

ALAIN KUZNIAK, JEAN-CLAUDE RAUSCHER

IMPLICATION DANS UN ENSEIGNEMENT RENOUVELÉ ET
RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

HOMMAGE À FRANÇOIS PLUVINAGE ET À LA PENSÉE VAGABONDE
ET ACTIVE D'UN CHERCHEUR ET HOMME RARE

Abstract. Involvement in a renewed teaching and research in the mathematics didactics. Tribute to François Pluinage and the active and vagabond thinking of a researcher and a rare man. François Pluinage did not associate his name with a didactic theory, but more profoundly he animated with his powerful and friendly breath a school of thought, a way of doing and acting always open to the world and the future. Through this article, which is very incomplete, we would like to specify his originality as a researcher particularly involved in the community. Throughout this evocation of his scientific career in phase with the evolution of educational practices, the reader will be invited to rediscover some of the traits of his rich and endearing personality.

Résumé. François Pluinage n'a pas associé son nom à une théorie didactique, mais plus profondément il a animé de son souffle puissant et amical une école de pensée, une manière de faire et d'agir toujours ouverte sur le monde et l'avenir. A travers cet article, bien incomplet, nous souhaitons préciser son originalité en tant que chercheur particulièrement impliqué dans la cité. Tout au long de cette évocation de son parcours scientifique en phase avec l'évolution des pratiques éducatives, le lecteur pourra retrouver certains traits de sa personnalité riche et attachante.

Mots-clés. Didactique, Enseignement des mathématiques, Hommage.

Ainsi François Pluinage n'est plus, lui que l'on pensait pour toujours à nos côtés, nous accompagnant de sa tranquille assurance et de sa forte et belle voix. Il a disparu dans la froide cohorte des malades emportés par la pandémie associée à la Covid-19. Qu'est-ce qui fait que sa mort touche au plus profond toutes les personnes qui l'ont connu ? Et pourquoi tant de tristesse et de peine chez tous les chercheurs et étudiants de son équipe à Strasbourg, à Mexico, et bien au-delà chez les chercheurs et enseignants qui ont croisé sa route ? Pourquoi ce sentiment de perte chez ses anciens doctorants aujourd'hui devenus chercheurs reconnus et réputés au Canada, au Chili, au Mexique, en Grèce, à Chypre ou encore au Maroc et au Brésil ?

François Pluvinage n'a pas associé son nom à une théorie didactique, mais plus profondément il a animé de son souffle puissant et amical une école de pensée, une manière de faire et d'agir toujours ouverte sur le monde et l'avenir. A travers cet article, bien incomplet, nous souhaitons ici préciser son originalité comme chercheur particulièrement investi dans la cité. Tout au long de cette évocation de son parcours scientifique, le lecteur pourra retrouver quelques traits de sa personnalité si riche et si attachante.

1. Une vision de la didactique des mathématiques pour les enseignants et avec les élèves

François Pluvinage appartient à la génération des chercheurs et enseignants qui ont fondé, au début des années 70, la didactique des mathématiques en France. Il y occupe cependant une place originale de par sa volonté, partagée par toute l'équipe de Strasbourg, de privilégier en tout premier lieu l'évolution réelle de l'enseignement dit ordinaire dans les classes. Membre, dès sa création en 1968 de l'IREM de Strasbourg (alors dirigé par Jean Frenkel), en tant que maître-assistant, il a pu suivre l'évolution de l'enseignement et de la recherche en didactique tout au long de cinquante années. Il y est resté constamment engagé, à la fois dans la recherche et l'enseignement, tant en France comme professeur d'Université qu'au Mexique où, après son départ à la retraite, il a été chercheur associé au très réputé Cinvestav de Mexico, pendant près de vingt années.

1.1 Sur la didactique des mathématiques

François Pluvinage a peu écrit sur les aspects purement théoriques de la didactique et pour décrire sa pensée et ses partis-pris, nous nous appuyons sur un article paru dans les Annales (Pluvinage, 2004). Cet article, intitulé *Sur les méthodes et les résultats de la didactique des mathématiques*, prolonge une communication au colloque Argentoratum organisé en 2002 à Strasbourg. François Pluvinage s'y livre avec modestie et, semble-t-il, quelques réticences à un exercice de généralisation et de présentation globale sur la portée de la didactique des mathématiques.

J'ai relativisé sa portée, pour que le lecteur ne confère pas à cet article un caractère trop fondamental ou généralisant, qui n'était pas recherché. (Ibid., p. 7)

L'ensemble constitue un témoignage précieux, car il émane d'une personnalité qui a participé à la mise en place de la didactique des mathématiques en tant que domaine autonome de recherches avec ses propres méthodes et développements théoriques. Pour introduire son propos et comme il le faisait souvent, François Pluvinage utilise des sources allemandes pour montrer l'ancienneté de la didactique hors des murs de la francophonie :

Ainsi en langue allemande, le Meyers Konversations-Lexikon, dont nous avons consulté la sixième édition en vingt volumes, datée de 1908, indique pour didactique (nous traduisons ; le texte original allemand est en note) : discipline ou science de l'enseignement, constituant la partie majeure de la pédagogie, laquelle englobe de plus la formation en science de l'éducation. La didactique apparaît pour partie comme didactique générale, qui développe les principes de base de l'enseignement à partir de fondements psychologiques, et pour partie comme didactique spécialisée ou méthodologie particulière, qui exploite ces principes de base dans les différentes disciplines d'enseignement. (Ibid., p. 9)

Il tient à inscrire la didactique dans une histoire et fait notamment référence à Raymond Buyse qui, en 1935 dans un ouvrage intitulé *L'expérimentation en pédagogie*, avait proposé une introduction à la didactique expérimentale en pastichant le livre de Claude Bernard, *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*. Il note que dans son ouvrage Raymond Buyse développe une pédagogie scientifique dont les trois piliers sont la biologie, la psychologie et la didactique. Cette dernière est plus vue comme une méthodologie.

Le développement de la didactique épouse alors l'évolution des mathématiques savantes marquées par le triomphe d'une approche structuraliste et François Pluvinage indique :

Il y eut donc une convergence remarquable d'opinions favorables à la présentation, dès l'enseignement élémentaire, des mathématiques à partir des idées de structures. L'ouvrage, *Learning and the nature of mathematics*, réunit les signatures, entre autres, de Jean Dieudonné, Zoltan Dienes, Hans Freudenthal, Robert Gagné, Jean Piaget. Aux deux extrémités de cette liste figurent deux éminentes personnalités qui ont soumis leurs vues de spécialistes (respectivement mathématicien et psychologue clinicien) aux pédagogues, sans s'avancer directement sur le terrain de l'enseignement. Au contraire, Zoltan Dienes, Hans Freudenthal et Robert Gagné sont intervenus sur ce terrain, en envisageant explicitement des problèmes signalés dans le système éducatif et en avançant des hypothèses ou des propositions. (Ibid, p. 13)

Il souligne avec regret que les linguistes sont absents de l'ouvrage cité et il rend compte de l'état d'esprit qui régnait alors vis-à-vis de la mise en œuvre de ces mathématiques modernes dans l'enseignement :

Il y avait évidemment des sceptiques, souvent peu concernés eux-mêmes directement, qui contemplaient ce mouvement dans l'enseignement mathématique avec une certaine condescendance.

De l'autre côté, c'est-à-dire parmi ceux qui se déclaraient partisans de changements, il n'y avait pas unanimité d'opinions.

Les enthousiastes étaient persuadés que la Mathématique dans l'enseignement allait provoquer des changements bénéfiques [...] devant aussi porter sur les méthodes

d'enseignement, désormais moins dirigées vers l'acquisition de recettes que de méthodes de travail et de recherche. [...]

Au contraire, les prudents estimaient que de réels changements de méthode ne peuvent pas résulter de changements de contenus d'enseignement, en l'absence d'études spécifiques. (Ibid., p. 14)

Avec le recul, on le sent proche de la position d'Hans Freudenthal dont il rapporte l'irritation contre la mode de l'époque à faire des programmes sans étude précise de leur effet et de leur mise en œuvre :

Dans ces dernières années, l'accent s'est porté sur les programmes. C'est inquiétant cette activité des programmeurs. A maintes reprises, j'ai insisté sur les recherches franchement didactiques. [...] Si l'on adopte l'idée de l'apprentissage de l'invention, la matière qui doit être analysée, avant qu'on ne construise un système d'enseignement, n'est plus la matière à enseigner, mais le processus d'invention de cette matière. (Ibid., p. 16)

Dès cette époque, François Pluvinage dit avoir soutenu la possibilité d'une didactique basée sur les situations pour le second degré et il semble avoir beaucoup attendu de Brousseau, bien que les recherches de cet auteur ne portaient que sur le premier degré et les apprentissages fondamentaux. Avec une ironie un rien désabusée, il note sa désillusion de l'époque :

C'est ainsi que le premier fascicule de formation des maîtres rédigé par Guy Brousseau sous le titre de *Mathématiques pour l'enseignement élémentaire (1970)* comporte dans sa table des matières un chapitre 21 à l'intitulé prometteur, Didactique et pédagogie des mathématiques, mais la rédaction du-dit fascicule s'achève à la fin du chapitre 20. (Ibid, p. 16)

Il conclut son parcours historique sur l'émergence de la didactique des mathématiques sur les ruines d'un enseignement basé sur une approche structuraliste par ces propos optimistes :

Aujourd'hui en tout cas, il y a eu suffisamment de travaux en didactique des mathématiques pour qu'une définition très simple suffise

Définition. La didactique des mathématiques est la discipline qui étudie l'enseignement des mathématiques. (Ibid, p. 18)

1.2 Questions sur la méthode

Dans son article de 2004, François Pluvinage s'interroge sur les questions de méthodes en didactique des mathématiques et il propose un lot de questions qui selon lui valent la peine pour un didacticien ou une équipe de se poser, afin de faciliter l'élaboration de son agenda et la sélection de ses routines de travail. Nous les parcourons ici sans les détailler et pour rendre compte de son exigence

méthodologique. Cette liste de questions guidait profondément son travail de recherche au niveau des classes, mais aussi sa direction exigeante et méticuleuse de travaux de thèses.

1. *Domaines connexes.* Rencontre-t-on dans d'autres disciplines des concepts ou des résultats dont une réflexion que l'on engage pourrait profiter ?
2. *Importations.* Comment s'adresserait-on aux auteurs ou aux spécialistes d'une discipline pour justifier l'utilisation en didactique des mathématiques d'un de leurs concepts ou résultats ?
3. *Consommation de didactique des mathématiques.* Quelles sont les contraintes, les conditions d'emploi, d'une méthode ou d'un résultat de didactique des mathématiques que l'on souhaite utiliser ?
4. *Ingénierie.* Quelles phases distinguer et quels moyens envisager pour un projet d'expérimentation, de recherche ? Penser l'ingénierie de bout en bout dès le départ permet d'éviter bien des impasses ou des travaux inachevés.
5. *Intérêt des participants.* Pour chacune des personnes (élèves et/ou professeurs) impliquées dans un projet de recherche, a-t-on veillé à l'intérêt qu'elle peut y trouver ?

1.3 Un regard didactique sur les contenus mathématiques : importance et nécessité des registres de représentation sémiotique

François Pluinage est un didacticien avec une forte formation en mathématiques et il accorde une importance essentielle aux contenus mathématiques en disciple de Glaeser et en relation avec son grand ami Jean Martinet (fondateur de la Commission permanente de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, décédé en 1990 à l'âge de 52 ans). Il s'interroge sur ce que peut et doit être un regard didactique sur la présentation de contenus mathématiques. Ce point est développé en détail dans son article de 2004 à partir d'un exemple extrêmement précis et détaillé qui fait référence à des discussions avec Duval, l'autre figure emblématique de l'équipe doctorale strasbourgeoise. Il y est donc beaucoup question de registres de représentation, de fonctions de traitement et de conversion. Assez typique de la manière de penser de François Pluinage, le texte devient très précis et s'appuie sur des exemples qui le préoccupaient au moment de sa présentation : la droite numérique et les nombres décimaux, mais aussi la notation d'une partie d'échecs.

L'approche en termes de registres lui apparaît comme un pendant indispensable à l'étude épistémologique des contenus mathématiques. Elle éclaire les difficultés des élèves et peut guider vers des solutions contournant ces difficultés. Il restera fidèle à cette approche jusqu'à la fin de son activité de chercheur. En travaillant avec

Adjiage, bien sûr, sur les nombres rationnels et la proportionnalité (Adjiage & Pluinage, 2000, 2007). On retrouve cette importance à ses yeux de la prise en compte des registres et de l'étude épistémologique dans un article écrit avec Raymond Duval (Duval & Pluinage, 2016) à propos des apprentissages en jeu qui permettent aux élèves d'accéder à l'algèbre au collège. Et encore, tout récemment, il utilise l'apport des registres (Páez-Murillo & Pluinage, 2019) pour donner une analyse fine des questions de visualisation en relation avec l'étude des asymptotes en contexte technologique.

Son poste de chercheur à Mexico, à partir de 2002, l'a conduit en effet à explorer davantage les contenus mathématiques enseignés au lycée ou à l'université comme l'analyse. Il intégrera dans ses recherches les apports de Dubinsky et de la théorie APOS. Il utilisera aussi certains aspects de la théorie des ETM dont il suivait attentivement l'évolution depuis son émergence. Les ETM lui ont permis d'articuler les domaines mathématiques ainsi que des disciplines différentes comme la physique et les mathématiques sur des travaux de cinématique (Uribe-Martinez, Pluinage & Montaña Zetina, 2019). Ils lui donnent aussi l'occasion de s'assurer de l'impact des outils technologiques dont on peut souligner la très grande importance que François Pluinage leur accordait, depuis leur première apparition dans l'enseignement des mathématiques (Carion-Miranda, Pluinage & Adjiage, 2016, Páez-Murillo & Pluinage, 2019). Il avait ainsi été très tôt impliqué dans les études internationales sur l'usage des technologies nouvelles, notamment en tant qu'organisateur la première étude ICMI, à Strasbourg en 1985, sur l'informatique et les ordinateurs.

Quant à l'exigence d'un regard précis et approfondi sur les contenus mathématiques, elle se retrouve dans tous les textes qu'il a écrits. En complément des textes déjà cités, on pourra lire la remarquable analyse du problème de la ruine d'un joueur dans Zaki et Pluinage (1991). Cette interrogation sur le savoir nourrissait toutes les longues conversations qu'on pouvait avoir avec lui et qui passaient toujours par un moment d'étude d'un exemple, d'un exercice, d'une idée mathématique...

1.4 De l'évaluation des élèves comme un instrument essentiel dans la recherche en didactique des mathématiques

Mais toute méthodologie de recherches suppose des techniques de recueil et d'analyse de données. Dans son article bilan de 2004, mais ses recherches allaient encore continuer pendant plus de quinze ans, François Pluinage décrit la méthode suivie à Strasbourg pour développer ses recherches en didactique en observant des classes ordinaires qui se déroulaient en conformité avec les programmes de mathématiques en vigueur.

Non sans tourner à l'occasion les regards en amont (l'école) ou en aval (le lycée), l'équipe strasbourgeoise avait donc décidé d'entreprendre des recherches sur l'enseignement des mathématiques au collège. Le programme de travail était très standard : -des séances régulières de séminaire, -des observations empiriques dans des classes, -une investigation plus contrôlée, avec un appui sur des questionnaires d'évaluation. (Ibid., p. 19)

François Pluvinage précise l'importance qu'il accorde à l'évaluation des élèves dans les études en didactique et développe l'idée d'une *évaluation descriptive*.

Quant aux évaluations, je me rends compte aujourd'hui, avec le recul, [...] qu'il ne s'agissait ni d'évaluation formative, ni d'évaluation sommative, mais d'une évaluation qui peut être qualifiée de descriptive. A l'époque, nous parlions d'enquête ; le terme est parfaitement approprié, mais il recouvre un éventail de pratiques très diverses, dont certaines, sans rapport avec nos centres d'intérêt. (Ibid., p. 20)

Pour faire comprendre ce terme d'évaluation descriptive, il fait référence aux statistiques descriptives :

En songeant aux statistiques descriptives, nous estimons justifié de parler d'évaluation descriptive. De même que les premières se proposent de dégager les grandes tendances observables dans un corpus et au contraire les cas qui semblent singuliers, de même les évaluations que nous élaborions et analysions étaient destinées à permettre de repérer les démarches de réponse mises en œuvre pour certains traitements mathématiques, autant les démarches communes à beaucoup d'élèves que celles qui peuvent présenter des singularités. (Ibid., p. 20)

Cette importance de l'évaluation est cruciale dans le développement de la recherche de François Pluvinage et nous le verrons aussi plus loin dans son mode de relation avec les classes. Son premier article dans une revue internationale est paru dans *Educational Studies in Mathematics* (1973) sous le titre : *Sur l'assimilation des programmes de 6ème-5ème*.

La présentation de ses auteurs a un parfum suranné à l'urbanité oubliée : Mademoiselle Anne Scherpereel, Messieurs Pierre Buisson, Bernard Kittel, François Pluvinage, Mademoiselle Catherine Bloch et Monsieur Raymond Duval.

Nous laissons le lecteur seul avec sa perplexité en découvrant les notions évaluées à l'époque :

Nous avons choisi les connaissances qui d'une part ont fait l'objet d'un apprentissage que nous pensions suffisant et qui d'autre part sont nécessaires à la compréhension des programmes de quatrième.

En fonction de ces critères, nous avons retenu :

- la manipulation des symboles ensemblistes : \in , \subset , \cap , \cup .

- les notions d'application et de bijection.
- les propriétés des relations dans un ensemble.

Nous avons exclu \mathbb{Z} parce que des notations multiples sont utilisées suivant les classes.

Cette centration sur l'évaluation va au-delà des contenus mathématiques, car il s'agit de repérer les apprentissages sous-jacents pour en faciliter et orienter l'enseignement. Sa thèse d'État (Pluvinage, 1977) porte sur les difficultés des exercices en mathématiques et elle ouvre un champ d'observation crucial pour guider le travail des enseignants.

Dans ce travail, François Pluvinage prend comme point de départ une classification des énoncés d'exercices mathématiques en fonction de la complexité cognitive des connaissances nécessaires à leur résolution (Wilson, 1971). À partir de la notion de *faits spécifiques* (connaissances isolément mémorisées et formulées) et de *concepts* (ensemble de faits spécifiques), cette taxinomie distingue quatre niveaux de difficulté allant de la connaissance de faits spécifiques puis de concepts ; à leur utilisation dans des exercices d'application puis dans des problèmes de découverte.

L'apport original que François Pluvinage accorde à cette classification est de constituer un pas important vers l'idée « d'un espace de difficulté », un espace qui est son objet de travail. Mais, différence fondamentale avec l'approche de Bloom et de Wilson, le repérage des difficultés ne va pas en rester à des définitions a priori. Il va être affiné et développé par des « enquêtes multifactorielles se basant sur des questionnaires à plusieurs modalités » où, sur une population d'élèves donnée, sont observées « les variations de réactions entraînées par des variations d'exercices ». La prise en compte et la conception d'outils statistiques pour concevoir et exploiter ces enquêtes est une dimension essentielle du travail de recherche de François Pluvinage (Duval & Pluvinage, 1976). On la retrouve aussi à propos d'une étude sur la question de l'enseignement de la proportionnalité (Dupuis & Pluvinage, 1981). Il suit alors avec intérêt les travaux de Régis Gras qui contribuèrent à la mise au point du logiciel de traitement d'évaluations CHIC.

Il met aussi en évidence l'importance des formulations de tâche pour évaluer précisément une compétence. Ainsi pour évaluer la compétence « savoir construire la bissectrice d'un angle donné », l'analyse des résultats montre qu'il n'est pas du tout équivalent de demander cela pour un angle représenté isolément ou un angle dans un triangle ABC. Dans ces deux versions se pose la question de la désignation, de la visualisation et du repérage d'objets géométriques. Ce genre d'observations et de prises de conscience permet alors de dépasser la notion de « remédiation » alors à la mode, pour se poser la question des apprentissages à envisager et de leurs enchaînements (Pluvinage, 1989).

Repérer les compétences mises en jeu en mathématiques restera un objet de travail jusqu'à la fin de son activité de chercheur. Ainsi avec Robert Adjiage (Adjiage & Pluvinage, 2012), il a retravaillé la notion de compétences pour :

présenter, justifier et développer l'idée que les savoirs mathématiques relevant du domaine numérique, allant des entiers naturels munis des quatre opérations arithmétiques aux réels utilisés en analyse, relèvent de compétences nettement séparées et proposer une organisation en strates de compétence caractérisées par des modes de pensée et des formes d'expression qui les distinguent nettement les unes des autres. (Ibid., p. 48)

1.5 Sur la nécessaire observation des classes : Mais non, Marina !

L'observation des classes faisait partie de la méthode de recherche mise en œuvre par François Pluvinage dès les années 70 à Strasbourg. Il s'y ajoute aussi une mise à distance de la didactique de la formation et de l'enseignement des maîtres, car il avait comme idée que l'observation des classes était prioritairement nécessaire à la formation des enseignants.

Une formule qui s'avère sans conteste la plus féconde n'est pas celle d'un enseignement de la didactique, mais celle de la recherche-action telle qu'elle peut être pratiquée dans les IREM, avec un esprit d'égal niveau de contribution des participants. S'agit-il d'une méthode ? Probablement pas, mais bien plutôt d'un état esprit (Pluvinage, 2004, p. 38).

Dans cette optique, il a multiplié les observations de classes mises au cœur d'un dispositif de formation d'enseignant au Mexique. Ces enseignants s'engageaient dans des recherches conduisant à un master ou à un doctorat en didactique des mathématiques. Pour qui souhaite saisir la pensée et le style de François Pluvinage, on ne peut ici qu'inciter à lire l'article paru dans les Annales (Pluvinage & Rigo-Lemini, 2008).

Ce texte est intitulé *Mais non, Marina !* dans une allusion pleine de malices à une de ses phrases les plus utilisées en contexte familial. François Pluvinage reprend, dans un contexte contemporain, l'approche maïeutique dont il essaie de montrer la richesse, l'intérêt et les limites dans l'enseignement.

Plusieurs des courants actuels de l'enseignement des mathématiques peuvent nous amener à accorder à la maïeutique socratique une place dans la réflexion didactique d'aujourd'hui : l'enseignement dialogué bien sûr, mais aussi l'enseignement fondé sur la résolution de problèmes, ainsi que la RME (*Realistic Mathematics Education*) et l'usage de la modélisation. Dans tous ces cas, le présupposé pédagogique est qu'une partie importante des acquisitions mathématiques de l'élève ne lui est pas donnée de l'extérieur, mais au contraire résulte de son activité intellectuelle propre. (Ibid., p. 41)

Il narre avec brio et humour une séance de classe sur la proportionnalité. D'entrée le ton est donné, nous sommes au théâtre avec d'une part le « chœur des élèves » et de l'autre « la maîtresse » :

Maîtresse. – Voyons. Quelle est la première question ?

Chœur des élèves. – Lequel des quatre a nagé la plus grande distance ? Dario.

Maîtresse. – Dario.

Chœur des élèves. – Qui a nagé le moins longtemps ? Beto. Qui a nagé le plus vite ?

Une majorité avance sans trop de conviction la réponse Catalina.

Maîtresse. – Qui a nagé le plus vite ? Chœur des élèves. – Beto. (Ibid., p. 47)

Par la suite, les élèves éprouvent des difficultés à résoudre le problème. Cependant, une élève propose une solution au tableau qui aurait pu débloquent la situation :

Une élève douée, nommée Marina, fit une proposition de table de proportionnalité. La maîtresse l'avait tout d'abord crue fautive et l'avait donc rejetée, avant de reconnaître son exactitude sans pour autant lui donner droit de cité. (Ibid., p. 49)

François Pluvinage pointe alors l'errance pédagogique de la maîtresse qui a rejeté sans la comprendre la proposition de Marina. Mais, il ne la stigmatise pas, bien au contraire.

A tête reposée, on en prend très vite conscience, mais cela échappe facilement lorsque l'on est en train de diriger une classe. De plus, seule la première intervention de Marina a indiqué, et encore de manière allusive, qu'elle prenait pour référence le temps de Beto. Quel lecteur peut certifier que dans les mêmes circonstances il aurait saisi la proposition de Marina, s'il n'y avait pas réfléchi au préalable ? (Ibid., p. 49)

Par la suite, il reprend en la comparant à la séance de classe le dialogue de Ménon. Il utilise notamment pour son analyse, les idées de décomposition dimensionnelle et de recomposition de figures développées par Duval. Au passage, il s'interroge :

Peut-on dans ce cas dire de Ménon que c'est un élève au second degré, ou un élève-maître ? (Ibid., p. 46)

Et il conclut son étude, en dégagant deux idées intéressantes sur l'art pédagogique : la patience pédagogique versus l'impatience pédagogique ainsi que « le manque à apprendre ».

Le dialogue du Ménon, pour sa part, est une illustration de patience pédagogique, mais on peut aussi y pointer certain « manque à apprendre ». En ce qui concerne la terminologie, tout ce qui eut pu être dit de relatif aux triangles, en particulier le triangle rectangle isocèle et son hypoténuse, est totalement absent. Pour ce qui est de la

géométrie, tout son aspect dynamique, à commencer par la considération de déplacements de figures, reste ignoré. (Ibid., p. 57)

Mais là encore, il vient au secours du professeur Socrate :

Et reconnaissons aussi que, contrairement aux élèves d'une classe, l'esclave du dialogue n'est pour Socrate qu'un élève de circonstance, pour lequel il n'y a pas un projet de formation. (Ibid., p. 57)

Toute la manière de François Pluvinage est là, il dit les choses avec nuance et sans être péremptoire, il essaie de comprendre les points de vue et les difficultés qui font partie du jeu. Il pointe cependant ce qui pourrait être un point de relance et de changement des règles si on y portait plus d'attention.

1.6 Diffuser et discuter les recherches : les Annales de Didactique et de Sciences Cognitives

Le séminaire de l'école doctorale de Strasbourg a été créé pour favoriser les échanges entre chercheurs et enseignants strasbourgeois à propos des recherches en cours. Cependant, la nécessité de sa publication dans une revue s'est vite imposée pour assurer la diffusion, la discussion et la pérennité des idées présentées ainsi que des développements nouveaux qui émergeaient au sein de l'équipe. C'est ainsi qu'en 1988, les *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* sont fondées par Raymond Duval et François Pluvinage.

Après un départ dynamique et des publications annuelles qui respectent la fréquence indiquée par son titre, la revue souffre ensuite des problèmes institutionnels qui touchent la recherche en didactique à Strasbourg à la suite de la disparition de l'école doctorale. Cependant relancée par le colloque Argentoratum en 2002, la revue adopte sa présentation actuelle et reprend un rythme annuel de publication, rythme qu'elle a pu tenir jusqu'à aujourd'hui avec 18 numéros parus depuis 2003. Accompagné successivement par Alain Kuzniak, Eric Roditi, Philippe Richard et Laurent Vivier, François Pluvinage reste à la manœuvre en maintenant l'orientation et l'ouverture souhaitées par ses fondateurs. Dès le départ, les principes de la revue sont affirmés et continuent de nourrir la ligne éditoriale.

La revue est ouverte à tout type de recherche. Les articles peuvent être de nature théorique, en relation étroite avec une expérimentation dans le cadre d'un enseignement, ou constituer des comptes rendus d'expériences d'enseignement appuyées sur un cadre théorique explicite.

Les articles peuvent concerner tous les cadres d'enseignement dans des contextes socioculturels variés et aussi s'intéresser à la formation, initiale et continue, des enseignants.

Depuis la création de la revue, les *Annales* souhaitent ainsi témoigner d'une ouverture non dogmatique sur tous les courants de la recherche en didactique tant au niveau français qu'au niveau international. Les fondateurs souhaitaient se différencier de la ligne éditoriale de la revue française phare de l'époque, *Recherches en didactique des mathématiques*, qui privilégiait alors nettement un certain mode de pensée et de recherche dans lequel François Pluvinage et Raymond Duval ne se retrouvaient pas toujours.

Il est certain que les *Annales* ne seront plus tout à fait les mêmes dans l'avenir, mais tout porte à croire qu'elles resteront fidèles à cet esprit d'ouverture bienveillant sur toutes les approches fondées sur une réelle expérimentation en relation avec la vie des classes.

2. Le chercheur dans la cité

La dynamique de la recherche impulsée par les évaluations des élèves a d'entrée été associée à un fort engagement de François Pluvinage dans la vie des classes en collaboration avec les enseignants. C'est ainsi que ces recherches, entamées avec un groupe IREM dès 1970, ont été poursuivies en s'appuyant sur les résultats et méthodes dégagés dans sa thèse d'état. Dans le cadre de l'IREM de Strasbourg, sous sa direction ainsi que celle de Raymond Duval, des groupes de recherches se sont mis à dégager l'aspect multidimensionnel des compétences mises en jeu dans un domaine et à élaborer et à expérimenter non seulement des activités propices au développement des apprentissages, mais aussi leurs enchaînements. Ces travaux ont toujours été communiqués et diffusés dans le cadre des commissions Inter-IREM en particulier dans le cadre national du « Suivi scientifique des nouveaux programmes » (1986-1989).

Parallèlement, en relation avec Régis Gras, François Pluvinage a pu influencer des opérations comme l'opération EVAPM (Évaluation des programmes de mathématiques) dirigée par un de ses étudiants en école doctorale, Antoine Bodin, dans le cadre de l'Association des Professeurs de Mathématiques. Il s'est aussi impliqué dans le domaine des évaluations au niveau national à la Direction de l'Évaluation et de la Prospection (Pluvinage et Rauscher, 1990).

Cela a mobilisé une part croissante de son temps, mais lui a aussi permis d'agir, comme nous le verrons plus tard, sur la composition des programmes scolaires de l'époque.

2.1 Comment impliquer les élèves dans des activités mathématiques ?

Dans les cours de didactique et dans la filiation de Georges Glaeser, François Pluvinage soulignait l'importance de voir les mathématiques non pas comme une

discipline morte, mais comme un terrain de découvertes et d'étonnements. Mais se posait la question pour les enseignants de savoir comment impliquer les élèves dans de véritables activités mathématiques. Paradoxalement, la réforme dite des « mathématiques modernes », instaurée dans l'enthousiasme de cette époque, ne facilitait pas la tâche des enseignants. Malgré ses intentions affichées de renouveler non seulement les contenus, mais aussi les façons d'enseigner pour dépasser une pédagogie de l'exposition, les enseignants étaient concrètement mis dans l'embarras.

En collège, les programmes nouveaux insistaient surtout sur la mise en place d'un langage ensembliste et relationnel et sur des définitions d'objets mathématiques au sein de rigoureuses théories axiomatiques. Ces instructions privaient de véritables supports d'activités et d'étonnements à offrir aux élèves. Ces derniers manifestaient ennui et incompréhension.

De même, dans la conduite des classes de fin de lycée, la volonté de donner aux élèves l'occasion de développer de véritables démarches de découverte et de réflexion ne rencontrait pas de succès non plus. Pressé par l'obligation de « terminer le programme » en vue du baccalauréat, les quelques tentatives de sortir du cadre de problèmes d'applications classiques pour confronter les élèves à des « problèmes de recherche » restaient inabouties faute de temps bien sûr, mais surtout parce que mal choisis, trop difficiles, et obligeant en fin de compte à donner les solutions.

Le chemin restait à trouver... A l'IREM de Strasbourg sous la direction de Georges Glaeser, une équipe conduite par François Pluvinage s'est mise en place pour produire des fiches mathématiques destinées aux professeurs et aux élèves de collège pour prôner une méthode qui tournerait le dos à « la pédagogie de l'exposition » au profit d'une « pédagogie dynamique » !

Le fichier comportait des « feuilles d'instructions » perforées pour être insérées dans un classeur personnel feuilles à mettre en regard avec des feuilles quadrillées destinées à recueillir les productions des élèves. Les contenus étaient ceux dictés par les programmes et mettaient donc l'accent sur les ensembles, les relations et la logique. Dans ce cadre contraint et abstrait, les fiches étaient conçues dans l'intention de susciter chez les élèves sous la conduite du professeur, initiative, réflexions et curiosité. Un exemple :

Un ensemble Z possède 10 éléments. Combien d'éléments possède le carré cartésien $Z \times Z$? Le produit cartésien $X \times Y$ de deux ensembles possède un élément de moins que $Z \times Z$. Que peut-on dire du nombre d'éléments de X et de Y ?

La préface des fiches d'instruction rédigée par François Pluvinage montre combien il était soucieux d'établir une interaction de l'ouvrage avec les lecteurs. Il incite les

élèves et les professeurs à être en éveil dès la lecture des instructions et pour cela il est précisé :

Nous avons volontairement glissé quelques erreurs dans les feuilles d'instructions.

Et d'un trait d'humour caractéristique, il leur signale :

Il est cependant possible que s'ajoutent à cette gamme d'erreurs sélectionnées avec soin, d'autres erreurs, involontaires celles-ci, malgré l'attention portée à la confection de l'ouvrage.

Dès 1972, il proposait de réfléchir à la notion d'exercice dans un texte intitulé *Exercices de mathématique* (Pluvinage, 1972). Il y évoque la notion traditionnelle d'exercice « constitué d'un énoncé conduisant à la rédaction d'une réponse juste ou fausse », non pas pour la bannir, mais pour dire que « ce n'est de loin pas la seule activité possible permettant un entraînement intellectuel ». Par cette formulation subtile, il tente d'amener ses interlocuteurs à réfléchir à leurs pratiques et à s'ouvrir à de nouvelles perspectives.

Il propose ainsi ce qu'il appelle des *formules* qu'il a essayées en sixième comme le « jeu de la boîte noire » qui consiste à chercher l'opération inconnue qui à plusieurs couples d'entiers associe chaque fois un troisième entier (résultat de l'opération). Il complète sa proposition par la description de différentes procédures possibles en classe. Par exemple, dans l'une, seul le professeur connaît l'opération et les élèves doivent la trouver à partir d'une liste de couples et de résultats associés à chaque couple. Dans une variante, un élève est seul au tableau et l'opération mystérieuse est indiquée aux autres élèves qui lui donnent les résultats pour les couples qu'il choisit au fur et à mesure. C'est donc là l'exemple d'une « formule », ces *formules* qui, dit-il, peuvent être essayées dans d'autres classes et sur d'autres sujets. Une *formule* qui permet de passer concrètement sans risque d'une « pédagogie de l'exposition » à « une pédagogie dynamique » qui « privilégie l'activité de chaque élève ».

2.2 Comment présenter les apprentissages à mettre en place ?

Un autre domaine, où François Pluvinage fut pionnier par ses réflexions et où il contribua aux évolutions, se trouve dans un texte intitulé *Sur la présentation des programmes scolaires* et adressé aux enseignants de mathématiques (Pluvinage, 1975). Il y constate que les instructions accompagnant les contenus à enseigner sont intéressantes, mais ne sont pas faciles à lire. Leurs adaptations à la classe ne sont pas évidentes et elles ne sont donc pas connues par les enseignants, à « supposer que quelqu'un ait l'idée (saugrenue) de poser aux professeurs des questions sur le contenu des instructions d'accompagnement des programmes » (Ibid., p. 435)

Il relève ainsi avec humour ce point aveugle des outils de travail mis à la disposition des professeurs pour élaborer leur enseignement... Il propose alors une présentation des programmes qui viserait à faire apparaître « les impératifs et les choix des enseignants » et en donne un exemple dans le cadre des programmes en vigueur alors en 6ème.

Dans son exemple, il se base sur les contenus de l'époque et distingue le noyau des aptitudes que l'on suppose acquises pour être utilisées, comme « savoir utiliser des tableaux de correspondance et des schémas à flèches » ; le programme minimum des activités accomplies par tous les élèves d'un niveau donné comme par exemple la description de relations et de leurs propriétés ; et enfin les thèmes constitués par les objets d'études et les centres d'intérêt parmi lesquels un choix permet de satisfaire au programme minimum, par exemple « lecture et interprétation de banc d'essai, d'emplois du temps ».

Au-delà du contexte d'alors on voit ici encore la volonté de François Pluvinage d'accompagner les programmes par des outils au service des pratiques des enseignants et ceci en cheville avec l'institution de l'Éducation Nationale.

2.3 Un exemple d'action sur le terrain : l'expérimentation *Pédagogie différenciée* conduite en mathématiques au collège d'Ostwald de 1983 à 1986

Repérer le plus finement possible de manière scientifique les apprentissages en jeu et proposer et expérimenter des activités qui impliquent les élèves dans de véritables activités mathématiques leur permettant de les développer sont donc les deux axes majeurs qui ont guidé l'action de François Pluvinage au service des enseignants.

L'expérimentation « Pédagogie différenciée » qu'il a conduite au collège d'Ostwald de 1983 à 1986 avec une équipe composée de chercheurs de l'IREM et des professeurs du collège (dont Jean-Claude Rauscher) est à cet égard exemplaire. Cette expérimentation entrait dans le cadre d'un vaste projet sur la pédagogie différenciée initié par Louis Legrand. Celui-ci est l'auteur (1983) d'un rapport novateur aujourd'hui bien injustement oublié *Pour un collège démocratique*. Pour lui, l'idée d'une « nécessaire différenciation de la pédagogie pour faire face à la diversité des publics en collèges » devait se développer sous le sceau de la rationalité scientifique. Ce souci de rigueur rejoignait celui de François Pluvinage qui prit ainsi les rênes de l'expérimentation en mathématiques. Dans cette équipe composite qu'il fédéra, il fit fructifier les initiatives, les suggestions et les observations. Une expérience qu'il a lui-même décrite ainsi : « Même si Wenger n'était pas encore à la mode à l'époque, on peut avancer qu'un fonctionnement en communauté de pratique s'était établi dans l'équipe ».

La démarche de différenciation s'est dégagée du classique schéma de groupes issu de la réforme Haby : trois heures de cours et une heure de soutien ou approfondissement. Ce schéma était basé sur l'idée d'un renforcement pour les uns et d'un rattrapage de savoirs non intégrés pour les autres. Il n'avait jamais donné de grandes satisfactions et l'équipe a préféré insister sur une différenciation des démarches d'approche des notions enseignées. Pour cela, un nouveau schéma fut mis en place : deux heures de cours dispensées dans trois classes et deux heures de travaux proposés dans quatre groupes constitués avec les élèves des trois classes. En fonction des domaines abordés, les compositions des groupes pouvaient beaucoup changer.

Du point de vue des contenus, l'expérimentation portait alors en priorité sur « l'acquisition d'un savoir-faire géométrique » et « des appropriations en rapport avec la proportionnalité ». S'appuyant sur l'observation des réactions des élèves, des outils d'enseignement ont pu être dégagés à partir de l'analyse des compétences mises en jeu, puis de l'élaboration et de la mise à l'épreuve d'activités. En géométrie par exemple, se sont ainsi dégagés les ingrédients d'une géométrie de traitement, proposée comme transitionnelle entre une géométrie de l'observation et une géométrie de la déduction (Pluvinage et Rauscher, 1984). Des activités ont pu être développées qui généraient des conjectures ou des avancées dans la compréhension de la définition de certains objets géométrique. Un cercle pouvait ainsi apparaître comme un ensemble de points à la suite d'une construction point par point.

Les effets, largement positifs, pour les élèves de ce dispositif sont rapportés dans le rapport sur l'expérimentation (Pluvinage, Rauscher & Soumoy, 1985). Il est à noter que dans l'ensemble, après coup, les élèves savaient bien préciser les points sur lesquels ils avaient progressé.

2.4 Appliquer les programmes pour mieux les influencer

Les recherches en didactique de François Pluvinage se développaient au sein de l'institution scolaire. Il avait critiqué ces auteurs de programme qui ignoraient tout de leur mise en œuvre et de leurs difficultés. Cohérent avec cette approche, il a œuvré à donner le maximum de retentissement à ses recherches en n'hésitant pas à s'impliquer dans les commissions de réforme des programmes qui à cette époque n'ignoraient pas le travail des didacticiens et ne se référaient pas à quelques modes pédagogiques venues d'Asie. Ainsi dans le volet mathématique de l'expérimentation sur la pédagogie différenciée évoquée précédemment, François Pluvinage mit en avant une visée précise en accord avec sa responsabilité du groupe collègue de la Commission permanente de Réflexion sur l'Enseignement des mathématiques (COPREM) qu'il assumait alors :

Comment aménager les programmes de mathématiques au bénéfice de (presque) tous les élèves, voilà une question à laquelle une expérimentation pouvait permettre de fournir des éléments de réponse (Pluvinage, 2019, p. 84).

Cette approche méthodologique, combinée avec les recherches de Raymond Duval, eût donc une résonance et une influence importantes non seulement dans le domaine de la didactique des mathématiques, mais aussi dans les instances de l'Éducation Nationale et au-delà.

Cette préoccupation de François Pluvinage d'accompagner par des analyses et des propositions, les évolutions, ou les méandres des directives institutionnelles est restée encore la sienne en 2012 (Adjage & Pluvinage, 2012), même si, depuis longtemps, il n'était plus impliqué comme conseiller dans les instances décisionnaires. A cette occasion, il met en question le point de vue atomisant qu'implique la notion de « compétences exigibles », mise en avant dans les programmes et il développe l'idée de « strate de compétence en mathématiques ».

3. Travailler avec François Pluvinage, une bonne école !

En guise d'au revoir, nous terminerons cet hommage en nous attardant sur quelques traits caractéristiques de *l'école* de François Pluvinage dans laquelle nous avons tous les deux eu la chance de travailler.

Une école de rigueur qui oblige à s'approprier, de façon non superficielle, les concepts des théories. Il rejetait l'emploi de syntagmes bouchons, censés recouvrir des faits, sans qu'on sache exactement ce qu'ils veulent dire. Il refusait les enchaînements de métaphores qui font illusion.

Une école de liberté avec des apports d'idées, d'exercices et une ouverture sur les idées nouvelles associée avec des interventions pleines de tact dans les groupes. Dans les groupes IREM et les séminaires, il savait tenir compte des apports, il laissait beaucoup de liberté, mais il apportait des suggestions fertiles et il savait aussi susciter des prises de conscience.

Une école de mise en confiance pour accompagner un doctorant lors de son premier exposé à l'occasion d'une grande conférence, pour encourager un chercheur hésitant à développer ses idées nouvelles, pour soutenir un étudiant étranger dans la rédaction de sa thèse et lui donner confiance en ses capacités d'écriture. De même, il savait motiver et préparer les professeurs des groupes IREM à présenter leurs travaux et leur métier dans les commissions, les colloques, les stages.

Une école de pensée en mouvement et une école de patience. Comment oublier son attitude quand on travaillait avec lui ? Debout, toujours en marche. Parfois multi-tâche en luttant en même temps avec un ordinateur. On avait parfois l'impression

qu'il soliloquait, surtout lorsqu'il paraissait ne pas répondre aux questions en évoquant des points qui n'avait apparemment pas de rapport avec la question posée. En fait, le plus souvent et pas tout de suite, on réalisait que ces détours sur des chemins de traverse avaient bien un rapport avec la question initiale et qu'ils avaient contribué à approfondir de manière originale cette question. Il continuait à réfléchir, même quand les ordinateurs, qui le fascinaient avec leur personnalité indépendante, ne lui obéissaient pas et c'était souvent le cas...

François Pluvinage prisait la pensée vagabonde qui fait, comme il le disait, que « quand on ne travaille pas on travaille quand même ».

Bibliographie

ADJIAGE, R., & PLUVINAGE, F. (2000). Un registre géométrique unidimensionnel pour l'expression des rationnels. *Recherches en didactique des mathématiques*, **20(1)**, 41-88.

ADJIAGE, R., & PLUVINAGE, F. (2007). An Experiment in Teaching Ratio and Proportion. *Educational Studies in Mathematics*, **65**, 149–175.

ADJIAGE, R., & PLUVINAGE, F. (2012). Strates de compétence en mathématiques. *Repères-Irem*, **88**, 43-72.

CARRION-MIRANDA, V., PLUVINAGE, F. & ADJIAGE, R. (2016). Facilitating the genesis of functional working spaces in guided explorations. *ZDM – Mathematics education*, **48(6)**, 809–826

DUPUIS, C., & PLUVINAGE, F. (1981). La proportionnalité et son utilisation. *Recherches en didactique des Mathématiques*, **2(2)**, 165–212.

DUVAL, R., & PLUVINAGE, F. (1977). Démarches de réponse en mathématique - Résultat d'une enquête à trois modalités auprès d'élèves de 5e d'âge moyen : 13 ans. *Educational Studies in Mathematics*, **8(1)**, 51–116.

DUVAL, R., & PLUVINAGE, F. (2016). Apprentissages algébriques. I. Points de vue sur l'algèbre élémentaire et son enseignement. *Annales de Didactique et de sciences cognitives*, **21**, 117-152.

PAEZ-MURILLO, R. & PLUVINAGE, F. (2019). Estudio de las asíntotas de una función en un entorno de software dinámico. *Recherches en didactique des mathématiques*, **39(3)**, 331-369.

PLUVINAGE, F. (1972). Exercices de mathématiques. *Bulletin de l'APMEP*, **284**, 517-518.

PLUVINAGE, F. (1975). Sur la présentation des programmes scolaires. *Bulletin de l'APMEP*, **300**, 435-438.

PLUVINAGE, F. (1977). *Difficultés des exercices en mathématiques (Étude des comportements de réponse par enquêtes à plusieurs modalités)*. Thèse d'état. Université Louis Pasteur. Strasbourg.

PLUVINAGE, F. (1989). Étapes dans l'apprentissage du raisonnement en géométrie. In G. Audibert (Ed.), *Actes du colloque Inter-IREM Géométrie 1989* (pp. 159-163), Montpellier : Irem de Montpellier.

PLUVINAGE, F. (2004). Sur les méthodes et les résultats de la didactique des mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **9**, 7-43.

PLUVINAGE, F. (2019). *Pédagogie différenciée, une expérimentation promue par Louis Legrand*. In L. Chalmel (Ed.), *Louis Legrand (1921-2016) Pédagogie et Politique* (pp. 83-85). Paris : L'Harmattan.

PLUVINAGE, F., SCHERPEREEL, A., BUISSON, P., KITTEL, B. BLOCH, C. & DUVAL, R. (1973). Sur l'assimilation des programmes de 6ème-5ème. *Educational Studies in Mathematics*, **5(2)**, 207-242.

PLUVINAGE, F. & RAUSCHER, J.-C. (1986). La géométrie construite mise à l'essai. *Petit x*, **11**, 5-36.

PLUVINAGE, F., & RAUSCHER, J.-C. (1990). *Les mathématiques en 6^{ème}. Analyse des résultats d'un échantillon d'élèves de 6ème*. Document de travail 389 (pp. 5-72), Ministère de l'Éducation Nationale, Direction de l'Évaluation et de la Prospection.

PLUVINAGE, F., RAUSCHER, J.-C., & SOUMOY, C. (1985) *Rapport sur l'expérimentation « Pédagogie différenciée » conduite en mathématiques au collège d'Ostwald en 1983-1985*. Strasbourg : IREM de Strasbourg.

PLUVINAGE, F. ET RIGO-LEMINI, M. (2008). Mais non, Marina ! *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **13**, 41-61.

URIBE-MARTINEZ, A., PLUVINAGE, F. & MONTAÑO ZETINA, L. (2019). Una propuesta de esquema de espacios de trabajo fisicomatemático: aplicación al contexto de la dinámica. In E. Montoya-Delgadillo & L. Vivier (Eds.), *Actas del Sexto Simposio sobre el Trabajo Matemático*, (pp. 589-602), Valparaiso : PUCV.

WILSON (1971). N.L.S.M.A., National Longitudinal Study of Mathematical Abilities. In B.S. Bloom, J. T. Hasting & G. F. Madaus (Eds). *Handbook of formative and summative evaluation of student learning*, New York: Mc Graw Hill.

ZAKI, M., & PLUVINAGE, F. (1991). Démarches de résolution et de simulation face au problème de la ruine d'un joueur. *Educational Studies in Mathematics*, **22**, 149-181.

ALAIN KUZNIAK

Université de Paris, Paris, France

`alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr`

JEAN-CLAUDE RAUSCHER

IREM de Strasbourg, Strasbourg, France

`jc.rauscher@wanadoo.fr`