Jose Carrillo, Miguel Montes, Luis C. Contreras, Nuria Climent

LES CONNAISSANCES DU PROFESSEUR DANS UNE PERSPECTIVE BASÉE SUR LEUR SPÉCIALISATION : MTSK

THE TEACHER'S KNOWLEDGE FROM A PERSPECTIVE BASED ON ITS SPECIALIZATION: MTSK

Abstract. This paper shows the conceptualization of an analytical model of mathematics teacher's specialized knowledge, which is based on the seminal work of Lee Shulman. In order to show the potential of the model, it is used here to analyze a particular case of a teacher of Spanish Secondary Education. The analysis shows the intertwining between different features of the knowledge of the teacher, reflecting the integrated nature of that knowledge, allowing, at the same time, a work of decomposition and synthesis of it. That will allow us to manage the design of teachers' education, conducing also to a better understanding of mathematics teaching.

Résumé. Un modèle analytique des connaissances spécialisées du professeur de mathématiques est l'objet de cet article : Sa conceptualisation et sa genèse sont inspirées par les travaux fondateurs de Lee Shulman. Pour montrer le potentiel du modèle, on analyse le cas particulier d'un professeur de l'enseignement secondaire. Cette analyse met en évidence l'interrelation entre les différents aspects des connaissances du professeur, reflétant la nature intégrée de ses connaissances. En même temps elle permet un travail de décomposition et de synthèse qui peut être utilisé en formation initiale des enseignants et qui peut enrichir la compréhension de l'enseignement des mathématiques.

Mots-clés. MTSK, Connaissances du professeur de mathématiques, Modèle analytique

---

Introduction

L'importance de l'enseignant pour promouvoir l'apprentissage de ses élèves est incontestable. Plusieurs variables entrent en jeu lorsqu'un professeur exerce son enseignement dans la salle de classe (Paries, 2010). En particulier, la valeur des connaissances de l'enseignant dans sa capacité à promouvoir le développement des connaissances de ses élèves est un fait connu (Kilpatrick, Swaford, Findell, 2001).

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 22, p. 185 - 205.

Les multiples facettes du savoir qu'un enseignant peut mettre en jeu pour planifier, développer son action en classe et y réfléchir constituent un axe de réflexion usuel de la recherche dans le domaine. Il faut alors se demander quel savoir propre à un professeur de mathématiques peut être utile pour contribuer à l'apprentissage et, d'un point de vue théorique, comment ce savoir peut être modélisé.

Au cours des trente dernières années, la discussion en didactique des mathématiques sur le savoir qui peut être d'utilité pour un enseignant s'est avérée fructueuse dans des modèles qui approchent les différentes manifestations de ce savoir. Shulman (1986, 1987) a introduit la distinction entre le savoir disciplinaire, la connaissance des programmes scolaires et la connaissance didactique du contenu. Voici la définition que Shulman donne de cette dernière connaissance : « *the blending of content and pedagogy into an understanding of how topics, problems, or issues are organized, represented, and adapted to the diverse interests and abilities of learners, and presented for instruction. Pedagogical content knowledge is the category most likely to distinguish the understanding of the content specialist from that of the pedagogue*[1] » (1987, p. 8).

Ce positionnement reconnaît le caractère intrinsèquement professionnel de certains éléments du savoir possédé et mobilisé par les professeurs dans le cadre de leur enseignement. En ce sens, Chevallard (1986) introduit l'idée de la transposition didactique, dans laquelle le professeur est l'agent de la transformation du contenu du niveau académique au niveau scolaire, transformation qui exige de s'appuyer sur des connaissances professionnelles spécifiques.

Des efforts supplémentaires ont tenté d'améliorer cette distinction en ce qui concerne les composants ou les sous-domaines du savoir des enseignants, en prenant en compte la différence entre les mathématiques académiques et les mathématiques scolaires (Bromme, 1994), les différentes situations qui mettent en jeu les connaissances (Rowland, Turner, Thwaites, & Huckstep, 2005), la complexité de ces connaissances et de leur développement (Davis, & Simmt, 2006), ou la spécificité du savoir de l'enseignant par opposition à d'autres professionnels utilisateurs des mathématiques (Ball, Thames, & Phelps, 2008). En outre, il y a des approches où a été discutée la formation mathématique et didactique des professeurs de mathématiques dans l'enseignement secondaire, où les connaissances sont des éléments sous-jacents à la discussion au sujet des types d'activités de formation des enseignants (Chevallard, Cirade, 2006).

---

[1] Traduction : « *le mélange du contenu et de la pédagogie au regard de la façon dont les sujets, problèmes ou questions, sont organisés, représentés, adaptés aux intérêts divers et aux capacités des élèves et présentés pour l'enseignement. La connaissance du contenu pédagogique est la catégorie la plus appropriée pour distinguer les contenus de la compréhension du spécialiste et de celle du pédagogue* »

Les objectifs de ces modèles ont été mis en liaison avec la discussion et la mise en évidence des différents éléments de savoir nécessaires à un professeur pour l'exercice de sa profession en relation avec l'enseignement d'une matière, particulièrement dans le cadre de la salle de classe.

Dans cet article, nous présentons un modèle de *Connaissances Spécialisées du Professeur de Mathématiques* (MTSK, de l'anglais *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*) (Carrillo, Climent, Contreras, Muñoz-Catalán, 2013) qui aborde, d'un point de vue analytique, le savoir que le professeur utilise professionnellement dans le cadre de son enseignement mathématique, en considérant la préparation de ses cours, l'activité propre durant le cours et la réflexion après son enseignement, la nature de ce savoir étant supposée complexe, dynamique et tacite (Ponte, 1994).

1. Connaissances Spécialisées du Professeur de Mathématiques

Dans l'étude de Barrera, Liñán, Muñoz Catalán et Contreras (2016), quand la professeure de la cinquième année d'enseignement primaire travaille avec ses élèves la position relative de deux lignes droites, surgissent dans la classe deux situations qui exigent des connaissances qui vont au-delà de celles d'un professeur d'école. La première de ces questions fait référence à la notion de distance entre deux lignes droites, utilisée intuitivement par l'enseignante lorsque deux lignes sont parallèles ; la deuxième porte sur la pertinence d'examiner les cas des lignes droites coplanaires ou non coplanaires lors de l'étude des positions relatives.

Pour la première situation, l'enseignante trace au tableau (Figure 1) deux segments parallèles, signalant par un geste évident leur continuité infinie, et en même temps parallèles à la base du tableau. Elle note (cette fois-ci sans dessin) la distance entre deux points, sans préciser que le segment qui les joint est perpendiculaire aux deux lignes droites ; elle le fait avec plusieurs paires de points comme distance (intuitivement) constante qui, en même temps, caractérise deux lignes droites parallèles.

Figure 1. Représentation au tableau noir de deux droites parallèles *a* et *b*

La deuxième situation résulte de l'intervention d'une étudiante qui, à l'aide de ses index, éloignés l'un de l'autre et pointant dans des directions différentes, interroge sur le parallélisme des deux lignes droites.

Une vision simplifiée du savoir (de nature mathématique) de l'enseignant pour gérer ces situations permet de qualifier comme suffisantes les connaissances sur les positions relatives de deux lignes droites, situées dans un même ou dans des plans différents, et les connaissances sur la notion de distance. Toutefois, les connaissances qui permettraient une gestion adéquate de ces deux situations comprennent également des aspects intrinsèquement liés aux mathématiques comme objet d'enseignement et d'apprentissage. Ainsi, il semble nécessaire de savoir que les différentes façons de dessiner les segments (ou de représenter les lignes droites) ont des répercussions sur la compréhension des étudiants, notamment parce que l'idée de distance que les élèves ont pu capter au travers du dessin réalisé par l'enseignant, peut ne pas être associée à l'idée de perpendicularité aux deux segments (mais à celle d'un segment vertical qui les relie), l'exemple utilisé n'étant pas transparent (Lesh, Behr, & Post, 1987) en ce qui concerne l'idée de distance. En revanche, à propos de deux aspects des situations précédentes, on peut débattre sur la pertinence d'aborder, en cinquième année de l'enseignement primaire, les positions relatives de deux droites uniquement dans le cas où elles sont coplanaires ou, au contraire, de les traiter dans tous les cas.

Quand Lee Shulman (1986) nommait « paradigme perdu » (p.6) le regard sur le savoir du professeur en relation avec le contenu qu'il enseigne, il voulait souligner que pour « gérer les classes, organiser et structurer les activités, planifier les cours, formuler des questions et apprécier la compréhension des élèves » (p.8), il faut prendre en compte des connaissances centrées sur le contenu, différentes du savoir pédagogique général.

Il n'est pas nouveau d'attirer l'attention sur *le savoir concernant le contenu* qui est enseigné ; en effet, Shulman (1986) signale que le savoir disciplinaire et le savoir pédagogique ont été de manière séparée des protagonistes du mouvement pendulaire qui a caractérisé les paradigmes précédents. Ce qui est nouveau est la description détaillée de l'essence de ce savoir disciplinaire, qui ne tient pas seulement compte de son étendue, ni même de la distinction entre les connaissances mathématiques formelles et les connaissances mathématiques scolaires, mais qui insiste surtout sur ses structures substantives et syntaxiques (Shulman cite Schwab, 1978). Pour Shulman, l'important des connaissances substantives du contenu est d'aller au-delà des faits ou de concepts d'un domaine, d'envisager les « diverses façons dont les concepts et les principes de base de ces faits et concepts sont organisés » (p. 9). Le savoir syntaxique, en revanche, désigne l'ensemble des formes qui servent à construire ou à valider les connaissances, les règles qui sont utilisées pour cette construction, un peu comme sa propre grammaire, qui permet à l'enseignant de montrer aux étudiants ces vérités.

La connaissance didactique du contenu, en revanche, peut être considérée comme un apport révolutionnaire à son époque, en rupture avec le mouvement pendulaire et en marche vers un amalgame entre le contenu et la pédagogie, ou, ainsi que Shulman (1986) l'affirme, elle va « au-delà des connaissances du contenu *per se* vers une dimension des connaissances du contenu de l'enseignement » (p.9). Cette connaissance didactique englobe tout ce qui permet d'édifier des ponts entre deux connaissances du contenu, celle de l'étudiant et celle de l'enseignant, ce qui implique de connaître différentes façons de représenter ces contenus, des exemples et des analogies, différentes manières de les expliquer. Elle demande aussi, par exemple, de connaître les raisons qui font qu'un contenu donné soit plus difficile pour les étudiants et les conceptions erronées que les étudiants peuvent présenter, de savoir ce qui est adéquat ou inadéquat pour les enfants d'un âge donné, de connaître les stratégies alternatives fréquemment utilisées par les étudiants pour résoudre des problèmes.

Enfin, l'idée de *connaissance du programme d'études* est également pertinente, allant au-delà des simples connaissances de ce qui est inclus dans les normes locales ou nationales. Elle envisage également la variété du matériel didactique disponible en relation avec les programmes éducatifs qui émanent de ces normes.

Tout cela nous place face à un savoir qui permet à l'enseignant de voir le contenu en tant qu'objet d'enseignement et d'apprentissage et qui attire notre attention sur l'importance de connaître le contenu d'une manière sensiblement différente de ce qui avait été imaginé jusqu'alors. Nous l'avons appelé *Savoir Spécialisé du Professeur de Mathématiques* (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge - MTSK) (Carrillo, *et al.*, 2013), étant donné qu'il s'agit d'un savoir qui est spécifique à l'enseignant et qui ne serait utile ni pour d'autres professionnels qui utilisent les mathématiques, ni pour d'autres professionnels de l'enseignement.

Le modèle MTSK comprend divers éléments qui soutiennent sa conceptualisation, et qui, à leur tour, montrent la perspective qui a été à l'origine de son développement. Ces éléments sont le caractère spécial du savoir du professeur, la perspective interprétative (non évaluative) où il se développe et l'approche focalisée sur les mathématiques.

L`activité professionnelle de professeur de mathématiques exige des compétences et des connaissances mathématiques (Ruiz-Olarría, & Sierra, 2011), qui lui confèrent de la spécificité en tant que profession. En particulier, la spécialisation des connaissances du professeur de mathématiques est considérée, du point de vue présenté ici, comme dérivée de la nature professionnelle de son usage. Cela exige un changement d'approche par rapport à des approches antérieures, dans lesquelles le savoir était considéré comme spécialisé lorsqu'il était du ressort exclusif du professeur (Ball, *et al.*, 2008). Ainsi, on prétend que le savoir du professeur est spécialisé dès lors qu'il est utile dans des contextes d'enseignement et d'apprentissage, dans la ligne proposée par Schoenfeld (2010). De même, ce modèle se focalise également sur le savoir propre à un enseignant dont l'activité professionnelle est liée à l'enseignement des mathématiques, de telle sorte que ne constituent la conceptualisation que les éléments dans lesquels le contenu mathématique est pertinent. Par exemple, les aspects liés à la gestion de la classe, propres du savoir pédagogique général, ne sont pas considérés, sans préjudice de leur pertinence. En outre, nous nous concentrons sur l'enseignant par rapport à ses prises de décisions en lien direct avec l'enseignement du contenu mathématique. Il y a beaucoup d'autres éléments impliqués dans cette prise de décision et dans d'autres aspects du rôle de l'enseignant qui n'ont aucun rapport avec le contenu mathématique (comme les considérations sur le contexte culturel et social où se déroule son travail, ses valeurs ou sa vision de l'école et son rôle au sein du système éducatif) et nous sommes conscients que ces aspects se situent au-delà de ce que nous traitons ici.

Le paradigme depuis lequel le modèle est développé et qui constitue le point de départ de l'approche des connaissances professionnelles est interprétatif. Il est lié à la compréhension de la nature des savoirs mis en jeu par l'enseignant et à l'articulation des différentes composantes de ces savoirs. Cela implique que ce n'est pas sur la correction ou non de ces savoirs que le modèle a été construit, pas plus qu'à partir d'une description de ce que devraient être ces connaissances. Cela ne signifie pas que le modèle ne puisse pas être utilisé dans un objectif d'évaluation, comme cela se produit, par exemple, quand il est employé en formation initiale des enseignants. Dans ce cas-là, évidemment, la confrontation des connaissances des futurs enseignants avec un programme des connaissances souhaitables a évidemment un sens.

La figure 2 illustre le modèle MTSK avec ses domaines et sous-domaines. MTSK est composé de deux des domaines du modèle de Shulman, le domaine mathématique (MK) et le domaine des connaissances didactiques de contenu (PCK). Dans l'un des sous-domaines de ce dernier (celui des connaissances des normes (ou : *standards*) d'apprentissage des mathématiques- KMLS), nous avons inclu les connaissances scolaires au sens de Shulman; et nous avons de plus considéré les conceptions et convictions du professeur en ce qui concerne les mathématiques et ses processus d'enseignement et d'apprentissage comme un élément qui imprègne toutes les connaissances.

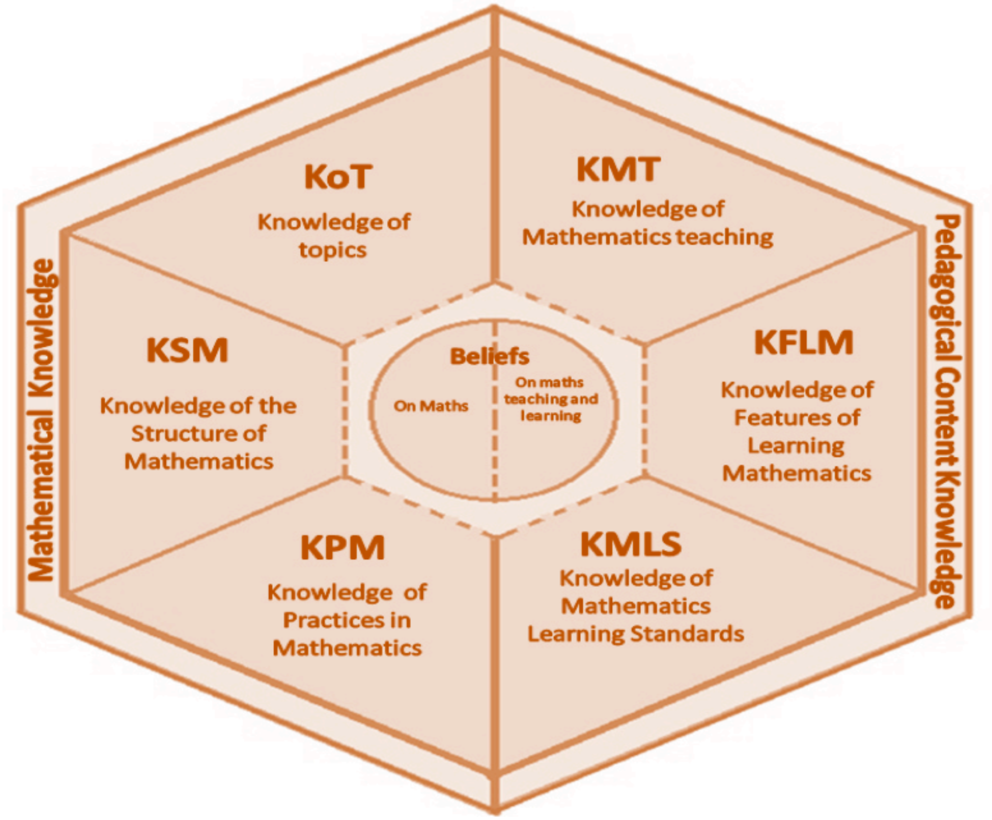

Figure 2. Modèle MTSK (extrait de Carrillo, *et al.*, 2013)

Les sous-domaines du domaine mathématique (MK) apparaissent, inspirés en grande partie par l'idée de Ma (1999) de « connaissance profonde des mathématiques fondamentales », comme un type de connaissances qui est connectée, structurée et en accord longitudinal avec le noyau des idées mathématiques. Le premier des sous-domaines inclus est constitué par la connaissance des thèmes (KoT), comprise comme une connaissance disciplinaire qui englobe la phénoménologie et les applications d'un contenu, les procédures, les définitions, les propriétés et leurs fondements, les différents registres de représentation.

La connaissance de connexions est pour nous l'essence de la connaissance de la structure mathématique (KSM), qui permet d'avoir une vue d'ensemble des connaissances mathématiques, avec leurs connexions de simplification ou de complexification (qui permettent de voir tant un contenu élémentaire d'un point de vue avancé que des connaissances avancées d'un point de vue élémentaire), des connexions auxiliaires (qui permettent de faire un usage instrumental d'un concept ou une procédure en travaillant avec d'autres contenus) et les connexions transversales (qui traitent des idées mathématiques qui relient plusieurs noyaux de contenus).

Par ailleurs, la structure syntaxique de Shulman fait partie de notre connaissance de la pratique mathématique (KPM), qui consiste en la connaissance des manières d'agir propres au travail mathématique, incluant des aspects de la communication, l'argumentation et la démonstration mathématiques, et aussi la connaissance de ce que définir signifie et les caractéristiques que doit avoir un énoncé mathématique (définitions, propositions...), la connaissance des processus associés à la résolution de problèmes (heuristique) et d'autres pratiques mathématiques (telle la modélisation).

Les sous-domaines et catégories relatifs à la Connaissance Didactique du Contenu sont étroitement liés à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. L'idée d'amalgame de Shulman est puissante dans la mesure où elle nous fait voir qu'il ne s'agit pas d'une simple juxtaposition de connaissances.

Il faut aussi y inclure la connaissance de ressources matérielles ou virtuelles, y compris celles conçues par l'enseignant lui-même, et, en ce qui concerne leur potentialité et les activités mathématiques qu'elles renferment, la connaissance des stratégies d'enseignement, des techniques, des tâches et des exemples. Toutes deux font partie de ce que nous avons appelé *la connaissance de l'enseignement des mathématiques* (KMT), complétée par une connaissance de théories personnelles ou formelles de l'enseignement.

Un autre aspect qui apparaît utile est la connaissance des formes d'interaction entre les étudiants et le contenu mathématique, y compris les savoirs du professeur au sujet des modes possibles d'appréhension associés à la nature du contenu mathématique. Dans leur voisinage, nous plaçons la connaissance des forces et des faiblesses associées à l'apprentissage, lesquelles joignent des connaissances sur des erreurs, des obstacles, des faiblesses et des capacités potentielles des étudiants, en liaison avec les mathématiques en général ou avec des thèmes spécifiques. Il convient aussi de citer comme pertinente la connaissance de théories personnelles ou formelles sur l'apprentissage des mathématiques en général et celui de contenus particuliers et la connaissance des attentes et des intérêts que les élèves ont tendance à avoir en relation avec les contenus mathématiques. Toutes ces connaissances constituent le sous-domaine de la *connaissance des caractéristiques de l'apprentissage des mathématiques* (KFLM).

Comme nous l'avons indiqué précédemment, l'enseignant doit connaître les contenus mathématiques que les étudiants sont censés apprendre à chaque niveau d'enseignement. À cette connaissance normative, nous ajoutons la pertinence du savoir sur les apports que la didactique des mathématiques a produits dans ce sens et qui permettent à l'enseignant la prise de décisions sur la façon d'organiser et de planifier le contenu mathématique dans les différents niveaux de scolarité. Dans ce sous-domaine, que nous avons dénommé *Connaissance des standards de l'apprentissage des mathématiques* (KMLS), nous avons distingué la connaissance que l'on veut que nos élèves acquièrent et l'acquisition du niveau de développement conceptuel et procédural prévu, aussi bien pour un contenu particulier et un niveau particulier que pour la connaissance du séquençage du contenu. Ce sous-domaine guidera les décisions de l'enseignant sur ce qui doit être enseigné, et indiquera comment les contenus doivent être adaptés aux besoins intellectuels et culturels de ses étudiants (Giroux, 1997).

En synthèse, le modèle MTSK envisage la spécialisation du savoir du professeur de mathématiques touchant à tous les domaines. Il ne s'agit pas d'associer le caractère spécialisé à un domaine ou à un sous-domaine particulier, au contraire cette spécialisation part de la connaissance qui sert ou est nécessaire pour l'enseignement des mathématiques, peu importe que cette connaissance soit, en tout ou partie, partagée par d'autres personnes. Avec cohérence, le domaine du savoir mathématique se divise d'une manière qui est intrinsèque aux mathématiques. De la même manière, dans le domaine des connaissances didactiques du contenu, il n'y a de place que pour les sujets sur lesquels les mathématiques influent. Enfin, l'inclusion des convictions et conceptions permet de mieux comprendre l'enseignant. Pour cette étude, nous nous appuyons sur Carrillo et Contreras (1995), qui établissent des catégories et des indicateurs pour les conceptions sur les mathématiques et les conceptions sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Malgré tout, les convictions et les conceptions ne seront pas dans cet article objet de notre intérêt.

Plus avant, on va illustrer le MTSK en action, en l'appliquant à l'analyse du savoir d'un professeur de l'enseignement secondaire. Dans l'analyse, on parlera d'« indice » pour signaler les extraits qui semblent indiquer l'existence d'un élément donné de savoir, mais qui ne peuvent cependant pas être considérés comme une preuve.

2. Le savoir spécialisé de Philippe

Joana, une jeune fille de 15 ans, doit faire face à ce problème : *La place du village de Villaonuba a été décorée pour les fêtes. Des chaînes de guirlandes relient entre eux tous les sommets de la place. Pour cela, il a fallu utiliser 4 boîtes de 15 chaînes de guirlandes chacune, et il est resté quelques chaînes. Combien de côtés a la place de Villaonuba ?*

Ce problème a été posé par Philippe, professeur de mathématiques au 3ème niveau d'enseignement secondaire (élèves de 14-15 ans) dans un centre éducatif en milieu urbain situé à Huelva (Espagne). Le problème permet une approche soit géométrique (en considérant que les chaînes correspondent aux côtés et aux diagonales du polygone équivalant à la forme de la place), soit arithmétique. Par exemple, si on considère le nombre de sommets, on remarque que le nombre de chaînes de guirlandes correspond à la somme des nombres naturels consécutifs de 1 au nombre de sommets moins un. En outre sont possibles une résolution par tâtonnements, en essayant avec différents nombres de côtés, pour approcher le nombre possible de chaînes (qui se situe entre 45 et 60, valeurs extrêmes exclues), ou une recherche de relation entre le nombre de sommets et le nombre de chaînes de guirlandes nécessaires. L'interprétation géométrique peut donner un sens à l'arithmétique. Le problème génère la mise en place de conjectures et la discussion sur sa validation.

Le centre éducatif où se situent les interactions décrites ici est de niveau moyen, tant en ce qui concerne le milieu socio-économique que le niveau de compétence des élèves. Le groupe de Joana est hétérogène, et Joana est une élève de niveau moyen, intéressée et désireuse d'apprendre. Cela fait dix ans que Philippe enseigne dans le collège, son expérience professionnelle totale étant de 16 ans. Considéré comme un bon professionnel par ses collègues et toujours disposé à coopérer dans la recherche, bien qu'il ne soit pas possible d'enregistrer ses cours en raison du refus de certains parents. La classe accueille 30 élèves, dont 14 garçons et 16 filles, répartis en 6 groupes de 5 élèves. Anne, Ester, David et Pierre appartiennent au groupe de Joana. Le climat de travail est positif dans la classe de même que dans le groupe de Joana.

Les étudiants ont déjà travaillé, parmi d'autres contenus mathématiques, les équations du second degré et les éléments des polygones, y compris la formule pour obtenir le nombre de diagonales d'un polygone connaissant son nombre de sommets. Ces élèves sont aussi habitués à faire face à des problèmes mathématiques, dont certains sont travaillés en groupe. Normalement, chaque groupe a un membre qui agit comme porte-parole tout au long de la mise en commun. Joana est particulièrement active et s'implique dans la résolution du problème, ce qui attire l'attention de Philippe.

En prenant en compte la planification du professeur, l'observation de classe et les entretiens, nous effectuerons une analyse de contenu (Bardin, 1998) afin de réaliser une approche du savoir du professeur en relation avec l'enseignement des mathématiques, dans le but de le comprendre. Dans cette analyse émergent les catégories qui composent chacun des sous-domaines précédemment présentés.

Quand nous avons lu la planification de la séance, nous avons pensé que le professeur avait conçu ce problème dans le but de vérifier si les élèves peuvent mettre en jeu des contenus qui n'ont pas été abordés d'une manière mécanique, comme Philippe lui-même nous l'a confirmé lorsqu'il a été interrogé sur l'objectif du problème :

I (investigateur) : Pourquoi est-ce que vous choisissez ce problème ?

P (Philippe[2]) : Je ne choisis pas vraiment le problème. Tout simplement, je l'élabore **{KMT : tâches} {KoT : phénoménologie et applications}[3];** pour voir si mes élèves sont capables d'appliquer leurs connaissances d'une manière non mécanique **{conceptions : apprentissage significatif}**[4]. Ils ont vu la formule des diagonales [cela fait référence à l'expression $d_n = \frac{n(n-3)}{2}$]. Pour obtenir cette formule, les élèves ont suivi un raisonnement, et je souhaite voir s'ils l'appliquent, c'est-à-dire s'ils ont vraiment compris **{conceptions : apprentissage significatif}.** Les étudiants ont tendance à faire plus ou moins bien les problèmes directs (je leur donne les côtés et ils calculent les diagonales), mais ils ont plus de difficultés pour les problèmes inverses (je leur donne le nombre de diagonales et ils doivent trouver celui des côtés), et plus encore quand, de fait, cela n'est pas suffisant **{KFLM : points forts et difficultés}**. C'est le cas ici, car ils doivent ajouter côtés et diagonales [puisque les chaînes de guirlandes joignent chaque sommet avec tous les autres sommets] **{indice de KoT : procédure}.** En outre, c'est un problème très riche, qui permet de travailler des aspects arithmétiques et géométriques en même temps et qui peut servir de précurseur du sujet de la succession à travers de la recherche du terme général **{KSM : complexité et connexions transversales}.**

I : Vous croyez que vos élèves sont prêts à faire face à ce genre de problèmes qui ne sont pas seulement inverses, mais pour lesquels il n'y a pas de formule immédiate à appliquer ?

P : Peut-être n'est-ce pas immédiat pour eux, ils feront probablement des erreurs, mais le niveau de difficulté correspond à ce qu'on attend d'eux dans ce cours, au moins en première instance **{KMLS : attentes de l'apprentissage du contenu mathématique à un niveau donné}.** Je crois, par ailleurs, que certains de mes étudiants résoudront bien le problème {**KMLS : niveau de développement conceptuel ou procédural attendu pour un contenu à un moment particulier de l'école**}[5].

---

[2] On souligne l'initiale de l'enseignant pour différencier facilement son intervention de celle de ses élèves dans les fragments d'interaction entre eux.

[3] Les symboles { } sont utilisés pour inclure le sous-domaine et la catégorie de MTSK signalée, est écrite en caractères gras.

[4] Même si les conceptions ne sont pas l'objet de cet article, elles sont incluses pour fournir une meilleure compréhension du savoir de l'enseignant.

[5] Notons que dans cette assignation, comme dans d'autres cas, on n'évalue pas le savoir du professeur, on ne montre que la catégorie à laquelle appartient l'information.

En classe, les étudiants ont commencé à travailler en groupe. Philippe leur a donné l'énoncé du problème et leur a dit de le lire attentivement. Ils ont réfléchi un peu et puis ils se sont mis à discuter dans chaque groupe. On dirait que Philippe sait que souvent les étudiants ne comprennent pas l'énoncé **{KFLM : points forts et difficultés},** d'où l'importance de la lecture.

Après dix minutes de travail, une intéressante discussion s'établit dans le groupe de Joana (c'est la première fois qu'ils se mettent à discuter sur le problème. Auparavant, chacun l'avait affronté individuellement) :

D (David) : La solution est 12, la place de Villaonuba a 12 côtés.

E (Ester) : Ce n'est pas mon résultat.

A (Anne) : Mon résultat est un nombre décimal.

J (Joana) : Un nombre décimal ? Impossible !

P (Pierre) : Pourquoi ?

J : Parce que le nombre de côtés ne peut pas être un nombre décimal.

D : Moi, je pense que le nombre de diagonales doit être 60.

J : Mais 60 est impossible, il y a trop de chaînes.

D : Oui, mais attends. J'ai résolu l'équation $\frac{n(n-3)}{2} = 60$ et le résultat est n = 12.56. Alors, comme le résultat ne peut pas être un nombre décimal, la solution est 12.

A : J'obtiens un autre nombre décimal. J'ai fait comme toi [David], mais j'ai ajouté le nombre de côtés [$\frac{n(n\text{-}3)}{2} + n = 60$] et ça fait 11.47.

Philippe observe la discussion et il se rend compte que David ne comprend pas la résolution d'Anne, alors il décide d'intervenir.

P : Vous avez égalé à 60 des choses différentes, pourquoi ? Qu'est-ce qui s'ajuste à l'énoncé du problème ?

J : Monsieur, je pense que la solution de David n'est valable que s'il y a des chaînes tout autour de la place. Comme il est dit que les chaînes sont placées entre tous les sommets, ce ne sont pas seulement les diagonales.

Face à l'incompréhension de David, Philippe propose de faire le dessin d'une place avec moins de côtés, par exemple, moins de 6 côtés et il dessine les chaînes dans ce cas **{KPM : heuristique}** ; {**KMT : des stratégies, des techniques, des tâches et des exemples pour l'enseignement du contenu mathématique, dans ce cas-là, en rapport avec les stratégies pour aider les étudiants**}. David dessine une place pentagonale.

D : Oui, c'est vrai !

E : La solution est donc 11 côtés, n'est-ce pas ?

P : Avec 11 côtés on obtient 55 chaînes et avec 10 côtés on en a 45, donc il y a deux solutions.

J : Je pense que la bonne solution est 11, car avec 45 chaînes, on n'a pas besoin de 4 boîtes.

Dans l'entretien qui a eu lieu après le cours on interroge Philippe sur son avis à propos de l'erreur de David.

P : David n'a pas commis une grave erreur, car il pensait à une distribution des chaînes qui ne correspondait pas avec l'énoncé, mais qui avait du sens. Par contre, l'erreur d'Anne était plus grave ; elle croyait possible une solution décimale. L'erreur de David montre une mauvaise interprétation de l'énoncé, peut-être à cause des problèmes travaillés en cours jusqu'au présent, qui parlaient des diagonales selon le nombre de sommets et non des côtés s'ajoutant aux diagonales. **{KFLM : formes d'interaction des étudiants avec un contenu}.**

I : Comment vous avez trouvé l'intervention de Joana à cet égard ?

P : J'ai été surpris, parce qu'elle n'est pas souvent si active, mais cette fois-ci, elle était très impliquée dans le problème et elle a capté l'essence.

I : Quelle est, d'après vous, l'essence du problème ?

P : C'est comprendre l'énoncé comme donnant un éventail de réponses possibles, de 46 (pas 45) à 59 (pas 60), étant donné qu'on a employé 4 boîtes et qu'il y a encore des chaines **{KoT : procédures}.** Et quelque chose d'essentiel est aussi que les solutions doivent être des nombres entiers positifs, {**KoT : définitions, propriétés et leurs fondations**} {**KPM : heuristique**}.

I : Et je suppose que, comme vous l'avez dit précédemment, l'application de la formule pour le nombre de diagonales en mode inverse est aussi quelque chose d'important dans le problème.

P : Oui, bien sûr, mais, une fois qu'ils décident de l'appliquer, ce qui suit est quelque chose de mécanique, le plus important est d'interpréter le nombre qu'ils obtiennent comme solution pour n [le nombre des sommets du polygone] {**conception : importance de la plausibilité du résultat au-dessus des algorithmes**}.

Retournons à la salle de classe. Pour effectuer la mise en commun des résolutions des groupes, le porte-parole (Marie) de l'un des groupes explique :

M (Marie) : Nous avons fait le problème d'une manière similaire à ce qu'on a fait en cours pour obtenir la formule des diagonales. On a pensé que chaque sommet s'associe avec tous les autres, sauf lui-même, donc nous avons multiplié n par n-1, et ensuite nous avons divisé par 2.

P : Pourquoi est-ce que vous avez divisé par 2 ?

M : Parce que chaque chaîne relie deux sommets, donc nous les avons comptés deux fois.

P : Alors, quelle formule avez-vous obtenue ?

M : $\frac{n(n-1)}{2}$

P : Et quelle est la solution ?

M : La place de Villaonuba aurait 11 côtés.

E : Mais, c'est le résultat d'Anne et elle ne l'a pas fait comme ça.

P : Pensez-vous qu'il est possible de le faire de deux façons différentes et d'obtenir le même résultat ? [On interroge Philippe dans l'entretien sur le sens de cette question et il répond que de nombreux étudiants pensent que chaque problème n'a qu'une résolution et une solution unique, ce que l'on interprète comme **{KFLM : connaissances des intérêts et des attentes des étudiants}**]

Certains sont d'accord et d'autres sont en désaccord. Un étudiant d'un autre groupe prend la parole :

R (Richard) : Mon résultat est $\frac{n(n-1)}{2}$, mais je le n'ai pas fait comme ça. J'ai commencé par faire une grille. Dans une colonne, j'ai mis le nombre de côtés et dans l'autre colonne, le nombre de chaînes, et j'ai remarqué que si je multiplie le nombre de côtés par lui-même moins 1, j'obtiens le double du nombre de chaînes.

P : Richard, passe au tableau et mets cette grille pour que tes camarades puissent te comprendre. [Philippe est conscient des difficultés que certains étudiants éprouvent pour comprendre des messages mathématiques sans support visuel **: {KFLM : connaissances des points forts et des difficultés}]**

Richard écrit au tableau, la grille suivante :

3	3
4	6
5	10
6	15
7	

Et il explique :

R : Voyons. Si je multiplie 3 fois 2, ça fait 6. Si je multiplie 4 fois 3, le résultat est 12. Et 5 multiplié par 4 est égal à 20 ; 6 fois 5 ça fait 30 ; et 7 fois 6, 42, qui est le double des chaînes que je dois mettre dans la case vide.

P : Y comment as-tu fini le problème ?

R : J'ai résolu l'équation $\frac{n(n\text{-}1)}{2} = 60$ et puis j'ai fait la même chose que mes camarades.

P : Vous êtes d'accord avec la solution de Richard ?

Tous les étudiants manifestent leur accord avec cette solution.

P : Comment peut-on être sûr que cette règle appliquée par Richard sera valable pour les numéros suivants ?

J : Parce que c'est la même trouvée par Marie.

P : Oui, bien sûr, mais vous devez penser qu'on ne connaît pas la formule, puisque Marie ne l'a pas encore montrée.

Plusieurs étudiants disent que la formule de Richard est valable dans tous les cas, parce que « on peut l'appliquer pour les premiers nombres ».

P : Si seulement nous avions regardé le 3, on aurait dit que les chaînes correspondent aux sommets. Ou si nous n'avions regardé que le 3 et le 4, nous aurions pu dire que la formule est $n + (n\text{-}3)2$, ou $3n\text{-}6$. {**KoT : procédures ; KPM : formes d'argumentation, de validation et de vérification** (rôle des exemples dans la démonstration)}

Certains élèves disent : « c'est vrai, mais alors pour 5 cette formule ne vaut pas, tandis que celle de Richard est valable ».

P : En effet, mais on sait qu'elle est valable parce que nous avons fait le calcul pour 5. Mais est-ce que ça sert pour 11 ? Et si, au lieu de 11, la solution était 11000 ? Va-t-on continuer à faire la grille jusqu'à 11000 ?

La porte-parole d'un autre groupe, Hélène, intervient :

H : Et notre travail, est-il bien ? Nous avons fait des dessins des cas de 4, 5, 6 et 7 côtés, et nous avons remarqué que le résultat est 6, 10, 15 et 21 chaînes. Nous avons fait la même grille que le groupe de Richard et nous avons remarqué que le nombre de chaînes à ajouter d'un nombre de sommets au suivant est à chaque fois un de plus.

P : Tu peux venir au tableau et l'expliquer à partir de la grille de Richard, s'il te plaît ?

H : De 6 à 10 s'ajoutent 4 ; de 10 à 15, 5 ; de 15 à 21, 6. Alors nous avons pensé qu'avec 8 côtés, ça doit être 21+7 = 28 chaînes ; avec 9 côtés, 28+8 = 36 chaînes ; avec 10 côtés, 36+9 = 45 chaînes; et avec 11 côtés 45+10 = 55 chaînes. Il y a 11 côtés car 55 + 11 = 66 et le résultat dépasse les 4 boîtes de 15 chaînes.

P (à tous les élèves) : Qu'en pensez-vous ? Etes-vous d'accord avec l'argumentation d'Hélène ou partagez-vous l'idée du groupe de Richard ? On peut garantir que, vu que jusqu'à 7 côtés on ajoute un de plus, cela doit continuer à se produire ?

Jean, un autre étudiant du groupe d'Hélène, intervient :

J : Mais si on le vérifie avec 11 côtés et on obtient 11 x 8/2 = 44 diagonales ; plus 11 côtés, ça fait 55 chaînes, alors on a prouvé que cette formule est valable.

P : Avez-vous vérifié qu'elle est valable en tant que solution du problème ou que votre hypothèse de la différence entre le nombre de chaînes est vraie ? {**KPM : formes d'argumentation, de validation et de vérification**}.

J : La première chose.

P : Aurait-il été possible de le résoudre de cette façon si le problème avait parlé de 3000 boîtes de 15 chaînes ?

Certains élèves répondent négativement.

Philippe montre les différents éléments du modèle MTSK dans ses interventions. On a déjà signalé les connaissances procédurales associées à la résolution de l'expression générale de suites arithmétiques. Pour la première résolution, on a comme seule donnée $a_1 = 3$. Pour la deuxième $a_1=3$ y $a_2=6$ {**KSM : connexions de complexité**}. De même, nous reconnaissons des connaissances de tâches à l'approche des questions sur la généralisation des étudiants et qui présentent des variantes de la tâche proposée ("et si, au lieu de 11, la solution était 11000 ? ») : {**KMT : connaissances des stratégies, des techniques, des tâches et des exemples pour l'enseignement des contenus mathématiques**}. Mais tout ce qui précède, du moins sa manifestation dans la classe, est réellement conditionné par la finalité de l'approche des questions de Philippe.

I : On dirait que la solution de Richard a été spéciale pour toi, n'est-ce pas ? Pourquoi ?

P : Parce que Richard a abordé le problème d'une façon arithmétique et cela n'a aucun sens ici, parce qu'il n'y a aucun argument géométrique qui garantit que cette règle, que ce patron va être poursuivi {**KPM : formes d'argumentation, de validation et de vérification de mathématiques}**. Le groupe d'Hélène a également fait quelque chose de semblable, sans doute inspiré par certains problèmes que nous avons travaillé sur l'observation des régularités {**KFLM :**

formes d'interaction des étudiants avec un contenu}. Même s'ils n'ont pas pu le prouver de manière géométrique, ils ont prouvé que le résultat de son hypothèse était valable à la suite du problème. Si vous essayez de prouver de façon géométrique, vous pouvez voir que la différence entre le nombre de diagonales d'un polygone de n côtés et celui de n+1 côtés est n-1 ; comme vous devez également ajouter un autre côté, vous avez une différence de n, qui coïncide avec la conjecture des étudiants {**KoT : procédures**}; {**KPM : formes de l'argumentation, validation et vérification de mathématiques**}. Cela je l'ai vérifié ensuite ; en classe, je n'ai pas considéré convenable de le prouver, cela aurait provoqué des confusions, mais son argument (à partir de quelques exemples) n'était pas valable {**KFLM : connaissance des points forts et des difficultés**}. En outre, j'estime que mon intention de leur faire reconnaître que la résolution du problème a été valable dans le cas du groupe d'Hélène (ils ont atteint « intuitivement » un cas possible et l'ont testé), mais que leur proposition n'était pas argumentée, sera passée à côté de beaucoup d'élèves, qui restent sans savoir si celle-ci est la solution (le nombre de côtés, dans ce cas-là) {**KFLM { : connaissances des intérêts et des attentes des étudiants**}.

Discussion de l'analyse et conclusions

L'analyse du savoir spécialisée de Philippe nous permet de comprendre comment il reconnaît dans le contenu en question un objet d'enseignement et d'apprentissage et comment il met en œuvre ce savoir dans la classe.

Du point de vue de la Connaissance des Thèmes (KoT), Philippe connaît la relation entre le nombre de côtés et celui des diagonales d'un polygone, ainsi qu'une situation où l'application d'un tel contenu a du sens. Il sait créer une tâche à partir de cette situation (KMT) et apprécier les difficultés éventuelles des élèves par rapport à la tâche, tant sur les aspects concernant le contenu en question (difficultés d'application de la formule en mode inverse, ou envisager des solutions décimales) que sur les aspects mathématiques généraux (difficultés à comprendre l'énoncé d'un problème ou à comprendre un argument en l'absence de support visuel - quand Richard explique sa résolution) (KFLM).

De même, du point de vue du KFLM, il comprend la pensée habituelle des étudiants sur le contenu en question (parce que dans la tâche seules les diagonales peuvent être considérées) et leurs attentes (les élèves pensent souvent que la résolution et la solution d'un problème sont uniques, et aussi que, si le résultat est correct, la procédure suivie pour y arriver est également valable). Il peut également évaluer la tâche en rapport aux savoirs qu'il veut faire apprendre à un élève quant au contenu à ce niveau (KMLS).

Revenant au savoir mathématique du professeur, ses connaissances des différentes procédures pour résoudre la tâche, du fait que les côtés et les diagonales doivent être des nombres naturels (KoT), ainsi que des formes d'argumentation, validation et vérification en mathématiques, et de la stratégie heuristique de réflexion pour savoir si la solution est valable (KPM), lui permettent d'évaluer la pertinence des résolutions des élèves et la compréhension du contenu découlant de ces résolutions. Donc, il peut identifier quels sont les éléments clés dans la compréhension de la tâche (par exemple, en considérant seulement comme solutions des nombres naturels) et reconnaître que les résolutions arithmétiques réalisées par les étudiants ne permettent pas une démonstration de la situation. Le professeur sait établir géométriquement les hypothèses numériques des étudiants (KoT), bien qu'il refuse de traiter ce point en cours, en raison de considérations relatives aux attentes des étudiants signalées dans le paragraphe précédent (KFLM). En outre, son KPM concernant les formes d'argumentation, validation et vérification et son KoT pour obtenir le terme général d'une suite arithmétique connaissant certains de ses termes, lui permettent de remettre en cause les résolutions arithmétiques des élèves, en proposant d'autres solutions à la tâche initiale, pour laquelle leurs résolutions ne seraient pas applicables. Son KPM en relation avec l'heuristique pour la résolution de problèmes (en particulier dans le cas présent, celui de la simplification du problème) est liée à ses connaissances de l'aide aux étudiants (KMT). Il semble également avoir une vision du problème, ce qui lui permettra ultérieurement des transferts vers d'autres contenus (KSM).

Par ailleurs, certaines conceptions mises en évidence chez l'enseignant, concernant l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, permettent de mieux comprendre son intervention en classe, en complément de la vision donnée par les sous-domaines de connaissances spécialisées. Par conséquent, la tâche qu'il propose et l'analyse qu'il fait des difficultés des élèves se comprennent à partir de sa vision qu'un apprentissage mathématique efficace doit présenter des situations qui donnent un sens au contenu et une application non mécanique du contenu. En outre, dans la résolution des problèmes par les élèves, il donne plus d'importance au processus de résolution et à la plausibilité du résultat qu'au résultat lui- même.

Dans l'analyse des connaissances du professeur grâce aux outils fournis par le MTSK, nous voulons mettre en évidence comment se voit l'interrelation entre les différents aspects du savoir de l'enseignant : sa connaissance du contenu (phénoménologique, de procédures et de propriétés - KoT), sa connaissance de la tâche (KMT) et de l'apprentissage des élèves en ce qui la concerne (KFLM), sa connaissance des formes d'argumentation et de validation et de l'heuristique (KPM), sa connaissance de l'apprentissage des élèves en rapport avec la tâche (KFLM) et des stratégies d'enseignement en ce qui concerne cet apprentissage (KMT). De notre point de vue, cet exemple des interrelations entre les connaissances du professeur relatives à différents aspects et sous-domaines est le reflet de la nature intégrée de ces savoirs. Bien que le MTSK, comme n'importe quel modèle analytique, procède à une décomposition du savoir du professeur, il prend du sens en permettant des travaux ultérieurs de synthèse de cette décomposition. Ce genre de compréhension des connaissances du professeur facilite l'intervention en formation (Climent. *et al.*, 2016) et enrichit la compréhension de l'enseignement des mathématiques.

Bibliographie

BALL, D. L., THAMES, M. H. & PHELPS, G. (2008), Content knowledge for teaching: What makes its special? *Journal of Teacher Education* **59.5,** 389-407.

BARDIN, L. (1998), *L'analyse de contenu*, Presses Universitaires de France - Le Psychologue, Paris.

BARRERA, V. J., LIÑÁN, M. M., MUÑOZ-CATALÁN, C. & CONTRERAS, L. C. (2016), Conocimiento especializado, movilizado y emergente, en una clase de primaria sobre las posiciones relativas de las rectas, en *Investigación en Educación Matemática XX* (Eds. Macías & alii), 167-176, SEIEM, Málaga, Espagne.

BROMME, R. (1994), Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' profesional knowledge, in *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (Eds. Biehler & alii), 73-88, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.

CARRILLO, J., CLIMENT, N., CONTRERAS L.C. & MUÑOZ-CATALÁN, M.C. (2013), Determining Specialised Knowledge for Mathematics Teaching, dans *Proceedings of CERME 8* (Eds. Ubuz & alii), 2985-2994, ERME, Antalya, Turquie.

CARRILLO, J. & CONTRERAS, L.C. (1995), Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza, *Educación Matemática* **7.3**, 79-92.

CHEVALLARD, Y. (1986), La Transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné, *Revue française de pédagogie* **76***,* 89-91.

CHEVALLARD, Y. & CIRADE, G. (2006), Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques, dans *De l'integration des technologies aux dispositifs de formation de futurs enseignants* (Eds. Chiocca & alii), ENFA & IUFM Midi-Pyrénées, Toulouse, France.

CLIMENT, N., MONTES, M.A., CONTRERAS, L.C., CARRILLO, J., LIÑÁN, M.M., MUÑOZ-CATALÁN, M., BARRERA, V.J. & LEÓN, F. (2016), Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las matemáticas a través del análisis de videos, *Avances de Investigación en Educación Matemática* **9**, 85-103.

DAVIS, B. & SIMMT, E. (2006), Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know, *Educational Studies in Mathematics* **61.3**, 293-319.

FLORES-MEDRANO, E., MONTES, M.A., CARRILLO, J., CONTRERAS, L.C., MUÑOZ-CATALÁN, M.C. & LIÑÁN, M.M. (2016), El Papel del MTSK como Modelo de Conocimiento del Profesor en las Interrelaciones entre los Espacios de Trabajo Matemático, *Bolema* **30.54**, 204- 221.

GIROUX, H.A. (1997), *Los Profesores como Intelectuales: Hacia una pedagogía crítica del aprendizaje*. Paidós. Barcelona

KILPATRICK, J., SWAFFORD, J. & FINDELL, B. (EDS.). (2001), *Adding it up: Helping children learn mathematics*, National Academy Press, Washington, DC.

LESH, R., BEHR, M. & POST, T. (1987), Rational number relations and proportions, dans *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (Ed. Janvier), 41-58, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, New Jersey, USA.

MA, L. (1999), *Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers' understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, Reston, VA.

PARIES, M. (2010), Circulation du savoir en classe de mathématiques : quelles variabilités dans les pratiques des enseignants ? Étude de cas. *Annales de didactique et de sciences cognitives* **15**, 9 – 44.

PONTE, J.P. (1994), Mathematics teachers' professional knowledge, in *Proceedings of PME 18*, *Vol. 1*(Eds. Ponte & alii), 195-210, PME, Lisbonne.

ROWLAND, T., TURNER, F., THWAITES, A. & HUCKSTEP, P. (2005), *Developing Primary Mathematics Teaching: reflecting on practice with the Knowledge Quartet*, SAGE, Londres.

RUIZ-OLARRÍA, A. & SIERRA, T. (2011), La formación Didáctico-Matemática del profesorado de Secundaria, dans *Un panorama de la TAD* (Eds. Bosch & alii), 465-483, CRM, Barcelona, Espagne.

SCHOENFELD, A. (2010), *How we think*, Routledge, New York.

SCHWAB, J.J. (1978), Education and the structure of the disciplines, in *Science, curriculum and liberal education* (Eds.Westbury & alii), 229-272, University of Chicago Press, Chicago.

SHULMAN, L.S. (1986), Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* **15.2**, 4-14.

SHULMAN, L.S. (1987), Knowledge and teaching: Foundations of a new reform. *Harvard Educational Review* **57.1**, 1-21.

JOSÉ CARRILLO[6]
Université de Huelva (Espagne), Faculté d'education, Avenida 3 de marzo s/n
carrillo@uhu.es
MIGUEL MONTES
Université de Huelva (Espagne), Faculté d'education, Avenida 3 de marzo s/n
miguel.montes@ddcc.uhu.es
LUIS C. CONTRERAS
Université de Huelva (Espagne), Faculté d'education, Avenida 3 de marzo s/n
lcarlos@uhu.es
NURIA CLIMENT
Université de Huelva (Espagne), Faculté d'education, Avenida 3 de marzo s/n
climent@uhu.es

[6] El IREM de Strasbourg proporciona, en su sitio Internet http://irem.unistra.fr/, la versión en español de este artículo en acceso libre.