

NATHALIE ANWANDTER CUELLAR, STEVE TREMBLAY

SAVOIRS VÉHICULÉS PAR LES MANUELS SCOLAIRES FRANÇAIS ET QUÉBÉCOIS À PROPOS DE L'AIRE. UNE ÉTUDE COMPARATIVE

Abstract. This article presents a comparative study of French and Quebec textbooks on the notion of area. Several research studies have raised students' difficulties in understanding the concept of area, and recent work suggests studying these difficulties in connection with the learning opportunities offered by textbooks, which are a tool widely used by teachers. In order to highlight the similarities and differences in the knowledge set out in the textbooks of two territories and to interpret them according to the learning of the pupils, we have built a praxeological reference model using the Anthropological Theory of Didactics (TAD). Our results show similar limitations in French and Quebec textbooks, in particular the strong focus on the numerical dimension of the area to the detriment of the elements contributing to a conceptualization of this notion.

Résumé. Cet article présente une étude comparative de manuels scolaires français et québécois à propos de la notion d'aire. Plusieurs recherches ont soulevé les difficultés des élèves à comprendre la notion d'aire et des travaux récents proposent d'étudier ces difficultés à l'égard des occasions d'apprentissage qu'offrent les manuels scolaires, ceux-ci étant un outil très utilisé par les enseignantes et enseignants. Afin de mettre en évidence les similitudes et différences relativement aux savoirs exposés dans les manuels scolaires de deux territoires et les interpréter en fonction des apprentissages des élèves, nous avons construit un modèle praxéologique de référence à l'aide de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD). Nos résultats montrent des limites similaires dans les manuels français et québécois, en particulier la forte focalisation sur la dimension numérique de l'aire au détriment des éléments contribuant à une conceptualisation de cette notion.

Mots-clés. Manuel scolaire, étude comparative, aire, Théorie Anthropologique du Didactique.

Introduction

Cette recherche s'inscrit en prolongation de nos travaux portant sur l'enseignement des grandeurs et mesures au secondaire en France (Anwandter Cuellar, 2012, 2016, 2017), en particulier sur la grandeur « aire ». Ces travaux ont révélé que la nature des savoirs mathématiques relatifs à l'aire est difficile à appréhender, comme sa définition en tant que grandeur, celle de mesure et l'utilisation des unités dans les calculs (Anwandter Cuellar, 2016 ; Pressiat, 2009). En effet, les résultats de nos recherches en France et ceux de Daina (2013) en Suisse, nous ont amenés à faire l'hypothèse que la complexité des concepts traitant l'aire ainsi que l'introduction précipitée des aspects numériques pourraient faire obstacle à un enseignement et à

un apprentissage adéquat, et ceci indépendamment de la prescription des savoirs à enseigner dans un pays donné et dans un niveau particulier (Anwandter Cuellar, 2016). Dans ce sens, nous avons élargi ce questionnement au contexte de l'enseignement secondaire au Québec, où l'objet mathématique aire est très peu étudié par les recherches.

Une partie de notre recherche comportait une étude comparative des manuels scolaires français et québécois à propos de la notion d'aire des surfaces planes¹ au début de l'enseignement secondaire (6^e et 5^e au collège en France et 1^{re} et 2^e années du secondaire au Québec). Étant donné que les manuels scolaires sont des éléments intermédiaires entre les prescriptions ministérielles et les pratiques d'enseignement influençant aussi les apprentissages des élèves (Assude & Margolinas, 2005 ; Margolinas & Wozniak, 2009), ils représentent une bonne entrée pour comparer différentes institutions (Gueudet, Pepin & Trouche, 2015). Ainsi, nos objectifs étaient de : 1) déterminer et comparer la place et le rôle de la notion d'aire dans quelques manuels scolaires français et québécois, et 2) décrire et comparer les savoirs mathématiques relatifs à la notion d'aire présents dans les manuels scolaires français et québécois.

Le plan de l'article suit une structure classique : présentation d'une problématique pour soutenir notre étude comparative, suivie d'une exposition de concepts théoriques sur lesquels s'appuient notre méthode, notre analyse et nos résultats, provenant de la comparaison des savoirs mathématiques relatifs à la notion d'aire dans les manuels scolaires français et québécois. Enfin, dans la dernière partie, nous concluons par une discussion autour de « lacunes » des manuels scolaires et de leur possible impact sur les apprentissages des élèves, ainsi que des limites de notre étude.

1. La problématique

1.1. Les difficultés associées à l'enseignement et l'apprentissage de la notion d'aire

L'aire joue un rôle important dans la construction de plusieurs concepts mathématiques et dans le développement des compétences mathématiques (Marmolejo & Gonzalez, 2015). Cependant, même si plusieurs recherches ont abordé l'enseignement et l'apprentissage de la notion d'aire depuis des années, des difficultés demeurent persistantes (De Araújo & Dos Santos, 2009 ; Zacharos, 2006).

L'une des raisons pouvant expliquer ces difficultés est qu'en tant que grandeur, l'aire se construit dans un système faisant appel aux grandeurs, mesures et objets. Ainsi son enseignement et son apprentissage nécessitent une coordination entre la géométrie, les grandeurs et le numérique. Mais les différences et interrelations entre

¹ Dans ce qui suit du texte, nous parlerons seulement d'aire.

ces aspects ne sont pas évidentes chez les élèves ni chez les enseignantes et enseignants (Anwandter Cuellar, 2012, 2016 ; Daina, 2013).

En outre, les élèves du primaire rencontrent des difficultés avec les procédures de mesure et des changements d'unité, où l'unité occupe une place fondamentale (Battista, 2004). Une compréhension inadéquate de l'unité peut amener les élèves à utiliser les formules d'aire de manière incorrecte, à ne pas considérer, par exemple, l'unité carrée comme étant l'unité d'aire, à ne pas être en mesure de relier le nombre de carrés d'un recouvrement à la mesure de l'aire (Zacharos, 2006) et à avoir des difficultés à réaliser des changements d'unités (Chambris, 2010).

En conséquence, la littérature scientifique actuelle continue à s'intéresser à la notion d'aire (Anwandter Cuellar, 2016 ; Daina, 2013 ; Zacharos, 2006). Plus particulièrement plusieurs travaux récents proposent d'analyser la manière dont ce concept est traité dans les manuels scolaires de différents pays (Hong, Choi, Runnalls & Hwang, 2018 ; Marmolejo, 2014 ; Smith, Males & Gonulates, 2016) afin de comprendre (au moins partiellement) certaines difficultés des élèves.

1.2. Pourquoi une comparaison des manuels scolaires ?

Les manuels scolaires constituent un support essentiel à l'enseignement et ils jouent un rôle important sur les apprentissages des élèves (Remillard, Harris & Agodini, 2014). Comme plusieurs manuels scolaires sont produits dans le monde, ils représentent une bonne porte d'entrée pour appréhender les mathématiques à enseigner et celles qui sont effectivement enseignées dans les différents pays (Gueudet et al., 2015). Toutefois, même si les manuels scolaires exercent une forte influence sur les cours de mathématiques dispensés, il est également vrai qu'ils sont lus, interprétés et mis en œuvre différemment par les enseignantes et enseignants avec des élèves dont les caractéristiques et les types de compréhension diffèrent également (Daina, 2013 ; Smith et al., 2016). Par conséquent, nous ne pouvons pas affirmer que le contenu des manuels scolaires constitue la seule raison valable pour laquelle les élèves ont du mal à conceptualiser la notion d'aire. Cependant, puisque les manuels constituent des ressources importantes pour les enseignantes et enseignants dans la planification de leur enseignement et qu'ils représentent des occasions d'apprentissage pour les élèves (Hong et al., 2018), il est pertinent d'analyser la manière dont les manuels traitent les sujets mathématiques, en particulier l'aire (Smith et al., 2016). En effet, si les manuels scolaires montrent des limites dans le traitement de la notion d'aire, ceci peut être une explication des difficultés des élèves à apprendre les sujets mathématiques en lien avec cette notion mathématique (Hong et al., 2018).

2. Cadre théorique

2.1. Les manuels scolaires comme étape de la transposition didactique

Notre étude se situe dans la ligne des travaux comparatistes en didactique positionnant les manuels scolaires comme étape de la transposition didactique (Assude & Margolinas, 2005 ; Chevallard, 1985). Cette perspective comparatiste des savoirs présents dans les manuels scolaires en France et au Québec prend appui sur la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) (Chevallard, 1999) et elle vise « à dégager des spécificités dans le traitement des savoirs mathématiques dans différents pays, révélant ainsi le poids que la société ou les cultures mathématiques – souvent distinctes d’un pays à l’autre – font peser sur les savoirs enseignés » (Margolinas & Wokniak, 2009). En étant le résultat d’une transposition didactique (Chevallard, 1992), les manuels scolaires sont une forme de traduction des savoirs exposés dans les programmes scolaires selon l’interprétation des auteurs. Ils nous renseignent sur un élément qui est intermédiaire entre le savoir à enseigner (généralement décrit dans les programmes officiels) et le savoir enseigné dans les pratiques effectives des enseignantes et enseignants (Assude & Margolinas, 2005).

2.2. Un modèle praxéologique de référence (MPR) pour étudier la notion d’aire

Dans le processus de transposition didactique (Bosch & Gascón, 2014 ; Chevallard, 1985), le savoir savant apparaît comme source de légitimation du savoir enseigné (Bosch & Gascón, 2014). De ce fait, pour étudier les savoirs exposés dans les manuels scolaires, il est nécessaire de construire des modèles épistémologiques et didactiques de référence indépendants des institutions permettant de les décrire et de les interpréter (Chaachoua & Bittar, 2019). Dans nos recherches précédentes (Anwandter Cuellar, 2012, 2016), nous avons construit un modèle praxéologique de référence (MPR) pour le concept d’aire à partir d’une étude épistémologique et des recherches antérieures en didactique des mathématiques (Brousseau, 2002 ; Chambris, 2010 ; Chevallard & Bosch, 2001 ; Moreira-Baltar, 1995, 1997, 1999 ; Rouche 1992). Nous l’avons dénommé « le filtre de grandeurs » (cf. annexe 1) et il s’inspire des travaux de Bronner sur le numérique (Bronner, 2007). Pour cet article, nous n’en présenterons qu’une partie au regard de nos objectifs.

2.2.1. *L’aire en tant que grandeur*

Afin de définir l’aire, nous caractérisons trois non ostensifs principaux (Bosch & Chevallard, 1999) : les objets géométriques qui sont les surfaces (comme une partie du plan), (l’espèce de) grandeur aire et les mesures d’aire. Il existe ainsi un lien entre le cadre géométrique, celui des grandeurs et les nombres. L’étude de l’aire en tant que grandeur revient à considérer l’aire d’une surface comme une propriété

invariante pour certaines opérations, telles que les isométries. Du point de vue numérique, on choisit une unité d'aire pour mesurer les aires des surfaces. L'idée est donc de définir une fonction mesure μ sur un certain ensemble de surfaces dans $\mathbb{R}^+$, qui est positive et vérifie les propriétés d'additivité et d'invariance par isométrie. Nous avons choisi l'approche présentée par Perrin-Glorian (1999) pour définir l'aire : « l'aire d'une surface sera la classe d'équivalence de cette surface pour la relation "avoir même mesure" » (p. 3). Il s'agit de définir cette grandeur indépendamment de l'unité :

« Si on choisit une surface unité A et définit l'application [mesure] μ_A correspondante, on peut définir une relation d'équivalence $\mathfrak{R}_A$ par $S\mathfrak{R}_A S'$ si et seulement si $\mu_A(S) = \mu_A(S')$. Les classes d'équivalences obtenues ne dépendent pas du choix de A . On peut alors appeler aire β de B la classe d'équivalence de B pour n'importe laquelle des relations $\mathfrak{R}_A$ et définir la mesure de l'aire β comme la mesure de n'importe laquelle des surfaces de β » (Perrin-Glorian, 1990, p. 10).

Comme l'indique Perrin-Glorian (1990), il ne s'agit pas de définir l'aire en tant que grandeur d'une manière mathématiquement rigoureuse. « L'important est d'avoir une notion indépendante à la fois de la forme et de quelque unité de mesure que ce soit » (p.12). Ce qui nous intéresse du point de vue de l'enseignement est l'expression « avoir même aire », ce que nous appelons l'aire en tant que grandeur.

2.2.2 Les organisations mathématiques et didactiques

Dans le cadre de la TAD, l'étude des savoirs peut se faire à l'aide d'une unité d'analyse dénommée organisation mathématique (OM) (Bosch & Gascón, 2004). Elle est définie comme un quadruplet T, τ, θ, Θ ; où T désigne un type de tâches (formé d'un ensemble de tâches spécifiques) ; τ désignant une technique que l'on peut appliquer pour la réalisation de ces types de tâches, θ une technologie, un discours qui justifie l'adéquation de la technique ou à la produire. Enfin Θ désigne une théorie servant à justifier le discours technologique ou à l'élaborer (Chevallard, 1999). Selon Bosch et Gascón (2004), on ne peut comprendre ni expliquer l'OM apprise sans comprendre et expliquer les OM des étapes antérieures, et il est aussi nécessaire d'étudier comment ces organisations mathématiques sont mises en place. Ce dernier aspect nous renvoie à ce que Chevallard appelle organisation didactique (OD). À son tour, une OD peut se caractériser à l'aide des différents moments d'étude : moment de la première rencontre avec un type de tâches ; moment de l'exploration du type de tâches et de l'émergence de la technique ; moment de la construction du bloc technologico-théorique ; moment de l'institutionnalisation ; moment du travail de l'organisation mathématique (en particulier de la technique) et moment de l'évaluation (Chevallard, 1999).

2.2.3 Les organisations mathématiques relatives à l'aire

En nous basant sur les travaux de Anwandter Cuellar (2012, 2016) et de Daina (2013), nous proposons une typologie (non exhaustive) des types de tâches, techniques et technologies relative à l'aire. Nous exposerons (cf. tableau 1) seulement les types de tâches présentes dans un plus grand nombre dans les manuels scolaires² :

TECHNIQUE	PRÉCISIONS SUR LES TECHNIQUES ET LES TECHNOLOGIES
Type de tâche T₁ : Comparer des aires	
τ_{CIS} : inclusion et superposition	- Soit $A(S)$ l'aire d'une surface S, on a $A(f(S)) = A(S)$, pour une isométrie f (invariance par isométrie); - Si $S \subseteq S'$ alors $A(S) \leq A(S')$;
τ_{CDR} : comparaison par découpage-recollement	- Soient S et S' deux surfaces. On dit qu'elles sont équivalentes par découpage et recollement s'il existe une partition de S (resp. de S'), telle que $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_n$ (resp. $S' = S'_1 \cup S'_2 \cup \dots \cup S'_n$) et, pour chaque $i = 1, 2, \dots, n$, une isométrie g_i de S_i sur S'_i; - Si S et S' sont disjointes $A(S \cup S') = A(S) + A(S')$ (additivité)
Techniques relatives aux calculs des aires	Voir T ₂
Et à leurs mesures des aires	Voir T ₇
Type de tâche T₂ : Calculer l'aire d'une surface	
τ_{CF} : utilisation d'une formule.	Formules d'aire de surfaces usuelles.
τ_{CD} : calcul après une décomposition	Additivité
Type de tâches T₄ : Produire une surface d'une aire donnée	
τ_{PDR} : production par découpage-recollement	Si on veut produire une surface S' d'aire égale (ou plus petite ou plus grande) à celle de la surface S, une technique consiste à découper la surface S et à recomposer une surface S' avec l'ensemble des morceaux (ou une partie des morceaux ou avec l'ajout de morceaux) Voir technologies du τ_{CDR} associées au T₁
τ_{PDU} : production par dénombrement d'unités ou sous-unités fractionnaires	Cette technique consiste à produire une surface S' qui contient le même nombre (ou plus ou moins) de « pavés » (usuellement des carreaux) que la surface S. Voir technologies du τ_{DU} associées au T₇
τ_{NU} : production selon une manipulation numérique	Les technologies sont associées aux formules d'aires et aux manipulations numériques et algébriques. Par exemple, si la formule d'aire d'une surface donnée est $a \cdot b$, et si on connaît la mesure de l'aire et a ou b , il suffit de calculer le terme manquant et construire la figure selon les mesures des longueurs trouvées.

² Pour les autres types de tâches, nous n'avons repéré que trois tâches ou moins dans l'ensemble des manuels scolaires qui relèvent de chacune de ce type de tâches. Nous considérons que la présentation des techniques et technologies relatives à ces types de tâches n'est pas nécessaire vu le peu d'éléments à ce sujet. Voir la liste complète de types de tâches dans l'annexe 1.

Type de tâche T ₆ : Changer d'unité d'aire	
τ_{UC} : utilisation d'un tableau à colonnes doubles	Propriétés de la proportionnalité et système décimal de numération écrit chiffré.
τ_{UX} : multiplication (ou division) par 100, 10 000, etc.	Multiplication et équivalences des unités, système décimal de numération écrit chiffré.
τ_{UD} : déplacement de la virgule	
τ_{UE} : utilisation directe des équivalences	
τ_{UQP} : utilisation de la quatrième proportionnelle	Propriétés de la proportionnalité.
Type de tâches T ₇ : Mesurer des aires	
τ_{DU} : dénombrement d'unités ou sous-unités fractionnaires.	Si la surface S peut se paver avec une surface s, et si on considère l'aire de s comme l'unité d'aire u, l'aire de S est un nombre entier positif trouvé après le dénombrement des unités u. Si S ne peut pas être pavé avec la surface s, on considère des subdivisions de s, c'est-à-dire, des sous-unités fractionnaires relatives à l'unité u.

Tableau 1. Types de tâches, techniques et technologies repérés dans les manuels scolaires

3. La méthodologie

3.1. Le type de recherche et le choix des manuels

Notre étude qualitative répond à une question du type descriptif (Fortin, 2010), où il s'agit fondamentalement de décrire et caractériser le savoir présent dans les manuels scolaires à l'aide de notre MPR. Nous avons comparé les savoirs mathématiques relatifs à la notion d'aire dans les manuels scolaires utilisés par les élèves des deux premières années du secondaire au Québec (12 à 13 ans) et en France (11 à 12 ans)³. Même si ces niveaux scolaires ne se correspondent pas sur l'âge des élèves, ils représentent pour chaque territoire, l'entrée au secondaire et les programmes relatifs à ces niveaux regroupent la plupart des contenus relatifs à l'aire (cf. annexe 2). En outre, en France, il existe un programme scolaire officiel (Ministère de l'Éducation Nationale et de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, [MENESR], 2015), mais il n'existe pas de manuels scolaires officiels. Au Québec, il existe aussi un programme officiel depuis 2006 (Ministère de l'Éducation, 2006a) et c'est le ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (MÉES) qui donne son accord à l'utilisation de manuels scolaires (parmi les trois manuels approuvés par le MÉES, deux ont été analysés dans cette étude). Toutefois, en l'absence d'études quantitatives sur l'utilisation des manuels par les enseignantes et enseignants ou le nombre de ventes en France et au Québec, nous nous sommes basés sur nos expériences en recherche et enseignement sans que d'autres critères spécifiques soient appliqués. Le tableau 2 présente les manuels analysés :

³ Les manuels scolaires québécois ont été publiés entre 2005 et 2006 et les manuels français en 2016.

Territoire	Éditeur-Collection	Niveau	Code
Québec	CEC-Panoram@th	1 ^{re} sec., vol. 1A	Pa1 ⁴
		1 ^{re} sec., vol. 2A	Pa1
		2 ^e sec., vol. 1B	Pa2
		2 ^e sec., vol. 2B	Pa2
	Grand Duc-Perspectives	1 ^{re} sec., vol. 1A	Pe1
		1 ^{re} sec., vol. 2A	Pe1
		2 ^e sec., vol. 1B	Pe2
		2 ^e sec., vol. 2B	Pe2
France	Nathan-Transmath	6 ^e collège	Tr6
		5 ^e collège	Tr5
	Bordas-Myriade	6 ^e collège	My6
		5 ^e collège	My5

Tableau 2. Manuels scolaires analysés

3.2. L'analyse praxéologique

Nous nous sommes basés sur l'approche praxéologique utilisée dans plusieurs recherches en didactique pour l'analyse des manuels scolaires (Chaachoua & Comiti, 2010) :

- a) Nous avons repéré la place de la notion d'aire dans les manuels scolaires en utilisant une recherche par mots-clés (aire, superficie). Ceci nous a permis d'identifier plusieurs chapitres où l'aire est étudiée et de différencier le rôle de la notion d'aire en tant qu'objet (étude des définitions, propriétés, etc., relatives à l'aire) ou outil (étude d'autres notions où l'aire sert comme outil à leur apprentissage) (Douady, 1984).
- b) Pour les parties des manuels scolaires où l'aire est traitée plutôt comme un objet, nous avons mis en place l'analyse praxéologique de la manière suivante (Chaachoua & Comiti, 2010) :
 - Repérage des tâches et regroupements selon notre typologie de type de tâches ;
 - Comptage simple de ces différents types de tâches afin d'avoir un portrait quantitatif de la situation. Ce premier portrait ainsi que la littérature

⁴ Il est important de signaler qu'au Québec, il existe deux volumes d'un manuel scolaire d'une même collection pour un même niveau d'enseignement, alors qu'en France, c'est un manuel par niveau ou un manuel par cycle. Alors, nous avons nommé deux volumes de la même collection pour un même niveau avec le même code afin de les regrouper.

scientifique ont servi de guide pour choisir les types de tâches à étudier qualitativement ;

- Analyse qualitative des extraits des manuels scolaires caractérisant les savoirs associés à ces types de tâches à l'aide de notre MPR.

4. Résultats : place et rôle de l'aire dans les manuels scolaires

4.1. Description générale

Pour étudier la place de l'aire comme objet, nous avons répertorié toutes les activités (une même activité peut comporter plusieurs tâches) et les chapitres en lien avec cette notion dans les manuels scolaires (cf. tableau 3). Il est important de noter que les manuels scolaires ne présentent pas le même type de structure. Les manuels français My6 et My5 divisent le manuel en « chapitres » ; et les manuels Tr6 et Tr5 en thématiques selon les domaines mathématiques du programme français et en « chapitres ». Les manuels québécois Pa1 et Pa2 présentent des thématiques selon les contenus (que nous considérons comme des chapitres) et ensuite des « unités ». Finalement, les manuels Pr1 et Pr2 présentent de grandes « parties » (que nous considérons comme des chapitres) et ensuite des sections dénommées « dossiers ».

Collection	Chapitres ou parties (nombre d'activités)	Total
Pa1	- - - -	0
Pa2	Chap10 / Aires des polygones usuels (40) Chap12 / Aires des polygones réguliers et système d'unités d'aire (18) Chap14/Aire d'un disque et d'un secteur de disque (17)	75
Pe1	Chap2 / Aire des triangles et des quadrilatères (12) Chap4 / Aire des polygones (3)	15
Pe2	Chap6 / Dossier/Faire plus, situations problèmes (6) Chap6 / Zoom/Calcul d'aires de figures planes (27) Chap6 / Situations problèmes (2) Chap7 / Zoom/Mesures manquantes (8)	43
My6	Chap11 / Périmètre et aire (14)	14
My5	Chap10 / Aires et périmètres (52)	52
Tr6	Chap8 / Longueurs, aires, durées (38)	38
Tr5	Chap11 / Calculer des longueurs et des aires (60)	60

Tableau 3. Répartition dans les chapitres du nombre d'activités en lien avec l'aire en tant qu'objet dans les manuels scolaires

À partir du tableau 3, on observe que dans les manuels français, il y a un seul chapitre pour les périmètres et aires par niveau et par manuel, et l'aire est ainsi toujours étudiée avec le périmètre. Par contre au Québec, dans la collection Panoramath, il y a 3 chapitres en 2^e secondaire (10, 12, 14) et dans la collection Perspective mathématique, il y a 2 sections (« dossiers ») dans deux chapitres différents en 2^e secondaire et il y a deux chapitres (6 et 7) où il y a un dossier et plusieurs sous-sections des dossiers (« zoom », « situations problèmes ») en 1^{re} secondaire. Ainsi, nous constatons que la place de l'aire en tant qu'objet est plus fragmentée dans les manuels québécois. En outre, on peut aussi remarquer que le nombre d'activités est très variable d'un territoire à l'autre et d'une collection à l'autre.

En ce qui concerne les savoirs mathématiques de manière générale, au Québec, en 1^{re} secondaire, l'aire en tant qu'objet n'est pas abordée dans le manuel Pa1. Dans cette collection de 1^{re} secondaire, la notion de périmètre est abordée, en 2^e secondaire, les aires et en 3^e secondaire, les volumes. C'est un choix éditorial qui nous semble assez cohérent avec l'absence de directives claires dans le programme québécois. Pour Pa2, ce sont les formules d'aires des figures planes (carré, rectangle, parallélogramme, triangle, losange et trapèze) et les mesures manquantes ainsi que l'aire du disque et des secteurs du disque qui sont abordés. En ce qui concerne les manuels Perspectives, dans le manuel Pe1, les savoirs sont centrés sur l'aire des triangles, des quadrilatères, des polygones et du disque. Dans le manuel Pe2, on étudie le calcul des aires de polygones de manière générale ainsi que la détermination de mesures manquantes des figures planes dont l'aire des figures planes est donnée.

En France, en 6^e, le manuel My6 aborde les formules d'aires des surfaces usuelles (carré, rectangle, triangle, disque) et donne les équivalences d'unités d'aire. Le manuel Tr6 donne une définition d'aire et les formules d'aire des surfaces usuelles (carré, rectangle, triangle, disque), ainsi que les équivalences et une technique de conversion d'unités d'aire. En 5^e, dans les deux manuels My5 et Tr5, les formules d'aire vues en 6^e sont reprises. Le manuel My5 ajoute à celles-ci l'étude de la formule d'aire d'un parallélogramme. De plus, ce manuel propose une technique pour la conversion d'unités et le manuel Tr5 fait un rappel des équivalences existantes entre les unités d'aire du système international d'unités.

Ainsi, les manuels français et québécois proposent d'étudier les formules de calcul d'aire des mêmes figures planes. Cependant, il existe trois différences majeures entre les manuels de ces deux territoires. Premièrement, l'étude de l'aire apparaît comme plus fragmentée dans les manuels scolaires québécois où il s'agit de réaliser des va-et-vient entre les anciens et nouveaux savoirs dans différents contextes. De manière générale, le programme québécois ne met pas en avant de façon explicite ce type d'enseignement que nous pouvons qualifier de « spiralaire » (type de progression qui permet à l'élève de revenir plusieurs fois sur la même notion), toutefois il invite à faire des liens entre les connaissances et les compétences et à décroiser les

apprentissages afin d'amener les élèves à découvrir des relations pour construire des savoirs de plus en plus complexes (Ministère de l'Éducation, 2006a). Pour le cas particulier de la géométrie, il est indiqué que sa richesse « réside dans le fait qu'elle est réinvestie dans l'appropriation des concepts tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la discipline » (p. 260). Ces éléments pourraient expliquer les choix de la progression des savoirs proposés par les manuels de ce territoire. Dans le programme français, nous n'avons pas trouvé d'indications pour comprendre les choix des auteurs de manuels de présenter un seul chapitre sur l'aire et le périmètre. Cependant, le document d'accompagnement sur les grandeurs et mesures indique :

Il est donc nécessaire, après les avoir introduites, de confronter les notions de périmètre et d'aire, afin de permettre aux élèves de bien les différencier, de voir à quoi elles correspondent pour une même figure et de comprendre à travers les exemples rencontrés qu'elles ne sont pas liées, mais au contraire que des figures peuvent avoir même périmètre sans que l'on puisse en déduire de liens concernant leurs aires. (Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, [MENESR], 2016b, p. 9)

Ainsi, il s'agirait donc de suivre les directives de ce document en ce qui concerne les liens entre les périmètres et les aires.

Deuxièmement, dans les manuels québécois, les auteurs proposent des activités en lien avec la détermination des mesures manquantes à l'aide de lettres représentant des inconnues – dans des situations mobilisant l'aire (MÉES, 2016). Cet aspect algébrique de l'utilisation des lettres est presque absent des manuels scolaires français étudiés. Il semblerait que ce lien entre les mesures manquantes et l'aire représente une intention institutionnelle du programme du Québec de vouloir détacher l'aire du cadre géométrique pour l'amener aux cadres numérique et algébrique. En effet, selon le programme du Québec (Ministère de l'Éducation, 2006a), « l'élève s'appuie sur des définitions et des concepts plutôt que sur le mesurage. Il met à profit des concepts et des processus liés à l'arithmétique, à l'algèbre et à la proportionnalité » (p. 260). De plus, il s'agirait d'avoir une continuité avec les contenus du primaire où les élèves font la recherche de termes manquants en s'appuyant sur les propriétés et opérations arithmétiques (Ministère de l'Éducation, 2006b). À l'opposé, dans le programme français, on ne trouve qu'une phrase en lien avec l'utilisation des lettres : « ce travail autour des formules s'inscrit dans l'introduction du calcul littéral » (MENESR, 2015, p. 375). Ainsi, les manuels scolaires québécois et français de notre étude respectent les prescriptions institutionnelles de chaque territoire.

Troisièmement, on trouve dans les manuels français des activités et des contenus en lien avec la conversion d'unités d'aire qui sont (presque) absents des manuels québécois. Si l'on regarde les savoirs prescrits par les programmes de deux territoires (cf. annexe 2), on remarque que ces contenus font partie des prescriptions françaises.

Dans le programme québécois, même si elles sont moins explicites qu'en France, elles apparaissent sous la forme « relations entre les unités d'aire du SI » dans le programme du secondaire. À notre avis, dans les manuels québécois analysés, les unités d'aire sont considérées plutôt comme un objet à enseigner au primaire où les savoirs se centrent sur les unités non conventionnelles et conventionnelles (Ministère de l'Éducation, 2006b). Or, dans ces manuels scolaires, les savoirs prescrits pour le secondaire sont ignorés. En France, les unités apparaissent comme un objet d'étude principal dans le contexte général de l'enseignement des grandeurs et mesures au primaire et au secondaire, tel qu'en témoigne la place importante que les unités usuelles ont dans les programmes et les documents d'accompagnement (MENESR, 2015, 2016a, 2016b).

4.2. La répartition des types de tâches dans les manuels scolaires

Afin d'avoir une vision globale des types de tâches (T_1 - Comparer des aires ; T_2 - Calculer des aires ; T_4 - Produire une surface d'une aire donnée ; T_6 - Changer d'unité d'aire ; T_7 - Mesurer des aires) dans les manuels scolaires québécois et français, nous présentons une comparaison de leur répartition (cf. tableau 4).

Territoire	Collection	T1	T2	T4	T6	T7
Québec	Pa1	0	0	0	0	0
	Pa2	4	49	0	1	0
	Pe1	4	7	2	0	0
	Pe2	2	65	3	0	0
Sous-total		10	121	5	1	0
France	My6	2	10	1	0	1
	My5	3	36	3	4	4
	Tr6	3	27	1	6	2
	Tr5	5	46	1	3	5
Sous-total		13	119	6	13	12

Tableau 4. Répartition des types de tâches en lien avec l'aire en tant qu'objet dans les manuels scolaires

Premièrement, dans les manuels scolaires québécois, nous avons répertorié au total 139 tâches et dans les manuels français 166 tâches en lien avec l'aire comme objet. Parmi celles-ci, la tâche « T_2 - calculer l'aire d'une surface » est majoritaire tant au Québec qu'en France dans les manuels étudiés. En effet, elle représente 87,05% des tâches au Québec et 71,68% en France.

Le deuxième type de tâches le plus présent dans les manuels scolaires québécois de l'étude est « T_1 - Comparer des aires » (7,19%), et en France, ce sont « T_1 - Comparer

des aires » (7,8%), « T₆ - Changer d'unités » (7,8%) et « T₇ - Mesurer des aires » (7,2%) avec des pourcentages semblables. Cependant, ces résultats sont faibles comparativement à T₂. Ainsi, on peut dire que les autres types de tâches sont presque absents des manuels scolaires. En plus, la présence minime d'autres types de tâches tels que « T₈ - Déduire la formule d'aire d'une surface » ou « T₉ - Estimer l'aire d'une surface », nous révèle aussi une emphase sur les aspects numériques de l'aire dans les manuels scolaires. Est-ce que cette grande concentration sur l'approche numérique de l'aire pourrait s'expliquer par les prescriptions ministérielles ?

Au Québec, dans la « Progression des apprentissages au secondaire » (MÉES, 2016)⁵, les types de tâches mis en avant sont le calcul des aires et la recherche des mesures manquantes (cf. annexe 3). Au primaire, le travail sur l'aire se centre sur l'estimation et la mesure des aires (Ministère de l'Éducation, 2006b), sans référence explicite à l'utilisation de formules. L'enseignement de l'aire chercherait ainsi à amener les élèves de la mesure (primaire) à l'algèbre (secondaire). De plus, l'absence de types de tâches de nature géométrique comme la comparaison (T₁) et la production des figures (T₄) dans les programmes ferait en sorte que l'enseignement véhiculé par les manuels scolaires québécois soit davantage numérique.

Dans le cas français, les programmes indiquent qu'on doit étudier des tâches en lien avec la comparaison (T₁), la mesure (T₇) et les calculs des aires (T₂) afin de poursuivre le travail commencé au primaire. Dans ce sens, les manuels français respectent d'une certaine manière les programmes scolaires, puisqu'ils proposent ces types de tâches, même s'ils ne sont présents qu'en petite proportion. De plus, d'autres types de tâches comme estimer la mesure (T₉) et étudier les effets de déformations et transformations (T₃) sont presque absents dans les manuels, alors qu'ils sont prescrits par le programme français.

En outre, comme nous l'avons montré dans la partie 4.1., dans les manuels québécois du secondaire, on n'aborde que très peu les unités. De plus, les types de tâches concernant les changements d'unités (T₆) et la mesure des aires (T₇) sont absents. L'étude des unités ne serait donc qu'un sujet abordé au primaire, contrairement à la France, où comme nous l'avons fait remarquer, elles prennent une place très importante dans l'étude des grandeurs et mesures. Les manuels scolaires français respectent ainsi avec les prescriptions institutionnelles en proposant un certain nombre de tâches en lien avec les unités.

⁵ Au Québec, le document « Progression des apprentissages » est un document qui constitue un complément à chaque programme disciplinaire.

5. Résultats : les organisations mathématiques relatives à l'aire

Nous venons de montrer la place dominante qu'occupe « T₂ - Calculer des aires » dans les manuels scolaires du secondaire au détriment d'autres types de tâches. Toutefois, certains travaux indiquent que la comparaison des aires (Douady & Perrin-Glorian, 1989 ; De Araújo & Dos Santos, 2009) est un type de tâches fondamental et préliminaire pour la compréhension de la notion d'aire et des formules. Il permet de conceptualiser l'aire en tenant compte de la dynamique grandeur-nombre-objet inhérente au concept d'aire (Douady & Perrin-Glorian, 1989). D'autre part, plusieurs recherches ont souligné l'importance des unités pour conceptualiser l'aire et la complexité pour les élèves de comprendre les liens entre celles-ci et les formules d'aire (Zacharos, 2006). Compte tenu de nos premiers résultats et de la littérature scientifique, nous avons décidé de nous concentrer sur ces deux aspects en analysant les savoirs mathématiques en lien avec les types de tâches « T₁ - Comparer des aires » et « T₆ - Changer d'unités d'aire » dans les manuels québécois et français malgré leurs faibles occurrences.

5.1. L'aire, la surface et le nombre. L'exemple du type de tâches « T₁ - Comparer des aires »

5.1.1 La place et le rôle de T₁ selon l'organisation didactique des manuels

Dans les manuels scolaires québécois, la place et le rôle de T₁ sont très différents selon les collections. Dans la collection Panoramath (Pa1 et Pa2), T₁ apparaît seulement en 2^e secondaire et dans la partie dédiée aux exercices, après l'institutionnalisation des savoirs comme la définition d'aire, les unités d'aire et les formules d'aires. Par contre, dans la collection Perspective en 1^{re} secondaire (Pe1), T₁ apparaît dans deux activités d'introduction et puis on institutionnalise les savoirs en lien avec les formules d'aire (parallélogramme, triangle, trapèze et cerf-volant). Finalement, deux situations d'application sont proposées. Ainsi, dans la collection Panoramath, il s'agirait plutôt d'utiliser les savoirs relatifs à la définition d'aire et les formules pour réaliser les tâches du type T₁ et dans la collection Perspective, le rôle de T₁ est de préparer le terrain pour la formalisation des formules.

Dans les manuels français, la situation est différente. La structure du manuel Tr6 est semblable à celle de la collection québécoise Panoramath. Au contraire, dans Tr5, trois activités sont dédiées à la déduction ou justification des formules d'aire et à la démonstration mettant en jeu les aires. Dans les manuels de la collection Myriade, My6 et My5, T₁ est aussi en lien avec la déduction et justification des formules qui sont ensuite formalisées et avec le travail sur l'utilisation des formules.

De cette façon, nous avons distingué quatre rôles pour T₁ dans les manuels scolaires ; il sert à : construire un bloc technologique théorique pour établir les formules d'aire,

conceptualiser l'aire et ses propriétés, travailler la technique d'utilisation de formules d'aire et prouver une propriété.

5.1.2 Les techniques et technologies relatives à T_1

Le tableau 5 présente le nombre de tâches et leurs techniques selon le rôle de T_1 dans les manuels scolaires. Ces techniques ont été définies après une analyse *a priori* des tâches et selon les contenus exposés par les manuels scolaires.

Territoire	Québec			France			
Manuel	Pa2	Pe1	Pe2	My6	My5	Tr6	Tr5
Rôle	Nombre de tâches (techniques)						
Conceptualiser aire	$2(\tau_{DU}, \tau_{CIS})$			$1(\tau_{DU})$		$3(\tau_{DU}, \tau_{CDR})$	$1(\tau_{DU})$
Construire bloc $[\theta, \Phi]$ pour formules	$2(\tau_{DU}, \tau_{CDR}, \tau_{CF})$			$1(\tau_{CF}, \tau_{CIS})$	$2(\tau_{CDR}, \tau_{CF})$		$1(\tau_{DU}, \tau_{CDR})$
Travail τ_{CF}	$2(\tau_{CF})$	$2(\tau_{CF})$	$2(\tau_{CF})$		$1(\tau_{CF})$		$1(\tau_{CF})$
Prouver une propriété ⁶							$2(\tau_{CF})$ (algèbre)

Tableau 5. Répartition du nombre de tâches et de leurs techniques selon le rôle de T_1 dans les manuels scolaires

T_1 comme type de tâches pour conceptualiser la notion d'aire

Dans le tableau 5, on observe que sept tâches au total du type T_1 sont proposées par les manuels scolaires québécois (Pa2) et français (My6, Tr6 et Tr5) relativement à la définition d'aire et de ses propriétés. Plus particulièrement, dans toutes les tâches répertoriées dans les manuels scolaires, le concept d'aire est lié à celui d'unité, qui à la fois est associée à l'ostensif « $\square$ » ou représentée par un quadrillage. De façon générale, il s'agit de dénombrer des unités (τ_{DU}) qui se justifient à l'aide de l'élément technologique : « l'aire d'une surface est égale au nombre d'unités carrées qui la composent ». Prenons, par exemple, l'exercice 9 de la figure 1.

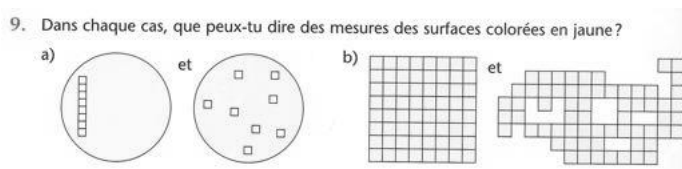


Figure 1. Extrait du manuel Pa2, p. 57

⁶ Comme seulement 2 tâches concernent cet item, il ne sera pas traité dans les analyses.

Tout d'abord, on remarque l'utilisation de « mesures des surfaces » au lieu des « aires ». Pourtant, l'aire avait déjà été définie dans le manuel comme « la mesure de la surface ». Peut-être, il s'agit de maintenir le lien avec les apprentissages du primaire ou de faire référence plus tard à l'étude des mesures manquantes.

En ce qui concerne les techniques, dans le premier cas (item a, figure 1), les élèves peuvent observer qu'il s'agit de deux disques isométriques dans lesquels on a découpé 8 carreaux ($\square$) de même taille en les dénombrant (τ_{DU}). Pour arriver à la conclusion que les aires sont équivalentes, ils devraient s'appuyer sur l'élément technologique qui établit que « les aires de deux surfaces isométriques sont équivalentes » (τ_{CIS}). De plus, ils devraient comprendre que la forme ne modifie pas l'aire (8 carreaux en ligne droite ou 8 carreaux dispersés) et que « si l'on enlève deux surfaces de même aire à deux autres surfaces de même aire, les aires des surfaces obtenues sont toujours équivalentes ».

Dans le deuxième cas (item b, figure 1), l'ostensif associé à l'unité est aussi un « $\square$ », la technique à utiliser est aussi τ_{DU} , pouvant être justifiée par la technologie qui indique que « l'aire d'une surface est égale au nombre d'unités carrées qui la composent ». Il s'agit donc de mettre en avant une conceptualisation de l'aire liée au dénombrement plutôt que comme produit de deux dimensions.

T₁ comme type de tâches pour la construction d'un bloc théorique technologique ($\{\theta, \Phi\}$) autour des formules d'aire.

Au total, les manuels analysés proposent six tâches du type T₁ qui amènent les élèves à déduire les formules d'aire et faire des liens entre les aires de différentes surfaces (p. ex. l'aire d'un triangle rectangle et l'aire d'un rectangle). Cependant, les technologies (p. ex. propriété d'invariance par isométrie) déployées dans ces processus ne sont pas exposées dans les manuels scolaires. Parmi les tâches, quatre sont présentées à l'aide d'un quadrillage (Pe1, Tr5, My5), une à l'aide des mesures des côtés des surfaces (My6) et une sans quadrillage ni mesures explicites où les élèves doivent mesurer les longueurs à l'aide des instruments (Pe1). De plus, cinq tâches demandent explicitement aux élèves de déduire la formule de l'aire de la surface étudiée. En outre, les surfaces étudiées sont très différentes. Il s'agit du triangle, losange, cerf-volant, trapèze et parallélogramme dans le manuel québécois Pe1, du losange dans le manuel Tr5, du triangle dans My6 et du parallélogramme dans My5.

Par rapport aux techniques, comme la plupart des tâches sont présentées à l'aide d'un quadrillage, les élèves vont s'appuyer sur le dénombrement d'unités (τ_{DU}). De plus, les manuels Tr5 et My5 suggèrent la procédure de découpage-recollement dans les activités (τ_{CDR}). Finalement, pour déduire la formule de l'aire de la surface en jeu, il est nécessaire d'utiliser des formules d'aire d'autres surfaces (τ_{CF}). La question c

de la figure 2 représente un bon exemple d'activité du type T_1 proposée par les manuels scolaires.

Calculer l'aire d'un parallélogramme OBJECTIF 2

1 a. Reproduire sur un quadrillage le parallélogramme ABCD ci-contre.
 b. Tracer le rectangle ABEF tel que les points E et F appartiennent à la droite (DC).
 c. Que peut-on dire de l'aire du parallélogramme ABCD et de l'aire du rectangle ABEF ? Expliquer.

 On pourra découper la figure pour expliquer la réponse.

d. Tracer, en utilisant des couleurs différentes, deux autres parallélogrammes de côté [AB], ayant la même aire que le rectangle ABEF, dont les deux autres sommets appartiennent à la droite (DC).
 e. Pour chacun de ces parallélogrammes, que peut-on dire de la distance entre [AB] et le côté opposé à [AB] ?
 f. Comment l'aire de ces parallélogrammes se calcule-t-elle ?



Figure 2. Extrait du manuel My5, p. 223

Après avoir reproduit le parallélogramme ABCD sur un quadrillage (item a), les élèves doivent tracer le rectangle ABEF tel que les points E et F appartiennent à la droite (DC). Ainsi, ils peuvent observer que les triangles AED et BFC sont isométriques en les comparant par découpage-recollement (τ_{CDR}) ou à l'aide des propriétés des figures isométriques. Ils doivent donc en déduire que l'aire du parallélogramme est égale à celle du rectangle. À l'aide des items d, e et f, les élèves sont amenés à déduire la formule d'aire du parallélogramme.

T_1 comme type de tâches pour travailler la technique d'application d'une formule d'aire (τ_{CF})

Au total, huit tâches du type T_1 sont proposées par les manuels scolaires et nécessitent l'application des formules d'aire. Cependant, ce type de tâche est plus fréquent dans les manuels québécois que dans les manuels français (cf. tableau 5). De plus, le type d'exercice proposé n'est pas de même nature dans les manuels des deux territoires. Au Québec, il s'agit plutôt de « situations d'application » et en France d'exercices d'application directe. Par exemple, la figure 3 montre un problème du manuel québécois Pr1.

Dans l'item c) de la figure 3, les élèves doivent comparer les aires des triangles afin de déterminer l'aire la plus grande. Comme il est indiqué qu'il faut réaliser « des calculs », les élèves doivent obtenir les mesures des côtés des bases et des hauteurs des triangles en mesurant avec la règle. Ensuite, ils pourront utiliser ces mesures pour calculer les aires des triangles à l'aide de la formule (τ_{CF}) et les comparer de façon numérique.

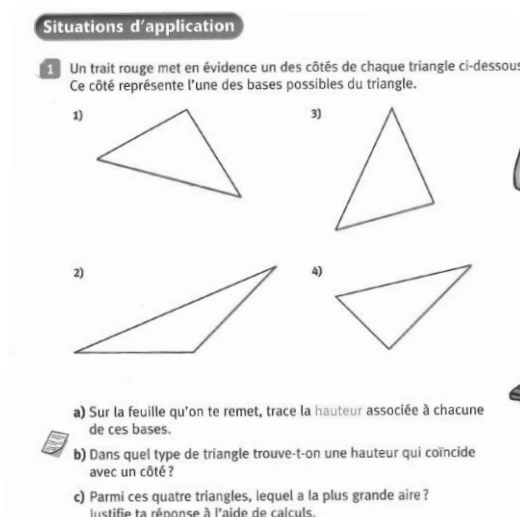


Figure 3. Extrait du manuel Pr1

Dans le cas des deux tâches des manuels français, il est demandé aux élèves d'appliquer directement les formules dans des tâches non contextualisées. Par exemple, dans le manuel My5, il s'agit de « trouver la plus grande aire entre un carré de côté 5 m et un cercle de rayon 3 m ». Ainsi, les élèves peuvent appliquer les formules d'aire à chaque surface (τ_{CF}) et les comparer numériquement.

Comme toutes les tâches sont proposées sous forme de problèmes ou exercices d'application après la présentation des contenus liés aux formules dans les manuels des deux territoires, nous pouvons affirmer qu'il s'agit plutôt d'un travail des techniques liées aux formules que d'un objectif visant la conceptualisation de la notion d'aire.

5.2. Les unités. L'institutionnalisation du type de tâches « T₆ - changer d'unités d'aire »

Comme nous l'avons vu, le type de tâches T₆ est presque absent des manuels québécois, alors qu'il est présent dans toutes les collections françaises. En ce qui concerne les seize tâches proposées dans les manuels français et québécois, elles apparaissent après l'institutionnalisation de techniques sur les conversions d'unités. En plus, nous pouvons qualifier ces tâches de même nature puisqu'il s'agit, la plupart du temps, de faire des conversions d'unités du système international sans contexte (un exemple est présenté à la figure 4). Parfois, ce type de tâche apparaît comme nécessaire pour pouvoir comparer les mesures des aires exprimées en unités différentes.

- 42** Convertir en m^2 .
- a. 54 dm^2 b. 75 cm^2 c. 250 dam^2
 d. $0,25 \text{ km}^2$ e. 7 hm^2 f. $2\,750 \text{ mm}^2$

Figure 4. Extrait du manuel Tr6, p. 136

Les techniques exposées dans les manuels scolaires pour traiter le type de tâches T_6 sont aussi assez semblables, sauf pour le manuel My5. En effet, dans les trois manuels (Pa2, Tr6, Tr5), les éléments technologiques s'appuient sur les équivalences entre les unités et proposent à l'élève de réaliser des multiplications ou divisions par 100 (τ_{UX}). Dans le cas du manuel My5, ils proposent d'utiliser le tableau de conversion d'unités d'aire à doubles colonnes (τ_{UC}).

Par exemple, dans le manuel Pa2, on institutionnalise, tout d'abord, les équivalences entre l'unité m^2 et les autres unités selon le système international d'unités (p. ex. $1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$). Ensuite, on indique que la valeur des unités est 100 fois plus grande que la valeur à droite et 100 fois plus petite que la valeur à gauche à l'aide d'un schéma (τ_{UX}) sans autre justification (cf. figure 5). Dans ce cas, ce sont les nombres qui expriment les mesures qui seront multipliés.

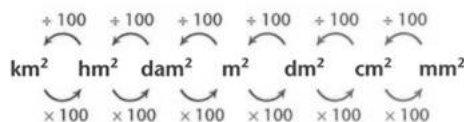


Figure 5. Extrait du manuel Pa2, p. 173

Par la suite, on expose des exemples pour la conversion des unités en s'appuyant sur les équivalences. Par exemple, il est écrit : « $12 \text{ m}^2 = 1200 \text{ dm}^2$, car il y a 100 dm^2 dans 1 m^2 ».

Dans la partie dédiée à l'institutionnalisation des savoirs, du manuel Tr6, on commence par donner l'équivalence entre les unités m^2 et dm^2 ($1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$) à l'aide d'un carré de 1 m^2 de côté composé de 100 petits carrés 1 dm^2 d'aire. Ensuite, on présente un schéma ressemblant à celui de la figure 5. Cependant, la division par 100 n'est pas représentée et on ne trouve que la multiplication par 100 vers la gauche.

Un carré d'aire 1 m^2 contient 100 carrés d'aire 1 dm^2 .

Donc : $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$

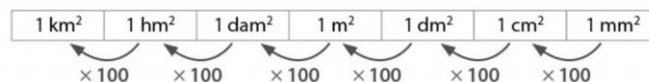


Figure 6. Extrait du manuel Tr6

Dans ce schéma (figure 6), il faut comprendre que si on a 1 dm^2 et on le multiplie par 100, on obtient 100 dm^2 qui est égal à 1 m^2 . En dépit des ressemblances, le schéma de la figure 6 est différent de celui de la figure 5, où l'objectif de ce dernier est d'exposer l'idée que si on convertit des dm^2 en m^2 , il est nécessaire de diviser le nombre qui exprime la mesure par 100. Ainsi, dans la figure 5, on met l'accent sur les opérations en multipliant sur les nombres et dans la figure 6 sur les équivalences en opérant sur les mesures avec les unités. Ces différents choix d'ostensifs ne sont pas anodins, ils peuvent avoir des conséquences importantes sur les praxéologies mathématiques. Comme Bosch et Chevallard (1999) le disent : « [...] le simple remplacement d'un ostensif par un autre, sans modification apparente de la praxéologie initiale qui l'intégrait, [peut] bouleverser complètement l'évolution de l'activité, aussi bien au niveau technique que sur le plan des technologies et des théories justificatives, voire des types de tâches mêmes » (p. 28).

Dans le manuel Tr5, on utilise la même représentation que Tr6, mais sans les flèches et on explique que chaque unité est 100 fois plus grande que celle à droite (τ_{UX}). De plus, on expose les équivalences entre plusieurs unités (p. ex. $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ hm}^2$).

Ainsi, tous ces manuels scolaires proposent la même technique (τ_{UX}) en s'appuyant sur des ostensifs très semblables, mais qui n'ont pas le même sens mathématique. De plus, le lien entre les opérations à réaliser et les équivalences n'est pas explicité. De notre point de vue, il existe un effort de la part des auteurs des manuels scolaires de mettre en avant les équivalences pour les conversions d'unités et donc de donner du sens aux techniques, cependant les schémas exposés sont encore attachés au tableau de conversion (en mettant de l'avant la multiplication ou division par 100) et peuvent devenir des calculs automatisés sans que les élèves puissent en comprendre le sens.

D'autre part, dans le manuel My5, on explique qu'on doit utiliser un tableau de conversion d'unités d'aire (τ_{UC}) et on donne un exemple sur comment placer les valeurs de mesures d'aire sur le tableau. Cependant, les auteurs du manuel n'expliquent pas comment se servir du tableau et ne donnent aucun exemple. On pourrait penser qu'ici on fait un rappel des conversions d'unités, mais ce contenu n'a pas été exposé dans le manuel de 6^e de la même collection.

6. Discussion et conclusion

Depuis des années, plusieurs recherches montrent un faible apprentissage de l'aire chez les élèves dans de nombreux pays (Battista, 2004 ; De Araújo & Dos Santos, 2009 ; Zacharos, 2006). Malgré cela, les facteurs responsables restent flous, ce qui rend difficile de savoir où concentrer les efforts d'intervention (Smith et al., 2016). À cet égard, de récentes études ont révélé les limites conceptuelles dans les savoirs véhiculés par les manuels scolaires de plusieurs pays à propos de la notion d'aire (De Carvalho, 2013 ; Hong et al., 2018 ; Santos & Câmara dos Santos, 2015 ; Smith et

al., 2016). Dans notre cas, nous avons voulu continuer cette ligne de recherche en proposant une étude comparative de manuels scolaires français et québécois sur la notion d'aire.

Premièrement, à propos de la place et du rôle de l'aire dans les manuels scolaires, notre étude révèle, d'une part, que la place de l'aire en tant qu'objet est plus fragmentée dans les manuels québécois que dans les manuels français. D'autre part, par rapport aux contenus, pour les deux territoires, les surfaces étudiées sont sensiblement les mêmes (carré, rectangle, parallélogramme, trapèze, triangle, losange, disque). Toutefois, les manuels québécois se centrent davantage sur le calcul des mesures manquantes dans des situations d'aire à l'aide de lettres, tâches qui sont absentes des manuels français. À l'opposé, dans les manuels français, on aborde la conversion d'unités, quand ce type de tâches est presque absent au Québec. Ces différences peuvent s'expliquer par les directives des programmes dans les deux territoires qui présentent des approches différentes pour l'enseignement de l'aire. Ainsi, notre étude comparative a mis en évidence le fait que les manuels scolaires véhiculent des savoirs différents à propos de l'aire à cause des prescriptions institutionnelles de programmes scolaires.

Deuxièmement, en lien avec l'objectif 2, nous avons étudié la répartition des types de tâches dans les collections de deux territoires (cf. tableau 4) et leurs organisations mathématiques correspondantes (cf. section 5). Nos résultats révèlent la place dominante de « T₂ - calculer l'aire » par rapport aux autres types de tâches. En général, dans les manuels analysés, l'enseignement de l'aire est plutôt en lien avec son calcul, l'utilisation et la mémorisation des formules. Pourtant, des recherches (Douady & Perrin-Glorian, 1989) ont montré depuis plusieurs années que les difficultés observées autour du concept d'aire sont liées à l'introduction précoce d'une approche numérique par l'utilisation de formules, sans tenir compte de l'approche géométrique. Est-ce que cette approche géométrique est plutôt associée aux contenus du primaire ? Si nous nous basons sur des travaux internationaux (Daina, 2013 ; Hong et al., 2018 ; Smith et al., 2016), la même problématique existe au primaire dans plusieurs pays. Au Québec, le programme du primaire met l'accent sur la mesure en négligeant les aspects géométriques, alors qu'en France, au contraire, le travail sur l'aire sans faire appel à la mesure et aux nombres prend une place très importante au primaire. Ainsi, nous pouvons faire l'hypothèse qu'au Québec, les élèves expérimentent rarement des situations d'apprentissage non numériques tout au long de leur scolarité. Ce qui leur donne peu d'outils nécessaires à la compréhension de l'aire, des unités et des formules. En France, il est important de réaliser d'autres études sur les manuels scolaires du primaire pour établir si les directives institutionnelles sont respectées.

Dans le même sens, plusieurs travaux ont signalé l'importance d'un travail géométrique sur la notion d'aire pour la conceptualiser (Douady & Perrin-Glorian,

1989 ; Outhred & Mitchelmore, 1996). Il s'agit de proposer aux élèves des problèmes géométriques sur la conservation d'aire, par exemple, des problèmes de comparaison. Ce type de tâches soutient la construction de la notion d'aire comme objet mental (Marmolejo & Gonzalez, 2015) où la technique du découpage-recollement prend une place essentielle dans l'intégration de la conservation d'aire par les élèves (Kordaki, 2003). Cependant, nous avons constaté que les manuels scolaires du secondaire étudiés offrent de rares occasions pour travailler ce type de tâches et cette technique (cf. tableau 5). En particulier, « T₁ - comparer des aires » est traité dans la majorité des manuels scolaires, mais le nombre de tâches du type T₁ est très réduit (cf. tableau 4) en étant limité au travail numérique/algébrique sur les formules. Ceci aurait plusieurs conséquences sur les apprentissages des élèves, surtout que plusieurs travaux montrent que les difficultés des élèves qui se manifestent au primaire persistent au secondaire (Kospentaris, Spirou & Lappas, 2011, dans Marmolejo & Gonzalez, 2015). Par exemple, si au primaire, les élèves ont des difficultés à accepter que deux surfaces différentes puissent avoir la même aire ou à comprendre l'aire comme la somme des aires des surfaces qui la composent, ceci peut entraîner des obstacles à l'apprentissage conceptuel des formules d'aire au secondaire.

D'autre part, même si l'enseignement de la mesure et des unités d'aire fait plutôt partie des contenus étudiés au primaire dans les deux territoires, nous considérons qu'un travail important devrait se poursuivre au secondaire puisque d'un côté, il y a de nombreuses recherches qui les identifient comme un enjeu essentiel pour l'apprentissage des aires (Battista, 2004 ; Chevallard & Bosch, 2001), et d'un autre côté, il y a la complexité du processus de mesure (Kordaki, 2003). Cependant, en ce qui concerne les types de tâches traitant directement les unités, comme « T₆ - changer d'unités de mesure » et « T₇ - mesurer des aires », nos résultats montrent qu'ils sont presque absents des manuels québécois. De plus, même s'il existe un nombre plus élevé des tâches de type T₆ (cf. tableau 4) dans les manuels français étudiés, les organisations mathématiques autour de T₆ sont très semblables (exercices du même type, une seule technique de conversion par manuel) en donnant des contextes d'apprentissage très pauvres en diversité. Effectivement, le type de tâches concernant les conversions d'unités est traité discrètement et de manière assez uniforme dans les manuels français où il s'agit, en général, de présenter les équivalences entre les unités et de multiplier ou de diviser pour faire les changements d'unités. Après la réforme des mathématiques modernes en 1970, plusieurs travaux ont signalé l'utilisation du tableau de conversion comme une technique axée sur les calculs qui ne permettait pas de conceptualiser adéquatement les unités. Cette idée a été transposée dans les programmes français et québécois. En effet, les documents d'accompagnement français mettent en garde contre l'utilisation mécanique des tableaux de conversion et les programmes québécois prescrivent d'établir des relations entre les unités. Ainsi, nos résultats montrent la mise en avant des

techniques s'appuyant sur les équivalences dans les manuels scolaires. Cependant, le traditionnel tableau de conversion a laissé des traces dans les ostensifs représentant ces techniques. Selon Chevallard et Bosch (2001), c'est une technologie adéquate qui justifie une technique simple, fiable, intelligible des changements d'unités qui fait défaut à l'école.

Somme toute, bien qu'il existe des différences entre les manuels scolaires français et québécois étudiés, les activités proposées mettent fortement de l'avant des types de tâches numériques, spécialement le calcul d'aires à l'aide des formules. Des organisations mathématiques mettant en valeur l'aire en tant que grandeur ou les surfaces ont été presque ignorées. De plus, comme les travaux de De Araújo et Dos Santos (2009) l'ont déjà montré, dans les manuels, on n'explique pas suffisamment les savoirs permettant aux élèves de conceptualiser la notion d'aire, de comprendre la mesure et les unités et de donner du sens aux formules et la plupart des techniques et technologies pertinentes pour étudier ces concepts apparaissent généralement dans les exercices d'application. En conséquence, nous pensons que les savoirs mathématiques véhiculés par les manuels scolaires français et québécois étudiés entretiennent probablement les difficultés des élèves du secondaire en lien avec la notion d'aire. Cette hypothèse concorde avec plusieurs études réalisées au primaire (Hong et al., 2018 ; Smith et al., 2016). Avec ces résultats, nous venons donc enrichir les recherches traitant la notion d'aire dans les manuels scolaires de différents pays, celles-ci en étant signalées comme fondamentales par les travaux portant sur l'enseignement et l'apprentissage de cet objet (Smith et al., 2016). Surtout, notre MPR nous a permis d'analyser le traitement de la notion d'aire dans les manuels scolaires et de montrer les limites de ces documents, ce qui, selon Fan (2013), est l'objectif le plus important pour la recherche sur les manuels scolaires.

Bien que plusieurs résultats intéressants soient ressortis de cette recherche, nous ne pouvons pas ignorer les limites de notre étude. Premièrement, l'une de ces limites est la représentativité des manuels analysés pour chaque territoire. Même s'il existe des similitudes entre les manuels scolaires, il existe aussi des différences au niveau des territoires, des niveaux scolaires et des collections. Ainsi, il est primordial d'examiner à une plus grande échelle les manuels scolaires pour pouvoir élargir les premiers résultats de cette recherche. Deuxièmement, il est important de rappeler que les analyses des programmes et des manuels scolaires ne peuvent pas remplacer les études sur la manière dont elles sont mises en pratique par les enseignantes et enseignants et sur l'apprentissage des élèves dans ce contexte (voir par exemple les travaux de Margolinas & Wozniak, 2009). En effet, cette recherche est associée à un regard de la transposition didactique externe sans considérer la manière dont les enseignantes et enseignants traitent les savoirs mathématiques présents dans les manuels scolaires. D'autre part, comme l'indiquent Smith et al. (2016), bien que nous ayons réalisé des analyses des tâches, il est difficile de savoir si elles

représentent de réelles difficultés pour les élèves et quels sont les apprentissages pouvant ressortir d'un tel enseignement. Bref, d'autres recherches sur l'utilisation par les enseignants et les enseignantes des manuels scolaires et les effets de ces derniers sur l'apprentissage des élèves sont aussi nécessaires.

Références

ANWANDTER CUELLAR, N. S. (2012). *Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctions et géométrie et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège*. Thèse de doctorat. Université Montpellier 2, Montpellier.

ANWANDTER CUELLAR, N. S. (2016). Conditions et contraintes relatives à l'enseignement des grandeurs au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **36(3)**, 307-345.

ANWANDTER CUELLAR, N. S. (2017). Les grandeurs et les mesures: un problème de la profession d'enseignant des mathématiques. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, **10(1)**, 50-59.

ASSUDE, T., & MARGOLINAS, C. (2005). Aperçu sur les rôles des manuels dans les recherches en didactique des mathématiques. In E. Bruillard (Ed.), *Manuels scolaires, regards croisés* (pp. 231-241). Caen : CRDP Basse-Normandie.

BATTISTA, M. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, **6(2)**, 185-204.

BOSCH, M., & CHEVALLARD, Y. (1999). Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **19(1)**, 77-124.

BOSCH, M., & GASCÓN, J. (2004). La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos. *Boletín del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, **16**. Repéré dans <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/welcome.htm>

BOSCH, M., & GASCÓN, J. (2014). Introduction to the Anthropological Theory of the Didactic (ATD). In A. Bikner-Ahsbabs & S. Prediger (Eds.), *Networking of theories as a research practice in mathematics education* (pp. 67-83). New York : Springer.

BRONNER, A. (2007). *La question du numérique : le numérique en question ?* Habilitation à diriger des recherches. Université Montpellier 2, Montpellier.

BROUSSEAU, G. (2002). Les grandeurs dans la scolarité obligatoire. In J.-L. Dorier et al. (Eds.), *Actes de la XIe Ecole d'été de didactique des mathématiques, Corps*, 21-30 Août 2001. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHAACHOUA, H., & BITTAR, M. (2019). La théorie anthropologique du didactique : paradigme, avancées et perspectives. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, **9(1)**, 29-43.

CHAACHOUA, H., & COMITI, C. (2010). L'analyse du rôle des manuels scolaires dans l'approche anthropologique. In A. Bronner et al. (Eds.), *Actes du deuxième Colloque de la Théorie Anthropologique du Didactique*. Uzès : IUFM de Montpellier.

CHAMBRIS, C. (2010). Relations entre grandeurs, nombres et opérations dans les mathématiques de l'école primaire au 20^e siècle : théories et écologie, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **30(3)**, 317-366.

CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **12(1)**, 83-121.

CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **19(2)**, 221-265.

CHEVALLARD, Y., & BOSCH, M. (2001). Les grandeurs mathématiques au collège. Partie I. Une Atlantide oubliée. *Petit x*, **55**, 5-32.

DAINA, A. (2013). *Utilisation des ressources : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques / cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois*. Thèse de doctorat. Université de Genève, Suisse.

DE ARAÚJO, A.J., & DOS SANTOS, M.C. (2009). Avaliação Externa do Projevem: o caso de áreas e volumes. *Boletim de Educação Matemática*, **22(33)**, 23-49.

DE CARVALHO, D.G. (2013, junio). Análise praxeológica da área de figuras geométricas planas no guia de estudo do Projevem Urbano. Dans Actes du IX Encontro Nacional de Educação Matemática du 18 au 21 juillet 2013, Curitiba, Brésil.

http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2434_1940_ID.pdf

DOUADY, R. (1984). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **7(2)**, 5-32.

- DOUADY, R., & PERRIN-GLORIAN, M. J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, **20**, 387-424.
- FAN, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM*, **45**, 765-777.
- FORTIN, M. F. (2010). *Fondements et étapes du processus de recherche*. Montréal : Chenelière Éducation.
- GUEUDET, G., PEPIN, B., & TROUCHE, L. (2015). Manuels scolaires et ressources numériques : vers de nouvelles conceptualisations. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, **6(3)**, 1-23.
- HONG, D.S., CHOI, K.M., RUNNALLS, C., & HWANG, J. (2018). Do textbooks address known learning challenges in area measurement? A comparative analysis. *Mathematics Education Research Journal*, **30(3)**, 325-354.
- KORDAKI, M. (2003). The effect of tools of a computer microworld on students' strategies regarding concept of conservation of area. *Educational Studies in Mathematics*, **52(2)**, 177-209.
- MARGOLINAS, C., & WOZNIAK, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des Sciences de l'Éducation*, **352**, 59-82.
- MARMOLEJO, G. A. (2014). *Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles*. Thèse de doctorat, Universidad de Salamanca, Espagne. https://gedos.usal.es/bitstream/handle/10366/125728/DDMCE_MarmolejoAveniaGA_Desarrollodelavisualizaci%c3%b3n.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- MARMOLEJO, G. A., & GONZÁLEZ, M. (2015). El área de superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la cuestión. *Revista Electrónica de Investigación en Ciencias*, **10(1)**, 45-57.
- MOREIRA-BALTAR, P. (1995). Etude des situations autour du concept d'aire de surface planes. In D. Grenier (Ed.), *Didactique et technologies cognitives en mathématiques, séminaires 1994-1995* (pp. 189-218). Grenoble : Université Joseph Fourier.
- MOREIRA-BALTAR, P. (1997). À propos de l'apprentissage du concept d'aire, *Petit x*, **43**, 43-68.
- MOREIRA-BALTAR, P. (1999). Une étude de situations et d'invariants : outil pour l'analyse de la construction du concept d'aire au collège, *Petit x*, **49**, 45-78.
- OUTHRED, L., & MITCHELMORE, M. (1996). Children's intuitive understanding of area measurement. In L. Puig et A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20*

Conference of the International Group for the psychology of Mathematics Education, PME 20 (Vol 4, pp. 91-98). Valencia, España : Universidad de Valencia.

PERRIN-GLORIAN, M.J. (1990). L'aire et la mesure. *Petit x*, **24**, 5-36.

PERRIN-GLORIAN, M.J. (1999). *Le problème de l'enseignement des mesures des grandeurs géométriques à partir de l'exemple des aires*. Retrouvé dans <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01385025/document>.

PRESSIAT, A. (2009). La place des grandeurs dans la construction des mathématiques, *Bulletin de l'APMEP*, **483**, 467-500.

REMILLARD, J. T., HARRIS, B., & AGODINI, R. (2014). The influence of curriculum material design on opportunities for student learning. *ZDM*, **46(5)**, 735-749.

ROUCHE, N. (1992). *Le sens de la mesure : des grandeurs aux nombres rationnels*. Bruxelles : Didier-Hatier.

SANTOS, M.R. & CÂMARA DOS SANTOS, M. (2015). O conceito de área de figuras geométricas planas no livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da teoria antropológica do didático. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, **6(2)**, 1-22.

SMITH, J. P., MALES, L. M., & GONULATES, F. (2016). Conceptual limitations in curricular presentations of area measurement: one Nation's challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, **18(4)**, 239-270.

ZACHAROS, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *Journal of Mathematical Behavior*, **25(3)**, 224-239.

Programmes et manuels scolaires

BOUILLIS, M., ET AL. (2016). *Myriade 6^e. Manuel de l'élève*. Paris : Bordas.

BOUILLIS, M., ET AL. (2016). *Myriade 5^e. Manuel de l'élève*. Paris : Bordas.

CADIEUX, R., GENDRON, I., & LEDOUX, A. (2005a). *Panoramath. Mathématique : 1^{er} cycle du secondaire. Manuel de l'élève. Volume 1 : 1^{re} année du 1^{er} cycle*. Anjou, QC : CEC.

CADIEUX, R., GENDRON, I., & LEDOUX, A. (2005b). *Panoramath. Mathématique : 1^{er} cycle du secondaire. Manuel de l'élève. Volume 2 : 1^{re} année du 1^{er} cycle*. Anjou, QC : CEC.

CADIEUX, R., GENDRON, I., & LEDOUX, A. (2006a). *Panoramath. Mathématique : 1^{er} cycle du secondaire. Manuel de l'élève. Volume 3 : 2^e année du 1^{er} cycle*. Anjou, QC : CEC.

CADIEUX, R., GENDRON, I., & LEDOUX, A. (2006b). *Panoramath. Mathématique : 1^{er} cycle du secondaire. Manuel de l'élève. Volume 4. 2^e année du 1^{er} cycle.* Anjou, QC : CEC.

GUAY, S., HAMEL, J.-C., & LEMAY, S. (2005a). *Perspective mathématique : 1^{er} cycle du secondaire : manuel de l'élève. Volume 1 : 1^{re} année du 1^{er} cycle.* Laval, QC : Éditions Grand Duc.

GUAY, S., HAMEL, J.-C., & LEMAY, S. (2005b). *Perspective mathématique : 1^{er} cycle du secondaire : manuel de l'élève. Volume 2 : 1^{re} année du 1^{er} cycle.* Laval, QC : Éditions Grand Duc.

GUAY, S., HAMEL, J.-C., & LEMAY, S. (2006a). *Perspective mathématique : 1^{er} cycle du secondaire : manuel de l'élève. Volume 1 : 2^e année du 1^{er} cycle.* Laval, QC : Éditions Grand Duc.

GUAY, S., HAMEL, J.-C., & LEMAY, S. (2006b). *Perspective mathématique : 1^{er} cycle du secondaire : manuel de l'élève. Volume 2 : 2^e année du 1^{er} cycle.* Laval, QC : Éditions Grand Duc.

MALAVAL, J., ET AL. (2016). *Transmath 6^e. Manuel de l'élève.* Paris : Nathan.

MALAVAL, J., ET AL. (2016). *Transmath 5^e. Manuel de l'élève.* Paris : Nathan.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION (2006a). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, premier cycle.* Québec, QC : Gouvernement du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION (2006b). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire.* Québec, QC : Gouvernement du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ET DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR (2016). *Progression des apprentissages au secondaire. Mathématique.* Québec, QC : Gouvernement du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE [MENESR] (2015). *Programmes pour les cycles 2, 3 et 4. Repéré dans https://euler.ac-versailles.fr/IMG/pdf/collegeprogramme-24-12-2015_517627.pdf*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE [MENESR] (2016a). *Cycle 4. Mathématiques. Grandeurs et mesures. Eduscol. Repéré dans https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Grandeurs_et_mesures/52/7/RA16_MATH_C4_doc_maitre_grand_mesu_610527.pdf*

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE [MENESR] (2016b). *Cycle 3. Mathématiques. Grandeurs et mesures. Eduscol*. Repéré dans https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/16/8/RA16_C3_MAT_H_grand_mesur_N.D_609168.pdf

NATHALIE SILVIA ANWANDTER CUELLAR

Université du Québec en Outaouais
nathalie.anwandter@uqo.ca

STEVE TREMBLAY

Université du Québec à Montréal
tremblay.steve.3@courrier.uqam.ca

Annexe 1. Le filtre des grandeurs

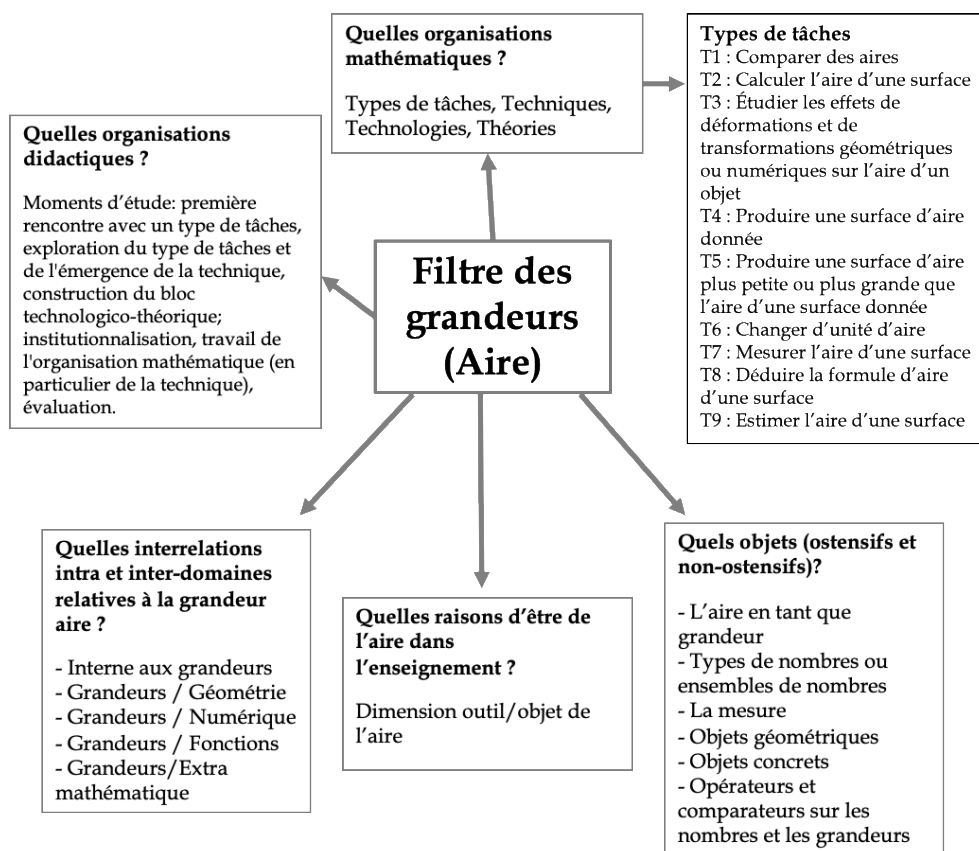


Figure A1. Filtre de grandeurs appliqué à l'aire

Annexe 2. Contenu relatifs à l'aire (programmes français et québécois)

Niveau	Programme québécois (2006)	Niveau	Programme français (2015)
6 ^e primaire	Géométrie: figures géométriques et sens spatial / mesure/estimation mesurage Unités conventionnelles (m^2, dm^2, cm^2), relations entre les unités de mesure.	Cycle 3 (CM1, CM2 et 6 ^e collège)	Grandeurs et mesures/Connaissances et compétences associées -Comparer, classer et ranger des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure. -Différencier aire et périmètre d'une surface. -Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule. -Estimer la mesure d'une aire par différentes procédures. - Unités usuelles d'aire : multiples et sous-multiples du m^2 et leurs relations, are et hectare. -Formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque.
1 ^{er} et 2 ^e secondaire	Géométrie/figures planes et sens spatial/mesure Concepts : aire, aire latérale, aire totale; Choix de l'unité de mesure pour les aires; relations entre les unités d'aire du SI Processus : -Aire de polygones décomposables en triangles et en quadrilatères - Aire de disques et de secteurs -Aire de figures décomposables en disques, en triangles ou en quadrilatères	5 ^e et 4 ^e collège	Grandeurs et mesures/Connaissances et compétences associées/Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques -Comprendre l'effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires. -Notion de dimension et rapport avec les unités de mesure (m, m^2 et m^3)

Tableau A2. Contenus relatifs à l'aire dans les programmes québécois et français

Annexe 3. La progression des apprentissages (aires) (MÉES, 2016)

→	L'élève apprend à le faire avec l'intervention de l'enseignante ou de l'enseignant.
★	L'élève le fait par lui-même à la fin de l'année scolaire.
	L'élève réutilise cette connaissance.

E. Aires		6 ^e	1 ^{re}	2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e	
1. Choisir l'unité de mesure d'aire appropriée au contexte								
2. Estimer et mesurer l'aire de surfaces à l'aide d'unités conventionnelles : centimètre carré, décimètre carré, mètre carré		★						
3. Établir des relations entre les unités d'aire du système international (SI)			→	★				
4. Construire les relations permettant de calculer l'aire de figures planes : quadrilatère, triangle, disque (secteurs) Note : À partir des relations établies pour l'aire des figures planes et du développement des solides, l'élève dégage des relations pour calculer l'aire latérale ou totale de prismes droits, de cylindres droits et de pyramides droites.			→	★				
5. Utiliser les relations permettant de calculer l'aire d'un cône droit et d'une sphère					★			
6. Rechercher des mesures manquantes à partir des propriétés des figures et des relations								
a. aire de disques et de secteurs			→	★				
b. aire de figures décomposables en disques (secteurs), en triangles ou en quadrilatères			→	★				
c. aire latérale ou totale de prismes droits, de cylindres droits ou de pyramides droites			→	★				
d. aire latérale ou totale de solides décomposables en prismes droits, en cylindres droits ou en pyramides droites			→	★				
e. aire de figures issues d'une isométrie			→	★				
f. aire de figures issues d'une similitude Note : Dans les figures planes semblables, le rapport entre les aires est égal au carré du rapport de similitude.				→	★			
g. aire de la sphère, aire latérale ou totale de cônes droits et de solides décomposables					★			
h. aire de figures équivalentes							★	CST
							★	TS
							★	SN
7. Justifier des affirmations relatives à des mesures d'aire			→	★				

Figure A3. Contenus relatifs à l'aire dans la progression des apprentissages au Québec