Carine Reydy

Étude de gestes professionnels didactiques d'enseignants de Cours Preparatoire en seance de resolution de problemes

Abstract. Study of professional didactical teaching skills of first grade teachers in problem solving session. In this work, we question the practices of three first grade teachers in a basic problem-solving session. We identify the teaching skills and postures that emerge in the three practices based on the tools and methods developed by Bucheton. To explain the deep logic underlying the choices of these teachers, we analyze what each of them deploys in order to have a vision of the representations and strategies mobilized by their students to solve the problem posed. We specifically question certain didactical teaching skills that we see emerging and relate their capacity for transferability in a particular training framework.

Keywords. Teaching skill, teachers practices, basic problem, first grade.

Résumé. Nous interrogeons dans ce travail les pratiques de trois enseignants de CP en séance de résolution de problèmes basiques. Nous identifions les gestes professionnels et les postures qui émergent dans les trois pratiques en appui sur les outils et méthodes développés par Bucheton. Pour expliquer les logiques profondes qui sous-tendent les choix de ces professeurs, nous analysons ce que chacun d'eux déploie afin d'avoir une vision des représentations et des stratégies mobilisées par ses élèves pour résoudre le problème posé. Nous questionnons plus particulièrement certains gestes professionnels didactiques que nous voyons émerger et évoquons leur capacité de transférabilité dans un cadre particulier de formation.

Mots-clés. Geste professionnel, pratiques enseignantes, problèmes basiques, cours préparatoire.

La résolution de problèmes est l'un des principaux enjeux de l'apprentissage des mathématiques à l'école, les problèmes mathématiques[1] étant « à la fois la source et la finalité des connaissances mathématiques » (Houdement, 2011, p. 67). Les programmes d'enseignement pour le cycle 2 précisent à ce sujet qu'elle est « au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher,

[1] Par problème mathématique, nous entendons « toute situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèse et de vérification, pour produire une solution » (Vergnaud, 1986, p. 22) grâce à l'utilisation de notions mathématiques.

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 27, p. 53 – 88.

raisonner et communiquer » (M.E.N., 2018) et que « [l]'étude des quatre opérations commence dès le début du cycle à partir de problèmes qui contribuent à leur donner du sens » (*Ibid.*). Parmi les cinq heures hebdomadaires dédiées aux mathématiques en cycle 2 (M.E.N., 2015), nous pouvons donc supposer que les enseignants consacrent un temps de classe conséquent à la résolution de problèmes numériques.

Lorsqu'un élève résout un problème arithmétique, il convoque différents types de représentations mentales ou publiques[2] (Sperber, 2003, p. 133) de ce problème et qui peuvent être imagées, conceptuelles ou opérationnelles pour tenter de comprendre le problème et d'élaborer une stratégie. Si quelques-unes de ces représentations sont visibles, la plus grande partie constitue une boîte noire à laquelle l'enseignant n'accède pas. Pourtant, ce sont elles qui peuvent lui permettre de comprendre l'activité de l'élève et d'adapter ses réponses. Ainsi, le professeur ajuste continuellement son action en s'accommodant plus ou moins d'une incertitude sur les représentations que se construit et que mobilise l'élève pour résoudre le problème.

Nous nous intéressons dans cet article aux pratiques de trois enseignants de Cours Préparatoire[3] (CP) en séance de résolution de problèmes arithmétiques verbaux du champ additif, c'est-à-dire des problèmes numériques dont l'énoncé est un texte et qui se résolvent avec une addition, une soustraction ou une addition à trou. Ces séances sont menées dans le cadre d'une recherche-action centrée sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans le domaine du calcul et de la résolution de problèmes, au cours de laquelle chercheurs et praticiens interagissent en classe et lors de séances plénières de la recherche-action. Nous nous appuyons sur les outils et méthodes développés par Bucheton et al. (Bucheton, 2009 ; Bucheton et Soulé, 2009 ; Bucheton et al., 2015) pour identifier des gestes professionnels et des postures liés à l'enseignement de la résolution de problèmes qui émergent dans les trois pratiques. Pour tenter de comprendre les logiques profondes qui motivent les choix de ces professeurs, nous analysons ce qu'ils déploient afin d'avoir une vision des représentations mobilisées par leurs élèves pour résoudre le problème posé. Nous nous demandons quelle gestion de l'incertitude relative à ces représentations est faite par chacun d'eux et quel est son impact sur l'agir de ces professeurs et sur les apprentissages de leurs élèves. Nous questionnons plus particulièrement certains gestes professionnels orientés vers le savoir en jeu qui nous semblent porteurs pour

---

[2] D'après Sperber (2003), une représentation mentale existe à l'intérieur même de son utilisateur : il en est le producteur et l'utilisateur unique. Une représentation publique, en revanche, est un moyen de communication entre un producteur et un ou plusieurs utilisateurs qui sont distincts du producteur.

[3] Première année de l'école élémentaire en France, élèves de 6 à 7 ans.

les apprentissages. Au regard des échanges ayant eu lieu au sein de la recherche-action lors de séances plénières, nous nous interrogeons sur la transférabilité de ces gestes dans le cadre de la formation.

Après avoir décrit le cadrage théorique dans lequel nous nous inscrivons, nous énonçons nos questions de recherches et précisons la méthodologie utilisée pour le recueil des données. Nous analysons alors des extraits de séances menées par chacun des trois professeurs avant de conclure sur les gestes professionnels spécifiques que nous identifions.

1. Appuis théoriques

1.1. La théorie des champs conceptuels

Selon Vergnaud (1991), un concept n'acquiert du sens pour l'enfant qu'au travers des situations et des problèmes qu'il permet de résoudre. Il envisage une construction simultanée de l'addition et de la soustraction, de la multiplication et de la division et définit ainsi le champ conceptuel des structures additives comme l'ensemble des situations faisant appel à une addition, à une soustraction ou à une combinaison de ces deux opérations. De même, le champ conceptuel des structures multiplicatives renvoie aux situations dont le traitement appelle une multiplication, une division, ou une combinaison de telles opérations. Il élabore au sein de ces deux champs des catégories de problèmes. Pour le champ des structures additives qui concerne notre étude, il distingue six catégories : les problèmes de transformation (dynamique) d'un état-mesure en un autre état-mesure, les problèmes de composition (statique) de deux états-mesures en un troisième, les problèmes de comparaison établissant une relation (statique) entre deux mesures, les problèmes de composition de deux transformations (dynamiques), les problèmes de transformation d'une relation et les problèmes de composition de relations (statiques). Plusieurs études ont montré qu'à l'instar de la taille des nombres ou des difficultés lexicales de l'énoncé, l'appartenance à l'une des catégories de cette classification et la place de l'inconnue dans le problème avaient une incidence significative sur la réussite des élèves. Par exemple, 100 % des élèves de 6-7 ans de la cohorte étudiée par Riley et al. (1983) réussissent un problème de transformation négative dont les données numériques sont inférieures à 10, ne comportant pas de difficultés lexicales et dans lequel on cherche la valeur de l'état final (« Joe avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Tom. Combien de billes a maintenant Joe ? »). Ces performances chutent à 78 % lorsqu'ils doivent déterminer la valeur de la transformation (« Joe avait 8 billes. Il en a donné à Tom. Maintenant Joe a 3 billes. Combien a-t-il donné de billes à Tom ? ») et à 39 % lorsqu'ils cherchent celle de l'état initial (« Joe avait des billes. Il en a donné 5 à Tom. Maintenant Joe a 3 billes. Combien avait-il de billes ? »). La classification élaborée par Vergnaud est donc un indicateur pertinent pour guider le choix des problèmes proposés en classe. Elle nous sert de point d'appui pour l'analyse *a priori* des problèmes qui sont étudiés dans cet article : ce sont des problèmes de transformation pour lesquels la donnée recherchée peut être la valeur de l'état initial, de la transformation ou de l'état final et des problèmes de composition pour lesquels la donnée recherchée peut être la valeur du tout ou d'une des parties.

1.2. Processus cognitifs en jeu dans l'activité de résolution de problèmes

Julo décrit l'activité de résolution de problèmes comme un ensemble de « processus cognitifs ad hoc qui vont faire que l'on est capable ou non de mettre cette situation sous une forme telle que nos connaissances deviennent mobilisables pour les traiter. » (Julo, 2002, p. 35). Certains de ces processus ont pour objet la construction d'une représentation du problème qui permettra alors au sujet d'agir, c'est-à-dire d'élaborer une procédure ou une stratégie. Toutefois, il attire l'attention sur le fait que « ni la construction de la représentation, ni la résolution d'un problème en général, ne sont des processus linéaires » (Julo, 1995, p. 27). Au contraire, plusieurs processus interviennent simultanément et interagissent pour faire avancer la compréhension et la démarche de résolution. Il identifie deux types de connaissances ayant un rôle déterminant dans la mise en place de la représentation du problème : les connaissances liées aux outils de modélisation et celles qui sont liées « aux situations particulières que nous avons rencontrées auparavant et à l'expérience représentationnelle que nous avons acquise à leur propos » (*Ibid.*, p. 88). Cette mémoire de problèmes[4] se forme selon lui à partir « des différents problèmes auxquels nous sommes confrontés, des représentations que nous nous en faisons pour les résoudre et des analogies que nous percevons entre eux » (*Ibid.*, p. 88). Ainsi, deux cas de figure pourraient se présenter lorsqu'un élève découvre l'énoncé d'un problème : soit il reconnait une situation connue et il dispose alors d'une stratégie de résolution associée, soit il n'identifie pas de situation connue et il doit construire une représentation et une stratégie de résolution associée à ce nouveau problème. De ce point de vue, la confrontation régulière à des problèmes est primordiale pour que chaque élève enrichisse sa mémoire de problèmes. C'est en effet un cercle vertueux : plus l'élève résout de problèmes, plus il étoffe sa mémoire de problèmes et plus il est alors capable de résoudre, en partie par analogie, d'autres problèmes. Cette analogie n'est d'ailleurs pas forcément consciente : lorsque Julo interroge des sujets sur ce point, ils disent avoir « plutôt l'impression qu'à chaque nouveau problème ils « pensent directement » à le résoudre de la même manière que les précédents » (*Ibid.*, p. 90).

[4] Julo utilise l'expression « schémas de problèmes ». Toutefois nous préférons conserver dans cet article la terminologie « mémoire de problèmes » pour éviter toute confusion car le terme « schéma » sera employé à d'autres fins.

Dans la lignée de Julo, Houdement (2017) note que les pratiques enseignantes, souvent basées sur la monstration, ne sont pas toujours les plus adaptées au développement de la mémoire de problèmes des élèves car si elles leur permettent en général de côtoyer des problèmes, elles ne leur donnent pas nécessairement l'opportunité de mener à terme leur résolution :

> L'enseignant suppose souvent qu'assister à la correction (qu'elle soit magistrale ou proposée par l'entremise de brefs exposés d'élèves sur leurs productions) produira des effets positifs sur la prochaine résolution. (Houdement, 2017, p. 64)

Dans une étude menée auprès d'élèves de 8 à 11 ans, Houdement cherche à identifier des connaissances qui aideraient les élèves à résoudre des problèmes arithmétiques et dont l'absence serait pénalisante. Elle aboutit à la conclusion que la résolution de certains types de problèmes vus comme des briques élémentaires de raisonnement doit être automatisée en fin de cycle 3, dans le sens où la structure mathématique sous-jacente de ces problèmes doit être rapidement reconnue par les élèves. Ces problèmes, qu'elle nomme « problèmes basiques », sont les problèmes « à deux données […], où il s'agit de déterminer une troisième valeur […], à énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue » (*Ibid.*, p. 64). Elle insiste sur le fait qu'un enseignement progressif de ces problèmes sur les cycles 2 et 3 doit être pensé.

Pour les élèves concernés dans cet article, nous nous intéressons à des problèmes de transformation ou de composition du champ additif dont les énoncés répondent aux critères définis ci-dessus par Houdement. Ces élèves de CP ne disposent pour le moment que des opérations d'addition ou de soustraction pour résoudre un problème numérique. L'enjeu des séances étudiées ici est donc en premier lieu de leur faire percevoir que ces opérations ne permettent pas seulement de résoudre des problèmes de transformation dans lesquels l'état final est recherché, mais bien toute une « gamme » de problèmes.

1.3. Registres de représentations sémiotiques

Au cours des processus en jeu lors de la résolution d'un problème, l'élève mobilise tour à tour plusieurs types de représentations au sein de différents registres. En effet, Duval note que l'une des caractéristiques de l'activité cognitive en mathématiques est que « les objets mathématiques ne sont pas directement accessibles dans la perception […]. Il faut donc pouvoir en donner des représentants » (Duval, 1993, p. 38) qu'il nomme « représentations sémiotiques ». Il précise qu'il peut s'agir de « productions discursives (en langue naturelle, en langue formelle), ou non discursives (figures, graphiques, schémas...) » (Duval, 1996, p. 356) qu'il classe dans différents registres sémiotiques. Deux représentations distinctes d'un même objet donnent accès à des propriétés différentes de cet objet, c'est ce qui en fait l'intérêt. Duval appelle « conversion » le passage d'une représentation à une autre représentation appartenant à un registre différent ; il appelle « traitement » le passage d'une représentation à une autre représentation appartenant au même registre. Ainsi en situation de résolution de problème, l'élève est conduit à opérer différents traitements et conversions pour passer de l'énoncé du problème (registre de la langue naturelle) à l'écriture du calcul à effectuer et à l'éventuelle transformation de cette écriture (registre symbolique) en transitant peut-être par d'autres types de représentation (schémas ou représentations analogiques, avec usage de matériel, par exemple).

Duval (1996) note également que certaines représentations, qu'elles appartiennent ou non à un même registre, peuvent être « congruentes » ou « non-congruentes ». Par exemple, l'énoncé « Paul avait 5 billes. Il en gagne et il en a maintenant 8. Combien a-t-il gagné de billes ? » est congruent avec la représentation « 5 + ? = 8 » mais pas avec « 8 – 5 = ? ». En effet, si pour les deux représentations symboliques, chaque unité signifiante élémentaire de la première représentation est traduite par une et une seule unité signifiante élémentaire de la seconde, ces unités sont arrangées dans le même ordre pour « 5 + ? = 8 » mais pas pour « 8 – 5 = ? ». Par ailleurs, le verbe « gagner » induit plutôt l'addition que la soustraction ce qui renforce la non-congruence. Une conversion ou un traitement entre deux représentations est plus aisé lorsqu'il s'agit de deux représentations congruentes.

Dans cette recherche, cinq registres de représentations sont convoqués par les élèves lors de la résolution des problème étudiés : le registre de la langue naturelle (l'énoncé oral ou écrit et ses reformulations), le registre pictural (dessins), le registre des représentations schématiques (« boîtes » qui seront définies dans le paragraphe 3.3[5]), le registre analogique (jetons, figurines, doigts de la main, etc.) et le registre symbolique (expressions mathématiques utilisant des écritures chiffrées et des symboles). Certaines représentations mobilisées par l'élève sont rendues publiques et données à voir à l'enseignant. Comme nous allons l'expliquer dans le paragraphe suivant, elles peuvent lui servir d'indices pour essayer de comprendre la démarche de l'élève.

1.4. Espace problème de recherche de l'élève

La théorie de l'activité (Leontiev, 1975 ; Leplat, 1997) différencie les notions de tâche et d'activité : la tâche est « ce qui est à faire ; « le but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions »» alors que l'activité est « ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche » (Rogalski, 2003, p. 349). Plus précisément chez l'enseignant, on distingue « la tâche prescrite : ce sont les buts et les conditions explicités dans les textes prescriptifs » de « la tâche attendue : c'est le contenu réel

[5] D'autres représentations schématiques pourraient être mobilisés par les élèves mais ne sont pas apparues lors de l'expérimentation.

des attentes du prescripteur » et chez l'élève, « la tâche redéfinie : c'est la représentation de la tâche que se donne le sujet » de « la tâche effective : c'est celle à laquelle il répond effectivement, et qui peut différer de celle qu'il pense s'être fixée » (*Ibid.*, p. 350). L'activité est alors déterminée par la tâche effective.

Le constat de l'écart existant entre la tâche prescrite par l'enseignant et l'activité de l'élève en situation de résolution de problème arithmétique conduit Musquer (2009, p. 218) à considérer deux espaces de recherche : « l'espace tâche de recherche » constitué de l'expérience construite et raisonnée du maître (la consigne qu'il a donnée et l'interprétation qu'il en espère par les élèves, la ou les stratégies de résolution plus ou moins expertes du problème qu'il attend de ses élèves) et « l'espace problème de recherche » (EPR), espace mental et privé constitué de l'expérience empirique et tâtonnante de l'élève lors de la résolution de ce problème. De son point de vue, la construction de cet EPR est associée à la formation de plusieurs types de représentations dans une « série de va-et-vient, tantôt descendant vers des opérationnalisations possibles et tantôt remontant vers le problème posé pour le formuler » (*Ibid.*, p. 219). Ainsi, l'EPR désigne l'ensemble des processus que l'élève met en œuvre et des représentations qu'il mobilise lors de la résolution du problème : ces représentations peuvent être exclusivement mentales (par exemple, l'élève a en tête une image mentale du contexte du problème) ou plus ou moins publiques en étant oralisées (par exemple, l'élève énonce à voix basse une partie de la comptine numérique), gestuelles (il compte sur ses doigts, manipule des jetons) ou écrites (il produit un dessin intelligible par lui seul ou par un autre, ou encore une écriture mathématique ou une représentation schématique ayant précédemment été institutionnalisée en classe). Par essence, cet EPR est donc relativement opaque et l'élève ne donne souvent à voir qu'une infime partie de son contenu au professeur. En effet, il n'est pas toujours en mesure de formaliser oralement ou à l'écrit le recours à telle ou telle représentation. Comme le note Julo (2022), les analogies qu'il fait avec des problèmes stockés dans sa mémoire de problèmes peuvent en outre s'opérer de manière relativement inconsciente :

> il est vraisemblable que nous nous dotons […] d'une bibliothèque de cas, celle-ci se complexifiant très vite dès que notre maîtrise du domaine augmente. Nous avons quelquefois conscience de l'intervention de ces cas dans le processus de résolution, en particulier lors d'un raisonnement par analogie explicite (« Ah oui, c'est comme le problème que j'ai fait l'autre jour... »), mais cette intervention reste le plus souvent totalement implicite, limitée au façonnage de notre représentation du problème. » (Julo, 2002, p. 36)

Il est pourtant primordial pour l'enseignant d'accéder au moins partiellement à cet espace : en effet, c'est ce qui lui permet d'estimer l'écart existant entre la tâche qu'il pensait avoir prescrite et l'interprétation qu'en a fait l'élève, mais aussi d'identifier les difficultés que l'élève rencontre pour tenter d'y remédier. Nous postulons que grâce à ces informations, il ajuste son action *in situ* pour réorienter l'élève vers l'espace tâche de recherche qui correspond à son objectif initial. Pour interpréter les choix des trois enseignants de notre étude, nous regardons la manière dont ils procèdent pour prendre des informations sur l'EPR de leurs élèves.

1.5. Analyser l'agir didactique situé de l'enseignant et des élèves

Afin d'examiner « l'agir didactique situé » de ces trois enseignants, nous utilisons les outils, les concepts théoriques et les méthodes d'observation dont se sont dotés Bucheton et al. (Bucheton, 2009 ; Bucheton et Soulé, 2009 ; Bucheton et al., 2015) pour étudier la co-activité entre le maître et ses élèves et analyser l'action et les prises de décision de l'enseignant au regard de la situation et de ses contraintes. Ils postulent en effet que pour comprendre la diversité des obstacles inhérents à un apprentissage, il est nécessaire de penser conjointement l'appropriation des savoirs et le contexte d'apprentissage, d'envisager l'élève et l'enseignant comme des sujets sociaux et pas seulement comme des sujets épistémiques, de les considérer « comme des personnes, porteuses d'une histoire, d'une culture, d'un rapport à l'institution, d'un rapport au savoir enseigné » (Bucheton et Soulé, 2009, p. 30). Par *geste professionnel*, ils désignent de manière métaphorique « l'action de l'enseignant dirigée vers l'élève ou la classe, dans le but d'instruire ou d'éduquer » (Bucheton, 2019, p. 79). Les gestes de l'enseignant sont professionnels dans le sens où ils lui permettent d'ajuster son activité en fonction de celle de l'élève au vu du savoir visé. Ces gestes professionnels ont pour objectif premier la construction de *savoirs*. C'est en principe la préoccupation centrale du professeur, mais il la conjugue à d'autres au sein d'un « multi-agenda de préoccupations enchâssées » que l'on peut observer par la manifestation d'un certain nombre de gestes professionnels. Bucheton (2009) a identifié, de manière très générique, quatre autres catégories de préoccupations en étroite relation avec celle du savoir. Une de ces catégories est liée au souhait de maintenir une certaine *atmosphère* dans la classe par un « climat général cognitif et relationnel, un certain ethos (Maingueneau, 2002) qui autorise ou non la prise de parole de l'élève et régule le niveau d'engagement attendu dans l'activité » (Bucheton, 2009, p. 58). Une catégorie regroupe les *gestes de pilotage* des dimensions spatiotemporelles (contrôle du timing, gestion des déplacements de l'enseignant ou des élèves, du tableau, du matériel nécessaire à la leçon, etc.). Une catégorie englobe les *gestes d'étayage*, concept que les auteurs empruntent à Bruner (1983). Ces gestes « relèvent du double registre toujours en tension de l'enseigner et du faire apprendre » (*Ibid.*, p. 59) et se manifestent lorsque l'enseignant accompagne l'élève dans les apprentissages que l'élève ne peut conduire seul. Une catégorie regroupe les *gestes de tissage* : ils correspondent à ce que l'enseignant met en œuvre pour faire des liens entre les apprentissages, entre ce qui se passe à l'école et hors de l'école, pour donner du sens à la situation et au savoir visé.

Pour ces auteurs, les gestes professionnels *didactiques* sont les gestes :

> spécifiques aux objectifs de savoir ou compétences travaillés : choix de types de problèmes, de tâches, de milieux d'apprentissage, de temporalités, de formes d'étayage ou d'évaluation, etc. Ils évoluent et s'ajustent en cours d'année ou de cycle en fonction de l'avancée des apprentissages des élèves. (Bucheton, 2019, p. 209)

Dans le cadre des travaux menés au sein du projet « Étude didactique et interdisciplinaire des gestes professionnels d'enseignants du premier degré »[6] porté par la région Nouvelle Aquitaine, nous distinguons et définissons les notions de *cohérence* et de *pertinence* d'un geste professionnel. Un geste professionnel est *cohérent* s'il s'inscrit de manière rationnelle dans le projet pédagogique et l'éthique professionnelle de l'enseignant, s'il est possible de l'interpréter en termes de « logiques d'arrière-plan » et de « logiques profondes » (*Ibid.*, p. 209-210) de cet enseignant. D'autre part, nous qualifions un geste professionnel de *pertinent* s'il révèle la capacité de l'enseignant à ajuster ce geste en tenant compte des spécificités du ou des élèves auxquels il est adressé au regard du projet didactique poursuivi. Pour qu'un geste professionnel soit pertinent, il est nécessaire que le projet didactique auquel il est associé le soit aussi.

Pour s'adapter à l'activité des élèves face aux tâches proposées, l'enseignant met en œuvre des modes d'agir spécifiques que Bucheton et Soulé. (2009) nomment *postures*. Une posture regroupe différents gestes qui correspondent à des préoccupations conjointes. Au cours d'une séance, l'enseignant ajuste son action en passant d'une posture à l'autre et modifie ainsi potentiellement l'activité des élèves. Les auteurs identifient cinq grands types de postures chez l'enseignant :

– une *posture d'accompagnement* : il relève les difficultés, oriente vers les ressources disponibles, laisse du temps pour la réflexion et la discussion ;

– une *posture de contrôle* : il pilote les tâches en exerçant un contrôle fort, explique les erreurs et les corrige ;

– une *posture d'apparent lâcher-prise* : il n'intervient pas et laisse les élèves travailler en autonomie ;

– une *posture d'enseignement* : il formule, structure les savoirs, les nomme, en fait éventuellement la démonstration, il fait alors ce que l'élève ne peut pas encore faire tout seul ;

[6] Le projet réunit une équipe constituée de Caroline Bulf (porteuse du projet), Valentina Celi et Carine Reydy, didacticiennes des mathématiques, Virginie Billon et Véronique Boiron, didacticiennes du français et permet le financement du doctorat de Caroline Tuphile, doctorante en didactique du français.

– enfin, une *posture du magicien* : en théâtralisant la situation, il capte momentanément l'attention des élèves, « *le savoir n'est ni nommé, ni construit, il est à deviner* » (Bucheton et Soulé, 2009, p. 40).

Pour cerner ce qui se joue dans la situation d'enseignement, les auteurs précisent qu'il importe d'analyser simultanément l'agir de l'enseignant et celui des élèves.

2. Questions de recherche

Nous cherchons à identifier dans les pratiques de trois enseignants de CP des gestes professionnels didactiques spécifiques de la résolution de problèmes basiques. Les gestes ainsi repérés sont-ils cohérents ? Sont-ils pertinents au regard de leurs effets supposés sur l'activité des élèves ? Le cas échéant, ces gestes sont-ils transférables à d'autres enseignants dans le cadre de la formation ?

Afin de mieux comprendre les logiques profondes qui sous-tendent les choix des trois professeurs, nous interrogeons la manière dont ils procèdent pour accéder à l'EPR de leurs élèves : que souhaitent-ils en connaître ? Quel degré d'incertitude tolèrent-ils ? Quels sont les indicateurs qui témoignent pour eux d'une compréhension suffisante de la tâche à accomplir par l'élève ? Quels effets ce retour d'informations produit-il sur leurs actions, sur l'activité de l'élève et plus généralement sur la situation de recherche ?

Pour tenter de répondre à ces questions, nous pointons et nous catégorisons à partir des transcriptions de séances les gestes professionnels et les postures que nous voyons émerger dans les pratiques des trois enseignants. Ce découpage et cette classification sont artificiels : ils ne sont réalisés que pour guider l'analyse alors que l'imbrication des préoccupations de l'enseignant est constante. Par exemple, un même geste repéré chez deux enseignants qui apparaît en posture de contrôle chez l'un et en posture d'accompagnement chez l'autre nous conduit à interroger leurs logiques d'arrière-plan pour essayer de juger de sa cohérence et de sa pertinence dans chacun des cas. Ceci peut ensuite permettre, lors d'une réunion plénière de la recherche-action, de pointer ce geste pour tenter d'en valoriser une utilisation appropriée. La prépondérance marquée d'une posture chez un enseignant lors d'une séance est un autre exemple de signal qui nous conduit à un questionnement du même type.

3. Recueil des données

3.1. Éléments de contexte

Les trois classes choisies pour cette étude présentent plusieurs similitudes. D'une part, Céline, Angèle et Paul (les prénoms ont été modifiés pour garantir l'anonymat des participants) sont trois enseignants expérimentés : ils sont professeurs des écoles depuis 15 à 20 ans, Paul est titulaire du CAPPEI[7] et a été enseignant spécialisé pendant 8 ans, Angèle et Céline songent à préparer le CAFIPEMF[8]. Tous les trois exercent dans des CP « dédoublés » de REP[9] dont l'effectif est de 13 ou 14 élèves car ces classes bénéficient de la mesure « 100 % de réussite en CP » initiée en 2017 et dont l'objectif est de « garantir, pour chaque élève, l'acquisition des savoirs fondamentaux – lire, écrire, compter, respecter autrui ».

D'autre part, ces trois enseignants sont impliqués dans des recherches-action[10] centrées sur l'enseignement des mathématiques. Elles occasionnent des visites de classe fréquentes, chacune suivie d'un entretien entre la ou le professeur ayant mené la séance et la ou le chercheur l'ayant observée, des réunions en petits groupes (par niveau de classe ou par cycle) entre enseignants et chercheurs du projet et enfin des séances plénières réunissant tous les acteurs du projet au cours desquelles des extraits vidéos de classes sont visionnés et discutés et des échanges sont organisés au sujet des points ayant émergé des entretiens post-visites. C'est dans ce cadre que les séances étudiées dans cet article ont été filmées. Afin de donner davantage accès aux logiques d'arrière-plan des enseignants, des éléments des entretiens post-visites sont également restitués.

Enfin, les séances étudiées ont toutes eu lieu dans la deuxième quinzaine du mois de novembre 2019. Par conséquent, l'état d'avancement dans la programmation annuelle en mathématiques est sensiblement similaire dans les trois classes.

3.2. Modalités adoptées par les enseignants pour les séances

Dans la classe de Paul, la séance de résolution de problèmes basiques se déroule en atelier de quatre élèves dirigé par l'enseignant. Le reste de la classe travaille sur d'autres tâches mathématiques au sein d'ateliers autonomes. Les élèves sont réunis avec l'enseignant autour d'une table. Ce dernier lit l'énoncé du problème plusieurs fois, puis chaque élève répond sur son ardoise. Une barquette remplie de jetons est à disposition sur la table d'atelier. Au cours de l'atelier qui dure approximativement 10 minutes, Paul fait travailler les élèves sur deux problèmes (P1 et P2).

---

[7] Certificat d'aptitude professionnel aux pratiques de l'éducation inclusive.

[8] Certificat d'aptitude aux fonctions d'instituteur ou de professeur des écoles maître formateur.

[9] Réseau d'éducation prioritaire.

[10] « La recherche-action est un processus destiné à doter tous les participants de la scène éducative […] des moyens d'améliorer leurs pratiques grâce à leurs expériences éclairées et nourries des savoirs théoriques en cours. Tous les participants deviennent acteurs consentants du processus de recherche. » (Catroux, 2002, p.8)

Dans la classe d'Angèle, la séance de résolution de problèmes basiques est proposée à la classe entière, elle dure 45 minutes. Les élèves sont à leurs bureaux et travaillent également sur ardoise. Cinq problèmes (A1, A2, A3, A4 et A5) sont successivement traités. Pour chacun, Angèle lit deux fois l'énoncé et les élèves cherchent individuellement. Aucun matériel n'est immédiatement disponible.

Dans la classe de Céline comme dans celle de Paul, la séance de résolution de problèmes basiques a lieu lors d'un créneau d'ateliers mathématiques qu'elle dirige et qui concerne trois élèves. L'atelier dure environ 20 minutes. Toutefois, le support adopté diffère : les élèves travaillent sur un livret issu de la ressource utilisée par Céline – la MHM[11] – dans lequel figurent pour chaque problème l'énoncé écrit et un emplacement pour les écrits de recherche et la réponse de l'élève. Lors de l'atelier observé, les trois élèves découvrent le livret-MHM et son utilisation. Chacun avance à son rythme : il lit l'énoncé soit seul, soit avec l'aide de l'enseignante et répond à la question posée en écrivant si nécessaire dans l'encadré prévu à cet effet. Les élèves traitent, en fonction de leur rapidité, entre six et neuf problèmes du livret (C1 à C9). Dans la classe, les élèves ont a leur disposition la « boîte à problèmes » proposée dans la MHM : il s'agit d'une boîte contenant du matériel (billes, jetons, personnages, bande numérique, tableau de nombres, dés, etc.) que les élèves peuvent utiliser s'ils le jugent nécessaire. Ils peuvent également écouter des enregistrements des énoncés des problèmes sur un baladeur.

Les énoncés des problèmes proposés par Paul, Céline et Angèle figurent en annexe.

3.3. La ressource utilisée par Angèle et Paul

Dans le cadre du projet de recherche-action auquel ils participent, Angèle et Paul testent tous les deux une ressource conçue et mise à disposition par l'auteure dont l'objectif est de favoriser la mémorisation et la mobilisation des faits numériques additifs pour la résolution de problèmes basiques. Deux outils sont systématiquement utilisés : les « trios de nombres », expression qui désigne trois nombres liés par une relation additive ou soustractive (par exemple (3 ; 5 ; 8) car 8=5+3) et les « boîtes » qui sont des représentations permettant d'illustrer la structure additive existant dans le trio de nombres (figure 1).

---

[11] Méthode Heuristique des Mathématiques. Il s'agit d'un ensemble de ressources mathématiques conçues par Nicolas Pinel. Elles sont gratuitement accessibles en ligne à l'adresse https://methodeheuristique.com/ et également éditées chez Nathan.

<table><tr><td colspan="2">8</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td></tr></table>

Figure 1. Boîte du trio de nombres (3 ; 5 ; 8)

Cette représentation a entre autres été décrite et analysée par Fischer (1993) et reprise par Descaves (2000). Elle illustre aisément les problèmes de composition ou de comparaison d'états mais ne permet pas de rendre compte de la chronologie des événements présente dans un problème de transformation (*Ibid.*, p. 188), contrairement à des représentations s'appuyant sur la droite numérique (Davydov, 1975 ; Joffredo-Le Brun, 2020, p. 285). Toutefois, elle peut être indifféremment mobilisée par les élèves de Paul et Angèle pour des problèmes de transformation ou de composition. En effet dans la progression proposée, son usage a avant tout pour objectif de rendre compte des relations entre les nombres et de faciliter des traitements du type « 3 + ? = 8 ⇔ 8 – 3 = ? », et non pas de représenter le problème. La ressource est également accompagnée d'une liste de problèmes basiques conçue par l'auteure qu'Angèle et Paul utilisent pour les séances analysées dans cet article et plus généralement pour toutes les séances de résolution de problèmes basiques. Les échanges qui ont lieu entre praticiens et chercheurs lors des entretiens post-visites et lors des réunions en petits groupes ou en plénière permettent aux chercheurs du projet de réajuster continuellement la ressource puis de soumettre ces modifications à l'équipe enseignante : ainsi, un processus d'amélioration continue de la ressource s'organise autour de ces va-et-vient. Céline, qui fait partie d'une autre recherche-action, connait l'existence de la ressource testée par Angèle et Paul mais ne l'utilise pas cette année-là. Elle se sert du livret-MHM et d'autres problèmes de la MHM.

3.4. Analyse *a priori* des problèmes proposés

Dans les neuf problèmes du livret de la MHM traités dans la classe de Céline, il s'agit de déterminer l'état final dans un problème de transformation ou le tout dans un problème de composition ; de plus, les sept premiers se résolvent en calculant le résultat d'une addition. Il est à noter que plusieurs faits numériques en jeu ne sont pas « dans les tables d'addition » (C5 : 9 + 12 = ? ; C6 : 17 + 6 = ? ; C8 : 13 – 2 = ?). On peut donc supposer que les problèmes C1 à C7 et C9 devraient être majoritairement réussis malgré des erreurs de calcul prévisibles en particulier pour C5 et C6, alors que C8 devrait souvent donner lieu à un calcul erroné d'addition (premier problème soustractif après sept problèmes additifs). Dans les problèmes abordés dans les classes d'Angèle et Paul, les élèves sont conduits à déterminer tour à tour une des parties, le tout, l'état final ou la transformation et pour cela, ils doivent calculer alternativement le résultat d'additions, de soustractions ou d'additions à trou. D'autre part, le champ numérique convoqué est différent : tous ces problèmes sont « dans les tables d'addition » et font appel à des résultats mémorisés qui ont été travaillés préalablement dans la ressource proposée par l'auteure. Ainsi dans la classe de Paul, P1 devrait être majoritairement réussi et P2 peu réussi (recherche d'une des parties dans un problème de composition) ; dans la classe d'Angèle, A1 devrait être plutôt réussi et A4 très réussi. A2 comme A3 et A5 devraient donner lieu à davantage d'échecs (recherche d'une des parties ou recherche de la transformation négative). Enfin, on peut anticiper pour A2 des difficultés à interpréter correctement « 2 vaches qui sont marron et les autres sont noires et blanches », « noires et blanches » pouvant renvoyer à deux catégories distinctes de vaches pour certains élèves. Le tableau 1 récapitule les caractéristiques des problèmes proposés et les prévisions concernant les performances des élèves lors de leur résolution (- : peu réussi ; + : plutôt réussi ; ++ : majoritairement réussi).

Tableau 1. Récapitulatif des problèmes proposés

	Paul				**Céline**				**Angèle**			
Problèmes	P1	$\begin{smallmatrix}P_1\\P_2\end{smallmatrix} > ?$	3 + 4 = ?	++	C1	$E_i \xrightarrow{T^+} ?$	3 + 1 = ?	++	A1	$E_i \xrightarrow{T^-} ?$	8 – 3 = ?	+
	P2	$\begin{smallmatrix}P_1\\?\end{smallmatrix} > T$	2 + ? = 7	-	C2	$E_i \xrightarrow{T^+} ?$	8 + 2 = ?	++	A2	$\begin{smallmatrix}P_1\\?\end{smallmatrix} > T$	2 + ? = 6	-
					C3	$\begin{smallmatrix}P_1\\P_2\end{smallmatrix} > ?$	5 + 4 = ?	++	A3	$E_i \xrightarrow{?^-} E_f$	6 - ? = 4	-
					C4	$E_i \xrightarrow{T^+} ?$	6 + 5 = ?	++	A4	$\begin{smallmatrix}P_1\\P_2\end{smallmatrix} > ?$	4 + 4 = ?	++
					C5	$\begin{smallmatrix}P_1\\P_2\end{smallmatrix} > ?$	9 + 12 = ?	+	A5	$\begin{smallmatrix}P_1\\?\end{smallmatrix} > T$	3 + ? = 8	-
					C6	$E_i \xrightarrow{T^+} ?$	17 + 6 = ?	+				
					C7	$\begin{smallmatrix}P_1\\P_2\end{smallmatrix} > ?$	9 + 4 = ?	++				
					C8	$E_i \xrightarrow{T^-} ?$	13 – 2 = ?	-				
					C9	$E_i \xrightarrow{T^+} ?$	8 + 4 = ?	++				
Durée	10 minutes				20 minutes				45 minutes			
Modalité	atelier dirigé, 4 élèves				atelier dirigé, 3 élèves				classe entière, 14 élèves			
Consigne	orale, lue deux fois par Paul				lue par l'élève avec aide de Céline si nécessaire				orale, lue deux fois par Angèle			
Origine	liste conçue par l'auteure				livret MHM				liste conçue par l'auteure			
Support	ardoise, barquette de jetons				livret MHM, boîte à problèmes				ardoise			

4. Analyse des données

Les séances proposées par les trois enseignants ont été transcrites, puis les gestes professionnels ont été repérés et catégorisés. À chaque fois que des gestes consécutifs semblaient associés à des préoccupations conjointes, la posture correspondante a été identifiée, ce qui a fourni un découpage artificiel de chaque séance en successions de postures professionnelles. L'intégralité de la transcription ne pouvant être fournie, seuls des éléments saillants correspondant à des gestes professionnels qui nous semblaient intéressants à analyser sont restitués dans la suite du texte. Les enseignants sont désignés par leur prénom fictif et les élèves par une numérotation (E1, E2, etc.) correspondant à leur ordre d'apparition dans l'extrait concerné. Les indications portant sur leurs attitudes et gestes non-verbaux sont en italique. Dans trois extraits, les prises de parole sont numérotées afin d'y faire plus facilement référence (elles sont appelées « lignes » pour simplifier).

4.1. La séance menée par Paul : prédominance de la posture de contrôle

Pour le traitement du problème P1 (« Léa a invité 3 copines et 4 copains. Combien a-t-elle d'invités ? »), Paul adopte très brièvement une posture de lâcher-prise (après avoir répété trois fois l'énoncé, il se tait et cesse ostensiblement d'observer E1, E2, E3 et E4 pour poser son regard sur les autres tables d'ateliers), se place pendant une longue phase en posture de contrôle (qui se manifeste par une succession de demandes de justifications) et conclut par une phase rapide en posture d'enseignement. Dans l'extrait suivant, on peut aisément constater les effets de la posture de contrôle sur l'activité des élèves :

> [*Tous les élèves ont écrit 3+4= ou 3+4=7 sur leur ardoise.*]
> Paul : Vous n'avez pas besoin, donc, de manipuler les jetons, non ? Vous n'avez pas besoin de dessiner non plus ?
> E2 : Non.
> Paul : Vous allez m'expliquer pourquoi alors après, hein ! Faudra m'expliquer comment vous avez fait.
> [*E1 efface son ardoise, se saisit des jetons et en prépare un tas de 3 et un de 4*]

En effet, alors que tous les élèves de l'atelier ont directement produit une écriture mathématique correcte, il effectue un guidage serré vers d'autres types de procédures, ce qui a pour effet immédiat de faire renoncer E1 à la stratégie qu'il avait choisie. Paul précise en outre aux élèves l'enjeu du choix d'une procédure plutôt qu'une autre :

> Paul : Qu'est-ce que vous avez fait, E1, E2 et E3 ? E3, est-ce que tu peux expliquer ce que vous avez fait ? Pourquoi vous avez écrit ça ?
> E3 : Non…
> Paul : Non, vous n'êtes pas capables de me l'expliquer. Donc est-ce que vous avez compris, je ne sais pas… Je ne sais pas si vous avez compris le problème.

On voit nettement dans la persistance de la posture de contrôle que les procédures que les élèves exhibent ne suffisent pas à convaincre Paul d'un degré suffisant de compréhension de leur part. Ce doute peut s'expliquer ainsi : il s'agit d'un problème du champ additif et comme nous l'avons déjà précisé, à ce moment de leur scolarité les élèves ne disposent que de deux opérations (addition et soustraction). Un élève qui combinerait les données de l'énoncé avec une opération choisie au hasard obtiendrait donc une écriture mathématique adéquate dans la moitié des cas. Pour pallier cette incertitude, Paul semble vouloir fournir, par la monstration, un répertoire de procédures que les élèves n'ont pas spontanément mobilisées lors de la résolution du problème ou, pour le moins, qu'il n'a pas pu observer. Il leur suggère de faire appel à des représentations publiques tangibles (dessin ou jetons) qui lui donneraient davantage à voir de leur EPR. C'est lui-même qui fixe la nature de ces représentations, dont en particulier une reformulation de l'énoncé congruente à l'expression mathématique obtenue comme on le voit dans l'extrait suivant :

> Paul : E3, lis ce que tu as écrit s'il te plait.
> E3 : 3 plus 4 égalent 7.
> Paul : Oui, quel est le signe que tu as écrit ?
> E3 : Plus.
> Paul : Pourquoi tu as écrit « plus » ?
> E3 : Parce qu'elle a… Elle a invité 4 copains…
> Paul : En plus ! Elle avait 3 copines, elle a invité 4 copains en plus ! D'accord ? C'est ce que vous n'avez pas été capables de me dire, tous les deux.

L'utilisation de la représentation congruente à laquelle il aboutit est par ailleurs discutable : en effet, on peut redouter qu'elle engendre chez certains élèves l'effet inverse de celui escompté en instaurant dans leur esprit une règle du type « C'est quand j'entends « plus » ou « en plus » que je fais une addition ».

Dans le traitement du problème P2 (« Anna a 7 billes dans ses poches. Elle en a 2 dans sa poche gauche. Combien en a-t-elle dans sa poche droite ? ») dont la résolution met davantage les élèves en difficulté, on constate une alternance de postures plus fréquente et la posture d'accompagnement apparait de manière significative : dans l'enchaînement de gestes identifiés dans la transcription, on repère tour à tour une posture de lâcher-prise, de contrôle, de lâcher-prise, d'accompagnement, de contrôle et d'accompagnement. Lors de la dernière phase, Paul demande aux élèves, après la résolution du problème, comment on aurait pu représenter la situation à l'aide d'un dessin. On voit en lignes 1 et 12 qu'il s'appuie sur la production de l'élève le plus en difficulté (E4) et fait en sorte que ce soit lui qui conclue :

1. Paul [*montrant l'ardoise de E4 sur laquelle 7 ronds sont dessinés*] : Regardez, comment on fait pour le dessin ? Qu'est-ce que je peux faire pour le dessin ?
2. E4 : Heu… 7.

3. Paul : Elle en a 7 en tout. Elle en a 2 dans sa poche gauche. Qu'est-ce que je fais pour les 2 ? Comment je représente, sur l'ardoise, les 2 ?
4. E4 : Ben tu rajoutes 2.
5. Paul : Non. Mais non. Est-ce qu'on en a rajouté 2, là ? [*Paul montre les jetons au centre de la table*]. Non, on les a séparés… Comment je fais pour les séparer, là ?
6. [*E4 gesticule, sourit*]
7. E3 : T'as qu'à barrer.
8. Paul : On peut les barrer si tu veux. Tu veux qu'on en barre 2 ? Les barrer, ça voudrait dire qu'on les perd, qu'on les enlève. Là, ce n'est pas le cas.
9. E2 : Ils sont pas en moins.
10. Paul : Et non, elle ne les a pas perdues, elle les a juste mises dans sa poche. [*Paul entoure 2 ronds sur l'ardoise de E4*]. Voilà, celles-là, elles sont dans la poche gauche, celles-là, elles sont dans la poche droite, et en tout, ça fait ?
11. E4 : 7.

Par les questions qu'il adresse aux élèves (lignes 1, 5 et 8) et les réponses qu'elles occasionnent (lignes 7 et 9), on peut dire que Paul nourrit l'échange et accompagne les élèves E2 et E3 dans leur raisonnement. C'est en ce sens que l'on pourrait repérer ici une posture d'accompagnement. Toutefois pour E4 qui ne fournit pas les réponses attendues (lignes 2 et 4), voire ne répond pas (ligne 6), l'effet produit est différent : à l'issue d'une série de prises de paroles au cours desquels E4 s'exprime très peu, c'est finalement Paul qui, après avoir resserré ses questions vers la réponse qu'il attend, produit la représentation (ligne 10). E4 ponctue l'échange en annonçant simplement le nombre de ronds qu'il avait dessinés initialement. La posture de Paul s'apparente donc davantage à une posture de contrôle.

Une analyse des deux problèmes fait apparaitre une corrélation entre leur degré de complexité et leur traitement par Paul en termes d'alternance et de nature des postures adoptées : comme nous l'avions précisé dans l'analyse *a priori*, dans le problème P1, on cherche le tout alors que dans le problème P2, il s'agit de déterminer la valeur d'une des parties, ce qui en fait un problème plus difficile à résoudre pour les élèves. Paul, de par ses connaissances didactiques, a parfaitement conscience de cette différence. Il semblerait qu'il s'autorise une posture de lâcher-prise et bascule vers des postures d'accompagnement lorsqu'il juge le problème suffisamment complexe et qu'il modifie alors ses exigences sur les représentations de l'EPR des élèves qu'il souhaite pouvoir observer. Dans le problème P1, il signifie clairement aux élèves qu'il veut les voir dessiner, manipuler et reformuler l'énoncé, puis et seulement après, en phase de conclusion, il les conduit à produire une boîte[12] et une expression mathématique (3 + 4 = ?). Dans le problème P2 en revanche, il accompagne les élèves dans leurs raisonnements en s'appuyant sur deux types de représentations : des boîtes (non visibles dans l'extrait sélectionné) et des jetons. Il

[12] Cf. paragraphe 3.3.

ne fait référence à des représentations de type dessin qu'une fois le problème résolu, en interrogeant collectivement les élèves en fin de séance sur la façon dont on aurait pu « dessiner l'histoire ».

L'entretien entre Paul et la chercheuse qui suit la séance vise à mieux comprendre les intentions de Paul dans sa gestion de l'atelier. Pourquoi demande-t-il aux élèves d'utiliser des procédures auxquelles ils n'ont pas fait appel alors même qu'ils ont déjà résolu correctement le problème ? En particulier, Paul et la chercheuse s'accordent sur le fait que lorsque nous résolvons nous-même le premier problème, nous effectuons une addition car nous « reconnaissons » immédiatement un problème additif, ce que nous serions bien en peine d'expliciter. Dès lors, peut-on attendre d'élèves de CP qu'ils soient en mesure de verbaliser le choix d'une opération plutôt qu'une autre ? En réponse à ces interrogations, Paul explique qu'il a besoin de pouvoir observer des éléments qui témoignent d'un degré suffisant de compréhension de ses élèves. Pour ce premier problème, il pense que la plupart d'entre eux proposent une addition par effet de contrat (Brousseau, 1998) : ils additionnent les deux données numériques de l'énoncé sans s'être réellement représenté le problème, parce que l'addition est l'opération la plus disponible pour eux. C'est pourquoi il ne se contente pas d'une réponse du type « 3 + 4 = 7 ». La chercheuse lui rappelle que par l'alternance des opérations en jeu et de la place de la donnée recherchée, la liste de problèmes est conçue de manière à pouvoir rapidement déceler des élèves qui procèderaient au hasard, même si une incertitude momentanée est bien sûr inévitable. L'échange semble interpeler Paul mais ne pas le convaincre pleinement. La chercheuse n'a en outre au moment de l'entretien pas de solution alternative à lui proposer qui pourrait l'aider à savoir si ses élèves choisissent l'opération à effectuer sciemment ou au hasard. Ce questionnement est soumis aux enseignants et aux chercheurs de la recherche-action lors d'une réunion plénière et devient un nouveau sujet de réflexion pour la suite du projet. Nous décrirons dans les paragraphes 4.3 et 4.4 un geste professionnel didactique qui a émergé des réflexions et des observations menées dans le cadre de la recherche-action et qui offre une possibilité à l'enseignant de vérifier le niveau de compréhension de l'élève. Nous préciserons également de quelle manière Paul s'en est spontanément emparé pour enrichir sa pratique sur cet aspect.

4.2. La séance menée par Céline : entre accompagnement et lâcher-prise, une pratique plus individualisée et différenciée

Nous analysons les problèmes C1, C2, C3 et C5 dont le traitement comporte des épisodes significatifs. Pour le traitement du problème C1 (« Dans ma famille, il y avait 3 enfants avec moi. Maman a eu un bébé. Combien sommes-nous d'enfants à présent ? »), on note dans la pratique de Céline une alternance entre posture d'enseignement et de lâcher-prise, non seulement lorsqu'elle s'adresse à un élève en particulier mais aussi selon l'élève auquel elle s'adresse. Elle utilise un mode d'intervention plus individualisé que celui de Paul : par exemple, pour E1 qu'elle juge à l'aise pour la résolution de ce problème, elle adopte spontanément une posture de lâcher-prise :

> Céline [*à E1*] : Allez, vas-y.
> E1 [*montre l'emplacement sur le livret*] : On écrit la réponse là ?
> Céline [*à E1, avec un geste de la main lui signifiant de rester à l'écart de la conversation avec E3*] : Si tu sais, oui.

En revanche, elle adresse beaucoup plus ses interventions à E3 qu'elle estime plus en difficulté en alternant posture d'accompagnement, d'enseignement et de lâcher-prise. Dans l'extrait suivant, en posture d'enseignement, elle fait glisser l'élève du registre verbal au registre symbolique :

> E3 : 4 !
> Céline : Alors comment tu fais ?
> E3 : Y'a trois enfants et un bébé.
> Céline : D'accord. Et donc c'est quoi le calcul que tu as fait alors ?
> E3 : 3 plus 1 est égal à 4.
> Céline : Et beh ok.

Les deux professeurs cherchent à obtenir une reformulation verbale du problème ayant une structure congruente à l'écriture mathématique. Toutefois, la représentation attendue dans le registre verbal n'est pas la même. En effet, Céline utilise la formulation « Y'a trois enfants et un bébé » alors que Paul attend une formulation du type « Elle a invité 4 copains en plus » évoquant clairement l'opérateur en présence dans l'écriture mathématique. La suite de l'extrait illustre la façon dont Céline se saisit d'une intervention imprévue d'élève pour pointer la propriété de commutativité de l'addition :

> E1 : 1 plus 3 !
> Céline : 1 plus 3, est-ce que c'est pareil ?
> E1 : Heu…
> Céline : Je ne sais pas, je te pose la question. Est-ce que qu'on écrive 1 + 3 ou 3 + 1, c'est pareil ?
> E1 : Non, c'est pas pareil !
> Céline : Pourquoi ?
> E1 : Parce que c'est inversé.
> Céline : D'accord. Mais le résultat ?
> E1 : Ben c'est pareil le résultat.

Elle passe alors en posture d'enseignement pour la dernière phase de la résolution de ce problème :

> Céline : C'est ça ! Donc que tu écrives 1 + 3 ou 3 + 1, tu as raison, même si les nombres sont inversés, le résultat [*Céline ralentit son débit*] est le même. Dans l'addition, c'est ce qu'on avait vu ce matin.

Dans cet extrait, on voit apparaitre un geste professionnel didactique d'atmosphère (elle ralentit son débit lorsqu'elle dit « est le même » pour capter l'attention de l'élève) et un geste professionnel didactique de tissage quand elle précise que cette même propriété avait été étudiée dans un autre contexte le matin-même (« c'est ce qu'on avait vu ce matin »).

Le traitement du problème C2 (« Dans ma boite, j'ai déjà 8 perles dorées. Maman m'en donne 2 autres. Combien ai-je de perles maintenant ? ») fait apparaître un enchaînement de postures très similaire à celui du problème C1, avec une alternance entre postures d'accompagnement et de lâcher-prise en fonction des élèves auxquels Céline s'adresse et une conclusion en posture d'enseignement en fin de traitement du problème :

> Céline : Les 8, c'est celles que j'avais déjà [*Céline montre 8 doigts*]. Et maman, elle en a donné en plus, elle en a rajouté.

En effet dans cette réplique, Céline cherche à faire une démonstration du savoir en jeu. Elle se porte garante de la réponse qui a été produite. Il est intéressant de noter qu'elle s'appuie à nouveau sur le même type de représentation verbale que Paul : elle emploie une reformulation de l'énoncé utilisant l'expression « en plus » pour obtenir une représentation congruente à l'expression symbolique « 8 + 2 = ? » afin de faciliter la compréhension de la conversion entre ces deux représentations. Tout comme Paul, on peut remarquer qu'elle ne prend pas appui sur des représentations qui auraient été produites par les élèves pour illustrer son propos et on peut également redouter chez certains de ses élèves des généralisations abusives de ce qu'elle vient d'énoncer. Toutefois, alors que Paul fait appel à cette reformulation congruente en posture de contrôle et signifie aux élèves qu'il attendait d'eux qu'ils la produisent, Céline la mobilise en posture d'enseignement : c'est elle qui la fournit pour légitimer le recours à l'addition dans ce type de problème. Il semblerait que cette représentation n'endosse pas la même fonction dans la pratique des deux enseignants : pour Paul, c'est un moyen d'accéder à l'EPR de ses élèves et il les conduit, par ses interventions, à renoncer à leurs procédures initiales pourtant correctes ; Céline, en revanche, l'utilise comme justification mathématique en phase d'institutionnalisation.

Le problème C3 (« Dans le coin autonomie de la classe, il y a 5 fiches de mathématiques et 4 fiches de lecture. Combien y a-t-il de fiches en tout ? ») est traité encore plus rapidement que les deux précédents. Céline est en posture de lâcher-prise avec E1 et E4 et s'adresse exclusivement à E2 et E3 en posture d'accompagnement. Elle différencie son enseignement en consacrant toutes ses interventions à E2 et E3 qu'elle pense plus en difficulté et laisse E1 et E4 continuer leur travail de manière autonome : elle permet ainsi à E1 et E4 de traiter davantage de problèmes tout en se rendant plus disponible pour E2 et E3. Cependant cela a lieu au détriment d'interactions entre élèves qui se révèlent parfois plus fécondes que les échanges maître-élèves générés par cette modalité de travail. Plusieurs gestes d'étayages viennent confirmer le choix d'une gestion très individualisée de la séance, comme le montre l'extrait suivant :

> E1 : On peut tourner la page ?
> Céline : Oui. Alors après, chacun va aller à sa vitesse. Ici, c'est la table où on peut se donner un coup de main, où on peut poser des questions. E2, s'il y a des mots qui bloquent, je vais te montrer que les problèmes sont enregistrés et tu peux les écouter. Moi, je vais rester avec E3 pour lui donner un coup de main.

Encore une fois pour le problème C5 (« Mamie a planté des fleurs dans le jardin. Il y a une rangée de 9 tulipes et une rangée de 12 roses. Combien y a-t-il de fleurs au total ? »), Céline se place presque exclusivement en posture d'accompagnement, à l'exception d'un bref passage en posture d'enseignement en fin de traitement :

> Céline : Et beh oui, parce que les fleurs de Mamie, tu as raison, il fallait compter les tulipes, mais aussi les roses.

Sa pratique est à nouveau très individualisée : elle s'adresse majoritairement à l'élève E3 et adopte une posture de lâcher-prise avec les autres vers lesquels elle ne se tourne qu'à de rares instants si cela lui semble nécessaire ou s'ils en font la demande. Il semblerait que ce déroulement soit routinisé dans sa pratique.

Attardons-nous maintenant sur un épisode particulier entre E3 et l'enseignante. Céline lit lentement deux fois l'énoncé à E3 et revient sur les termes « rangée » et « tulipe » pour s'assurer qu'ils sont connus de l'élève. E3 propose alors spontanément « 9 plus 3 égalent 12 ». Cette réponse d'élève donne un exemple intéressant d'obstacle potentiel lié au travail sur les trios de nombres. Après un temps de flottement, Céline interroge E3 de la manière suivante :

> Céline : Alors où tu prends le 3 ?
> E3 [*regardant attentivement l'énoncé*] : Heu…

La question n'éclaire pas l'élève. En effet, E3 propose une réponse en combinant les deux données du texte (9 et 12) avec un troisième nombre (3) issu d'un fait numérique mémorisé qu'elle a identifié (9 + 3 = 12). Si elle avait proposé « 9 plus 12 égalent 21 » qui correspond à la réponse attendue, l'un des nombres (21) aurait également été absent de l'énoncé. Ce flottement et cette question caduque peuvent s'expliquer par le fait que Céline a été surprise par cette réponse imprévue. En effet, elle sait que les sept premiers problèmes du livret se résolvent par une addition des données de l'énoncé et s'attend donc à ce qu'E3 effectue spontanément une addition comme elle l'a fait pour les deux problèmes précédents. Prenant conscience de l'inefficacité de sa première intervention, elle suggère alors un changement de registre en sollicitant une autre représentation :

> Céline : Si on faisait un dessin ? Tu te rappelles qu'on a le droit de s'aider du matériel pour faire le film dans sa tête[13]. Comment on dessinerait les fleurs de Mamie ?

Il est à noter que dans son discours, Céline met sur le même plan les représentations du registre analogique et du registre pictural. De plus, on peut constater qu'elle convoque les mêmes registres de représentation que Paul, mais dans des circonstances différentes : ici, le recours au dessin est invoqué en remédiation, pour pallier un échec lorsque l'élève n'arrive pas à procéder autrement alors que Paul le propose après que les élèves ont fourni la bonne réponse, pour les conduire à justifier leur démarche. Céline essaie dans l'extrait qui suit de faire évoluer les dessins produits :

> Céline [*à E3 qui s'applique à dessiner les tulipes pétale après pétale*] : Non, bon, ok. Tu sais, après, le nombre de pétales, ce n'est peut-être pas très très important. L'important, c'est qu'on comprenne les fleurs que tu as représentées.

Après avoir rapidement représenté les roses par 12 cercles, E3 regarde son dessin et pointe les fleurs une par une avec son crayon pour les dénombrer.

> E3 : 21.
> Céline : Et alors, comment t'arrives à ce total de 21 ? Qu'est-ce que tu fais ?
> E3 : 9 plus 12 est égal à 21.
> Céline : Et beh oui parce que les fleurs de Mamie, tu as raison, il fallait compter les tulipes, mais aussi les roses. C'est bien. Tu vois que le dessin, il faut pas hésiter à le faire, E3. Ça permet de bien mettre le film dans notre tête et de le comprendre.

Enfin, Céline utilise un argument similaire à l'un de ceux utilisés par Paul :

> Céline [*à E1*] : Comment je peux savoir, ma grande, comment tu arrives à ce résultat, moi, si je n'ai pas réfléchi en même temps que toi et que je n'ai pas entendu ton raisonnement ? Tu es arrivée comment à ce résultat ? T'as fait quoi dans ta tête ?

Toutefois comme le montre la suite de l'extrait, la représentation attendue n'est pas la même. Paul souhaitait une justification orale alors que Céline attend ici une écriture mathématique :

> E1 : 12 plus 9.
> Céline : Tu voudrais bien me l'écrire ? S'il te plait. [*E1 écrit 12 + 9 dans son livret*]
> Céline : Ok. Pareil pour celui du dessous si tu veux bien. Ok ?

---

[13] L'expression « faire le film dans sa tête » fait référence à un procédé phare de Lector-Lectrix (Cèbe et Goigoux, 2009) repris dans la ressource Auditor-Auditrix qui en est une adaptation pour le CP produite et mise en ligne par des enseignants en 2017. L'objectif est d'apprendre aux élèves à construire une représentation mentale cohérente d'une histoire dans le but de favoriser la compréhension de textes narratifs. Ce procédé n'a pas été conçu par ses auteurs pour aider à la résolution de problèmes mathématiques, on peut donc légitimement interroger son efficacité dans ce cadre.

Lors de l'entretien qui suit la séance, Céline précise qu'elle a acheté cette année la version éditée du livret de la MHM pour chacun des élèves de sa classe. Elle tient à utiliser ces supports dans le but de « rentabiliser » son investissement, bien qu'il présente des aspects dont elle doute de la pertinence. En particulier, elle a bien noté avant la séance que les sept premiers problèmes du livret étaient des problèmes d'addition (recherche du tout dans une composition ou de l'état final dans une transformation positive) ; elle soupçonne le fait qu'après avoir résolu un ou deux problèmes, les élèves additionneront systématiquement les deux nombres présents dans l'énoncé pour les problèmes suivants, ce qui correspond exactement à l'effet de contrat redouté par Paul. Cette crainte est confirmée par le fait que la seule élève ayant traité le problème 8 a calculé le résultat de 13 + 2 au lieu de 13 – 2, ce qui témoigne aux yeux de Céline d'une perte de sens avérée. Elle s'appuie sur l'analyse qu'elle fait de la ressource pour interpréter les réussites et l'échec d'une de ses élèves, mais ne renonce pas pour autant à l'utilisation du livret pour l'année en cours. Dans ce geste de pilotage, l'aspect matériel – un investissement financier conséquent pour le budget de la classe – prime sur les enjeux didactiques dont elle a pourtant pleinement conscience. Céline assure toutefois qu'elle ne commandera pas de nouveau ces livrets l'année suivante.

4.3. La séance menée par Angèle : trois phases pour chaque problème

Nous analysons les traitements des problèmes A1 et A2 qui sont ceux comprenant les épisodes qui nous semblent les plus significatifs. Lors de la dévolution (Brousseau, 1998) du problème A1 (« Charlotte a 8 biscuits dans son sac. Elle en mange 3. Combien lui en reste-t-il ? »), Angèle, en posture de contrôle, cadre la recherche pour le groupe-classe et précise ses attendus :

> Angèle : Je redis. [*Angèle pose un doigt sur la bouche en regardant E1*]. Charlotte a 8 biscuits dans son sac. Elle en mange 3. Combien lui en reste-t-il ? [*Angèle baisse la voix*]. On fait son calcul, son trio de nombres. Après, quelqu'un viendra expliquer.

Elle se place alors en posture de lâcher-prise avec l'ensemble de la classe. Puis en posture d'accompagnement, elle propose des interventions individuelles ponctuelles avec quelques élèves et une intervention plus prolongée avec E4 qui a écrit sur son ardoise « 8 + 3 = 11 » :

1. Angèle [*à E4*] : C'est quoi, E4, mon histoire ?
2. E4 : Charlotte avait, heu… 8, heu, gâteaux…
3. Angèle : Oui.
4. E4 : Elle en mange 3… Du coup, ça fait 11.
5. Angèle : Ça fait 11 quoi ?
6. E4 : Gâteaux.
7. Angèle : Gâteaux que quoi ?
8. E4 : Heu…

9. Angèle : Moi, je veux savoir combien il lui reste de gâteaux. [*Angèle appuie le mot « reste » et marque une pause*].
10. E4 : Ben du coup, on va mettre le signe moins.
11. Angèle : Ah ! Pourquoi on va mettre le signe moins ?
12. E4 : Parce qu'on en enlève.

Nous notons un geste de tissage qui a pour objet de faire accéder l'élève à une stratégie correcte : Angèle rappelle une partie de l'énoncé qu'elle reformule partiellement, puis marque une pause après avoir insisté sur le mot « reste ». Elle fait ainsi écho à une liste de mots évoqués lors de précédentes séances et étant associés à la soustraction, liste qui sera à nouveau proposée aux élèves à la fin du traitement de ce problème. Si le geste de tissage observé ici est pertinent, on peut néanmoins remettre en question la pertinence du geste langagier qui y conduit : l'accentuation du mot « reste » en ligne 9 qui succède au jeu de questions-réponses des lignes 1 à 8 s'apparente à un effet Topaze (Brousseau, 1998) et permet d'obtenir la réponse attendue (ligne 10), ce qui est confirmé par le « Ah ! » satisfait d'Angèle en ligne 11. Ce passage débouche sur une phase rapide en posture d'enseignement dans laquelle Angèle, comme Paul et Céline, utilise une reformulation de l'énoncé congruente à la représentation « 8 – 3 = ? » :

> Angèle : Ah ! Pourquoi on en enlève ? Parce que si elle les mange, et beh elle ne les a plus, elle les a en moins. D'accord ?

Cependant, dans cette phase en posture d'enseignement (elle donne la justification mathématique de l'opération employée pour en garantir le choix), elle ne s'adresse qu'à une seule élève, ce qui n'est jamais le cas de Céline et de Paul lorsqu'ils adoptent cette posture. De même que Céline, Angèle prend en charge cette reformulation. Elle adopte alors une posture de lâcher-prise avec E4 (elle se lève et quitte sa table pour se rendre à celle d'un autre élève). Puis elle aborde une phase de mise en commun au cours de laquelle elle se place majoritairement en posture d'accompagnement alternant avec plusieurs temps rapides en posture d'enseignement. Dans l'épisode suivant, Angèle effectue un guidage fort dans le but d'inciter les élèves à opérer un traitement puis une conversion (ligne 7). C'est d'ailleurs elle qui effectue, en ligne 7, le traitement dans le registre de la langue naturelle permettant d'obtenir une reformulation congruente de l'énoncé :

1. Angèle : Vas-y. Alors, c'est l'histoire de qui ?
2. E6 : C'est Charlotte, elle a 8 biscuits dans son sac et elle en a mangé 3.
3. Angèle : D'accord. Et qu'est-ce qu'on veut savoir ?
4. E6 : Elle en a mangé combien ?
5. Angèle : Est-ce qu'on veut savoir combien elle en…
6. E6 : Ah ! Elle en a eu combien !
7. Angèle : Combien il lui en reste. Combien, à la fin, elle en a. D'accord. Comment tu vas écrire ça sous forme mathématique ?

Elle dirige alors l'élève vers une conversion dans le registre symbolique pour aboutir à l'expression mathématique « 8 – 3 = ? ». Plus tard, elle précise comment opérer le traitement qui fournit le résultat numérique :

> Angèle : Qu'est-ce que tu fais pour savoir ce que tu mets à la place du point d'interrogation[14] ? Comment tu fais ?
> E6 : Je regarde là. [*E6 montre une affiche qui recense des trios en boîtes*].
> Angèle : Et beh si tu veux. Soit on le connait par cœur et on l'écrit, soit on le regarde. Tu nous montres le trio ?
> [*E6 montre la boîte sur l'affiche*]

Puis elle replace le résultat dans le contexte du problème lors d'une conversion :

> Angèle : Alors ma question était : « Combien lui reste-t-il de biscuits ? ». C'est quoi la réponse, alors ? Il lui en reste combien, des biscuits ?
> Plusieurs élèves : 5.
> Angèle : Il lui reste 5 biscuits, très bien.

Elle termine en posture d'enseignement par un geste de tissage dans lequel elle effectue avec les élèves une association mathématique et linguistique :

> E12 : C'est l'affiche rose.
> Angèle : Pourquoi ? Pourquoi c'est comme l'affiche rose ?
> E12 : C'est moins, et aussi y'a point d'interrogation à la fin et c'était point d'interrogation à la fin[15].
> Angèle : Oui. Mon histoire rose, souvenez-vous, c'était quand on jouait au jeu de l'oie. On est sur la case 5 et on recule de 3 cases. Et on avait vu que quand on recule, on en enlève. Qu'est-ce qu'on avait dit, aussi, comme mots qu'on pouvait mettre ? Reculer, casser, détruire…
> E8 : Jeter.
> E13 : Démonter.
> Angèle : Enlever, perdre. Tout ça, c'est…
> E5 : Donner.
> Angèle : Donner, oui, si on donne… Très bien.

En effet depuis le début de l'année, des problèmes de référence ont été notés sur des affiches de couleur. Après la résolution de chaque problème, un élève repère

---

[14] Suite à un questionnement en séance plénière de la recherche-action, Angèle choisit cette année-là de faire utiliser le signe « ? » à ses élèves pour repérer la donnée recherchée dans l'écriture mathématique car ils ne parviennent fréquemment plus à l'identifier une fois le calcul réalisé. L'année suivante, elle fait plutôt entourer le nombre recherché pour ne pas utiliser un signe emprunté au domaine de l'écrit.

[15] Sur chaque affiche figure un énoncé de problème, l'écriture mathématique congruente à l'énoncé dans laquelle la donnée recherchée est représentée par un point d'interrogation et le trio de nombre associé dans une boîte.

l'affiche à laquelle correspond le problème. Puis des mots ou des formulations concordant avec le sens du problème de référence sont donnés. Notons que lors de cette phase de mise en commun, Angèle répète à l'ensemble du groupe-classe les mêmes gestes que ceux qu'elle avait adressés individuellement à E4. Le temps qu'elle « gagne » du fait de l'organisation collective de sa séance (contrairement à Céline et Paul, elle n'aura pas à reproduire l'atelier avec d'autres élèves) semble contrebalancé par des redites collectives lors de la mise en commun. Elle traite en proportion un nombre de problèmes comparable à celui de ses collègues.

Nous voyons à nouveau se dégager trois phases dans le traitement du problème A2 (« Un fermier a 6 vaches. Il y en a 2 qui sont marron et les autres sont noires et blanches. Combien a-t-il de vaches noires et blanches ? ») : la dévolution de la situation, une phase de recherche et une phase de mise en commun. Comme dans le problème précédent, elle adopte une posture de lâcher-prise après avoir précisé ses attendus et être revenue sur une ambiguïté de l'énoncé (une vache peut être noire et blanche, mais ni seulement noire ni seulement blanche) en posture de contrôle lors de la dévolution du problème. Pendant la phase de recherche, elle repère les productions erronées. En posture d'accompagnement, elle mobilise le geste professionnel didactique suivant : elle donne l'opportunité aux élèves de constater par eux-mêmes l'inadéquation de leurs propositions en leur demandant de s'assurer que la conversion « inverse » de celle qu'ils ont opérée est correcte :

> Angèle : Regardez ce que vous avez fait. Je vous le relis une fois. Regardez bien si ce que vous avez écrit correspond à mon histoire. Écoutez bien, E3 comme tout le monde, si ça correspond bien à mon histoire. E5, tu es avec moi ? Un fermier a 6 vaches. Il y en a 2 qui sont marron et les autres sont noires et blanches. Combien a-t-il de vaches noires et blanches ? C'est ça que je cherche. Regardez votre calcul pour voir si ça correspond à mon histoire.

Puis elle s'adresse à E7 en particulier en alternant, comme dans le problème A1, postures d'accompagnement et d'enseignement. Notons qu'elle commence par s'appuyer sur ce qui est correct dans la production d'E7 qui a écrit une boîte avec 6 (pour le tout), ? et 2 (pour les parties) puis a inscrit au-dessus : 6 + 2 = ? :

> Angèle [*à E7*] : Alors, cette histoire, elle correspond à quoi ? Ce que tu as écrit là ? [*Angèle montre le 2 dans la boîte*]
> E7 : Les vaches marron.
> Angèle : Oui, les vaches marron.

Par un geste professionnel didactique d'étayage assez proche de celui décrit ci-avant, elle incite E7 à vérifier la conversion qu'il a faite, ce qui le conduit immédiatement à déceler une erreur :

> Angèle [*à E7*] : Tu crois que ça, ça correspond à ça ? [*Angèle désigne tour à tour la boîte et l'égalité*]
> E7 : Non.

> Angèle : Pourquoi ?
> E7 : Parce que le point d'interrogation, il est au milieu.
> Angèle : Alors tu le corriges ?

Nous voyons ici l'intérêt que peut revêtir l'utilisation de représentations publiques telles que les boîtes dont l'usage a été systématisé en classe. L'élève et l'enseignante utilisent un langage commun qui permet de rendre visible pour E7 la structure mathématique du problème. Angèle le conduit alors à réaliser à nouveau la conversion qui consiste à passer de la boîte à l'égalité mathématique. Il est à noter que cette conversion, qui fait l'objet d'un travail spécifique dans l'ingénierie testée dans le cadre de la recherche-action, n'est pas mobilisée par Céline et Paul dans les séances observées.

> Angèle : Comment tu vas l'écrire ?
> E7 : 6 plus point d'interrogation
> Angèle : Regarde. [*Angèle désigne tour à tour le 6 de l'égalité et le 6 de la boîte*]. C'est 6 plus point d'interrogation ?
> E7 : Ah ! 2.
> Angèle : Pourquoi ?
> E7 : Heu, y'a… 2 vaches marron. Et y'a…
> Angèle : Plus les vaches noires et blanches. Et c'est égal à combien ?
> E7 : 6.
> Angèle : 6. Alors réécris ton calcul s'il te plait [*Angèle efface ce qui reste du calcul précédent*]. Vas-y.
> E7 : 2 ?
> Angèle : 2, oui. Les vaches marron.
> [*E7 écrit 2 +*]
> Angèle : Plus quoi ? [*Angèle montre dans la boîte*]. 2 plus…
> [*E7 complète son écriture par ? = 6*]
> Angèle : Et c'est égal à 6. Les vaches marron plus les vaches noires et blanches, ça fait toutes les vaches.

Dans la conclusion de cet épisode, elle fournit encore une fois une reformulation de l'énoncé congruente à l'expression mathématique utilisée. Pendant la mise en commun, elle alterne entre posture d'accompagnement et posture d'enseignement. Elle guide les élèves vers un registre qui lui semble plus approprié pour la résolution du problème :

> Angèle : Peut-être qu'avant d'écrire ton calcul, parce que c'est celui-là qui vous gêne, peut-être que tu pourrais ou regarder les affiches ou faire la boîte. Qu'est-ce qui est le plus simple ? Essaye d'expliquer.

Comme dans le problème précédent, elle redit en phase collective des éléments qu'elle avait déjà pointés en intervention individuelle lors de la phase de recherche.

4.4. Discussion

En premier lieu, nous notons à un niveau général que la variété des postures mobilisées chez les trois enseignants de l'étude dénote une grande stabilité dans leurs pratiques, ce que Bucheton (2019) décrit en précisant que l'enseignant expérimenté s'est constitué « un capital de postures pour enseigner. Elles lui permettent de penser plus vite dans l'action, lui ouvrent un panel plus large pour s'ajuster aux élèves, aux situations, aux imprévus » (Bucheton, 2019, p. 99). Au-delà de la nature des postures sollicitées, nous voyons se reproduire chez chacun d'eux des enchaînements de postures selon des patterns facilement identifiables : Paul se place majoritairement dans une alternance entre posture de contrôle et posture d'accompagnement s'il juge le problème facile, il n'adopte la posture de lâcher-prise que lorsque le problème lui semble complexe. La posture d'accompagnement domine largement chez Céline qui n'est jamais en posture de contrôle et fait preuve d'une pratique très individualisée. Angèle organise le traitement de chaque problème en trois phases : la dévolution du problème lors de laquelle elle précise ses attendus en posture de contrôle et conclut en posture de lâcher-prise pour l'ensemble de la classe, la phase de recherche pour laquelle elle se place en posture de lâcher-prise avec une majorité d'élèves et propose des interventions individualisées en alternant posture d'accompagnement et posture d'enseignement, la phase de mise en commun enfin au cours de laquelle elle oscille entre posture d'accompagnement et d'enseignement en effectuant des redites de ce qu'elle a pointé avec certains élèves dans la phase précédente. Ce constat vient étayer le postulat de stabilité émis par Robert et Rogalski (2002) selon lequel « il existe des choix analogues pour gérer des situations comparables, en amont de la classe et pendant la classe, ce qui ne préjuge pas du détail des déroulements correspondants, toujours singuliers. » (Robert et Rogalski, 2002, p. 508).

En second lieu, l'analyse de ces séances nous conduit à nous intéresser plus finement à certains gestes professionnels déployés par ces trois enseignants. Nous les qualifions de didactiques puisqu'ils sont spécifiques à la résolution de problèmes basiques du champ additif qui constitue l'objet de savoir en jeu dans les séances étudiées. Toutefois, le protocole utilisé ne permet pas de vérifier si ces gestes évoluent et s'ajustent au cours de l'année en fonction de l'avancée des apprentissages des élèves.

Tout d'abord, l'étude comparative de leurs pratiques met en évidence des différences concernant les représentations que les trois enseignants sollicitent au cours de la résolution d'un problème avec leurs élèves, que ce soit du point de vue de leur nature, du moment auquel elles sont mobilisées ou des raisons qui animent l'enseignant lors de leur utilisation. Dans les séances observées, Angèle et ses élèves font exclusivement appel à des représentations du registre de la langue naturelle (l'énoncé, des reformulations de l'énoncé, une phrase réponse), du registre symbolique (écritures mathématiques et résultat numérique) et du registre des représentations schématiques (boîtes). Céline, Paul et leurs élèves en convoquent également dans le registre pictural (dessins) et le registre analogique (jetons et matériel divers). En outre, ces deux derniers types de représentations n'ont pas forcément la même fonction dans la pratique de Céline et dans celle de Paul et peuvent correspondre à des logiques d'arrière-plan différentes. Chez Céline, leur recours constitue un geste professionnel didactique d'étayage : elle suggère à l'élève de les utiliser s'il ne parvient pas à résoudre le problème avec des représentations des registres de la langue naturelle, symbolique ou schématique. Paul, pour le problème P1, sollicite ces représentations *a posteriori*, lorsque les élèves sont déjà parvenus à résoudre le problème. Il encourage ses élèves à les utiliser en priorité car il pense que leur nature tangible lui donne accès à leur EPR.

Le deuxième geste professionnel didactique auquel on s'intéresse est commun aux pratiques des trois enseignants de l'étude. Nous l'appelons geste de *reformulation congruente* car il convoque une représentation particulière : il s'agit d'une reformulation de l'énoncé qui facilite la production de l'écriture mathématique exprimant le problème. Par exemple, Paul reformule l'énoncé « Léa a invité 3 copines et 4 copains. Combien a-t-elle d'invités ? » en « Elle avait 3 copines, elle a invité 4 copains en plus. Combien a-t-elle d'invités ? » afin de rendre plus visible l'emploi du signe « + » dans l'expression « 3 + 4 = ? ». Notons que ce nouveau problème peut être interprété comme une transformation alors qu'il s'agissait initialement d'une composition. Ce type de reformulation que les trois enseignants produisent peut faciliter la conversion entre le registre de la langue naturelle et le registre symbolique. Néanmoins, on peut noter que ces derniers l'introduisent avec une intention et selon des modalités différentes. Céline, dont la pratique est très individualisée, la fournit à l'élève auquel elle s'adresse pour ponctuer la résolution du problème par une justification mathématique de la procédure adoptée. Angèle procède de même, mais elle répète cet épisode une deuxième fois devant l'ensemble du groupe-classe en phase de mise en commun. Paul, pour sa part, l'utilise encore une fois comme un moyen d'accéder à l'EPR de ses élèves. Ce geste de reformulation congruente sert, chez Céline, Angèle et Paul, l'objectif d'apprentissage poursuivi bien qu'il soit motivé par des logiques d'arrière-plan différentes. Il est en ce sens cohérent dans la pratique des trois enseignants, mais la méthodologie adoptée ne nous permet pas concrètement d'en évaluer la pertinence. Comme nous l'avons évoqué précédemment, il existe un risque de sur-généralisation du type « Tout problème qui se résout par une addition contient le mot « plus » » par certains élèves. D'autre part, une interrogation persiste : Angèle, Céline et Paul produisent aisément cette reformulation congruente car paradoxalement, ils connaissent déjà l'expression mathématique qui traduit le problème. Mais lors de la résolution d'un autre problème, un élève qui ne dispose pas de l'écriture mathématique sera-t-il en mesure de choisir une reformulation congruente plutôt qu'une autre non-congruente qui pourrait alors l'induire en erreur ?

Enfin, nous avons pu observer dans la pratique d'Angèle deux autres gestes professionnels didactiques très proches l'un de l'autre. Le premier, que nous qualifions de *conversion inverse*, est un geste d'étayage qui consiste à demander aux élèves de vérifier si la conversion inverse de celle qu'ils ont opérée entre deux représentations est correcte : dans l'extrait de corpus, les élèves ont converti l'énoncé oral en écriture mathématique et Angèle leur demande de vérifier que l'écriture mathématique correspond à l'énoncé oral. Le second, que nous qualifions de *vérification de conversion*, est un geste d'étayage dans lequel elle demande à un ou plusieurs élèves de vérifier que deux représentations obtenues suite à une conversion correspondent bien : dans l'extrait de corpus, l'élève a produit (dans un ordre qu'elle ignore) une boîte et une écriture mathématique en convertissant l'énoncé oral ; Angèle lui demande de vérifier que ces deux représentations correspondent l'une à l'autre dans le sens qu'il souhaite. Ces gestes de *conversion inverse* et de *vérification de conversion* sont clairement cohérents et nous pouvons de plus relever des traces tangibles dans l'activité des élèves qui témoignent de leur pertinence. Par exemple dans l'extrait cité dans le paragraphe 4.3, l'élève E7 décèle immédiatement l'erreur qu'il a commise lorsqu'Angèle utilise avec lui le geste de *vérification de conversion*. Notons que la capacité de ce geste à faire aussitôt rectifier sa procédure par l'élève est largement conditionnée par la pratique ritualisée d'exercices qui s'intègrent à la ressource testée dans le cadre de la recherche-action (associer une boîte à une écriture mathématique, associer une ou plusieurs écritures mathématiques à une boîte donnée, etc.).

Le geste particulier de *conversion inverse* de l'écriture mathématique vers une formulation de l'énoncé dans le registre de la langue naturelle a émané de nos observations, réflexions et échanges au sein de la recherche-action comme une piste pour apprécier le niveau de compréhension des élèves une fois le problème résolu : il s'agit de les interroger *a posteriori* pour leur demander de montrer comment on « retrouve l'histoire du problème » à partir de l'écriture mathématique obtenue. Paul s'est spontanément emparé de cette idée : pour entrainer ses élèves à opérer cette conversion, il leur propose dès la rentrée suivante un rituel consistant à créer un énoncé de problème à partir d'une écriture mathématique. Après avoir été filmé, ce rituel est présenté aux membres de la recherche-action lors d'une séance plénière. Le geste de *conversion inverse* est maintenant présent dans les pratiques de la plupart des enseignants impliqués dans la recherche-action.

Ces trois enseignants nous livrent des pratiques contrastées dues à des logiques profondes singulières et que nous pouvons en partie expliquer par une gestion différente de l'incertitude concernant l'EPR de leurs élèves. Céline effectue un compromis : elle utilise une ressource qui a nécessité un investissement financier conséquent mais dont le contenu va probablement induire des réponses automatisées chez les élèves. Elle prend le parti d'adopter un rythme soutenu dans la séance. Le critère de réussite qu'elle retient et dont elle se contente est la production par les élèves d'un résultat numérique correct. C'est elle qui prend en charge, en posture d'enseignement, la production de représentations facilitant les conversions de registres nécessaires à la résolution du problème. Dans le cadre de la mise en place de la ressource au plus près de ce qui lui est proposée au sein de la recherche-action, Angèle fait le choix, dès le début de l'année, de changer radicalement sa pratique sur un aspect : elle n'incite plus ses élèves à dessiner le problème ou utiliser du matériel. Le critère de réussite qu'elle retient est la production par les élèves d'une écriture mathématique ou d'une boîte modélisant correctement le problème posé. Malgré des doutes pour certains élèves, les progrès rapides qu'elle constate chez la plupart d'entre eux ainsi que les échanges réguliers avec les chercheurs et les enseignants impliqués dans la recherche-action l'encouragent à poursuivre dans cette voie. Paul, fort d'une longue expérience en CP au cours de laquelle il a pu éprouver les difficultés liées à l'enseignement de la résolution de problèmes, veut disposer de davantage d'éléments concernant l'EPR de ses élèves pour s'assurer d'un certain niveau de compréhension de leur part. Pour cela, il attend d'eux qu'ils utilisent des représentations tangibles qui lui permettraient d'accéder à leurs procédures. Le critère de réussite qu'il retient au moment où les séances analysées dans cet article se déroulent est la production d'un dessin, l'utilisation explicite de matériel ou la production par les élèves d'un énoncé congruent à l'expression mathématique modélisant le problème.

Ces différences de pratiques observées ont donné lieu à des questionnements et des échanges dans le cadre de la recherche-action impliquant Paul et Angèle. Comme nous l'avons évoqué précédemment, la réflexion a par exemple conduit à la mise en évidence d'un geste professionnel didactique de *conversion inverse* de l'écriture mathématique vers une formulation de l'énoncé qui peut, en aval de la résolution du problème, renseigner le professeur sur le niveau de compréhension de l'élève sans agir sur les procédures qu'il mobilise en situation, geste dont s'est saisi Paul pour concevoir une nouvelle tâche qu'il a ritualisée dans sa classe. La réflexion a également permis d'exhiber des usages différenciés du matériel et des dessins, voire de l'absence de ces derniers. En faisant émerger différentes manières de faire, elle a permis un enrichissement des pratiques des participants. Ainsi, cette expérimentation qui a eu lieu dans le cadre d'une recherche-action laisse entrevoir des perspectives prometteuses concernant la formation continue des enseignants.

Conclusion

Dans cette étude, nous avons observé les pratiques de trois enseignants de CP en séance de résolution de problèmes basiques afin d'identifier des gestes professionnels et des postures qu'ils mobilisent pour accéder à l'EPR de leurs élèves dans le but d'ajuster leur action. L'analyse des séances du corpus a mis en exergue la difficulté qu'ils rencontrent unanimement pour établir des justifications auprès de leurs élèves concernant le choix de la « bonne opération ». Tous y apportent des réponses plus ou moins adaptées qui se manifestent au travers de certains gestes professionnels didactiques. Quatre gestes spécifiques, déclinés de manière différente selon chaque enseignant, ont été mis en évidence : le recours ou non à des représentations du registre pictural ou du registre analogique, le geste dit de *reformulation congruente*, le geste de *conversion inverse* et celui de *vérification de conversion*. Ils sont cohérents dans les pratiques de ces enseignants et peuvent constituer à certaines conditions des leviers favorisant les apprentissages en jeu, c'est-à-dire être potentiellement pertinents. De plus, ces quatre gestes professionnels identifiés ici étoffent le cadre de Bucheton (2009) de gestes propres à l'enseignement des mathématiques. Le geste de *conversion inverse* ou celui de de *vérification de conversion* nous semblent par exemple pouvoir constituer les prémices de gestes de validation et de preuve.

Enfin, nous avons constaté la stabilité et la cohérence des pratiques de ces trois enseignants et nous avons également vu de quelle manière ces pratiques pouvaient être enrichies par des alternatives qui se dégagent des observations, des échanges et de la réflexion menés au sein d'un projet de recherche-action. Cette dynamique qui nait d'une démarche commune entre chercheurs et praticiens réunit les conditions nécessaires au déclenchement d'une conscientisation lisible dans les propos des enseignants et laisse également présager d'une évolution de leurs pratiques favorable pour les apprentissages des élèves.

Bibliographie

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée sauvage.

BRUNER, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire.* PUF.

BUCHETON, D. (2009). *L'agir enseignant : des gestes professionnels ajustés.* Octarès Éditions.

BUCHETON, D., & SOULE, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. *Éducation et Didactique*, *3*(3), 29-48. https://journals.openedition.org/educationdidactique/543

BUCHETON, D., CARAYON, B., FAUCANIÉ, H., LAUX, S., & MOREL, F. (2015). Décrire les gestes professionnels pour comprendre des pratiques efficientes. *Le Français aujourd'hui*, *188*, 65-77. https://www.cairn.info/revue-le-francais-aujourd-hui-2015-1-page-65.htm

BUCHETON, D. (2019). *Les gestes professionnels dans la classe. Éthique et pratiques pour les temps qui viennent.* ESF Sciences humaines.

CATROUX, M. (2002) Introduction à la recherche-action : modalités d'une démarche théorique centrée sur la pratique. *Cahiers de l'Apliut, 23*(3), 8-20. https://journals.openedition.org/apliut/4276

CEBE, S., ET GOIGOUX, R. (2009). *Lector & Lectrix. Apprendre à comprendre des textes narratifs.* Retz.

DAVYDOV, V. (1975). Logical and psychological problems of elementary mathematics as an academic subject. Dans L.P. University (Dir.). *Soviet studies in the psychology of teaching and learning* (VII, pp. 55-107). National Science Foundation.

DESCAVES, A. (2000). *Optimath CP.* Hachette Éducation.

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 5*, 37-61. http://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/documents/documents-smd/registres-de-representation-semiotique-et-fonctionnement-cognitif-de-la-pensee-raymond-duval/view

DUVAL, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *16*(3), 349-382. https://revue-rdm.com/1996/quel-cognitif-retenir-en/

FISCHER, J.-P. (1993). La résolution des problèmes arithmétiques verbaux : propositions pour un enseignement proactif, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *5*, 177-210.

HOUDEMENT, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, *100*, 59-78. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01902810/document

HOUDEMENT, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *16*, 67-96.

JOFFREDO-LE BRUN, S. (2020). Co-conception d'un curriculum en mathématiques au cp entre professeurs et chercheurs : une étude exploratoire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *40*(3), 269-318. https://revue-rdm.com/2020/co-conception-dun-curriculum-en-mathematiques-au-cp-entre-professeurs-et-chercheurs-une-etude-exploratoire/

JULO, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.* Presses Universitaires de Rennes.

JULO, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N, 69,* 31-52. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/69n4_1555591199676-pdf

LEONTIEV, A. N. (1975). *Activité, conscience, personnalité.* Edition du progrès.

LEPLAT, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail.* PUF.

MAINGUENEAU, D. (2002). Problème d'ethos, *Pratiques, 57,* 113-114. https://www.persee.fr/doc/prati_0338-2389_2002_num_113_1_1945

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (M.E.N.) (2015). Arrêté du 9 novembre 2015 fixant les horaires d'enseignement des écoles maternelle et élémentaire. *JORF. n°0272 du 24-11-2015.*

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (M.E.N.) (2018). Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4). *B.O. n°30 du 26-7-2018.*

MUSQUER, A. (2009). Accéder à l'espace problème de recherche des élèves. Le cas de la résolution de problèmes arithmétiques. *Carrefours de l'éducation, 28*, 215-228. https://www.cairn.info/revue-carrefours-de-l-education-2009-2-page-215.htm

RILEY, M. S., GREENO, J. G. & HELLER, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. Dans H. P. Ginsburg (dir.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Academic Press.

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Science and Technology Education, 4,* 505-528. https://www.researchgate.net/publication/232913077_Le_systeme_complexe_et_coherent_des_pratiques_des_enseignants_de_mathematiques_Une_double_approche

ROGALSKI, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *23*(3), 343-388. https://revue-rdm.com/2003/y-a-t-il-un-pilote-dans-la-classe/

SPERBER, D. (2003). L'étude anthropologique des représentations : problèmes et perspectives. Dans D. Jodelet (dir.), *Les représentations sociales* (pp. 133-148). Presses Universitaires de France, Sociologie d'aujourd'hui. http://www.dan.sperber.fr/wp-content/uploads/1989_l-etude-anthropologique-des-representations.pdf

VERGNAUD, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand N*, *38*, 21-40. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/38n2_1563257743078-pdf

VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *10*(2.3), 133-170. https://gerardvergnaud.files.wordpress.com/2021/09/gvergnaud_1990_theorie-champs-conceptuels_recherche-didactique-mathematiques-10-2-3.pdf

CARINE REYDY

INSPE de l'académie de Bordeaux, université de Bordeaux, Lab-E3D

carine.reydy@u-bordeaux.fr

Annexe : énoncés des problèmes posés par Paul, Céline et Angèle aux élèves

Paul

P1. Léa a invité 3 copines et 4 copains. Combien a-t-elle d'invités ?
P2. Anna a 7 billes dans ses poches. Elle en a 2 dans sa poche gauche. Combien en a-t-elle dans sa poche droite ?

Céline

C1. Dans ma famille, il y avait 3 enfants avec moi. Maman a eu un bébé. Combien sommes-nous d'enfants à présent ?
C2. Dans ma boite, j'ai déjà 8 perles dorées. Maman m'en donne 2 autres. Combien ai-je de perles maintenant ?
C3. Dans le coin autonomie de la classe, il y a 5 fiches de mathématiques et 4 fiches de lecture. Combien y a-t-il de fiches en tout ?
C4. Tu joues au jeu de l'oie. Tu as lancé le premier dé qui donne 6. Puis tu lances le deuxième dé qui indique 5. De combien de cases vas-tu avancer ?
C5. Mamie a planté des fleurs dans le jardin. Il y a une rangée de 9 tulipes et une rangée de 12 roses. Combien y a-t-il de fleurs au total ?
C6. Lucas a 17 images de football. Son copain lui en donne 6. Combien Lucas a-t-il d'images maintenant ?
C7. Il y a 9 jetons noirs et 4 jetons verts dans la boite. Combien de jetons y a-t-il en tout ?
C8. Manon donne 13 fleurs à sa mère. Sa maman en jette 2 qui sont fanées. Combien peut-elle en mettre dans le vase ?
C9. Pierre aide son père à planter des pieds de tomates. Il y en avait déjà 8, ils en ont planté 4. Combien y a-t-il de pieds de tomates au total ?

Angèle

A1. Charlotte a 8 biscuits dans son sac. Elle en mange 3. Combien lui en reste-t-il ?
A2. Un fermier a 6 vaches. Il y en a 2 qui sont marron et les autres sont noires et blanches. Combien a-t-il de vaches noires et blanches ?
A3. Maman a acheté 6 œufs. En les portant, elle en casse. En rentrant à la maison, il lui en reste 4. Combien d'œufs a-t-elle cassés ?
A4. Léa achète un livre à 4 € et une poupée à 4 €. Combien va-t-elle payer ?
A5. Dans notre cour, nous avons 8 bancs. Pendant la récréation, 3 bancs sont occupés par des enfants. Combien de bancs sont vides ?