorique de l'activité, on ne doit pas opposer activité avec communication, mais plutôt les considérer comme inséparables.

Notre travail est lié à l'analyse de ce qui se passe dans une microsociété qui est la classe de mathématiques, précisément, l'analyse des processus de résolution de situations problèmes, où sont essentiels la communication, la manipulation d'objets physiques, le travail individuel, en équipe et en grand groupe, ainsi que les gestes. Dans cette perspective, nous nous rapprochons de la nouvelle génération de la théorie de l'activité. Cette théorie fondée sur le travail de Liontev (considéré comme appartenant à la première génération) prend en compte l'articulation entre *activités et motifs*, *actions et objectifs*, et *opérations* restreintes à un contexte. Elle peut être vue comme un système social d'interactions et, ainsi que Nardi (1997) le signale :

> Activity theory is a powerful and clarifying descriptive tool rather than a strongly predictive theory. The object of activity theory is to understand the unity of consciousness and activity. Activity theory incorporates strong notions of intentionality, history, mediation, collaboration and development in constructing consciousness. Activity theorists argue that consciousness is not a set of discrete disembodied cognitive acts (decision making, classification, remembering...) and certainly it is not the brain; rather consciousness is located in everyday practice: you are what you do. And what you do is firmly and inextricably embedded in the social matrix of which every person is an organic part. This social matrix is composed of people and artifacts. Artifacts may be physical tools or sign systems such as human language. Understanding the interpenetration of the individual, other people and artifacts in everyday activity is the challenge activity theory has set for itself. (p. 4)

Nous prenons la même théorie élargie par Engeström (1999), qui nous permet de mieux appliquer les différentes phases autour de la division du travail face à une tâche mathématique (individuelle, en équipe, en grand groupe) dans notre approche méthodologique.

De ce point de vue, une théorie générale socioculturelle vygotskienne, avec une approche de théorie de l’action fondée sur la proposition d’Engeström, va nous permettre d’analyser la communication dans la classe des mathématiques. La question qui émerge alors est : Que voulons-nous promouvoir dans la classe de mathématiques ?

Dans la Figure 2, nous montrons une représentation visuelle des étapes de la méthode d'enseignement ACODESA et, en même temps, une adaptation du triangle d'Engeström, qui montre les interactions entre les différents acteurs dans un processus de résolution d'une situation problème en accord avec la méthode ACODESA.

Selon Engeström (1999, p. 28), l'aspect principal dans la théorie de l'activité est la médiation. Celle-ci se fonde sur l'approche théorique de Vygotsky, comme le signale Cole (1999, p. 89) : "Vygotsky (1934/1987) also emphasized the qualitative change in human activity engendered by tool mediation". La médiation est le principal constituant dans le triangle d'Engeström qui modélise un système d'activité collective. Dans l'approche théorique de Liontev, la division du travail est importante. De même, dans le modèle d'Engeström, un aspect principal est aussi cette composante. Le sujet peut être, un élève, une équipe, l'enseignant, le groupe en entier incluant l'enseignant; cela dépend de l'étape en jeu dans un moment donné avec ACODESA. Les règles s’accordent avec la méthode d'enseignement. Un aspect très important est la médiation d'artefacts. Dans ce nœud, on rassemble: la situation problème, les objets physiques disponibles, les productions des élèves (représentations), la communication, etc. Les flèches nous indiquent l'interaction entre les différents acteurs dans le processus de résolution d'une situation problème. Nous avons une chaîne de significations pour arriver à une solution de la situation.

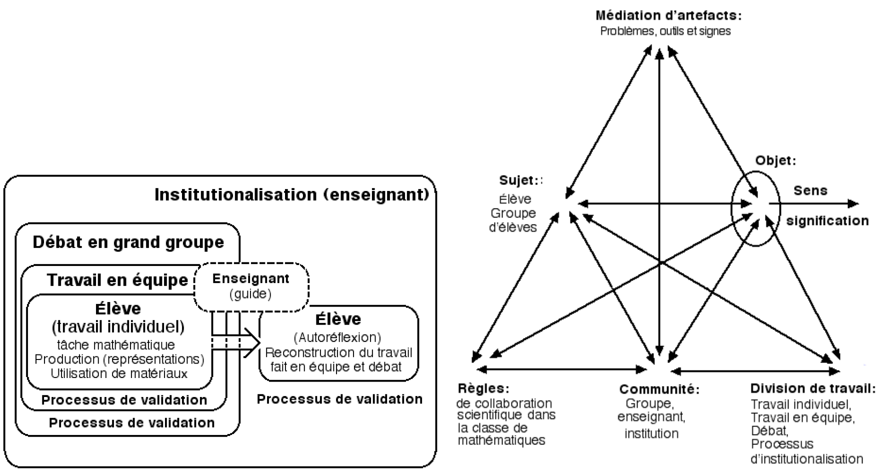

Figure 2. ACODESA (Apprentissage COllaboratif, DÉbat Scientifique et

Autoréflexion) issu de la théorie de l'activité selon Engeström (1999)

Dans un contexte socioculturel, nous nous sommes efforcés d'analyser l'approche de Bourdieu (1980, p. 88-89), autour de la notion d'*habitus* :

> Les conditionnements associés à une classe particulière de conditions d'existence produisent des *habitus*, systèmes de *dispositions* durables et transposables, structures structurées prédisposées à fonctionner comme structures structurantes, c'est-à-dire en tant que principes générateurs et organisateurs de pratiques et de représentations qui peuvent être objectivement adaptées à leur but sans supposer la visée consciente de fins et la maîtrise expresse des opérations nécessaires pour les atteindre, objectivement « réglées » et « régulières » sans être en rien le produit de l'obéissance à des règles, et étant tout cela, collectivement orchestrées sans être le produit de l'action organisatrice d'un chef d'orchestre.

Est-il possible d'adapter cette notion générale d'*habitus* qui est liée à la pratique dans la vie courante au milieu scolaire ? De notre point de vue, la réponse est oui, en prenant l'école comme une micro société où la pratique dans un milieu d'enculturation (la classe de mathématiques) joue un rôle important dans la formation d'un *habitus* lié, dans notre cas, à la modélisation mathématique en 3e secondaire (élèves de 14 ans). L'*habitus* devrait être lié aux représentations fonctionnelles et à leur évolution dans un milieu socioculturel. Nous voulons nous attarder sur des éléments d'une théorie locale des représentations qui devrait permettre d'expliquer, d'une part, les constructions des connaissances d'un point de vue d'enculturation dans la classe de mathématiques et, d'autre part, la construction individuelle des connaissances des élèves dans ce milieu.

Notre approche méthodologique prend en compte différentes étapes (voir les étapes d'ACODESA) dans un milieu socioculturel lié à la théorie de l'activité. La réflexion individuelle d'un élève est faite à l'intérieur de ce milieu, dans la mise en place duquel participe notre méthodologie, avec ses étapes de travail en équipe, de discussion en grand groupe, de retour à la réflexion individuelle et finalement d'institutionnalisation, qui sont les étapes de notre méthodologie. Ci-après nous détaillons les étapes proposées dans le cadre de la méthodologie ACODESA pour l'étude des problèmes et situations-problèmes dans la classe de mathématiques.

I. *Travail individuel en milieu socioculturel dans la classe de mathématiques*

Le travail individuel dans un premier temps vise à fournir aux étudiants la possibilité de se représenter le problème ou la situation problème, afin qu'ils puissent en avoir une certaine idée avant de passer à la discussion d'équipe (voir Figures 1 et 2). Les représentations fonctionnelles (probablement non liées aux représentations institutionnelles) apparaissent souvent à ce stade et, à travers elles, les élèves produisent un schéma (représentation externe) qui leur permet de passer à l'action.

II. *Travail en équipe en milieu socioculturel dans la classe de mathématiques*

L'interaction entre les élèves a comme fonction l'enrichissement de l'approche individuelle développée dans la première étape. En règle générale, les étudiants ayant le plus de pouvoir de persuasion sont ceux qui vont diriger l'équipe pour la résolution de la tâche mathématique. C'est pourquoi, il est crucial que l'étudiant ait d'abord eu une approche individuelle. La manipulation des objets physiques est très importante dans cette étape (Figure 2). Habituellement, c'est là que commencent les processus de validation (Figure 1) et le travail de raffinement des représentations fonctionnelles dans un processus de communication qui doit se matérialiser en représentations dites institutionnelles dans un processus de communication. C'est ici que les normes (voir Figure 2) interviennent pour la distribution du travail entre les membres de chacune des équipes.

III. *Débat (avec la possibilité de promouvoir un débat scientifique)*

Le rôle de l'enseignant est de promouvoir la communication scientifique dans la classe de mathématiques (Legrand, 1993). Son rôle n'est pas de fournir la réponse correcte aux élèves (voir Figure 1 et 2), mais de les questionner et aussi de promouvoir un débat scientifique entre eux. Les différents résultats donnés par les équipes sont pesés et discutés par les différentes équipes jusqu'à arriver à la conviction et au consensus. Encore une fois, un processus de raffinement des représentations non institutionnelles apparaît régulièrement à ce stade. Attention! Il est habituel pour les élèves d'exprimer leur accord lors d'une discussion en grand groupe. L'enseignant peut donc penser que ses élèves ont compris, mais quelques élèves, s'ils sont consultés individuellement, seront probablement incapables de reconstituer par eux-mêmes ce qui a été exprimé par les autres (Thompson, 2002). C'est pourquoi la prochaine étape est essentielle à notre modèle d'enseignement. À ce stade, il faut ramasser les productions des élèves avant de passer à l'étape suivante.

IV. *L'autoréflexion en milieu socioculturel dans la classe de mathématiques*

Cette étape n'est pas explicitée dans les approches d'apprentissage collaboratif ni dans les recherches (cf. Figure 1). La reconstruction individuelle des connaissances qui ont émergé en équipe et en grand groupe est une étape essentielle pour promouvoir l'*abstraction* chez les élèves (dans notre cas reconstruction individuelle de la connaissance). Nous prenons en compte le fait que le consensus dans la classe de mathématique peut être éphémère pour quelques élèves et qu'il est pour cela important de revenir sur la reconstruction de ce qui avait été fait en classe.

V. Le processus d'institutionnalisation

À ce stade, l'enseignant résume ce qui a été produit par les étudiants et permet une utilisation efficace des représentations institutionnelles (voir Figure 1 et 2). De plus, l'enseignant peut certainement discuter les différentes représentations qui ont émergé au cours de la résolution de la tâche mathématique.

4. Comment et quand utiliser la méthodologie ACODESA?

Les situations problèmes sont généralement conçues dans le but de générer une pensée diversifiée. En revanche, en général, les exercices sont conçus pour promouvoir une pensée avec un but précis, ou si vous voulez, ils sont conçus pour consolider la connaissance en savoir (comme Conne, 1992, nous faisons la distinction entre connaissance et savoir). Les problèmes ou les situations problèmes pour lesquels ACODESA est intéressante sont ceux qui permettent des voies de solution diversifiées.

Dans un cours magistral, il est difficile de promouvoir une pensée diversifiée. C'est dans une approche d'apprentissage collaboratif que la pensée diversifiée peut donner le plus de résultats. Les différents membres de chaque équipe peuvent avoir des idées différentes et la discussion en grand groupe donne aux élèves l'opportunité de préciser leurs idées et commencer le travail d'une pensée orientée vers un but précis. Le contrôle de la classe pour faire avancer les élèves est donné par les différentes étapes de la méthode d'enseignement ACODESA; et la théorie de l'activité fournit la base théorique pour un apprentissage où les différentes étapes de la méthode et la manipulation d'objets jouent un rôle important.

De cette façon, la méthodologie ACODESA a un sens quand il s'agit de la résolution de situations problèmes ou des problèmes où l'on a l'intention de promouvoir une pensée diversifiée, comme une phase préliminaire avant de promouvoir une pensée vers un but précis. Autrement dit, on essaye de promouvoir la connaissance et ensuite le savoir.

Les situations problèmes sont généralement associées à des processus de modélisation mathématique. Ces processus sont habituellement associés à des tâches non routinières, qui génèrent chez les élèves la production des représentations fonctionnelles, soit des représentations qui sont liées à l'action et se dégagent lors de la lecture d'un énoncé mathématique pour comprendre la tâche, et la production d'une représentation qui émerge en vue de résoudre la tâche. La représentation n'est pas fonctionnelle si elle n'est pas liée à l'action.

Cette distinction combinée au fait de travailler une méthode d'enseignement dans laquelle la dialectique artéfact-outil, division du travail, communication dans la classe dans un contexte d'interaction sociale nous éloigne du constructivisme, du socioconstructivisme, de l'interactionnisme et nous rapproche de la théorie de l'activité et celle-ci d’une théorie socioculturelle vygotskienne. Dans ce contexte, dans notre cadre théorique, nous distinguons les représentations fonctionnelles qui peuvent s‘exprimer par des représentations, institutionnelles ou non. Avec la méthodologie ACODESA, nous essayons d'introduire un moteur de construction d’un habitus au sens de Bourdieu. Cela dit, nous essayons de promouvoir la construction d'une structure (structurant dans le sens de Bourdieu) régissant l'activité des individus en résolution de problème ou de situation problème dans le contexte de la modélisation mathématique. En bref, nous visons la mise en place d’un habitus lié à la résolution des problèmes et des situations problèmes en rapport avec la modélisation mathématique dans un environnement socioculturel.

Immergés dans un cadre théorique de l’action, nous pouvons utiliser l’approche d’Engeström, dans laquelle l’*habitus* est construit comme une chaîne où chaque anneau peut être représenté par le triangle d’Engeström, dans une approche complexe (un système) pour l’étude de la communication dans la classe de mathématiques (voir Figure 2).

5. But de l’expérimentation

Nous avons développé cinq activités conçues pour travailler pendant 13 rencontres d’une heure 15 minutes. Ainsi qu’indiqué précédemment, l'objectif général de l'expérience était de promouvoir chez les élèves la construction d'un *habitus* relatif à la résolution de situations problèmes en lien avec le contenu mathématique sur la modélisation mathématique et les fonctions. Plus précisément, notre intention était de promouvoir un *habitus* lié à la construction d’un schéma (à partir d'un énoncé lié à une situation problème), de promouvoir l’association avec d'autres représentations : verbales, numériques, construction de l’allure de la représentation graphique (qui peut jouer comme élément de contrôle), construction de la représentation algébrique et, finalement, tracé de la représentation graphique à l’aide de la représentation algébrique. Dans tout cela, il s’agit d’expliquer le phénomène étudié à l’aide des différents modèles construits. La méthode ACODESA, en plus de promouvoir la coordination entre représentations en incluant les représentations fonctionnelles dans un milieu socioculturel, veut promouvoir une sensibilité à écouter ses coéquipiers et à engager un débat scientifique si nécessaire. A un niveau plus élevé, l’argumentation pour convaincre et la sensibilité à la contradiction devraient aboutir à la démonstration. Ici, l’abstraction passe par plusieurs étapes et se termine avec la reconstruction des processus développés avec ses coéquipiers et en grand groupe, abstraction qui devrait être intégrée à un savoir dans le processus d’apprentissage.

6. Expérimentation sur la modélisation mathématique en 3e secondaire avec ACODESA

Nous avons effectué une expérimentation de 13 séances avec deux groupes de 3e secondaire au Québec (âge de 14 ans). L'enseignant était intéressé par la méthodologie ACODESA pour mener une expérience avec deux groupes d'étudiants : un groupe dit « fort » par l'enseignant, de 36 élèves, et un groupe dit « faible » de 24 élèves.

6.1. Description générale des activités[1]

La première activité (le photographe) favorise la construction d'une représentation fonctionnelle et de son produit dans la représentation d'un schéma, la représentation verbale consistant à expliquer la situation en termes de covariation entre variables.

La deuxième activité (le randonneur) favorise la construction d'une représentation fonctionnelle et de son produit dans la représentation d'un schéma, la représentation verbale consistant à expliquer la situation en termes de covariance entre variables et l'« allure de la représentation graphique » produite à partir de certaines données expérimentales.

La troisième activité (jacuzzi) favorise les mêmes éléments que les deux premières activités, ainsi que la représentation algébrique et un retour à la représentation graphique (d'un point de vue plus précis) une fois l'expression algébrique trouvée.

Les quatrième et cinquième activités (les carrés et les ombres) font la promotion des mêmes aspects que la troisième activité, mais cette fois-ci, on essaye de renforcer chez les élèves la construction d'un *habitus* lié aux processus de modélisation mathématique et aux fonctions.

Dans Hitt et Morasse (2009), Gonzalez et coll. (2008), Hitt et Gonzalez (en cours), nous avons montré les caractéristiques à la fois de l'évolution d'une représentation « schéma » liée à une représentation fonctionnelle, la construction des connaissances dans un travail collaboratif et l'autoréflexion. Tous ces aspects sont liés à la méthodologie ACODESA. Dans ces documents, nous avons discuté différents aspects des résultats expérimentaux, montrant des exemples de productions liées aux représentations fonctionnelles, de processus de covariation entre les variables en tant que prélude à la notion de fonction et de constructions individuelles et sociales des connaissances. C'est ici que nous discutons de la notion d'*habitus* de façon plus précise. Dans ce document, nous analysons la notion d'*habitus* que, croyons-nous, certains étudiants ont développée et que nous pensons former une connaissance stable.

[1] Des présentations préliminaires ont été travaillées dans le cours MAT3225 Didactique de la variable et les fonctions à l'UQAM, par C. Janvier, B. Janvier, L. Charbonneau et F. Hitt en différents cours. L'activité du "Randonneur" a été considérablement améliorée par V. Passaro (2007, 2009) dans son mémoire de maîtrise.

Comme nous l'avons dit, nous avons choisi de suivre quelques élèves dans leur parcours des 13 sessions d'une heure et quart. L'expérimentation a été développée pendant un mois et demi. Deux caméras ont filmé toutes les sessions.

La formation des équipes n'a pas été exactement celle qui est planifiée dans la méthodologie ACODESA (Hitt, 2007). Le professeur nous a expliqué que dans son école, chaque élève doit choisir une activité personnelle qui va durer tout au long de l'école secondaire (cinq ans). Ainsi, de façon naturelle les équipes se forment en raison d'activités similaires liées soit au sport soit au design assisté par ordinateurs, soit à la musique, aux arts, etc. Il nous a demandé de respecter les équipes ainsi formées au fil des ans. Alors, on a demandé aux élèves de rester toujours avec une seule équipe de leur choix. Mais le professeur a permis aux élèves de changer s'ils le voulaient. En fait, dans certains cas, quand les compagnons d'un élève n'étaient pas en classe, l'élève pouvait travailler avec une autre équipe.

6.2. Co-construction de connaissances dans une approche de théorie de l'activité

6.2.1. Groupe de 36 élèves

Dans le groupe de 36 élèves, nous avons choisi deux binômes, même s'il y avait dans certaines activités plus de deux personnes par équipe. Pendant les activités, ces deux binômes sont restés stables. Voici les caractéristiques des quatre élèves qui les constituent.

Harold* et *Luc

Les idées intuitives de *Harold* lui permettent de commencer chaque situation avec un schéma qui lui permet de passer à l'action. Quand il travaille tout seul, il passe à la représentation numérique et essaye de trouver l'allure de la représentation graphique de la fonction en jeu. Quand il travaille en équipe, sous l'influence de *Luc*, il essaye d'aller le plus vite possible vers la représentation algébrique. Nous pensons que, dans son pays d'origine, *Harold* a eu une formation où les représentations algébriques ont une priorité. Il n'aime pas travailler les autres représentations en général. Ses schémas sont en général faits sans beaucoup de soin. Il a de la difficulté à faire une manipulation cohérente des symboles algébriques et il a tendance à répéter ce qu'il a fait avec *Luc* sans faire vraiment une réflexion profonde. Nous pouvons dire qu'en général l'*habitus* que nous avons voulu promouvoir chez cet élève n'a pas fonctionné. Sa formation s'opposait à notre approche, et son coéquipier (*Luc*), qui avait beaucoup d'influence sur lui aussi, avait une préférence marquée pour les représentations algébriques.

Luc a eu une formation similaire à *Harold* dans son pays d'origine (différent de celui de *Harold*). Il donne une priorité aux représentations algébriques et c'est difficile de le faire s'attarder sur d'autres représentations (il a eu une grande influence sur *Harold*). Il a en général une bonne manipulation des symboles algébriques. Même si sa performance est bonne en général, nous ne pouvons pas dire qu'il a construit un *habitus* dans le sens que nous avons voulu. C'est plutôt le contraire, l'*habitus* qu'il avait construit dans son pays d'origine fait un blocage par rapport à notre approche.

Annie* et *Carol

Annie est une fille très attentive à ce qu'elle fait. Quand on lui demande de faire premièrement un schéma, elle le fait à l'échelle. Cela et la manipulation des objets physiques lui ont permis dans toutes les situations d'arriver à trouver l'allure de la représentation graphique sans problème. Elle a de la difficulté à passer aux processus algébriques. La discussion avec ses coéquipiers (en particulière avec *Carol*) lui permet d'avancer avec ses idées intuitives. Elle a bien construit un *habitus* comme nous l'avons promu, même si elle a de la difficulté avec l'approche algébrique. En fait, son approche avec les représentations différentes de l'algèbre lui permet d'avoir un moyen de contrôle sur les processus algébriques.

Carol est une jeune fille qui essaye de comprendre ce que les autres disent. Elle a de la difficulté à mettre en œuvre ses idées intuitives, mais une fois qu'elle voit faire les autres, elle essaye de comprendre toutes les approches des autres. Elle a la capacité de bien résumer ce que les autres disent. Par exemple, quand le professeur dit quelque chose, elle est capable de répéter avec ses propres mots l'idée du professeur. Dans les processus d'*abstraction*, elle essaye de résumer et présenter toutes les idées discutées en classe.

Cette élève est très à l'aise quand elle travaille en équipe avec *Annie*. Nous pouvons dire qu'elle s'est construit l'*habitus* prévu par les chercheurs et le professeur. Nous pouvons même dire qu'elle a développé une sensibilité à la contradiction. Dans la dernière activité de reconstruction, elle a essayé toutes les approches de ses compagnons de classe et dans la représentation algébrique, même si elle n'a pas pu la résoudre, elle a exprimé sa déception (sentiment de malaise lié à la contradiction cognitive).

Nous avons choisi ces deux équipes parce que, même si les équipes étaient aux deux extrémités de la salle, nous avons montré dans Hitt et Morasse 2009 et Hitt et Gonzalez (en préparation) que le schéma et l'approche numérique ont eu chez *Annie* et *Carol* une influence dans la résolution de la dernière activité, tandis que chez *Harold* et *Luc* ce fut leur approche algébrique. En fait, *Harold* est allé directement vers *Carol* pour lui demander si elles avaient fini, et la réponse de *Carol* fut : « l'ombre mesure un tiers de la distance parcourue par le bonhomme ». *Carol* a fait un geste du bras qui montre qu'une ligne droite représente graphiquement la situation.

6.2.2. Dans le groupe de 24 élèves

Après les premiers cours, *Elena* est allée demander au professeur de donner ses cours « comme avant ». Elle a expliqué qu'avec la méthodologie suivie, elle est incapable de faire quoi que ce soit. Elle a dit qu'elle regarde ses compagnons faire des choses, mais qu'elle n'arrive pas à faire comme eux. Elle explique qu'en revanche, quand le professeur fait un cours magistral, elle peut le suivre et qu'après elle peut résoudre des problèmes similaires. Elle pense que premièrement il faut voir comment le professeur fait et elle peut l'imiter. Les membres de son équipe sont faibles et pensent de la même manière. Tous avaient de la difficulté à travailler de façon organisée. En général, ils attendaient l'étape du débat pour regarder ce que les autres avaient fait. Un élément intéressant est que cette élève a pu améliorer son approche quand ses compagnons n'étaient pas là. Dans ce cas, elle était obligée de travailler avec une autre équipe. On a vu qu'elle pouvait améliorer ses représentations et même profiter des idées des autres, par exemple lorsqu'elle a travaillé la première activité avec une équipe différente (avec *Lino, Yag, Mina* et *Ago*). Elena n'a pas développé un *habitus* dans le sens que nous avons promu.

Betty, *Damien*, *Agnès*, *Charlie*

Betty est très dynamique, elle participe immédiatement avec les idées de ses compagnons, mais elle a une tendance à s'arrêter rapidement une fois une idée développée. Elle aime la manipulation d'objets. Par conséquent, pendant que l'activité est liée à la manipulation des objets et à la recherche de représentations, elle est très accrochée à la situation problème. Quand ses compagnons passent à une étape algébrique, elle a tendance à décrocher et à ne pas faire beaucoup attention à ce que ses compagnons disent. Alors, elle ne fait pas en profondeur le travail d'*abstraction* que l'on demande dans l'avant-dernière phase de la méthodologie. L'*habitus* que nous avons voulu promouvoir avec cette élève reste à mi-chemin, mais dans les premières étapes elle aide ses coéquipiers dans la résolution de la situation.

Damien est quelqu'un qui s'engage de temps en temps dans le travail de ses coéquipiers. Il peut suivre les idées des autres, mais il n'essaye pas de réfléchir beaucoup. Quand il s'accroche à une situation problème, il a de bonnes idées, mais en général, il a une grande tendance à répéter ce que ses coéquipiers font sans faire un effort supplémentaire vers une *abstraction*. L'*habitus* que l'on a voulu promouvoir n'a pas bien fonctionné avec lui. Quand il travaille avec une équipe forte, il peut retenir ce que ses coéquipiers font ; quand l'équipe est faible, il reste au même niveau que ses coéquipiers. La méthodologie n'a pas bien fonctionné avec cet élève.

Charlie semble être plus méthodique dans son travail. Il semble qu'il a une bonne mémoire et qu'il peut faire des associations avec des contenus traités les années précédentes. Il a besoin de travailler avec une équipe dynamique pour aider les autres avec ses idées. Dans une occasion où il a changé pour une équipe plus faible, il a eu une tendance à rester au même niveau que les autres. En général, il a bien réussi avec son équipe forte dans laquelle il a été un pilier pour la résolution des situations proposées grâce à sa capacité d'intégrer des connaissances apprises antérieurement. La méthodologie a bien fonctionné avec lui et nous pensons qu'il a construit un *habitus* dans le sens que nous avons promu.

Agnès est une fille très dynamique. Elle a tendance à être leader sans imposer ses idées aux autres. Elle n'a pas d'habileté pour la manipulation des objets physiques comme *Betty*. Par contre, *Agnès* a la capacité d'assimiler ce que les autres disent d'une façon extraordinaire. Par exemple, lors de la dernière activité, elle a fait une erreur de calcul quand elle est passée au tableau. Le professeur lui a signalé son erreur. Elle a non seulement corrigé l'erreur en cours de route, mais elle a su donner une explication cohérente intégrant le résultat à une coordination entre représentations. Dans son cahier, on peut remarquer l'erreur, mais dans le processus d'*abstraction*, elle a su montrer le processus sans erreur. Il semble que la communication avec ses pairs lui donne l'opportunité d'organiser ses idées. Elle a une bonne connaissance et un savoir-faire pour passer du côté pratique manipulatoire au côté algébrique. Elle a eu une bonne équipe qui lui a permis d'avancer (*Betty* qui se charge de la manipulation des objets physiques, *Charlie* qui aide beaucoup par les associations qu'il fait avec des contenus déjà travaillés et *Damien* qui n'aide pas beaucoup). Nous pensons qu'elle a développé un *habitus* comme nous l'avons promu. Elle fait un schéma de la situation pour passer tout de suite à l'action. Elle a besoin de ses pairs dans la manipulation des objets physiques. Elle a une bonne communication avec ses pairs, qui discutent de ce qu'elle propose, et cela lui permet d'avancer. Elle a une bonne approche de la manipulation des symboles algébriques.

Frida

Frida (élève qui, en général, préfère travailler seule) a une tendance à imaginer la situation problème et à utiliser ses idées intuitives, qui sortent du commun. Cette élève a une tendance à travailler seule, même si elle est en principe liée à une équipe. Elle a de la difficulté à se concentrer sur la tâche demandée. Toutefois, quand elle s'accroche, ses idées intuitives sont très riches, voire surprenantes (voir débat dans Hitt & Morasse, 2009). Les idées promues par notre méthodologie fonctionnent bien lorsqu'elle se concentre sur l'activité, sinon elle reste dans sa bulle sans faire grand-chose. Elle peut même, de temps en temps, être indifférente à ce qui se passe dans la classe.

Anne

Anne est leader dans son groupe (cinq élèves). Il semble qu'elle soit la seule à travailler de façon organisée. Une autre élève a tendance à la suivre et à poser des questions. Les trois autres filles se contentent de regarder ce qu'elles font. *Anne* a des intuitions et elle les suit. La communication avec l'autre fille lui permet d'avancer en organisant ses idées pour donner une explication. Elle est une fille qui est très attentive à ce que les autres disent. Elle a construit un *habitus* comme nous avons voulu le promouvoir. Elle commence par un schéma qui lui permet de passer à l'action. Elle respecte les consignes d'approcher la situation de façon numérique, elle essaye de donner l'allure de la représentation graphique de la fonction, puis elle passe au registre algébrique. C'est alors qu'elle a de la difficulté, et généralement ses pairs ne l'aident pas dans cette partie. C'est plutôt dans la discussion en grand groupe qu'elle profite des idées des autres, qu'avec ses coéquipiers elle ne trouve pas.

C'est dans le groupe de 24 élèves que la méthodologie ACODESA a le mieux fonctionné. Le bruit que faisaient les 36 élèves de l'autre groupe a incité à mi-expérimentation l'enseignant à ne permettre la communication qu'entre deux élèves voisins, sans que des déplacements de tables soient autorisés.

Discussion

Notre préoccupation générale au sujet de la construction des connaissances dans la classe de mathématiques dans une approche de théorie de l'activité nous a amenés à examiner des questions générales telles que la notion d'*habitus* de Bourdieu. En même temps, dans notre approche théorique, nous avons considéré l'étape d'autoréflexion. Les deux approches, liées à un cadre théorique de l'action où l'apprentissage se développe en milieu socioculturel, nous permettent d'utiliser le triangle d'Engeström dans une approche complexe d'analyse de la communication dans la classe de mathématiques.

Nous sommes conscients que nous avons pris la notion d'*habitus* de Bourdieu dans un sens local au sein de la classe de mathématiques. En fait, dans nos considérations théoriques, l'élève arrive à l'école avec des pratiques issues de son milieu, ce qui fait que l'*habitus* ne résulte pas uniquement de l'interaction sociale dans la salle de classe. De notre point de vue, il y a besoin d'un processus d'autoréflexion (dans la reconstruction individuelle) pour la construction d'un *habitus* (comme produit final dans un contexte d'enculturation).

Dans chacune des étapes, l'enseignant devrait davantage insister auprès des élèves pour qu'ils effectuent le travail individuel, puis celui en équipe, et devrait donner toute son importance à l'étape de reconstruction liée à une autoréflexion, car, de notre point de vue, le « consensus » dans la classe de mathématiques est éphémère pour certains élèves.

La construction de l'*habitus* se fait à travers la communication, dans un travail collaboratif en milieu socioculturel de construction sociale des connaissances combinée avec des processus individuels à l'intérieur de ce milieu. Dans cette étude, nous avons pu observer que pour certains élèves la méthodologie ACODESA n'a pas été efficace. Probablement faudrait-il revenir à l'idée originale (Hitt, 2007), où la composition des équipes devait être pensée en prenant en compte les aptitudes des étudiants. Il semble qu'il ne faut pas laisser se former des équipes faibles, mais plutôt combiner ces élèves avec des élèves forts. Une autre condition qui pourrait être importante est de travailler un cours au complet comme nous l'avons fait avec des enseignants (*Ibid.*).

La méthodologie ACODESA vise à offrir une nouvelle approche d'enseignement dans un contexte socioculturel (théorie de l'activité), en tenant compte des aspects individuels à l'intérieur de ce milieu et d'une construction sociale des connaissances dans la classe de mathématiques avec une approche théorique liée aux représentations.

REMERCIEMENTS
La recherche présentée dans ce document a été réalisée grâce à la subvention Fonds de la Recherche sur la Société et la Culture du Québec (No. 008-SE-118696), Conseil de Recherche en Sciences Humaines du Canada (No. 410-2008-1836, CID 130252).

REFERENCES

Bourdieu, P. (1980). *Le sens pratique*. Paris, Éditions de Minuit.

Conne F. (1992). Savoir et Connaissance dans la Perspective de la Transposition Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol. 12, n°. 2.3. 221-270.

diSessa A., Hammer D., Sherin B. & Kolpakowski, T. (1991). Inventing Graphing : Meta-Representational Expertise in Children. *Journal of Mathematical Behavior,* 10, 117-160.

Duval R. (1988). Graphiques et équations: l'articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1*, 235-253.

Duval R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5*, 37-65.

Duval R. (1995). Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels. Peter Lang, Suisse.

Duval R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61. 103-131.

Engeström Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. In Engeström Y., Miettinen R. Punamäki R-L. (Eds.), *Perspectives on activity theory* (p. 19-38). Cambridge: Cambridge University Press.

Engeström Y., Miettinen R. Punamäki R-L. (Eds.). (1999). *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

Gonzalez A., Hitt F. & Morasse C. (2008). The introduction of the graphic representation of functions through the concept of co-variation and spontaneous representations. À case study. In Figueras, O., Cortina, J. L., Alatorre, S., Rojano, T. & Sepúlveda, A. (Eds.). *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of PME and the XX North American Chapter* Vol. 3, pp. 89-97. Morelia, Michoacán, México: PME.

Hitt F. (2003). Le caractère fonctionnel des représentations. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Strasbourg,* Vol. 8, 255-271.

Hitt F. (2004). Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. En Gisèle Lemoyne (Rédactrice), *Le langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques : complexité et diversité des cadres d'étude*. *Revue des Sciences de l'Éducation*. Volume XXX, no. 2, p. 329-354.

Hitt F. (2006). Students' functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An example: The concept of limit. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.* Strasbourg, Vol. 11, 253-268.

Hitt F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. In M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éditeurs), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. conception et usages, regards croisés* (p. 65-88). Éditorial Hermes.

Hitt F. & Morasse C. (2009). Développement du concept de covariation et de fonction en 3ème secondaire dans un contexte de modélisation mathématique et de résolution de situations problèmes**.** Proceedings CIEAEM 61 – Montréal, Quebéc, Canada, July 26-31, 2009. *"Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)", Supplemento n. 2, 2009.* G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy). http://math.unipa.it/~grim/cieaem/quaderno19_suppl_2.htm

Janvier C. (Editor). (1987). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Lawrence Erlbaum Associates.

Legrand M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères*, no. 10, 123-159.

Lerman S. (1998). Research on Socio-Cultural Perspectives of Mathematics Teaching and Learning. In Sierpinska A. & Kilpatrick J. (p. 333-350). *Mathematics Education as a Research Domain, a Search for Identity: An ICMI Study* . Kluwer Academic Publishers.

Peirce, C. S. (1992). *The essential Peirce : Selected philosophical writings*. N. Houser & C. Klosel (Eds). Vol. 1. Bloomington, IN: Indiana University Press.

Peirce, C. S. (1998). *The essential Peirce : Selected philosophical writings*. N. Houser & C. Klosel (Eds). Vol. 2. Bloomington, IN: Indiana University Press.

Richard J-F. (1990). *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions*. Armand Colin, Paris.

Saussure F. (1915/1973). *Cours de linguistique générale*. Paris : Payot.

Sierpinska A. (1998). Three épistémologies, three views of classroom communication : Constructivism, Sociocultural approaches, Interactionism. In Steinbring H., Bartolini, B. & Sierpinska, A. (Eds), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (p. 30-64). NCTM. Reston, Virginia.

Steinbring H., Bartolini Bussi & Sierpinska A. (Eds). (1998). *Language and Communication in the Mathematics Classroom*. NCTM. Reston, Virginia.

Tall D. & Vinner S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 151-169.

Thompson P. (2002). Some remarks on conventions and representations. In Hitt F. (ed.). *Mathematics Visualisation and Representations* (pp. 199-206). Psychology of Mathematics Education North American Chapter and Cinvestav-IPN. Mexico.

Vinner S. (1983). Concept Definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 14*(3), 293-305.

FERNANDO HITT
hitt.fernando@uqam.ca
Département de Mathématiques
Université du Québec à Montréal, Québec