PATRICIA MARCHAND, CLAIRE GUILLE-BIEL WINDER, LAURENT THEIS, TERESA ASSUDE

DIFFICULTES D'UN SYSTEME DIDACTIQUE A PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DU VOLUME AU PRIMAIRE

Abstract. Difficulties of a didactic system on teaching volume at primary school. Our work studies didactic systems including the main didactic system, essentially the classroom, and the auxiliary didactic system which is peripheral to the former. Through a case study, this paper deals with the difficulties of the didactic system encountered when setting up an aid session prior to the resolution of a volume problem. This type of aid session having proved worthy in the context of previous research, has led us to study the difficulties encountered during its implementation. Three difficulties emerged from this study: those related to the teaching project, to the choice of didactic material and to the concept of volume itself. These difficulties had consequences, mainly, on the mesogenetic function of the didactic system, but also, systemically, on the other functions.

Keywords. Didactic system, volume, aid session, student in difficulty.

Résumé. Nos travaux étudient les systèmes didactiques, dont le système didactique principal qui est la classe et les systèmes didactiques auxiliaires qui aident et accompagnent l'étude des mathématiques. Par une étude de cas, le présent article traite des difficultés du système didactique rencontrées lors de la mise en place d'un dispositif d'aide lié à la résolution d'un problème de volume. Ce type de dispositif, ayant pourtant fait ses preuves dans le cadre de recherches antérieures, nous a menés à étudier les difficultés rencontrées lors de sa mise en place. Trois difficultés ont émergé de cette étude : celles liées au projet d'enseignement, au choix du matériel et au concept même de volume. Ces difficultés ont eu principalement des répercussions sur la fonction mésogénétique du système didactique, mais aussi, de manière systémique, sur ses autres fonctions.

Mots-clés. Système didactique, volume, dispositif d'aide, élèves en difficulté.

Au Québec, l'inclusion des élèves en difficulté est opérationnalisée par leur intégration à la classe ordinaire et par les différentes mesures mises en place afin de faciliter cette inclusion (MELS, 2003). Dans le cadre de nos travaux visant le développement de systèmes didactiques pour aider les élèves en difficulté, nous nous référons à des « difficultés d'un système didactique » pour insister moins sur des caractéristiques individuelles de l'élève que sur l'étude des systèmes didactiques

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 26, p. 85 - 116.

auxquels ils prennent part (Assude et al., 2016a ; Giroux, 2014 ; Mary et al., 2014). La question générale ciblée par nos recherches est la suivante : *quelles sont les conditions favorables à l'engagement des élèves en difficulté et à l'apprentissage de concepts mathématiques lors d'une résolution de problème ?* La méthode valorisée pour traiter de cette question est l'accompagnement d'enseignants dans la planification, la réalisation et l'analyse de systèmes didactiques. Nous avons expérimenté un dispositif d'aide qui se situe en amont de la séance de classe et qui vise à permettre aux élèves en difficulté d'entrer dans la tâche avant les autres : il s'agit ainsi de changer la manière dont ces élèves prennent position dans le *topos* d'élève (Theis et al., 2014). Cinq fonctions potentielles de ce dispositif ont pu être identifiées (Theis et al., 2014 ; Assude et al., 2016a) : la fonction topogénétique, la fonction chronogénétique, la fonction mésogénétique (Chevallard, 1992 ; Sensevy et al., 2000), la fonction de distanciation et celle de questionnement. Nous nous sommes centrés, jusqu'à présent, sur la modélisation du dispositif et son impact, entre autres, sur l'engagement et la synchronicité des élèves en difficulté avec le temps didactique. Dans le présent article, nous nous intéressons, par le biais d'une étude de cas, aux difficultés du système didactique rencontrées lors de sa mise en place pour la résolution d'un problème de volume auprès d'une classe d'élèves de 10 à 12 ans. Après avoir rappelé les fondements du dispositif, nous présentons une analyse du concept de volume. L'accompagnement réalisé auprès de cette enseignante et le dispositif d'aide élaboré et expérimenté sont décrits dans la méthodologie. Enfin, les résultats reprennent les cinq fonctions du dispositif en mettant en exergue les difficultés du présent système didactique.

1. Cadre de référence

Nos travaux s'insèrent ainsi dans le courant des recherches qui étudient les systèmes didactiques (Chevallard, 1999 ; Tambone, 2014). Dans ce cadre, le contexte que constitue la classe représente le système didactique principal (SDP) et les contextes périphériques à celui-ci, internes ou non à l'institution, comme l'aide aux devoirs, sont représentatifs d'un système didactique auxiliaire (SDA). Le SDA, qui dépend du SDP par les savoirs en jeu, se déroule ici en amont du SDP avec certains élèves ciblés par l'enseignante comme pouvant manifester des difficultés lors de cette séance. Il a pour objectif de fournir une occasion de rencontrer la situation ou certains de ses objets avant les autres élèves sans toutefois faire avancer le temps didactique au sens de Chevallard et Mercier (1987). Les interventions de ce type de SDA peuvent porter sur des contenus anciens, mais utiles pour la situation, sur une appropriation du contexte de la résolution ou sur une anticipation des techniques pouvant être déployées lors de la séance en classe. Le système didactique entourant ce dispositif d'aide possède cinq fonctions qui sont décrites brièvement ci-dessous.

1.1. Fonctions du dispositif d'aide

La *fonction topogénétique* est liée aux différents rôles et responsabilités que l'enseignant ou l'élève peut prendre dans un système didactique (principal ou auxiliaire). L'un des problèmes de l'élève en difficulté est qu'il n'arrive pas à prendre sa place d'élève dans le système didactique et qu'il perd de la « valeur scolaire » (Tambone, 2014). En ce sens, un SDA réalisé en amont de la séance de classe semble modifier la place des élèves en difficulté dans le SDP : il a en effet été possible d'observer à travers nos diverses expérimentations que ces derniers osaient répondre aux questions lors de l'explication de la consigne et s'engageaient activement dans la résolution (Theis et al., 2014 ; Assude et al., 2015).

La *fonction chronogénétique* traite des différentes temporalités qui se chevauchent dans un tel système didactique, comme le temps didactique (Chevallard & Mercier, 1987), le temps d'enseignement (Assude, 2005 ; Chopin, 2011), le temps d'apprentissage (Assude, 2005) ainsi que le temps praxéologique (Assude et al., 2016b). Ce dernier correspond à la :

> […] temporalité qui rend compte de l'évolution de chacune des composantes d'une praxéologie, toute progression dans l'une au moins de ces composantes. Ainsi, toute évolution dans la manipulation d'une technique ou dans le discours permettant de la justifier, ainsi que dans la connaissance du type de tâches dans lequel elle s'utilise, marque une avancée du temps praxéologique. (*ibid.*, p. 10-11)

Cette fonction se manifeste ici en donnant l'opportunité aux élèves en difficulté, lors du SDA, de « rencontrer la situation » en amont du SDP afin de favoriser une synchronisation avec le temps didactique du groupe (Theis et al., 2016).

La *fonction mésogénétique* traite des conditions mises en place afin que les élèves rencontrent le savoir dans le système didactique. Dans le SDA, les élèves rencontrent des éléments constituant le milieu initial avant les autres élèves et avant sa réalisation en classe, par une discussion autour des règles définitoires de la situation problème (Sensevy & Mercier, 2007) ou encore des règles plus implicites liées à la gestion d'informations contextuelles. Cette rencontre avec le milieu lors du SDA peut rester une étape d'anticipation lorsqu'il est question des savoirs visés par le SDP. Cette anticipation peut représenter un défi dans l'action puisqu'elle exige une certaine vigilance de la part de l'enseignant concernant les savoirs en jeu dans le SDA afin de ne pas faire avancer le temps didactique et provoquer l'évanouissement de la situation en classe.

Ce défi introduit la fonction de *distanciation* correspondant à la dialectique entre la suspension et l'anticipation de l'action des élèves dans le SDA. L'intention de cette suspension est de permettre aux élèves en difficulté d'entrer en contact avec le problème qui sera traité en classe afin de faciliter leur entrée dans l'action et éviter qu'ils soient face à une page blanche. Cependant, la ligne délimitant l'anticipation et l'action n'est pas évidente à maintenir. Cette fonction est possible par le fait que les élèves rencontrent le milieu lors du SDA sans qu'ils n'entrent dans l'action et qu'il y a un temps entre ce dernier et le SDP. Ce laps de temps, entre une et trois journées, permet alors une prise de distance et crée une attente chez les élèves (Assude et al., 2015).

La dernière fonction consiste à valoriser un *espace de questionnement* afin que les élèves du SDA puissent échanger sur leurs techniques ou leurs anticipations. Rappelons qu'une validation ou invalidation de ces techniques ferait avancer le temps didactique et irait au-delà de l'anticipation visée. Le nombre réduit d'élèves (habituellement entre 3 et 6) permet à l'enseignant d'observer plus finement leurs propositions (raisonnements et difficultés) et de créer un espace de questionnement partagé dans lequel les élèves peuvent s'exprimer, écouter les autres, pour ainsi se préparer à la situation du SDP avant les autres (Assude et al., 2016a ; Theis et al., 2016). Cette prise de distance par le questionnement est vécue positivement par les élèves. Elle semble créer une attente menant à un éventuel engagement de ces élèves dans le SDP (Assude et al., 2016a ; Theis et al., 2016).

Ces cinq fonctions ne sont pas indépendantes les unes des autres : elles sont donc analysées dans leurs interactions ainsi que dans l'interaction avec le savoir en jeu. Pour l'étude de cas qui nous concerne, le savoir visé par le SDP (le volume) semble être à l'origine de difficultés du système didactique lors de sa mise en place.

1.2. Concept de volume

Le concept de volume fait référence à l'étude d'une grandeur, plus spécifiquement à l'espace qu'occupe un corps (Piaget et al., 1973, p. 433). Alors qu'en sciences le volume est étudié autant pour les solides que les liquides (Javoy et al., 2018, p. 2), l'étude du volume en classe de mathématiques au primaire au Québec se centre essentiellement sur celle d'objets physiques ou géométriques[1]. De plus, en classe de sciences, l'étude du volume se fait essentiellement à l'aide d'objets physiques, alors qu'en mathématiques, le but est de partir de l'étude du volume d'objets physiques pour arriver ensuite au volume d'objets géométriques (Molvinger & Munier, 2014). Ces deux exemples illustrent le fait qu'il existe une certaine polysémie entourant l'étude du concept de volume en fonction de la discipline de référence qui peut constituer un obstacle pour les élèves (Javoy et al., 2018), mais celle-ci ne sera pas développée dans cet article.

[1] Le volume d'un liquide en classe de mathématiques au primaire est principalement vu en termes de contenance ou de capacité comme nous le verrons plus bas.

La grandeur volume représente une relation qui caractérise une classe d'objets qui auront le même volume « si plongés dans une même quantité d'eau contenue dans des récipients identiques, la hauteur de l'eau montera de la même façon dans les deux récipients. » (Charnay & Mante, 2008, p. 410). Il est possible de comparer ainsi, par immersion, le volume de deux objets physiques. Mais il est aussi possible de mesurer cette grandeur à l'aide d'unités. En ce sens, Anwandter-Cuellar (2013) souligne qu'il y a deux points de vue qui peuvent être associés au volume : « le point de vue géométrique qui considère le volume comme partie de l'espace et le point de vue numérique caractérisé par les mesures et leurs interrelations » (Anwandter-Cuellar, 2013, p. 54). Le volume fait référence à l'identification d'une caractéristique concernée par une classe d'objets (grandeur) et à l'opération de l'assignation d'un nombre accompagné d'une unité (volume) (Janvier, 1997) comme rapport entre la grandeur mesurée et la grandeur étalon de même espèce (Chesnais & Munier, 2016). Le volume peut être vu en tant que grandeur unidimensionnelle, bidimensionnelle ou tridimensionnelle :

> avant d'être analysé comme le produit de trois longueurs ou comme le produit d'une surface par une longueur, le volume est d'abord une grandeur physique directement mesurable, qui se prête à des comparaisons, à des mesures, évaluations et approximations, à des inférences qualitatives par union et complémentation […] et à des additions et soustractions. (Vergnaud, 1983, p. 12)

Ces différents points de vue sur le volume, déterminants pour son enseignement, peuvent être exemplifiés en prenant l'étude du pavé droit, solide sur lequel nous focaliserons notre attention. Les différentes facettes de ce concept rendent son enseignement complexe en classe de mathématiques. Afin d'approfondir ce concept de volume dans le cadre d'un travail mathématique dans l'enseignement primaire, nous nous appuyons sur les quatre exemples ci-dessous (figure 1).

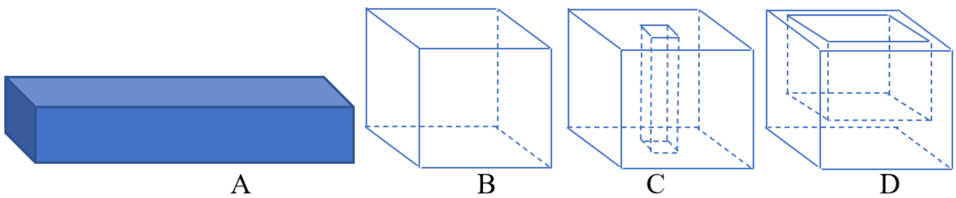

Figure 1. Quatre solides dont deux évidés (C et D)

Les solides B, C et D sont des cubes isométriques dont : C a été évidé au centre de haut en bas et D a été évidé sur le dessus afin de former un récipient. Le solide A est un pavé droit de longueur double et de hauteur moitié de celle de l'arête du cube. Il est possible de calculer le *volume* des solides A et B en multipliant la mesure des trois dimensions ou en multipliant l'aire de la base par la hauteur. Dans le cas où les mesures sont entières, nous pouvons aussi trouver le nombre de cubes-unités sur la première tranche multiplié par le nombre de tranches ou encore reconstituer l'objet à l'aide de cubes-unités occupant le même espace (Roegiers, 2011). Les solides A et B ont le même volume même s'ils n'ont pas la même forme (conflit volume-forme). De plus, l'un semble plein et l'autre vide, mais l'espace qu'ils occupent est équivalent[2]. Pour les solides C et D, il est possible de partir du volume de B (mêmes dimensions) et d'y soustraire le volume de la partie évidée. Ainsi, si nous plongeons ces quatre solides dans l'eau, il est possible de comparer leur volume ($v_A = v_B$, $v_B > v_C$ et $v_B > v_D$).

Andreucci et Mercier (2005) ont également soulevé, à partir d'une description d'un parcours didactique d'un enseignant basée sur les connaissances premières des élèves, le fait que le volume faisait intervenir la notion de capacité et d'encombrement. La *capacité*[3] d'un récipient est une grandeur unidimensionnelle qui représente la quantité de liquide qu'il peut contenir (De Champlain et al., 1996). Un récipient est un « objet creux capable de contenir, de conserver ou de transporter, un liquide […] ou un solide »[4]. Par exemple, en tant que récipient, D possède une capacité qui correspond à la quantité de liquide que D peut contenir. Il est donc possible de parler de la capacité et du volume du récipient D, mais seulement du volume de A, B et C (figure 1). Quand il est question d'un récipient, par exemple une casserole, il faut préciser la grandeur à l'étude : « est-ce […] sa contenance ou […] tout l'espace qu'elle occupe, une fois pleine, ou de l'espace occupé par le matériau qui la constitue (y compris le manche) ? » (Salin, 2006, p. 7). La clarification de ce qui est à mesurer, le contenant ou le contenu (liquide ou matière), apparaît donc nécessaire pour déterminer la grandeur qu'on veut mesurer, ce que les métrologues énoncent comme le *mesurande*[5]. En ce sens, une confusion du *mesurande* est possible, le volume du contenant ou celui de son contenu (espace occupé *versus* capacité) (Janvier, 1997). Par exemple, un élève « pour mesurer la

---

[2] Le fait qu'un objet est plein ou vide influence sa masse pas son volume. Mais, les élèves pensent, avant son enseignement, que le volume est « la mesure de ce qui est plein ». (Andreucci et Mercier, 2005)

[3] Pour rendre le texte uniforme, le terme « capacité » est utilisé et il est considéré synonyme du terme « contenance » davantage utilisé en France (MENJS, 2020).

[4] Larousse ; CNRTL https://www.cnrtl.fr/definition/r%C3%A9cipient).

[5] Grandeur particulière soumise à mesurage (longueur, masse, intensité,…). Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative. Mathématiques – Physique-chimie – Mesure et incertitudes http://eduscol.education.fr/prog. Gouvernement du Canada https://www.btb.termiumplus.gc.ca/tpv2alpha/alpha-fra.html?lang=fra&i=&index=frb&srchtxt=MESURANDE

capacité d'une tasse, mesurerait la quantité de liquide déplacé en immergeant complètement la tasse dans un récipient gradué » (Tanguay, 2010, p. 8).

Dans le cas d'un objet physique, il peut aussi être question de *volume intérieur*, sous entendu « intérieur aux surfaces frontières » (Piaget et al., 1973, p.433) qui met en jeu la prise en compte de l'épaisseur de la paroi de cet objet. Par exemple, l'objet ci-dessous (figure 2) possède un volume intérieur plus petit que son volume (l'espace qu'il occupe) puisque pour trouver le volume intérieur (le volume de la partie creuse), il faut déduire le volume de ses parois à son volume. Considérant que les faces des solides géométriques n'ont pas d'épaisseur, la notion de volume intérieur n'est pas pertinente pour ces derniers.

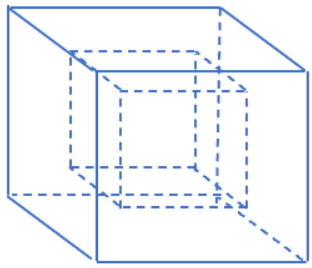

Figure 2. Image d'un objet fermé avec une paroi épaisse

Comme mentionné plus haut, le volume, dans les premiers apprentissages, fait aussi intervenir la notion *d'encombrement*, c'est-à-dire l'espace que les solides « occupent quand ils sont bien emballés, au plus près » (Andreucci & Mercier, 2005, p. 11). Il est possible d'affirmer que B, C et D (figure 1) n'ont pas le même volume, mais qu'ils ont le même encombrement (Andreucci & Mercier, 2005 ; Molvinger et al., 2017).

L'acquisition du volume, tout comme celui de l'aire[6], s'étale sur plusieurs années : « Alors que certaines propriétés sont appréhendées dès l'âge de 5 ou 6 ans, sans […] enseignement systématique […], d'autres propriétés soulèvent encore de grandes difficultés chez la majorité des élèves de 15 ans » (Vergnaud, 1983, p. 9). Par exemple, des difficultés importantes persistent dans l'expression des unités de mesure jusqu'à 14-15 ans (Ricco et al., 1983 ; Molvinger, 2013). Ainsi, « le volume est un concept multiplicatif à haut risque : c'est-à-dire que les difficultés

---

[6] Des similarités entre les difficultés liées au volume et celles observées pour l'aire peuvent être établies. Voir les travaux de Barrett et al. (2017), Douady et Perrin-Glorian (1989), Hart (1984), Kim et Oláh (2019), Curry et al. (2006), Moreira-Baltar (1994-1995), Perrin-Glorian (2016).

d'appropriation de ce concept par les élèves sont fréquentes, importantes et durables. » (Vergnaud, 1983, p.12). Nous résumons ci-dessous les principales difficultés liées plus spécifiquement à l'acquisition du volume du pavé droit.

Certaines difficultés sont liées à la relation entre les grandeurs et l'objet à l'étude. Par exemple *lier la forme de l'objet physique ou géométrique à son volume* et ainsi ne pas comprendre que deux objets de formes différentes peuvent avoir le même volume (Héraud, 1991). Le *conflit pouvant exister avec d'autres grandeurs* en termes de discrimination et de variations indépendantes peut aussi faire obstacle (Janvier, 1994). Par exemple, lors de la comparaison du volume de deux objets, « les élèves peuvent succomber aux interférences provenant de l'aire des objets à comparer tout comme à leur longueur » (Janvier, 1997, p. 32). Janvier (1994), Salin (2006) et Marchett et al. (2005) font référence aussi à la confusion aire latérale–volume[7]. Héraud (1991) et Janvier (1992) relèvent enfin la comparaison de volumes se référant à une seule dimension des objets (« cet objet a un volume plus grand puisqu'il est plus haut »). Les grandeurs plus familières ou déterminantes s'imposent au détriment des autres (Janvier, 1994).

D'autres difficultés sont à mettre en relation avec la mesure. La difficulté *d'articuler et de coordonner les opérations géométriques*, par exemple en termes de pavage, *et les opérations arithmétiques* de nature multiplicative (Ricco et al., 1983 ; Anwandter-Cuellar, 2013) demande « une plus grande exploration de l'espace et de ses propriétés » (Janvier, 1997, p. 40). D'ailleurs, le pavage dans le cas du volume est plus complexe que dans le cas de l'aire puisqu'une fois réalisé, il n'est pas possible de voir l'ensemble des cubes-unités qui le composent (seuls les cubes-unités l'entourant sont visibles) et ceux-ci ne sont pas visibles en un seul regard (Rogalski, 1979). La co*existence de deux types différents d'unités de mesure* (L et m^3) peut constituer une autre difficulté (Javoy et al., 2018). Enfin comme ceci est le cas pour d'autres grandeurs, certains obstacles peuvent survenir lors du « *mesurage* ». Par exemple, la gestion du cube du coin lors de la mesure des trois dimensions ou l'oubli de la première tranche pour la mesure de la hauteur (Vergnaud, 1983).

Des difficultés enfin sont liées aux formules de calcul. Selon Vergnaud (1983), un *raisonnement additif* constitue un obstacle à la construction, à la compréhension et à l'analyse de la formule. En outre la *mémorisation irréfléchie* d'un grand nombre de formules (Janvier, 1997) peut représenter un autre obstacle[8]. Dans un tel cas, les

---

[7] Cet obstacle, pour le cas du cylindre, est en fait un des problèmes de Galilée (Johan et al., 1997 ; Janvier, 1994).

[8] Il faut s'attarder au raisonnement ayant permis la construction des formules (Janvier, 1997).

élèves pourraient recourir à des procédures se rapprochant plutôt de celle de l'aire ou encore du périmètre (Ricco et al., 1983).

Le concept de volume et les difficultés qu'il peut engendrer chez les élèves ayant été clarifiés, les cinq fonctions de notre dispositif d'aide aux élèves en difficulté explicitées, nous présentons la méthodologie choisie pour ce projet de recherche.

2. Méthodologie

Nos travaux s'inscrivent dans le courant des recherches collaboratives. Nous prenons appui sur le principe de la « double vraisemblance » prenant en compte les contraintes et les enjeux des domaines respectifs de la recherche et de l'enseignement (Desgagné, 1997, 2007 ; Bednarz, 2013) ainsi que celui de la double pertinence. Dans notre cas, le besoin des enseignants se situe dans la recherche de moyens valorisant l'engagement cognitif et affectif des élèves en difficulté lors de la résolution de problèmes. L'intérêt des chercheurs réside dans l'analyse de la mise en place et des effets d'un tel dispositif d'aide. Pour ce faire, une demi-journée d'accompagnement collaboratif est prévue pour la planification du SDA et du SDP. Le rôle de l'enseignant à cette étape est de réfléchir sur le concept en jeu, sur la situation et sur les difficultés que ce dernier pourrait engendrer chez les élèves. Le rôle du chercheur est d'accompagner l'enseignant dans la conception du système didactique en ayant en tête le concept visé et les fonctions de celui-ci. Il faut mentionner que le but du chercheur n'est pas de proposer une ingénierie didactique robuste aux enseignants, mais de les accompagner dans le processus. En ce sens, la planification résultante représente une médiation entre les deux parties selon leur expertise et le temps, tout de même limité, pendant lequel ils ont pu échanger à ce propos. L'accompagnement n'aboutit habituellement pas à une planification « clé en main » pour les enseignants : ils sont amenés à prendre en charge certains éléments liés au milieu entre le moment de planification et l'expérimentation. Une fois l'expérimentation terminée, les séances sont visionnées conjointement afin de les analyser : l'enseignant verbalise les intentions qui soutiennent ses choix, son impression de l'engagement et de la compréhension des élèves ainsi que les changements perçus sur sa pratique ou chez ses élèves. La figure 3 illustre ce déroulement.

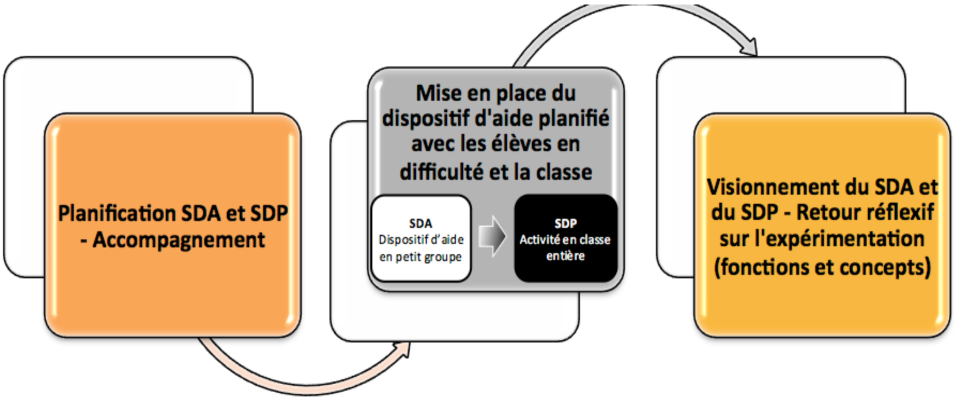

Figure 3. Schématisation du système d'accompagnement collaboratif

2.1. Traitement des données

Les données sont composées de l'ensemble des planifications des SDA et SDP, des bandes vidéo des séances du SDA et SDP, des productions des élèves, des enregistrements des entretiens auprès des enseignants avant et après chaque séance du dispositif. Les séances sont transcrites et représentent la première étape du traitement des données. Nous procédons à une analyse *a priori* des séances, puis visionnons les séances en annotant les verbatim en ce qui a trait à l'analyse *a priori*, aux cinq fonctions potentielles du dispositif et de ses effets.

2.2. Présentation du cas à l'étude

L'enseignante ciblée pour cette étude de cas, que nous nommerons Sylvie, est une enseignante d'expérience impliquée dans divers projets de recherche depuis les dix dernières années. Elle est donc ouverte aux changements, questionne ses pratiques et s'autorise à les changer. Engagée dans notre projet de recherche depuis quatre ans, elle est à l'aise avec le dispositif d'aide (elle l'a d'ailleurs exploré pour différents concepts mathématiques selon le niveau de la classe dans lequel elle enseignait). Sachant de plus qu'elle est accompagnée durant le processus de planification, elle décide de travailler sur le concept de volume avec ses élèves de 10 à 12 ans. Elle a déjà observé que ce concept cause des difficultés récurrentes chez ses élèves, mais qu'il revient fréquemment dans les évaluations ministérielles. De plus, il fait partie d'un domaine moins exploité au primaire (Salin, 2008) qu'elle-même, d'ailleurs, aborde peu en classe avec ses élèves.

2.3. Système d'accompagnement collaboratif réalisé auprès de Sylvie

Lors de la séance de planification, Sylvie mentionne qu'elle a déjà introduit la comparaison de la capacité de récipients (verres longs ou larges et boîtes de diverses formes) avec différents contenus (riz, sable, eau, cubes-unités, etc.). Son intention derrière l'étude de la capacité était d'aborder la dissociation capacité / forme, ce qui renforce, selon elle, l'aspect unidimensionnel du concept de volume. Elle propose d'aborder l'étude du volume dans le SDP avec des pavés droits. L'année précédente, les élèves ont construit des empilements de cubes et dénombré le nombre de cubes pour déterminer le volume des solides ainsi obtenus. L'intention de Sylvie est donc de revenir sur le sens du volume d'un pavé droit entamé l'an dernier en réalisant la comparaison de volume de boîtes de forme d'un pavé droit ayant des dimensions différentes, mais des volumes proches. Sylvie, l'enseignante, propose initialement de prendre différentes boîtes pouvant s'ouvrir, de demander aux élèves d'anticiper celle qui aura le plus grand volume, puis de vérifier leur hypothèse en les remplissant « à l'aide de cubes ayant un volume de 1 cm^3 ». Une discussion a alors lieu entre l'enseignante et les chercheurs à propos de la distinction entre capacité et volume, telle que nous l'avons présentée auparavant et en sachant que la capacité est aussi un volume. Ce concept de volume étant peu traité en classe et peu connu par les enseignants (Molvinger, 2013), les chercheurs s'attendaient à entretenir ce type de discussion avec Sylvie. Certains éléments conceptuels mentionnés en partie 1 sont abordés à l'aide d'un exemple (voir figure 4 (Marchand & Bisson, 2017)), notamment le fait que le volume représente l'espace qu'occupe un objet, qu'il puisse être comparé par immersion ou encore reconstitué à l'aide de cubes-unités (17 cubes-unités). La capacité correspond au volume que ce récipient peut contenir (1 cube-unité).

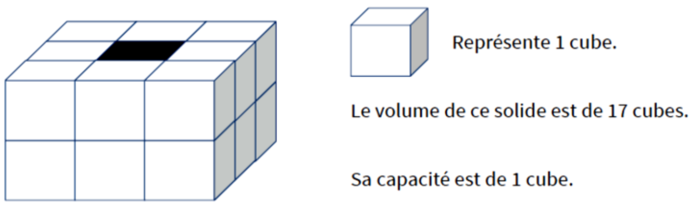

Figure 4. Exemple utilisé pour traiter de la distinction volume-capacité

L'équipe décide de modifier le matériel afin de ne pas renforcer la confusion volume-capacité chez les élèves, en proposant des objets physiques fermés comme des pavés droits en styromousse, en pâte à modeler ou en bois. Cependant, comme ce matériel n'est pas élaboré à cette étape, la discussion ne va pas plus loin.

De plus, un rappel des principales phases de l'enseignement du volume est présenté à Sylvie afin qu'elle n'aborde pas trop rapidement le calcul, le but étant de travailler d'abord sur la représentation spatiale du concept (Rogalski, 1979) en identifiant la grandeur à l'étude sur l'objet physique puis en comparant des objets selon la grandeur isolée. Dans les phases suivantes, il s'agit de travailler la mesure avec des unités non conventionnelles, puis avec les unités conventionnelles pour enfin aborder la construction des formules (Roegiers, 2011). Les différentes étapes de la construction de la formule du volume pour le pavé droit sont aussi rappelées par les chercheurs (Janvier, 1994). Les grandes lignes du SDA et du SDP « prévus »[9] pour ce dispositif sont présentées dans le tableau 1.

Tableau 1. SDA et SDP prévus lors de l'accompagnement

SDA prévu	Revoir avec les élèves en difficulté le **concept de volume** (« c'est quoi pour vous le volume ? ») et réfléchir sur des **outils pour le mesurer**. Sylvie fait l'hypothèse que ses élèves nommeront uniquement la règle et elle veut ouvrir aux unités de mesure non conventionnelles ou conventionnelles dont elle dispose dans la classe (ex. : reproduire le pavé à l'aide de cubes).
SDP prévu	Présenter **trois pavés droits fermés** de dimensions différentes ($7 \times 8 \times 9$; $16 \times 5 \times 6$; $7 \times 7 \times 10$) et demander aux élèves **d'anticiper** celui qui a le plus grand volume. Noter les anticipations au tableau (Objet A, B ou C) puis distribuer le matériel à chaque équipe et circuler afin de voir les techniques des élèves pour **comparer les volumes**. Lors du retour, comparer les résultats obtenus par chaque équipe et revenir sur les hypothèses du départ.

Rappelons que dans cette recherche collaborative, l'enseignante prend en charge la suite de la planification afin de l'expérimenter en classe et que différentes contraintes peuvent venir interférer par rapport à ce qui a été prévu pour le SDA et le SDP lors de l'accompagnement réalisé auprès d'elle.

2.4. Double analyse *a priori* du SDP

L'analyse *a priori* du SDP est réalisée selon le modèle de Assude et al. (2011). L'analyse descendante consiste en l'étude des enjeux de savoir dans la situation selon le concept mathématique visé et selon les écrits ministériels. L'analyse ascendante étudie les praxéologies possibles en termes de types de tâches et de techniques.[10]

[9] Ce qui était prévu lors de l'accompagnement n'est pas ici équivalent à ce qui a été réalisé en classe.

[10] Le modèle de Assude et al. (2011) constitue une triple analyse, mais dans le présent texte nous réalisons deux des trois pôles de ce modèle d'analyse. Les problèmes professionnels représentant le troisième pôle de ce modèle feront l'objet d'un article subséquent.

2.4.1. Analyse descendante

Le programme de formation à l'école québécoise (MELS, 2003) traite du concept de volume à partir du 2e cycle (8 à 10 ans) à travers la compétence « raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques ». Il est attendu que l'élève construise « des relations géométriques complexes et [qu'il] travaille avec des instruments et des unités de mesure non conventionnels relatifs […] aux volumes. » (p. 129) et il est question d'estimation et de mesurage avec les unités non conventionnelles. Au 3e cycle (10 à 12 ans), les attentes sont plutôt énoncées en termes de calculs ainsi que d'appropriation des unités conventionnelles (m^3, dm^3, cm^3) et de leurs relations. La capacité est introduite au 3e cycle en ciblant l'estimation et le mesurage à l'aide d'unités non conventionnelles et conventionnelles (L, mL), mais sans référence à sa définition. Ces informations sont les seules fournies par le programme de formation et elles demeurent génériques. De plus, elles semblent centrées davantage sur le cadre numérique de cette grandeur, tout comme ceci semble être aussi le cas en France (Molvinger, 2013). Anwandter-Cuellar (2013) va dans le même sens en parlant d'une « numérisation de l'étude du volume » autant au primaire qu'au collège. Alors que l'approche ministérielle pour d'autres grandeurs, comme la longueur et l'aire, semble plus équilibrée entre cadres géométrique et numérique, le volume représente le parent pauvre des grandeurs. Par conséquent, les difficultés mentionnées dans la partie 1 demeurent d'actualité (Anwandter-Cuellar, 2013).

Globalement, le programme de formation à l'école du Québec présente le volume avant la capacité, avec un accent mis sur le cadre numérique, mais peu d'information y est véhiculée et il y a également peu d'indices sur le sens à donner aux termes volume, contenance et capacité. En prenant en compte ces constats, du fait que l'objet à l'étude peut être issu de la vie courante ou d'une modélisation de cette dernière (par exemple, les objets géométriques), que les attentes en classe, surtout à l'école, peuvent générer des ruptures du contrat didactique ne sachant pas la grandeur à isoler (capacité, volume, encombrement, volume intérieur, etc.), ou de son cadre d'analyse (ici géométrique ou numérique), il est possible d'anticiper des interprétations variables ou ambigües de la part des auteurs de manuels et des enseignants pouvant engendrer des confusions sur le sens à attribuer à cette grandeur et à l'articulation des deux cadres. Enfin, étant donné que le concept de volume est peu décrit selon ces différentes facettes dans le programme de formation, nous pouvons nous attendre à retrouver certaines difficultés conceptuelles mentionnées précédemment auprès des enseignants avec qui nous collaborons dans ce projet.

2.4.2. Analyse ascendante

Nous présentons, dans le tableau 2, les principaux types de tâches et techniques liés au SDP prévu lors de l'accompagnement de Sylvie[11].

Tableau 2. Type de tâches et principales techniques prévues

T_1 :Comparer le volume de trois pavés droits
Grandeur
τ_1 : Comparer perceptivement
τ_2 : Découper, recomposer et comparer par superposition
τ_3 : Immerger dans de l'eau
τ_4 : Comparer des masses dans le cas où les deux objets sont faits du même matériel
Mesure
τ_5 : Reproduire chacun des pavés à l'aide de cubes de 1 cm^3 et comparer le nombre de cubes-unités pour chacun.
τ_6 : Calculer à l'aide d'une formule (aire de la base × hauteur; $L \times l \times h$, …) Mesurer (cubes, règle, pavage…), multiplier et identifier le solide qui a le plus grand volume en comparant les mesures obtenues
τ_7 : Déterminer le nombre de cubes par tranches et le nombre de tranches Mesurer le nombre de cubes sur la première tranche et le multiplier par le nombre de tranches pour identifier celui qui a le plus grand volume en comparant le nombre de cubes obtenus.
Techniques erronées possibles[12]
Grandeur
τ_a : Sommer les aires de toutes les faces (confusion aire/volume)
τ_b : Refuser de comparer, car les formes des pavés sont différentes (confusion forme/volume)
τ_c : Se fier sur une seule dimension, celle qui est la plus grande (confusion volume/encombrement)
τ_d : Sommer les trois dimensions (longueurs)
τ_e : Sommer une aire et une longueur (stratégie mixte)
τ_f : Calculer le « périmètre du pavé » (périmètre/volume) en sommant les mesures des arêtes
Mesurage
τ_g : Sommer des nombres affectés d'unités différentes (ex. : cube-unités + cm^3)
τ_h : Faire des erreurs de mesurage
Calculs
τ_i : Faire des erreurs dans l'application de l'algorithme d'addition ou de multiplication

[11] Ces techniques sont issues de notre propre expérience ainsi que des travaux de Anwandter-Cuellar (2013), Janvier (1994), Perrin-Glorian (2016), Ricco et al. (1983) et Tanguay (2010).

[12] Ces techniques erronées peuvent être aussi des erreurs de techniques correctes.

Des techniques ont été ici identifiées, mais elles ne seront pas toutes accessibles aux élèves selon les choix didactiques réalisés. Par exemple, si les pavés droits sont construits en carton ou en bois, il ne sera pas possible d'exploiter τ_2 ; ou encore si les mesures des dimensions des pavés droits choisis sont rapprochées, τ_1 sera difficile d'accès. Rappelons que cette analyse est réalisée d'après ce qui a été prévu lors de l'accompagnement. Dans la section suivante, nous présentons et analysons les SDA et SDP mis en œuvre par Sylvie (séances effectives). Notre analyse porte sur les écarts entre ce qui était prévu et ce qui a été réalisé, sous l'angle des difficultés du système didactique rencontrées lors de la mise en place du dispositif d'aide aux élèves en difficulté, et de leurs effets sur les fonctions du dispositif.

3. Analyse de la mise en place du dispositif en lien avec les cinq fonctions

Les résultats concernent les principales difficultés du système didactique ayant été rencontrées lors de la mise en place de ce dispositif. Afin de mieux les situer, nous présentons en annexes 1 et 2 les synopsis du SDA et du SDP effectifs. Entre ce qui était prévu lors de l'accompagnement et ce qui a été réalisé, voici les principaux changements observés :

I. Lors du SDA (voir annexe 1), les élèves font référence à la capacité qu'ils ont vue précédemment ; Sylvie décide alors de traiter de la différence entre volume et capacité alors que ce n'était pas prévu au départ.

II. Sylvie modifie l'introduction du SDP (voir annexe 2) en traitant de la différence entre la capacité et le volume à la suite de ses observations dans les SDA.

III. Le matériel choisi pour illustrer la différence capacité/volume est une boîte de forme d'un pavé droit possédant un couvercle transparent qui s'enlève et un contour épais à l'intérieur (voir l'image de l'annexe 2).

IV. Le matériel choisi pour la réalisation de l'activité est un ensemble de pavés en carton qui ne peuvent pas s'ouvrir ni donc être remplis, mais qui sont vides.

V. La comparaison porte sur deux boîtes (et non trois) et chaque équipe reçoit une seule de ces boîtes pour réaliser l'activité.

VI. Durant la résolution du problème (SDP), Sylvie fait une mise au point (étape 5) afin de clarifier le concept de volume en immergeant et comparant le volume de deux objets (un cube en Plexiglas fermé et le même cube sans couvercle – voir l'image à l'annexe 2).

Ces changements semblent avoir eu des répercussions sur les fonctions du dispositif d'aide aux élèves en difficulté, mais la plus affectée est la fonction mésogénétique. Par conséquent, elle est la première traitée dans cette analyse et nous abordons les quatre autres en relation avec cette dernière.

3.1. Fonction mésogénétique

En ce qui a trait à cette première fonction, les élèves en difficulté ont rencontré certaines règles définitoires lors du SDA et le savoir en jeu est resté à l'étape d'anticipation, mais des éléments perturbateurs, comme nous le verrons dans ce qui suit, semblent avoir freiné cette fonction lors de l'expérimentation et ils représentent des difficultés du système didactique. Certaines difficultés sont liées, plus globalement, au projet d'enseignement, d'autres sont en lien avec le choix du matériel et enfin, d'autres sont issues du concept même de volume. Chacune de ces difficultés est détaillée ci-dessous.

3.1.1. Difficultés engendrées par le projet d'enseignement du volume

Une première difficulté relève des visées que Sylvie s'était fixées selon les apprentissages précédents de ses élèves et les éléments transmis lors de l'accompagnement. Voici un schéma (figure 5) qui illustre la situation :

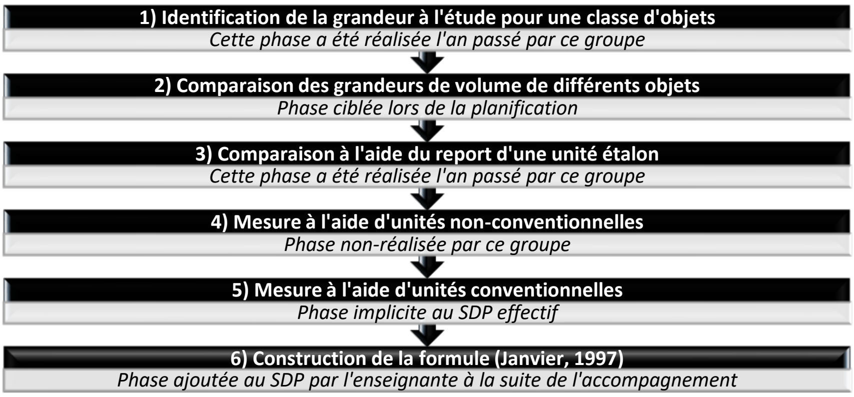

Figure 5. Chronologie de l'enseignement du volume (Roegiers, 2011)

Dans la figure 5, la progression proposée par les chercheurs (voir 2.3) est composée de six étapes numérotées ; la situation du groupe d'élèves pour chacune de ces étapes est indiquée en italique. Sylvie prend pour acquis que ses élèves peuvent identifier et isoler la grandeur volume d'un pavé droit et reconstituer un objet physique à l'aide de cubes-unités, conformément au programme de formation. Lors de l'accompagnement, ce schéma est présenté à l'enseignante, avec l'emphase mise sur la phase 2 et sur les étapes visées à la phase 6 avant d'en arriver à la formule tridimensionnelle, $L \times l \times h$ (Janvier, 1994). Après discussion, la visée prévue est la comparaison du volume de trois pavés droits (phase 2 et non pas phase 6). Pour les chercheurs, le traitement de la grandeur est central à cet objectif et le choix du matériel (trois objets fermés en styromousse) répond à cette visée, mais Sylvie s'est plutôt tournée vers la mesure. Pour réaliser le SDP, le synopsis de l'annexe 2 illustre qu'elle a choisi de fournir : une seule boîte par équipe (changement de tâche : mesure et non plus comparaison) ; des cubes-unités de $1cm^3$ (mesure) en nombre insuffisant afin de valoriser l'émergence d'une formule embryonnaire (τ_7) (phase 6). Pour les chercheurs, chacune de ces étapes nécessite plusieurs séances s'étalant sur une ou deux années scolaires. Sylvie a ainsi extrait des variables pertinentes de la phase 2 à la phase 6, mais en les intégrant à une seule séance. Peu d'éléments explicatifs de ces changements sont disponibles dans le cadre de ce projet (limite de nos données brutes), mais nous pouvons émettre l'hypothèse que cette progression n'était pas connue de l'enseignante et que son appropriation aurait nécessité une plus grande part d'investissement, par exemple en détaillant des séquences d'enseignements possibles pour chacune des phases, le matériel qui peut leur être lié, les raisonnements et les difficultés anticipées des élèves pour chacune d'elles. Cependant, le temps alloué dans ce projet n'ouvrait pas vers ce type d'appropriation didactique puisque l'enjeu était davantage l'appropriation du dispositif d'aide : il peut donc y avoir un décalage entre l'accompagnement reçu et son application en classe. Ici, nous pourrions aussi émettre l'hypothèse que la dévolution des savoirs didactiques proposés par les chercheurs semble avoir échouée à court terme pour Sylvie.

Une autre difficulté se réfère à un raccourci que Sylvie emploie pour amener les élèves à considérer les trois dimensions de la boîte pour aborder le volume :

SDA – Étapes 2-3

P *: Est-ce qu'on peut trouver le volume de cette feuille? ... Tantôt toi, tu nous en as parlé de la capacité d'un verre d'eau, c'est ça ? … donc si je veux calculer le volume de cette feuille, je vais la remplir avec de l'eau ?... Mon objet doit-être comment ?*
Réponses : 3D
P : *En 3 dimensions, quelque chose qu'on peut mettre de quoi dedans. […] C'est en 3D, c'est comme ça. Donc ça prend une forme qu'on peut toucher, qu'on peut remplir avec quelque chose, ou on peut regarder l'espace que ça prend. Une feuille c'est mince, mince, donc c'est difficile de calculer le volume de ça.*

SDP – Étape 4

P : *Qu'est-ce que vous faites ?*
E3 : B*ien, je voulais mettre des petits cubes en haut [recouvrir la face du haut] sur la longueur et sur la largeur [recouvrir chacune de ces trois faces].*
P : *OK, qu'est-ce que ceci va vous donner ?*
E3 : *Ça va nous donner comme la dimension, je pense.*
P : *Est-ce que cela va vous donner le volume ?*
E3 : *Non, l'aire.*
P : *C'est quoi l'autre étape que vous allez devoir faire pour trouver le volume ?*
[les élèves ne semblent pas savoir quoi répondre]

P : P*arce qu'hier [lors du SDA] on a parlé que c'était des objets en 3D.*
E3 : *Oui.*
P : *Donc quand on calcule le volume…*
E4 : *[inaudible] On va, on va… les trois dimensions… la hauteur [E4 pointe la face du haut de son pavé, puisqu'elle fait L×h et que E3 fait l×h]… [inaudible] on va faire un « fois»…*
P : *OK, je vous laisse aller, on va regarder ça à la fin.*

Elle utilise cette explication pour mentionner qu'un objet physique qui a un volume est en 3D, mais aussi pour s'éloigner du calcul de l'aire (2D). Elle insiste sur le fait que l'objet est en 3D et que donc pour trouver le volume, il faut prendre en compte les trois dimensions. Cette explication peut devenir un moyen mnémotechnique pour le calcul de $L \times l \times h$, mais ne fait pas toujours sens dans une situation donnée : des grandeurs 2D (ex. : aire latérale) et 1D sont également attachées à l'objet 3D.

3.1.2. Difficultés engendrées par le choix du matériel pour traiter du volume

Une troisième difficulté découle du fait que les objets physiques retenus sont en carton et vides (voir annexes 1 et 2). Or l'une des conceptions des élèves avant tout enseignement du volume est attachée à la mesure de ce qui est plein (Andreucci et Mercier, 2005). Ce choix pourrait expliquer la principale technique choisie par les élèves en ne considérant que l'extérieur ; il pourrait aussi avoir renforcé l'association capacité-intérieur et volume-extérieur qui semble se dégager de l'étape 1 du SDP ou encore avoir renforcé la confusion volume-aire. L'extrait suivant présente comment cette confusion s'est manifestée chez certains élèves :

SDP - Étape 4
P : *Qu'est-ce que vous faites ?*
E7 : *Pour la surface, on fait ça fois ça, on fait ça pour chaque pour trouver le volume.*
P : *OK, donc là votre cube est vide si je comprends bien ?*
E7 et E8 : *Oui.*
P : *OK, mais comment tu peux savoir si ton cube est vide ? Moi, il occupe un espace au complet.*
E7 *: Oui.*
P : OK, mais l'intérieur, il est plein aussi. Il occupe de l'espace l'intérieur, comme l'extérieur.
E7 : Oui, mais l'intérieur ne prend pas de la place parce que peu importe ce qu'il contient il ne prendra pas plus de place puisque c'est l'enveloppe qui prend de la place. C'est elle qui est constituée de la matière.
E8 : Ha… […]
P : Continuez d'essayer. Moi je te dis que l'intérieur est occupé là (elle tape sur la boîte). Toute la boîte est occupée. Elle occupe l'espace au complet

Comme ceci est souvent le cas, le choix du matériel vient influencer les apprentissages des élèves et ici il semble renforcer une conception spontanée des élèves à propos du volume : le volume mesure ce qui est plein.

Une quatrième difficulté est en lien avec l'utilisation d'objets physiques avec couvercle. Lors de l'introduction du SDP, Sylvie choisit un tel objet (voir l'annexe 2) pour faire la distinction entre le volume et la capacité. L'explication est cohérente en ne considérant que la boîte sans le couvercle, mais le sens change lorsque cet objet est refermé : « *Si tu reproduis l'intérieur avec les petits blocs [sa capacité], tu le mets à côté, ton résultat risque d'être plus petit que cette boîte au complet. [...] Quand je ferme la boîte, c'est sûr que la boîte prend plus d'espace que son intérieur. Parce que ses parois sont très épaisses.* ». Lorsque nous refermons cette boîte, il est question d'un autre objet – la boîte fermée. La transformation du matériel (boîte sans couvercle représentant un récipient et boîte avec le couvercle en forme de pavé droit) injecte ainsi une autre variable dans la situation qui n'est pas évidente à considérer conceptuellement. Il en est de même à l'étape 5, lorsque l'enseignante veut invalider la technique τ_a : elle choisit d'exploiter l'immersion d'un cube en Plexiglas (annexe 2). En l'immergeant, il est possible d'observer que l'espace qu'occupe cette boîte doit aussi tenir compte de son intérieur (l'eau ne peut pas prendre l'espace à l'intérieur). Mais, afin d'aller plus loin dans son explication, elle décide d'enlever le couvercle : *«Donc quand tu calcules le volume, tu dois aussi considérer l'intérieur. Mais si tu mesures juste les surfaces, il y en a qui mesurent seulement les surfaces, et ils les additionnent ensemble, ils ne trouvent pas l'espace qu'il prend. On doit considérer l'espace à l'intérieur aussi. C'est pour ça que ça monte.* » Cette explication, même si elle sous-entend des défis conceptuels importants, permet à Sylvie d'aider plus de la moitié des équipes à aller au-delà de la technique τ_a, ce qui était bien son intention ici en proposant l'immersion de ces deux objets. Mentionnons que 9 des 10 équipes de la classe avaient opté pour cette technique erronée.

3.1.3. Difficultés engendrées par la confusion volume-capacité

La distinction entre le volume et la capacité, nouvelle pour Sylvie, a été abordée lors de l'accompagnement. Lors du SDA, Sylvie remarque que les élèves ne la font pas non plus. Elle choisit par conséquent d'ajouter une explication à ce sujet dans le SDA et dans l'introduction du SDP. Les extraits ci-dessous illustrent ces deux moments et aussi un troisième où cette confusion est visible chez les élèves :

SDA - Étapes 5 – 6

P : *Là par contre, il faut faire la distinction entre capacité et volume. Parce que quand on parle de la capacité, on parle de l'espace disponible à l'intérieur de la forme. Moi, quand je te parle du volume, c'est l'espace que toute la forme prend. Donc c'est différent un petit peu. [...] Je te donne un exemple :*

P : *Tu vois, si je la remplis avec du sel au centre, je mesure la capacité de ma boîte, mais est-ce qu'elle donne l'espace que la boîte va prendre ?* […]
P *: La capacité c'est à l'intérieur et le volume c'est combien de place ça va faire.*

SDP - Étape 1
P : *La capacité, c'est l'intérieur, c'est ce que je vais trouver si je la remplis en dedans. Tu te rappelles quand on remplissait nos contenants avec du sel, de l'eau, des liquides, des blocs, avec des choses comme ça on calculait la capacité à l'intérieur. Mais tu vois ici, ma boîte a une grosse paroi, donc si je mesure la capacité, est-ce que ça va être la même chose que l'espace qu'elle va prendre dans mon bac là-bas ? … non. […] Si tu reproduis l'intérieur avec les petits blocs, tu le mets à côté, ton résultat risque d'être plus petit que cette boîte au complet.*

SDP - Étape 4
P : *Qu'est-ce que vous avez fait ?*
E1 : *On a mis des cubes jusqu'en haut, puis là on a vu combien ça faisait, on a compté ça [l'aire d'une face] et ça [la face opposée]. Puis après on a mesuré ces deux-là [deux autres faces opposées] et après ces deux-là [les deux dernières faces] et puis après on a fait tout cela et puis ça nous a donné, comme heu…, tout l'espace [fait le tour de l'objet avec sa main].*
P : *OK, tu penses que ça va donner tout l'espace, tu es sûre de cela?*
E2 : *Bien, tout l'extérieur.*
P *: L'extérieur, OK. Oui, OK, mais heu…, ce qui est en dedans n'occupe pas d'espace?*
E2 *: Oui, mais c'est ? … bien on a fait tout le tour.* […]
P : *Si tu regardes ta figure [elle tient la boîte dans ses mains], l'espace qu'elle va occuper… l'intérieur en occupe de l'espace aussi, il en prend de l'air, il en occupe.* […]
E2 : *Bien, il faut calculer le nombre de cubes en dedans ?*
P *: Il faut que tu la reproduises au complet, pas juste des faces avec un intérieur vide*.
E2 : *Donc il faut calculer l'intérieur aussi ?*
P : *Il faut que tu calcules combien de petits cubes il te faudrait pour tout le faire, il ne faut pas qu'il y ait d'espace vide.*
E2 : *Mais il y a du scotch [papier collant] dedans.*
P : *Oui, mais non tu ne peux pas l'ouvrir… Trouvez une façon.*

Il s'agit ici de la cinquième difficulté**.** Dans ces extraits, on voit que Sylvie définit le volume comme étant « l'espace que toute la forme prend ». Cependant, elle définit la capacité comme « l'espace disponible à l'intérieur de la forme », sans faire référence à l'objet de référence qui serait, ici, un récipient et non un pavé droit. Sylvie reprend le même exemple que celui présenté par les chercheurs, mais l'explique en termes d'espace intérieur. Ce faisant, les notions de volume intérieur et de récipient, qui n'ont pas été abordés lors de l'accompagnement, viennent s'immiscer dans ses explications. Une des conséquences observées est que 9 des 10 équipes ont associé la capacité à l'intérieur et le volume à l'extérieur (son enveloppe), en choisissant la technique erronée τ_a (extrait ci-dessus, SPD, étape 4).

Une dernière difficulté découle de la précédente. Nous savions que la confusion volume-aire était fréquente chez les élèves, mais nous ne nous attendions pas à ce ratio (90% des équipes). Cette réalité a aussi surpris Sylvie qui a trouvé que les assimilations de ce type étaient particulièrement fréquentes. Voici deux extraits montrant comment cette difficulté s'est manifestée :

> **SDA - Étape 4** [Confrontation de la première technique]
> P : *Donc si je fais ça [τ_a], est-ce que c'est juste ça que je vais calculer [les surfaces], ou je vais calculer l'espace que l'objet va prendre ?*
> E6 : *Tu calcules les surfaces.*
>
> **SDP - Étape 4**
> P : *Qu'est-ce que vous faites ?*
> E5 : *Bien, ici on va calculer en haut et en bas et on va faire un étage [face] de plus après.*
> P : *OK, puis toi tu es en train de faire l'étage d'un côté et toi l'étage de l'autre côté ? Allez-vous avoir assez de petits cubes ?*
> E5 : *Bien, on va faire un côté et puis on va faire fois 2 après.*
> P : *Fois 2 ?*
> E5 : *Oui, parce qu'il y a deux côtés [deux faces identiques].*
> P : *OK, est-ce que ça va te donner l'espace que prend ta boîte, si tu fais ça ?*
> E5 : *Oui…*
> P : *OK… ça va être quoi la différence, heu…, avec l'aire ?*
> E5 : *Je ne sais pas.*

Les élèves en difficulté ne sont pas plus en difficulté que les autres élèves de la classe puisque 9 équipes sur les 10 ont opté pour cette même technique erronée. Comment expliquer cette situation ? Par l'aide-mémoire fourni à l'étape 1 du SDP, par la confusion volume-aire, par l'emploi de cube-unités pour mesurer des aires ou par le fait que les boîtes étaient en carton (elles avaient une enveloppe, mais elles étaient vides) ?

De manière synthétique, malgré le fait que les élèves en difficulté ont pu rencontrer des éléments du milieu avant le SDP, les conditions mises en place pour la fonction mésogénétique ne semblent pas avoir permis à ces derniers de bénéficier autant que par le passé de ce dispositif d'aide. Ces conditions, exprimées ici en termes de difficultés du système didactique, viennent questionner :

- l'enseignement du volume dans la transition d'une année scolaire à une autre, du nombre de séances à y accorder et du temps dédié à chacune des phases ;
- le choix du matériel (avec ou sans couvercle, intérieur-extérieur, plein-vide, boîte-pavé), celui-ci pouvant venir renforcer une conception spontanée des élèves ou influencer leur compréhension du volume ;
- la complexité du concept de volume en termes de confusion ou de relations pouvant être entretenues avec la capacité (qui est un volume aussi), l'aire latérale ou totale ou encore le fait que l'objet soit un récipient ou non.

3.2. Fonctions chronogénétique et topogénétique

En lien avec la fonction chronogénétique, le but du dispositif d'aide est de fournir plus de capital-temps (Assude, 2005) pour les élèves en difficulté en rencontrant avant la classe le problème qui sera à résoudre. Cette fonction a effectivement pu être ici observée : le temps didactique n'a pas avancé durant le SDA, alors que le temps praxéologique a avancé. En effet Sylvie a pu traiter le concept de volume comme étant une grandeur associée à un objet physique en 3D et les élèves ont pu rencontrer des « ingrédients » (les trois dimensions) de la formule par le biais d'un exemple de pavé droit évidé, sans toutefois qu'il n'y ait de validation. En revanche, cette fonction ne semble pas non plus jouer entièrement son rôle dans ce dispositif puisque Sylvie reprend l'essentiel du SDA lors du SDP et que, malgré le fait que les élèves en difficulté soient synchronisés avec les autres élèves du groupe, il existe un décalage entre les techniques de l'ensemble des élèves et les visées de la séance.

La fonction topogénétique s'est manifestée lors du SDP pour les élèves en difficulté par leur engagement et la prise de parole, mais de manière moins claire que par les expérimentations antérieures. Les élèves en difficulté ont levé la main lors de l'introduction de la séance afin d'émettre des réponses au questionnement de Sylvie : un des élèves propose une technique de comparaison (τ_2). Cependant, comme nous l'avons constaté précédemment, la modification de la tâche (comparer *versus* trouver le volume) et le choix du matériel (un seul objet en carton par équipe sans comparaison qualitative possible) l'ont empêchée de pouvoir la mettre en action. Ces élèves se retrouvant confrontés à des impasses, leur engagement s'est rapidement essoufflé : ne pouvant pas exploiter τ_2, ils ont opté pour un raisonnement additif (τ_d ou τ_a) qu'ils n'ont pas su dépasser. Par ailleurs, ils ont repris les « ingrédients » mentionnés lors du SDA, mais sans être en mesure de les articuler. Cette fonction semble donc partielle puisque les élèves en difficulté ne semblent pas avoir pu bénéficier, dans les conditions mentionnées précédemment, de l'avance que pouvait leur procurer le SDA et qu'ils n'ont pu poursuivre leur engagement (affectif et cognitif) initial dans la résolution du problème lors du SDP. Comment expliquer cet essoufflement ? Sans avoir de réponse précise, les résultats semblent pointer vers les difficultés du système didactique mentionnées ci-dessus lors de la mise en place de ce dispositif comme source d'explication.

3.3. Fonctions de distanciation et d'espace de questionnement

La fonction de distanciation a été respectée dans cette expérimentation : en effet les élèves ont rencontré le concept de volume, à un rythme moins accéléré qu'en classe, sans être mis en action et sans que leurs propositions soient validées. Ils ont par conséquent assumé une posture d'attente entre le SDA et le SDP.

Enfin, la fonction liée à la création d'un espace de questionnement n'a pas été exploitée autant que dans le cadre d'expériences précédentes. Lors du SDA, Sylvie en apprend davantage sur les conceptions qu'ont les élèves sur le volume et la capacité ainsi que sur les outils qu'ils connaissent pour mesurer cette grandeur par son questionnement. Cependant, elle prend en charge les échanges réalisés et ce choix semble influer sur la place que les élèves occupent dans cet espace.

Conclusion

L'élaboration et l'expérimentation du dispositif d'aide ont mené l'enseignante à faire des choix dans l'action qui l'ont placée dans de nouvelles situations d'enseignement-apprentissage pour un concept peu exploré jusqu'à présent dans sa pratique professionnelle et faisant émerger des difficultés du système didactique. Ces difficultés ont eu principalement des répercussions sur la fonction mésogénétique, mais aussi, de manière systémique, sur les autres fonctions de ce dispositif. Elles semblent avoir notamment influencé la compréhension des élèves (intérieur-extérieur, récipient-pavé), leurs conceptions (plein-vide, intérieur-extérieur, couvercle ou non), l'analyse des techniques (volume-aire-capacité) ainsi que l'objet physique à l'étude (boîte-pavé-récipient ouvert ou non) de la part de l'enseignante. En outre elles ont eu un impact sur tous les élèves (et pas seulement ceux en difficulté).

Le dispositif n'a alors pas permis d'obtenir les effets souhaités auprès des élèves en difficulté et ce constat nous amène à évoquer l'hypothèse que le système didactique auxiliaire ne crée pas de conditions favorables au déroulement du SDP lorsque sa fonction mésogénétique est ébranlée. Il nous a ainsi été possible d'observer dans ce projet des dérives significatives lors du SDP qui n'étaient pas spécifiques au SDA. Il faut d'ailleurs mentionner que le concept de volume revêt une complexité conceptuelle importante pour son enseignement au primaire, comme il a été possible de le soulever dans cet article autant par le biais de l'analyse *a priori* et *a posteriori* que par les diverses difficultés rencontrées en classe de la part des élèves et de l'enseignante. De plus, parmi ces difficultés, certaines mettent en jeu l'articulation de l'accompagnement reçu et les pratiques de l'enseignante ou la dévolution des savoirs didactiques : jusqu'où est-il possible, pour les chercheurs, d'approfondir cette analyse didactique avec elle ? Et combien de temps peut-on y consacrer ? Pour faire écho à notre question de recherche, nous pourrions l'étendre à l'accompagnement des enseignants : *quelles sont les conditions favorables à l'accompagnement des enseignants dans la réflexion didactique entourant la mise en place d'un tel dispositif comme source de formation initiale ou continue?* Cette question sera fort probablement abordée dans nos recherches ultérieures.

Bibliographie

ANDREUCCI, C. & MERCIER, A. (2005). *Le volume : un exemple d'approche didactique d'un problème récurrent (quelques éléments pour un rapport de recherche à construire), Réunion du FNRS en éducation, projet de recherche « La mobilisation des connaissances antérieures.* » Paris.
https://www.researchgate.net/publication/320555596_Le_volume_un_exemple_d%27approche_didactique_d%27un_probleme_recurrent_quelques_elements_pour_un_rapport_de_recherche_a_construire

ANWANDTER-CUELLAR, N. (2013). Conceptions d'élèves de collège sur la notion de volume. *Petit x*, **93**, 53-75.

ASSUDE, T. (2005). Time management in the work economy of a class, a case study: integration of CABRI in primary school mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, **59**, 183-203.

ASSUDE, T., KOUDOGBO, J., MILLON-FAURE, K., TAMBONE, J., THEIS, L. & MORIN, M.-P. (2016a). Mise à l'épreuve des fonctions d'un dispositif d'aide aux élèves en difficulté en mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, **16(1)**, 1-35.

ASSUDE, T., MILLON-FAURÉ, K., KOUDOGBO, J., MORIN, M.-P., TAMBONE, J. & THEIS, L. (2016b). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, **36(2)**, 33-57.

ASSUDE, T., PEREZ, J.-M., TAMBONE, J. & VERILLON, A. (2011). Apprentissage du nombre et élèves à besoins éducatifs particuliers. *Éducation & Didactique*, **5(2)**, 1-20.

ASSUDE, T., THEIS, L., KOUDOGBO, J., MILLON-FAURÉ, K., MORIN, M.-P. & TAMBONE, J. (2015). Étude d'un dispositif pour aider des élèves à entrer dans le milieu d'une situation mathématique, Dans L. Theis (Dir.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*, *Actes du colloque EMF2015* (p. 769-778). Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, Société Mathématique d'Algérie Alger.

BARRETT, J. E., CLEMENTS, D. H., & SARAMA, J. (2017). *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph 16* : *Children's measurement: A longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume*. NCTM, Reston, VA.

BEDNARZ, N. (2013). *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement*. L'Harmattan.

CHARNAY, R. & MANTE, M. (2008). *Les mathématiques au concours de Professeurs des écoles* (Tome 1). Éditions Hatier.

CHESNAIS, A. & MUNIER, V. (2016). Mesure, mesurage et incertitudes : une problématique inter-didactique mathématiques/physique. *Actes du séminaire national de l'ARDM – 2015*. IREM de Paris – Université Paris Diderot.

CHEVALLARD, Y. & MERCIER, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. IREM d'Aix-Marseille.

CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, **12(1)**, 73–111.

CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, **19(2)**, 221-266.

CHOPIN, M.-P. (2011). *Le temps de l'enseignement. L'avancée du savoir et la gestion des hétérogénéités dans la classe*. Presses universitaires de Rennes.

CURRY, M., MITCHELMORE, M. & OUTHRED, L. (2006). Development of children's understanding of length, area and volume measurement principles. Dans J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková (Dir.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, p. 377-384). Prague : PME.

DE CHAMPLAIN, D., MATHIEU, P., PATENAUDE, P. & TESSIER, H. (1996). *Lexique mathématique, enseignement secondaire* (2e éd.). Les Éditions du Triangle d'or.

DESGAGNE, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des Sciences de l'Éducation*, **31(2)**, 245-258.

DESGAGNE, S. (2007). Le défi de coproduction de « savoir » en recherche collaborative, analyse d'une démarche de reconstruction et d'analyse de récits de pratique enseignante, Dans M. Anadòn & L. Savoie-Zajc. (Dir.), *La recherche participative, Multiples regards* (p. 89-121). Presses de l'université du Québec.

DOUADY, R. & PERRIN-GLORIAN, M. J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, **20**, 387-424.

GIROUX, J. (2014). Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Dans C. Mary, H. Squalli, L. Theis & L. DeBlois (Dir.), *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : Regard didactique* (p. 11-44). Presses de l'université du Québec.

HART, K. (1984). Which Comes First – Length, Area, or Volume? *Arithmetic Teacher*, **31(9)**, 16-18/26-27.

HERAUD, B. (1991). Construction et apprentissage du concept d'aire chez l'enfant du primaire, *Bulletin de l'AMQ*, **XXXI(4)**, 82-88.

JANVIER, C. (1992). Le volume comme instrument de conceptualisation de l'espace, *Topologie Structurale*, **18**, 63-76.

JANVIER, C. (1994). *Le volume. Mais où sont les formules ?* Modulo Éditeur.

JANVIER, C. (1997). Grandeur et mesure : la place des formules à partir de l'exemple du volume, *Bulletin AMQ*, **XXXVII(3)**, 28-41.

JAVOY, S., DECROIX, A.-A. & DE HOSSON, C. (2018). La construction du concept physique de volume en cycle III : Quelles difficultés ? Quelles stratégies didactiques. Dans M. Abboud-Blanchard (Dir) *Actes du colloque Espace Mathématiques Francophone 2018. Mathématiques en scène des ponts entre les disciplines*, (p.395-404). Université de Paris, IREM de Paris.

JOHAN, P., CERQUETTI-ABERKANE, F. & RODRIGUEZ, A. (1997). *Les maths ont une histoire, activités pour le cycle 3*. Hachette éducation.

KIM, E. M., & OLAH, L. N. (2019). *Elementary students' understanding of geometrical measurement in three dimensions* (Research Report No. RR-19-14). Educational Testing Service. https://doi.org/10.1002/ets2.12250

MARCHAND, P. & BISSON, C. (2017). *La pensée spatiale, géométrique et métrique à l'école : Réflexions didactiques* (2è éd.). Éditions JFD.

MARCHETT, P., MEDICI, D., VIGHI, P. & ZACCOMER, E. (2005). Comparing perimeters and areas children's preconceptions and spontaneous procedures, Dans *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME 4* (p. 766-776). Universitat Ramon Llull http://erme.site/cerme-conferences/cerme-4/.

MARY, C., SQUALLI, H., THEIS, L. & DEBLOIS, L. (2014 DIR.). *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : Regard didactique.* PUQ.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS (MENJS) (2020). *Programmes d'enseignement – Cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), cycle de consolidation (cycle 3) et cycle des approfondissements (cycle 4)*. Arrêté du 17-7-2020 (B.O. du 28-7-2020).

MINISTERE DE L'EDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT (MELS) (2003). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire, enseignement primaire,* Gouvernement du Québec.

MOLVINGER, K. & MUNIER, V. (2014). Étude des pratiques d'un enseignant sur les notions de contenance et de volume en CM2 en éducation prioritaire. *Educational Journal of the University of Patras*, **1(2)**, 34-53.

MOLVINGER, K. (2013). L'enseignement du concept de volume en CM2, *Actes du XXXXème colloque COPIRELEM* (CD-Rom, C16, p. 1-24). Nantes : COPIRELEM.

MOLVINGER, K., CHESNAIS, A. & MUNIER, V. (2017). L'enseignement de la masse à l'école élémentaire : pratique d'une enseignante débutante en éducation prioritaire. *Recherches en didactique des sciences et des technologies (RDST),* **15**, 133-167.

MOREIRA BALTAR, P. (1994-1995). Étude des situations autour du concept d'aire de surface plane. *Didactique et technologies cognitives en mathématiques*, séminaire, **171**, 189-218.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. (2016). *Le problème de l'enseignement des mesures des grandeurs géométriques à partir de l'exemple des aires*. hal-01385025.

PIAGET, J., INHELDER, B. & SZEMINSKA, A. (1973). *La géométrie spontanée de l'enfant* (2ème éd.). P.U.F.

RICCO G., VERGNAUD, G. & ROUCHIER, A. (1983). Représentation du volume et arithmétisation - entretiens individuels avec des élèves de 11 à 15 ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **4(1)**, 27-69.

ROEGIERS, X. (2011). *Les mathématiques à l'école élémentaire, tome 2. Géométrie, mesure de grandeurs, typologie des situations-problèmes.* De Boeck Université.

ROLGASKI, J. (1979). Quantités physiques et structures numériques. Mesures et quantifications. Les cardinaux finis, les longueurs, surfaces et volumes. *Bulletin de l'APMEP*, **320**, 563-586.

SALIN, M.-H. (2006). Du CM2 à la sixième : quelques pistes pour une transition plus efficace. *APMEP-Plot*, **13**, 2-7.

SALIN, M.-H. (2008). Enseignement et apprentissage de la géométrie à l'école primaire et au début du collège : le facteur temps. *Bulletin de l'APMEP*, **478**, 647-670.

SENSEVY, G. & MERCIER, A. (2007). *Agir ensemble. Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves*. PUR.

SENSEVY, G., MERCIER, A. & SCHUBAUER-LEONI, M.-L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*, **20(3)**, 263–304.

TAMBONE, J. (2014). Enseigner dans un dispositif auxiliaire : le cas du regroupement d'adaptation et de sa relation avec la classe d'origine de l'élève. *Les Sciences de l'éducation-Pour l'Ère nouvelle*, **2(47)**, 51-71.

TANGUAY, D. (2010). Les formules de volume et le principe de Cavalieri. *Petit x*, **84**, 7-26.

THEIS, L., ASSUDE, T., TAMBONE, J., MORIN, M.-P., KOUDOGBO, J. & MARCHAND, P. (2014). Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire ? *Éducation et francophonie*, **42(2)**, 160-174.

THEIS, L., MORIN, M.-P., TAMBONE, J., ASSUDE, T., KOUDOGBO, J. & MILLON-FAURE, K. (2016). Quelles fonctions de deux systèmes didactiques auxiliaires destinés à des élèves en difficulté lors de la résolution d'une situation-problème mathématique ? *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **21**, 9-38.

VERGNAUD, G. (1983). Une expérience didactique sur le concept du volume en classe de cinquième (12-13 ans). *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, **4(1)**, 71-120.

PATRICIA MARCHAND
Université de Sherbrooke
patricia.marchand@usherbrooke.ca

CLAIRE GUILLE-BIEL WINDER
Aix-Marseille Université & UR 4671 ADEF
Claire.winder@univ.amu.fr

LAURENT THEIS
Université de Sherbooke
Laurent.theis@usherbrooke.ca

TERESA ASSUDE
Aix-Marseille Université & UR 4671 ADEF
Teresa.dos-reis-assude@univ-amu.fr

Annexe 1. Synopsis du SDA effectif

Étape	Durée	Description du SDA	Mode de travail
1	19 s	**Légitimation** du dispositif d'aide et **présentation du sujet** de la rencontre	Discussion collective
2	2 min 53 s	**Première question** : *Je voulais voir avec vous, c'est quoi le volume. C'est quoi ?* Réponses : du bruit, ça a une quantité, le volume pour l'eau, la capacité. Sous-question : Est-ce que nous pouvons trouver le volume de cette feuille ? Sylvie voulait ici qu'ils mentionnent que les objets ayant un volume sont en 3D.	
3	28 s	**Synthèse** réalisée par Sylvie sur cette première tâche *: Là par contre, il faut faire la distinction entre capacité et volume. Parce que quand on parle de la capacité, on parle de l'espace disponible à <u>l'intérieur</u> de la forme. Moi, quand je te parle du volume, c'est l'espace que <u>toute</u> la forme prend. Donc c'est différent un petit peu. Donc non, je ne peux pas la remplir de sel et non je ne peux pas la remplir d'eau.*	
4	3 min 49 s	**Deuxième question** : *On [*le*] mesure avec quoi ?* Techniques proposées par les élèves avec la règle : mesurer l'aire des surfaces et les additionner (volume-aire latérale) ou mesurer les trois dimensions. **Identification d'autres outils** pouvant les aider à trouver le volume parmi ceux dans la classe. Réponses des élèves : des cubes et ensuite on regarde les dimensions extérieures (hauteur, largeur et longueur) Un élève mentionne qu'ils avaient utilisé ces cubes pour remplir des contenants, comme ils l'avaient fait avec du sel ou du sucre.	
5	3 min 6 s	**Nouvelle explication** : *Là par contre, il faut faire la distinction entre capacité et volume. Parce que quand on parle de la capacité, on parle de l'espace disponible à l'intérieur de la forme. Moi, quand je te parle du volume, c'est l'espace que toute la forme prend. Donc c'est différent un petit peu. Donc non, je ne peux pas la remplir de sel et non je ne peux pas la remplir d'eau. Parce que la capacité et le volume ce n'est pas tout à fait pareil.*	

		Sylvie réalise cette distinction à l’aide d’un exemple (voir ci-contre) 	
6	1 min 37 s	**Synthèse** par Sylvie de ce qui est à retenir pour le SDP : les propositions faites pourront être explorées, nous aurons à mesurer l’espace occupé par un objet à l’aide, non pas de la règle, mais de petits cubes et il ne faut pas confondre capacité et volume.	

Annexe 2 – Synopsis du SDP effectif

Étape	Durée	Description du SDP	Mode de travail
1	5 min 30 s	**Ajout d’une tâche 0** : clarification des notions de volume et de capacité sous forme de questionnement. Aide-mémoire au tableau :  *La capacité c’est l’intérieur de l’objet et le volume c’est l’espace occupé par l’objet*	Plénière 1
2	4 min 42 s	**Présentation des deux boîtes et prise des hypothèses au tableau** sur laquelle aurait le plus grand volume. Votes :  La boîte 1 (7 × 8 × 9) a le plus grand volume : 13 élèves La boîte 2 (16 × 5 × 6) a le plus grand volume : 2 élèves Les deux ont un même volume : 3 élèves	En grand groupe
3	2 min 38 s	**Présentation de la tâche 1 et distribution du matériel** : « *trouver le volume de ta boîte* ». Chaque équipe reçoit une boîte (#1 ou #2), une feuille pour les calculs et des cubes[13]. L’enseignante mentionne qu’elle va revenir sur les stratégies utilisées pour trouver le volume lors du retour.	
4	23 min	**Réalisation de la tâche.** Techniques observées : 9 équipes : τ_a (somme des aires latérales) 1 équipe : τ_7 (nb de cubes sur la 1ère tranche × nb de tranches)	En dyades

[13] L’enseignante a fourni un nombre de cubes plus grand que le nombre nécessaire pour construire la 1ère tranche, mais pas assez pour reproduire la boîte au complet (pour aller au-delà du dénombrement).

5	3 min 52 s	**Mise au point à mi-parcours :** comparaison de deux objets immergés (cube et cube sans couvercle) afin d'observer qu'il faut aussi tenir compte de l'intérieur de l'objet lorsque on veut trouver le volume. La τ_a est invalidée ici par l'enseignante.  	En grand groupe
6	8 min 27 s	**Ajustements des techniques par les élèves :** 5 équipes : τ_7; 1 équipe : τ_6 ($L \times l \times h$) 1 équipe : τ_5, mais sans soustraire les cubes sur les arêtes appartenant à deux faces et les tranches extérieures déjà calculées. 3 équipes : τ_6, mais accompagnée d'erreur de mesurage. Par exemple, mesure de chacune des dimensions prises à l'extérieur de la boîte (7×8×9 devient 8×9×9 avec le cube du coin extérieur à la base).	En dyades
7	7 min 6 s	**Retour collectif sur la comparaison des volumes :** La démarche de deux équipes qui ont utilisé la τ_7 pour l'objet 1 et 2 est reprise au tableau et il y a comparaison des volumes obtenus (504 cm^3 et 480 cm^3). L'activité se termine en revenant sur les hypothèses (13 élèves avaient bien anticipé) et après la cloche.	En grand groupe