

SOPHIE RENÉ DE COTRET

**PEUT-ON OU DOIT-ON VRAIMENT SE PASSER DE LA RÉFÉRENCE
AU SAVOIR POUR APPRÉHENDER LE FAIRE?**

(Débat : Réaction)

Abstract. Might or should we not refer to knowledge for grasping mathematical doing. In their paper, MAHEUX & PROULX propose to look at the mathematical activity of the student from the « doing maths » point of view. They suggest that this focus must let out the reference to the mathematical knowledge as usually conceived. If I do agree with the focus they propose, I question, strictly speaking, the fact that the knowledge is not useful in this analysis.

Résumé. Le texte de MAHEUX & PROULX propose de porter un regard sur l'activité mathématique des élèves à partir du faire mathématique et ce sans recourir aux savoirs et connaissances mathématiques tels que conçus habituellement. Si le fait de centrer le regard sur l'activité des élèves me paraît tout à fait pertinent et intéressant, je remets en questions, à strictement parler, le fait de laisser tomber les savoirs.

Mots-clés. Contrôle, choix, savoir, connaissance, observateur, modèle pour regarder.

Introduction

D'entrée de jeu, il m'importe de mentionner que la proposition d'axer le regard sur l'activité mathématiques des élèves, et ce, en s'appuyant sur les travaux de MATURANA & VARELA, faite par les auteurs, me réjouit et je vois en messieurs MAHEUX et PROULX des alliés dans le regard « maturanien » et des interlocuteurs précieux. En effet, l'usage des travaux de MATURANA & VARELA en didactique des mathématiques est encore rare et c'est donc avec beaucoup de curiosité, d'intérêt et de plaisir que je me suis plongée dans le texte de mes collègues et compatriotes.

À leur proposition se rattache le besoin de mettre de côté les idées de savoirs et de connaissances. C'est sur cette 2^e partie que je souhaite cibler le dialogue, car j'ai du mal à saisir comment il est possible d'y arriver. J'espère ainsi, par mes commentaires et mes questions, amener mes collègues MAHEUX et PROULX à identifier le lieu de notre divergence de manière à ce qu'ils puissent m'aider par la suite à mieux saisir leur proposition.

La question principale qui se dégage de ma lecture du texte est : Peut-on vraiment se passer de la référence au savoir pour appréhender le faire ? Celle-ci se déclinera, dans ma réaction, en quatre volets : 1- Domination et contrôle de la référence au

savoir ou accès au choix ? 2- Analyser le faire nécessite-t-il d'exclure le savoir ? 3- Comment choisir les tâches à proposer aux élèves sans référence aux savoirs ? 4- À propos de l'illustration.

1. Domination et contrôle ou accès au choix ?

Ce qui semble motiver la proposition de MAHEUX & PROULX, selon ma lecture, est un malaise de nature éthique quant au contrôle et à la domination que revêtiraient les savoirs et les connaissances dans l'usage qui en est fait à travers divers travaux en didactique des mathématiques. S'appuyant sur LEVINAS, les auteurs affirment que « *La connaissance est depuis longtemps associée à l'idée de domination, de contrôle. Il s'agit, d'une part, du Savoir que l'on développe sur quelqu'un ou sur quelque chose.* » (MAHEUX & PROULX p. 21) La première question que suscite cette position est : ***La domination et le contrôle de qui ou de quoi ?*** En effet, les connaissances et les savoirs permettent de donner une emprise sur le monde, d'interagir avec lui et de le décrire de manière systématique; il s'agit bien là d'une forme de contrôle, laquelle n'est pas nécessairement à rejeter. Mais je présume que la réticence des auteurs à l'égard du savoir n'est pas liée à ce type de contrôle, mais plutôt au contrôle ou à la domination de l'autre et, notamment, de l'élève. Est-ce bien le cas ? Et si oui, ***en quoi la référence au savoir exerce-t-elle une domination ou un contrôle de l'élève ?***

Les auteurs poursuivent : « *Mais on peut aussi penser au Savoir comme objectif, quand "faire apprendre" est synonyme de conduire, bon gré mal gré, vers une forme donnée de connaissance.* » (MAHEUX & PROULX p. 21). Conduire, bon gré, mal gré, vers une connaissance peut chercher à donner accès au choix afin de pouvoir ensuite exercer son libre choix. Cette contrainte peut reposer sur une prémisse de bienveillance et de liberté plutôt que de domination et de contrôle. Exercer sa liberté c'est notamment pouvoir choisir, et choisir sous-entend un choix éclairé ou, à tout le moins, une variété d'options. Le fait de conduire, bon gré, mal gré, dans un premier temps, un enfant à goûter les brocolis peut paraître contrôlant ou dominant mais, en bout de ligne, ce peut être le moyen de lui offrir la possibilité de choisir, choisir entre les brocolis et autre chose ou choisir de manger ou non des brocolis à l'avenir. Un enfant qui n'aurait jamais connu ou goûté de brocolis serait-il plus libre, moins dominé ou contrôlé ? ***En d'autres termes, peut-on imaginer conduire bon gré, mal gré vers une connaissance ou un savoir, dans une perspective de liberté plutôt que de contrôle ?***

Toujours en lien avec l'idée de domination et de contrôle du savoir, les auteurs disent : « *Interpréter des conduites d'étudiants en les comparant à un soi-disant savoir de référence revient à les ramener à du connu (prenant pour négligeable leur irréductible originalité et tout ce qui peut être d'inconnaissable en elles, et donc aussi chez les élèves qui les produisent). Et cela dans quel but, sinon pour mettre en place des mécanismes amenant les élèves à la "maîtrise" de telle ou*

telle notion (ou processus) mathématique telle que nous la (ou le) concevons ? » (MAHEUX & PROULX p. 21)

La comparaison à un savoir de référence dénoncée est selon moi inévitable, même si parfois la référence à laquelle la comparaison se fait est implicite. Si l'on accepte cela, *n'est-il pas préférable d'explicitier cette référence, afin d'éviter le glissement qui consisterait à penser que, sans une telle référence, on est objectif ou on se rapproche davantage de la « vraie » activité des élèves ?* Le savoir sur lequel s'appuie un observateur pour « voir » ce que fait l'élève est son modèle pour regarder, ce qui, somme toute, lui permet de voir. Parce que, ce qui est vu n'est pas dans ce que l'élève fait, mais bien dans l'énoncé de l'observateur qui observe l'élève. Le savoir de référence est le modèle que se donne l'observateur pour voir quelque chose, pour décrire l'action de l'élève. Le modèle pour regarder pourrait être autre, mais il doit y en avoir un. Refuser le savoir de référence, ou plus généralement, le modèle pour regarder de l'observateur, risque de laisser croire que ce qui est décrit EST ce qui se passe, il y aurait alors un glissement ou une confusion entre l'action intime du sujet et la description qu'en fait un observateur, celle-ci étant nécessairement teintée de sa façon à lui, l'observateur, d'être au monde.

C'est cette référence qui permettra par ailleurs de voir qu'un élève produit quelque chose de différent de ce qui était prévu et donc, éventuellement, de reconnaître son originalité. *Comment savoir que c'est original si on n'a rien avec quoi comparer ?* Le problème ne me semble pas être dans le fait de ramener à du connu (lequel permet de faire exister l'inconnu) de s'y référer, mais plutôt dans ce qui sera fait avec la différence observée. C'est là que pourrait se situer l'éventuel contrôle ou domination, dans le refus de cette différence plutôt que dans son acceptation, sa prise en compte et son partage; cette différence pouvant aussi être vue comme une richesse plutôt que comme un comportement déviant à redresser.

Il importe de mentionner que des travaux en didactiques des mathématiques se préoccupent justement de ces comportements différents et cherchent à théoriser, à rendre compte et à prendre en compte de ces différences et ces originalités. On peut penser aux conduites atypiques de GIROUX (2008) ou aux bifurcations didactiques de MARGOLINAS (2005). De même, les distinctions qu'il m'a semblé nécessaires d'apporter entre le milieu et l'environnement (RENE DE COTRET 1997), m'appuyant justement sur les travaux de MATURANA & VARELA vont aussi dans ce sens et se prolongent dans les nuances que je propose entre milieu senti et milieu perçu (RENE DE COTRET sous presse). En ce sens, je comprends l'inconfort que ressentent peut-être les auteurs et qui pourrait être à la source de leur proposition, inconfort qui proviendrait du fait que certaines formulations peuvent laisser croire que le savoir est dans la tâche, que l'on peut contrôler les actions des élèves ou encore que le milieu est d'emblée objectif.

Enfin, s'il y a un savoir en jeu dans l'activité des élèves, c'est nécessairement le savoir de quelqu'un, *nous*, eux ou d'autres. Quiconque décrit le savoir des élèves, les élèves eux-mêmes ou un observateur externe, rapportera nécessairement cette description à *sa* façon de concevoir l'activité observée.

2. Analyser le faire nécessite-t-il d'exclure le savoir ?

Dans la foulée de leur proposition du faire mathématique, les auteurs nous convient à laisser de côté les questions de savoirs et connaissances. « *Dans les perspectives épistémologiques où nous, auteurs, nous positionnons, le caractère local et même émergent de l'activité mathématique est si central qu'il invite à "remplacer" les questions de savoirs et de connaissances pour nous intéresser au faire mathématique.* » (MAHEUX & PROULX, p. 17) ***Pourquoi remplacer ou mettre de côté savoirs et connaissances? Pourquoi le faire exclurait-il le savoir ?*** Les définitions de savoir et connaissances de LAROCHELLE & DESAUTELS de même que celles de CONNE proposées par MAHEUX & PROULX ne peuvent-elles en aucune façon être compatibles avec la proposition qui est faite de travailler à partir de l'activité et de l'énaction ? Qu'est-ce qui cloche exactement ?

Prenons la définition de connaissance de MATURANA & VARELA: « *Nous disons qu'il y a connaissance chaque fois que nous observons un comportement efficace (ou approprié) dans un contexte donné, c'est-à-dire dans un domaine que nous définissons par une question (explicite ou implicite).* » (1994, p. 164). Cette définition n'est-elle pas compatible avec celle de CONNE, citée par MAHEUX & PROULX : « *Lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible, il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation.* » (CONNE, 1992, p. 225). ***Ces deux définitions ne sont-elles pas proches l'une de l'autre ?*** La question est peut-être de savoir qui est l'observateur. Si c'est un observateur externe qui observe un comportement efficace d'un sujet, il dira qu'il y a une connaissance (dans cette action du sujet) (définition de MATURANA & VARELA). Et si c'est le sujet lui-même qui observe l'efficacité d'un comportement, alors il fait le lien entre la question et la réponse et il sait (définition de CONNE). La connaissance de la connaissance de MATURANA & VARELA serait-elle comparable au savoir de CONNE ? Il me semble qu'il n'y a pas là d'incompatibilité majeure.

Je vois toutefois une raison possible, bien que temporaire, à l'exclusion des savoirs. En effet, il y a un cas où le savoir peut devenir nuisible à l'analyse, c'est lorsque l'on cherche à décrire le chemin parcouru à partir du but atteint, comme si c'était ce but qui devait déterminer le chemin. La recherche historique, tout comme celle en didactique, doit d'ailleurs se prémunir contre cet éventuel glissement. On ne peut analyser les textes anciens, ni ceux des élèves, sur la base de savoirs auxquels

ils ont conduit mais qui n'existaient pas encore au moment de leur production. Comme le dit VARELA citant ANTONIO MACHADO : « *Le chemin se fait en marchant* ». On ne peut donc considérer à la lumière du point d'arrivée que c'est nécessairement ce chemin qui aurait dû être. *Est-ce cet écueil que cherchent à éviter les auteurs ?*

Par ailleurs, la référence aux savoirs actuels contribue à éclairer, à saisir le chemin parcouru, d'où je propose que la possible nuisance n'est que temporaire. Ce sont mes savoirs qui me permettent de mesurer la distance à parcourir par le sujet observé et d'apprécier les différents chemins parcourus, mais ils ne doivent pas obliger un seul chemin. Lorsqu'en didactique on parle de genèse artificielle des savoirs, il s'agit d'aménager un territoire, de proposer une forme de jeu dont on espère qu'il permettra au joueur d'arriver au but de son propre chef. Une fois sur le terrain, le joueur fait ses choix, trace son chemin et on espère qu'il aboutira au savoir qui est, pour nous, l'enjeu du jeu proposé. En d'autres termes, on espère que le joueur apprendra. Viser un savoir quand on enseigne ne signifie pas que l'on spécifie du même coup le chemin pour y aboutir.

En s'éloignant du savoir mathématique comme élément de référence, MAHEUX & PROULX se sont rapprochés des contextes dans lesquels les élèves *font* des mathématiques. *Mais, lorsque les élèves font des mathématiques, qui observe ce « faire des mathématiques » ?* À quoi les élèves peuvent-ils reconnaître que leur activité est mathématique ? En référence à quoi ? Cette observation se rapporte nécessairement à un domaine tel que conçu par l'observateur. Qui est l'observateur ? Les auteurs ou l'enseignant ou les élèves ?

Et si l'activité de l'élève n'était pas mathématique (du moins pour l'observateur), s'il faisait autre chose, que devrait-on faire alors ? Rien, pour ne pas exercer de domination ou de contrôle excessif ? Ou cherche-t-on à proposer quelque chose pour tenter de lui faire produire une activité jugée mathématique, pour infléchir son action (pour qu'il goûte au brocoli), par exemple par un jeu sur les valeurs des variables didactiques ? Ces questions renvoient au choix des tâches à proposer aux élèves.

3. Comment choisir les tâches à proposer aux élèves sans référence aux savoirs ?

Selon ma compréhension de MATURANA & VARELA, notre connaissance du monde est fonction de notre façon d'entrer en contact avec lui, ainsi, le choix des tâches est d'autant plus important qu'elles sont un déclencheur de cette façon d'entrer en contact. Comment choisir les tâches à proposer aux élèves pour qu'ils fassent des mathématiques ? *Si les savoirs ne peuvent servir de référence, quels sont les éléments qui président au choix des tâches à proposer aux élèves ?* L'analyse *a priori* outille pour offrir des tâches qui risquent de déclencher une activité qui sera

mathématique, c'est-à-dire qui permettra aux sujets d'agir comme des élèves de mathématiques. En tant que scientifiques (nous dirions élèves de mathématiques), « *soit nous générons un domaine linguistique (un domaine social) à travers ce que nous disons et ce que nous faisons (où notre identité de scientifique [d'élève de mathématiques] est conservée) soit nous disparaissions comme tels.* » (MATURANA & VARELA 1994, p. 229). Par exemple, ***comment les exercices proposés par les auteurs ont-ils été choisis ?*** Quelles raisons les ont conduits à demander de n'utiliser ni papier ni crayon ? On peut penser que le choix repose entre autres sur l'intention d'enseigner quelque chose. Il se peut que cette chose – le but, pas le chemin – soit spécifiée au départ ou elle peut aussi prendre corps au fur et à mesure des interactions au sein de la classe. À ce sujet, les Parcours d'Étude et de Recherche (PER) se distinguent selon qu'ils sont finalisés ou ouverts (CHEVALLARD 2011).

Le choix des tâches soulève en fait la question du rôle et du mandat de l'école. Le rôle de l'école peut être, entre autres, d'offrir aux enfants l'occasion d'entrer dans la culture de leur société et de l'humanité, notamment en se familiarisant, en apprenant les savoirs qui font partie intégrante de ces cultures. ***La position des auteurs à cet égard offrirait sûrement un nouvel éclairage à leur proposition.*** Peut-être leur position rejoint-elle la préoccupation de la théorie anthropologique du didactique qui cherche à passer du paradigme scolaire de l'inventaire des savoirs (ou de la visite des œuvres) à celui du questionnement du monde (CHEVALLARD, 2012).

4. À propos de l'illustration pratique d'une entrée par le faire

Afin de mettre en œuvre, et aussi de mettre à l'épreuve leur proposition, MAHEUX & PROULX nous donnent une illustration pratique d'une entrée par le faire. Avant de questionner cette illustration, je tiens à souligner tout le mérite et l'ouverture qu'elle constitue. En effet, cette illustration est une invitation au dialogue, à la critique et à l'avancement de notre réflexion collective. Je les en remercie.

Par cette illustration, les auteurs rendent compte de l'analyse qu'ils ont faite, depuis leur perspective, d'une activité proposée à douze étudiants en formation initiale à l'enseignement des mathématiques au secondaire. Ces étudiants devaient résoudre mentalement une à une des équations présentées sur transparent puis discuter de leurs solutions. Deux équations sont données en exemple ($6/x=3/5$ et $1/3x=2/5$).

La première question qui surgit en regardant l'activité est : ***Dans quel but cette activité a-t-elle été proposée ? En fonction de quoi a-t-elle été choisie ?*** Pourquoi sans crayon ? Est-ce parce que cela risque d'amener l'élève à développer d'autres stratégies, à mettre en œuvre d'autres connaissances ? ***Y a-t-il des savoirs didactiques visés par cette proposition ? Si oui, lesquels ? Sinon, que vise-t-elle ?***

Pour analyser les notes de terrain recueillies lors de cette expérimentation, MAHEUX & PROULX signalent qu'il serait possible, de manière classique, de se demander à quelles connaissances font appel les étudiants puis d'« [...] analyser en quoi ces connaissances se rapprochent ou non de ce qui est attendu lors d'une résolution standard [...] » Toutefois, c'est une autre avenue qu'ils ont choisie, celle des premiers mouvements, c'est-à-dire « les façons d'entrer dans les résolutions proposées par les étudiants [...] En tant que possibilités d'action identifiées à partir du faire mathématique des étudiants, un tel travail d'analyse nous conduit à apprécier le potentiel de ce genre d'activité sans avoir à faire appel aux concepts de " savoir de référence " ou de " connaissance " tels que nous les entendons habituellement. » (MAHEUX & PROULX p. 37). Cet extrait suscite chez moi un commentaire et une question. D'abord, le commentaire : ce qui est attendu peut être l'aboutissement, pas nécessairement le chemin pour y arriver. La didactique cherche à concevoir des tâches de telle manière que l'aboutissement puisse, autant que possible, témoigner d'une mise en œuvre de connaissances pertinentes au regard du savoir visé. Mais ce n'est évidemment pas garanti. Dans ce cas, c'est la tâche qui fait défaut et pas l'élève (cf. GIROUX 2008, MARGOLINAS 2005, RENE DE COTRET sous presse). Ensuite, la question : Si MAHEUX & PROULX ne font pas appels aux concepts de « savoir de référence » ni de « connaissance » dans leur analyse, **sur quoi s'appuient-ils pour décrire le potentiel de ce genre d'activité ? S'agit-il d'un potentiel pour faire des mathématiques ? Le cas échéant, comment reconnaître ce potentiel, comment l'observer sans référence aux savoirs mathématiques ?**

Lorsque les auteurs disent que « Les étudiants confrontés à ces tâches ont abordé leur résolution au moyen d'actions mathématiques variées, témoignant de lectures différentes de ces équations. » (MAHEUX & PROULX p. 38) ne s'appuient-ils pas sur une référence aux savoirs mathématiques ? Si cette référence n'est pas nécessaire, **est-ce à dire qu'un « non mathématicien », qui ne saurait, même implicitement, se référer aux savoirs ou connaissances mathématiques, pourrait produire la même description ?**

L'analyse de la 1^{re} équation propose que : « C'est ici le raisonnement qui prime, l'enjeu n'étant pas d'appliquer correctement un algorithme (mouvement par opérations), de faire appel à un fait mathématique pertinent (mouvement par lois), mais plutôt de mettre en œuvre un travail déductif similaire à celui rencontré autour de la preuve » (MAHEUX & PROULX p. 40). Je ne suis pas tout à fait convaincue par cette analyse. **Les étudiants ne feraient-ils pas simplement appel à un fait mathématique bien connu à leur niveau, soit : lorsqu'on a des fractions équivalentes, on a $a/b = ka/kb$?**

Dans le traitement de la 2^e équation, la règle « le produit des extrêmes est égal au produit des moyens » est évoquée. *Ne s'agit-il pas là d'un savoir mathématique qui sert de référence pour analyser la production ?*

Par ces différentes questions, je cherche, somme toute, à identifier *ce que l'analyse réalisée a permis de voir qui n'aurait pas été vu avec une référence au savoir*. On pourrait, en contrepartie, se demander : *que permettrait de plus une analyse faisant référence au savoir ?*

Enfin, si l'élément contre lequel les auteurs en ont est principalement le caractère de représentation des savoirs, dans le sens de re-présenter pour présenter à nouveau, comme le suggère cette citation : « [...] *cette approche par le faire mathématique, qui ne pose pas de rapport de représentation entre ce qui est observé et de supposés « savoirs mathématiques » ou « connaissances des élèves » [...] »* (MAHEUX & PROULX p. 41) alors là je suis d'accord avec eux ! C'est notamment les problèmes que posait ce type de représentation parfois attribué au savoir qui m'ont conduit vers la perspective énonciationniste. J'ai hâte de poursuivre la discussion avec vous messieurs !

Bibliographie

CHEVALLARD Y. (2012), *Des programmes, oui. Mais pour faire quoi? Vers une réforme fondamentale de l'enseignement*. Texte issu d'une présentation réalisée le 3 mars 2012 à l'IFÉ (ENS-Lyon). [<http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale-chevallard>]

CHEVALLARD Y. (2011), La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD In : Margolinas, C., Abboud-Blanchard, M., Bueno-Ravel, L., Douek, N., Fluckiger, A., Gibel, P., Vandebrouck, F., & Wozniak, F. (Eds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

CONNE F. (1992), Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, *Recherches en didactique des mathématiques* **12.2-3**, 221-270.

GIROUX J. (2008), Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **28.1**, 9-62.

MARGOLINAS C. (2005), Les bifurcations didactiques : Un phénomène révélé par l'analyse de la structuration du milieu. In *Balises pour la didactique des mathématiques* (cédérom), A. Mercier & C. Margolinas (Eds.), 1-12, La Pensée Sauvage, Grenoble.

MATURANA H.R. & VARELA F.J. (1994), *L'arbre de la connaissance. Racines biologiques de la compréhension humaine*, Addison-Wesley, Paris.

RENÉ DE COTRET S. (Sous presse) Un sujet multiple, de multiples sujets... et autant de milieux? *Actes du Colloque du GDM : Expériences mathématiques uniques et multiples*, UQAT, Val d'Or, 5-7 juin 2013.

RENÉ DE COTRET S. (1998), Quelques questions soulevées par l'adoption d'une perspective « bio-cognitive » pour l'étude de relations du système didactique. *Séminaire DidaTech, Didactique et technologies cognitives en mathématiques*, Séminaire n° 184, 161-178, Laboratoire Leibniz-IMAG, Grenoble.

SOPHIE RENÉ DE COTRET
Département de didactique
Université de Montréal
sophie.rene.de.cotret@umontreal.ca