CAMILLE DOUKHAN

COMMENT L'ARTICULATION ENTRE THEORIE DE L'ACTIVITE ET THEORIE ANTHROPOLOGIQUE ECLAIRE LA TRANSITION SECONDAIRE-SUPERIEUR : LE CAS DES PROBABILITES CONDITIONNELLES

Abstract. How networking Activity Theory and Anthropological Theory of Didactics sheds light on the secondary-tertiary transition: the case of conditional probability. The study of the secondary-tertiary transition requires taking into account institutional evolution but also the point of view of the actors. For this reason we have chosen to network the activity theory adapted to the didactics of mathematics with the anthropological theory of the didactic. In this article we present this networking and illustrate its use through the example of conditional probabilities. We propose to operationalize the complementarity of these two theories by making use of the concept of type of tasks' variations that we define and illustrate through the example presented. The new theoretical framework constructed allows us to describe praxeologies taught while taking into account the cognitive and mediative dimensions of the subject's activity.

Keywords. Secondary-tertiary transition, Activity, ATD, Mathematics for non-specialists, Probabilities.

Résumé. L'étude de la transition secondaire-supérieur nécessite de prendre en compte les évolutions institutionnelles, mais également le point de vue des acteurs. C'est pourquoi nous avons choisi d'articuler la théorie de l'activité adaptée à la didactique des mathématiques avec la théorie anthropologique du didactique. Dans cet article, nous présentons cette articulation et nous illustrons son emploi à travers l'exemple des probabilités conditionnelles. Nous proposons d'opérationnaliser la complémentarité de ces deux théories au moyen du concept de variation de type de tâches que nous définissons et illustrons à travers l'exemple présenté. Le nouveau cadre théorique ainsi construit nous permet notamment de décrire les praxéologies enseignées tout en prenant en compte les dimensions cognitives et médiatives de l'activité du sujet.

Mots-clés. Transition secondaire-supérieur, Activité, TAD, Mathématiques pour les non-spécialistes, Probabilités.

Nous nous intéressons dans cet article à la transition secondaire-supérieur en probabilités pour les étudiants non-spécialistes et plus particulièrement pour les étudiants de première année de biologie. Cette recherche se déroule dans le contexte français.

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 27, p. 133 - 167.

Ce travail se situe à l'intersection entre différents thèmes de recherche de la didactique des mathématiques : la transition secondaire-supérieur, les étudiants non-spécialistes et leurs spécificités, l'enseignement et l'apprentissage des probabilités et les questions de modélisation associées.

Il s'agit d'un sujet de recherche peu abordé dans les travaux actuels en didactique des mathématiques. Nous l'avons choisi pour plusieurs raisons. D'une part, les étudiants rencontrent de nombreuses difficultés en mathématiques en première année d'université (Gueudet et Thomas, 2019) et les difficultés rencontrées par les étudiants non-spécialistes sont souvent une des causes d'abandon de leurs études (Heublein, 2014). D'autre part, en France, les probabilités enseignées en première année d'université de biologie ne semblent pas présenter de grande nouveauté en termes de contenus, il s'agit alors de s'intéresser à d'autres facteurs de difficultés chez ces étudiants débutants. Enfin, les probabilités soulèvent des questions tout à fait intéressantes pour ces étudiants de biologie, d'une part, vis-à-vis des enjeux de modélisation de processus biologiques qu'elles présentent et d'autre part, car ces étudiants suivent un cours obligatoire de probabilités en première année dans le but de suivre les années suivantes des cours de statistiques, puis pour certains, en fonction de leur spécialisation en fin de licence, des enseignements de biostatistiques ou de *machine learning*. Aussi nous nous demandons comment caractériser certains aspects de la transition secondaire-supérieur dans le cas des probabilités conditionnelles, pour ces étudiants débutants.

Pour ce faire, nous combinons des éléments de la théorie de l'activité adaptée à la didactique des mathématiques (Vandebrouck, 2018) avec des concepts issus de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2003) afin d'articuler, dans nos analyses de la transition secondaire-supérieur, le point de vue des acteurs avec celui de l'institution. Nous illustrons dans le cas de l'enseignement des probabilités conditionnelles, comment l'articulation de deux cadres théoriques majeurs de la didactique des mathématiques, par une caractérisation croisée en termes de praxéologies mathématiques enseignées et d'activités des élèves et des étudiants, contribue à mettre en évidence les continuités et ruptures dans le cas de l'enseignement des probabilités conditionnelles ainsi que les difficultés rencontrées par les sujets et les facteurs de ces dernières.

Nous commençons par présenter le contexte scientifique de cette recherche et les principaux résultats issus de la recherche en didactique des mathématiques sur lesquels s'appuie cette étude. Dans une seconde partie, nous articulons théorie de l'activité adaptée à la didactique des mathématiques et théorie anthropologique du didactique afin de construire le cadre théorique approprié à notre étude spécifique de la transition puis nous formulons nos questions de recherche en appui sur ce cadre. Nous présentons ensuite la méthodologie suivie afin de répondre à ces questions. Dans une quatrième partie, nous exposons les analyses menées dans le secondaire, puis dans la partie suivante les analyses menées à l'université. Les résultats de ces analyses sont comparés dans une sixième section. Nous les discutons et apportons un approfondissement de ces analyses dans la partie suivante. Enfin, nous concluons cet article dans une huitième et dernière partie.

1. Revue de la littérature : transition, étudiants non-spécialistes et probabilités

Nous présentons dans cette partie une revue de la littérature permettant de situer notre travail dans le contexte actuel de la recherche en didactique.

1.1. A propos des difficultés rencontrées par les étudiants à la transition secondaire-supérieur

Les difficultés liées à la transition secondaire-supérieur sont bien connues de la recherche en didactique. Selon les perspectives théoriques adoptées, la recherche en didactique identifie différents types de causes à ces difficultés (Gueudet, 2008). Ici nous nous intéressons particulièrement aux recherches menées selon une perspective socioculturelle, et plus précisément institutionnelle. Artigue (2004) parle d'un changement de culture institutionnelle entre le secondaire et l'université, par exemple dans le secondaire elle explique que les tâches sont découpées en de multiples sous-tâches et que les aides fournies sont nombreuses. Gueudet et Vandebrouck (2022) identifient de nouvelles attentes de l'institution et des enseignants. Ces nouvelles attentes résultent en partie des modes de pensée et des pratiques « expertes » du mathématicien, dont la position dans l'institution université lui confère une place d'expert selon Robert (1998). Dans le cas qui nous intéresse des étudiants de première année de biologie, ce sont justement des enseignants-chercheurs de mathématiques qui enseignent les probabilités à ce public de non-spécialistes. Robert (1998) explique que ces modes de pensée « experts » sont considérés comme nécessaires pour développer le raisonnement mathématique attendu et requis à l'université. Généralement, le temps didactique s'accélère à l'université, désormais les notions défilent plus rapidement et les techniques, faute de répétition, n'ont plus le temps d'être routinisées (Gueudet, 2008). C'est notamment le cas chez les étudiants non-spécialistes pour lesquels, dans leur cursus, les mathématiques ne sont pas la discipline principale.

1.2. La spécificité des étudiants non-spécialistes

Les étudiants non-spécialistes ont des besoins et des attentes spécifiques, qui ont récemment fait l'objet d'un nombre croissant de recherches en didactique des mathématiques, là encore selon une perspective socioculturelle. Des auteurs comme González-Martín et al. (2021) ont établi que les difficultés qu'ils rencontrent sont dues en partie à un enseignement de mathématiques trop éloigné des attentes et besoins de ces étudiants dans les autres disciplines. Selon ces auteurs, il est nécessaire d'expliciter auprès des étudiants l'intérêt de l'utilisation des mathématiques dans les matières scientifiques telles que la biologie par exemple. Ces mêmes auteurs expliquent que l'enseignement de mathématiques reçu par ces étudiants non-spécialistes est trop déconnecté de leurs futures pratiques professionnelles ce qui rend difficile la motivation dans ces apprentissages. Aussi, selon Gonzalez-Martin et al. (2021), l'apport de la modélisation semble tout à fait pertinent pour ces étudiants, car elle permet une meilleure perception de l'utilité des mathématiques. Chiel et al. (2010) ont d'ailleurs présenté des résultats très significatifs sur l'impact positif d'activités de modélisation chez les étudiants de biologie. Les auteurs constatent que les étudiants habituellement les plus en difficulté en mathématiques sont ceux qui progressent le plus dans la construction et l'utilisation de modèles mathématiques à des fins de modélisation de systèmes biologiques. Enfin, Viirman et Nardi (2018) ont mis en évidence que l'implication des étudiants de biologie dans des activités de modélisation est un facteur de motivation dans l'apprentissage des mathématiques.

1.3. Le cas des probabilités conditionnelles

Les probabilités font partie des contenus mathématiques présents dans un grand nombre de filières de non-spécialistes, et elles sont également enseignées au niveau du lycée dans de nombreux pays. Nous nous penchons ici sur les résultats de la recherche qui concernent plus particulièrement l'enseignement des probabilités conditionnelles et les difficultés spécifiques associées à ces contenus. Huerta (2014) a établi que les élèves et étudiants rencontrent des difficultés à interpréter correctement les quantités numériques ainsi qu'à distinguer la probabilité conditionnelle de la probabilité de l'intersection. Diaz et De la Fuente (2007) ont mis en évidence que les étudiants ont des difficultés à inverser le conditionnement et que cela est dû à une conception « temporelle » de la probabilité conditionnelle systématisée chez certains d'entre eux. Pour Parzysz (2011), la conception « cardinaliste » de la probabilité conditionnelle est une autre cause de difficulté. Il serait préférable selon lui de choisir des situations dans lesquelles il n'est pas possible d'avoir recours aux effectifs. Dans l'enseignement des probabilités au secondaire, différents registres de représentation sémiotiques (Duval, 1993) sont utilisés : le registre de la langue naturelle qui permet de présenter des situations ayant une dimension aléatoire, le registre des tableaux ou encore celui des arbres de probabilités. Diaz et De la Fuente (2007) recommandent d'enseigner les probabilités conditionnelles en utilisant des représentations, comme des arbres de probabilités, ce qui est le cas dans l'enseignement secondaire en France. L'intérêt des arbres de probabilités est qu'ils sont particulièrement lisibles par les étudiants et qu'ils permettent de faire apparaître une grande quantité d'informations. Cependant, comme le souligne Parzysz (2011), l'utilisation de plusieurs registres de représentations (tableaux, graphiques, arbres, boites, etc.) ne doit pas empêcher de construire du sens pour chacun d'eux ni d'apprendre à les articuler, au risque de voir disparaitre le bénéfice de leur utilisation. Ainsi la théorie des registres de représentation sémiotiques (Duval, 1993) fait partie de notre cadre théorique et nous nous intéresserons aux emplois et aux conversions de registres, au lycée puis à l'université.

1.4. L'activité de modélisation probabiliste

Nous souhaitons terminer cette revue de la littérature par des résultats qui concernent l'activité de modélisation probabiliste. La modélisation probabiliste, comme nous la définissons dans ce travail, commence généralement par une situation aléatoire décrite en langage naturel. Il faut ensuite identifier les évènements en jeu, les nommer et déterminer leurs probabilités. Selon la situation, l'utilisation d'un arbre ou d'un tableau de probabilités peut être pertinente ou non. De nombreux chercheurs se sont appliqués à décrire les étapes du processus de modélisation, nous nous référons ici au cycle de modélisation présenté par Derouet (2022). Dans le domaine des probabilités, l'interprétation contextuelle est importante et d'après Huerta (2014) les difficultés varient suivant le contexte des exercices. Selon Martignon et Wassner (2002), les situations qui manquent d'authenticité ou qui sont présentées dans un contexte artificiel pourraient être une cause de difficulté supplémentaire pour les étudiants. On retrouve dans les textes des programmes officiels de mathématiques pour la classe de terminale série scientifique (MEN, 2011) pour le thème des probabilités conditionnelles, la recommandation suivante : « [c]ette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations concrètes » (p. 12). Néanmoins, un exercice issu d'une situation relevant du monde réel, au sens de la classification de Eichler et Vogel (2014), peut très bien ne pas proposer d'activité de modélisation à la charge de l'étudiant. Or l'une des spécificités des probabilités est le lien très fort qui les unit aux phénomènes réels et à leur modélisation. Aussi selon Bakker et al. (2018) les probabilités ne doivent pas être enseignées sans données. Ces auteurs préconisent d'enseigner les probabilités comme un moyen de modéliser les phénomènes réels. L'activité de modélisation pourrait ainsi être un outil de remédiation aux difficultés rencontrées en probabilités, mais aussi un levier permettant de motiver les étudiants de biologie dans l'apprentissage de ces contenus.

2. Cadre théorique et formulation de la question de recherche

Compte tenu de la complexité du contexte de notre recherche, nous avons été conduite à mobiliser des notions issues de différentes théories didactiques. Le cadre théorique ainsi construit nous permettra de formuler nos questions de recherche, de construire une méthodologie (partie 3) et de mener à bien les analyses des séances en classes présentées dans les parties 4 et 5.

Afin de répondre à notre questionnement initial par une perspective institutionnelle nous retenons pour notre travail la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) développée par Chevallard (1998). Cependant, souhaitant interroger la transition d'un point de vue institutionnel, mais aussi du point de vue de l'élève et de l'étudiant, apprenant dans leur contexte spécifique, nous allons également nous appuyer sur la Théorie de l'Activité adaptée à la Didactique des Mathématiques (TADM) à la suite de Robert et Rogalski (Vandebrouck, 2008). La TADM, en complément de la TAD, permettra l'analyse des activités des élèves et des étudiants en intégrant notamment la dimension cognitive et médiative de l'activité des sujets. La complémentarité de ces deux cadres nous permettra en particulier de mettre en évidence comment la complexité des tâches prescrites aux élèves et aux étudiants ainsi que leur gestion par l'enseignant (au sens de la TADM, définition donnée par Robert et Vandebrouck, 2014) impacte les organisations praxéologiques (au sens de la TAD) et en particulier les techniques et leurs mises en œuvre. Nous y revenons dans la partie 2.2.

2.1. Concepts issus de la théorie anthropologique du didactique

Nous utilisons dans ce travail certains concepts fondamentaux issus de la TAD (Chevallard, 1998). Nous complétons ces définitions avec des notions issues du cadre T4TEL développé par Chaachoua (2018) qui s'inscrit lui-même dans la TAD. Ce cadre est une extension du modèle praxéologique. Il permet d'enrichir la description des organisations mathématiques et de rendre opérationnelle, du point de vue informatique (voir le travail de Jolivet et al., 2021), la modélisation du savoir en jeu qui en résulte.

D'après la TAD, les savoirs sont des productions humaines façonnées par les institutions dans lesquelles vivent ces personnes. L'analyse des savoirs mathématiques doit aller de pair avec l'étude des pratiques institutionnelles. Nous nous plaçons dans une perspective institutionnelle et considérons la transition secondaire-supérieur comme une transition institutionnelle : dans l'institution *université*, les mathématiques enseignées aux étudiants de biologie ne sont pas les mêmes que les mathématiques enseignées dans l'institution *lycée*.

Dans la TAD, l'activité mathématique fait partie de l'ensemble des activités humaines. De cette manière toute activité humaine peut être modélisée par ce que Chevallard (1998) nomme praxéologie. À partir d'un type de tâches T, une certaine technique τ permet de l'accomplir, cette technique peut être justifiée par une technologie θ, qui elle-même sera justifiée par une théorie Θ. L'ensemble forme un quadruplet $[\ T \mid \tau \mid \theta \mid \Theta\ ]$ appelé praxéologie relative au type de tâches T.

Afin de décrire encore plus finement les organisations mathématiques, Chaachoua (2018) propose de décrire la technique par un ensemble de types de tâches. Ces types de tâches sont alors appelés ingrédients de la technique. Ainsi, chaque type de tâches qui est également ingrédient de technique, est réalisé par une ou plusieurs techniques qui s'expriment elles aussi par un ensemble de types de tâches. Afin de ne pas se retrouver face à une description infinie, il sera à notre charge de choisir le niveau de granularité pertinent où il sera bon de s'arrêter pour décrire ces techniques.

Pour des raisons de place, nous n'abordons pas dans cet article la question de l'échelle, avec des praxéologies plus ou moins générales (ponctuelle, locale ou régionale).

2.2. Éléments de la théorie de l'activité adaptée à la didactique des mathématiques

En complément de la perspective institutionnelle développée précédemment, nous avons choisi d'utiliser la théorie de l'activité adaptée à la didactique des mathématiques afin d'examiner du point de vue de l'élève et de l'étudiant, la complexité de son activité pour une tâche donnée dans un contexte donné, de mobiliser explicitement les dimensions cognitives et médiatives de l'activité[1], et de prendre en compte les spécificités des étudiants débutants à l'université, qu'il s'agisse de leurs ressources, leurs histoires, le contexte de leur enseignement ou de leurs connaissances antérieures (habitudes, contrats, etc.).

Dans la TADM, nous distinguons la tâche de l'activité. La tâche est l'objet de l'activité, c'est ce que le sujet élève doit faire dans les conditions données. Tandis que l'activité[2], au sens large, correspond aux moyens d'action et aux interactions de l'élève avec son environnement. Aussi, dans le reste de cet écrit nous utilisons la notion de tâche telle que décrite dans la TADM, c'est-à-dire en référence à l'objet de l'activité et à sa description.

Comme définie par Rogalski (2008), l'étude de l'activité est toujours définie du point de vue du sujet, ici l'élève ou de l'étudiant, on parle alors d'activité du sujet. Le sujet a des intentions, des compétences et des responsabilités. La TADM permet d'envisager l'activité du sujet selon plusieurs dimensions complémentaires, en dépassant la dimension institutionnelle principalement proposée par la TAD. En particulier, la TADM permet d'envisager entre autres la dimension cognitive de

[1] La dimension médiative de l'activité concerne l'impact du discours de l'enseignant sur l'activité des élèves, il peut s'agir des interactions entre sujets et enseignants et des aides données par l'enseignant. Quant à la dimension cognitive, elle concerne l'organisation des tâches prescrites et les apprentissages qui peuvent en découler (Rogalski, 2012).

[2] « L'activité est un processus qui se développe dans une temporalité donnée, intégrant des facteurs psychiques (...), des opérations d'interaction avec les objets dont la transformation ou la conservation est visée par l'action, et des processus d'interaction avec d'autres humains. » (Rogalski, 2008, p. 26)

l'activité (on parlera des mathématiques cognitives, ou plus simplement des sous-activités).

Pour analyser convenablement l'activité de l'élève selon la TADM il nous faut aussi tenir compte du contexte en jeu (ici les mathématiques), de la temporalité de la séance, du scénario de la séquence et plus généralement du cadre scolaire. C'est ce que nous appelons la situation. Le sujet agit dans la situation qui lui apporte des contraintes, mais aussi des ressources. Le rôle du professeur est ainsi fondamental comme médiateur de l'activité du sujet élève. Le professeur propose notamment des aides procédurales aux élèves qui modifient l'activité attendue sur les tâches prescrites. Étudier la situation dans laquelle agit l'élève permet ainsi de comprendre l'activité selon des dimensions médiatives, institutionnelles et sociales, et de faire le lien notamment avec l'approche proposée par la TAD.

La tâche prescrite appelle des adaptations des connaissances à la charge de l'élève, ces adaptations relèvent de la dimension cognitive de l'activité. Afin de caractériser précisément l'activité mathématique des élèves (et des étudiants) dans son versant cognitif, nous utilisons les sous-activités mathématiques définies par Robert et Vandebrouck (2014). Ces sous-activités sont de trois types : sous-activité de reconnaissance d'outils ou d'objets mathématiques à mettre en fonctionnement, sous-activité d'organisation du raisonnement global, sous-activité de traitement interne.

Selon Robert et Vandebrouck (2014) une tâche est alors définie comme complexe lorsqu'elle combine plusieurs de ces sous-activités. Ces tâches complexes nous intéressent tout particulièrement dans notre étude de la transition secondaire-supérieur. L'emploi de la théorie de l'activité en complément de la théorie anthropologique du didactique nous permet d'étudier comment la complexité d'une tâche impacte l'organisation praxéologique associée et en particulier les techniques et leurs mises en œuvre. Par exemple, reconnaître pour l'étudiant qu'une tâche prescrite relève de tel ou tel type de tâches nécessite une adaptation et cette adaptation suppose une sous-activité de reconnaissance que l'élève doit développer ou bien qui est prise en charge par le contexte, l'énoncé ou le professeur. Si, de surcroit, la sous-activité d'organisation est laissée à la charge de l'élève par l'énoncé, alors il s'agit d'une tâche complexe au sens de Robert et Vandebrouck (2014). Le type de tâche reste le même, mais pas la tâche. La technique (composée d'ingrédients de la technique, au sens de Chaachoua, 2018) alors à mettre en œuvre pour résoudre la tâche n'est plus la même que si la tâche n'avait pas appelé d'adaptations. L'organisation praxéologique (TAD) est alors affectée par la complexité de la tâche (TADM).

Nous proposons d'opérationnaliser la complémentarité de ces deux théories au moyen du concept de *variation de type de tâches*. Nous appelons variation de type de tâches (TAD) toutes modifications dans les énoncés des tâches prescrites qui provoquent des adaptations, au sens de la TADM, dans l'activité de l'élève (ou de l'étudiant). En particulier, ces variations de types de tâches appellent des adaptations en termes de sous-activités mathématiques à la charge des sujets, adaptations qui auront, ou n'auront pas, un impact sur les techniques et leurs mises en œuvre.

Par exemple, pour le type de tâches *calculer une probabilité conditionnelle*, la variation *il s'agit de la seule et unique question de l'exercice* provoque des adaptations dans l'activité du sujet (changer de registres, introduire des intermédiaires, etc.). Cette variation de type de tâches va considérablement impacter les sous-activités d'organisation et de traitement et par la même occasion les conditions de mise en œuvre de la technique (composée d'ingrédients) permettant d'accomplir la tâche.

Cette articulation théorique nous permet ainsi de proposer une caractérisation novatrice de la transition secondaire-supérieur dont nous proposons une exemplification dans les parties 4 et 5.

Nous nous appliquerons donc, pour chacune des variations relevées, à décrire l'activité mathématique attendue de l'élève (ou de l'étudiant) en matière de sous-activités mathématiques et de mise en œuvre des techniques.

2.3. Registres de représentation sémiotique

Les résultats présentés dans la revue de travaux mettent en avant la place prépondérante et l'intérêt de l'utilisation des registres de représentations tels que les arbres et les tableaux dans l'apprentissage des probabilités discrètes. Pour cette raison, nous avons choisi de compléter notre cadre théorique en utilisant la notion de registre de représentation sémiotique introduite par Duval (1993). L'approche cognitive des représentations proposée par cet auteur s'articule bien avec la TADM comme nous le montrons ci-dessous.

Dans le cas qui nous intéresse des probabilités conditionnelles, Parzysz (2011) a mis en évidence que les arbres de probabilités ont des règles de traitement et de conversion précises et possèdent ainsi les caractéristiques d'un registre de représentation. De son côté Nechache (2016) a établi que les tableaux de probabilités sont également des registres de représentation sémiotique dans lesquels des traitements mathématiques sont permis. Dans ce travail, nous rencontrerons également le registre symbolique probabiliste et le registre de la langue naturelle.

Les objets mathématiques étant imperceptibles, Duval (1993) explique que l'utilisation de représentations est indispensable dans l'activité mathématique afin de rendre communicables les représentations mentales que l'on peut avoir de ces objets. Les représentations sémiotiques permettent aux élèves (et aux étudiants) de manipuler les objets mathématiques et rendent ainsi possibles les trois activités cognitives suivantes :

- la production ou la reconnaissance d'une représentation selon les règles de formation propres au registre dans lequel la représentation est faite,
- le traitement d'une représentation, tout en restant dans un même registre et donc en se pliant aux règles qui y sont données,
- la conversion d'une représentation en une autre tout en changeant de registre. Cette transformation permet souvent un apport de sens.

Ces différentes activités cognitives font largement écho à la dimension cognitive considérée dans la théorie de l'activité au travers notamment des adaptations de connaissances et des sous-activités mathématiques que nous venons de présenter. Aussi, nous considérons que la production, le traitement et la conversion de registres peuvent être considérées comme un autre type de sous-activités, centré sur les représentations. Ces sous-activités associées aux registres de représentation viendront compléter notre cadre théorique dans la description de l'activité des sujets.

Selon Duval (1993), il est indispensable de pouvoir utiliser plusieurs registres sémiotiques de représentation pour un même objet mathématique, tout comme il est nécessaire d'être capable de choisir un registre plutôt qu'un autre. En appui sur cela, nous nous intéressons tout particulièrement aux activités des sujets en ce qui concerne l'emploi et la conversion de registres, au lycée puis à l'université.

Les résultats issus de la revue de travaux et le cadre théorique que nous venons de présenter nous permettent de reformuler la question initialement posée dans la première partie. Ainsi la question retenue pour notre étude est la suivante :

Comment l'articulation des cadres de la TADM et de la TAD, avec au cœur le concept nouveau de variation de type de tâches, contribue à la compréhension de la transition secondaire-supérieur dans le cas des probabilités conditionnelles ?

3. Méthodologie de la recherche

Afin de répondre à la question précédemment formulée, nous avons choisi de réaliser des observations en classe de terminale série scientifique et en première année de biologie pour des enseignements de probabilités conditionnelles. Le choix de ce terrain dans le secondaire s'explique, car les étudiants de première année de biologie en France provenaient, jusqu'en 2020-2021, majoritairement de terminale série scientifique. Nos observations se déroulent en France. La méthodologie spécifique d'analyse de ces données est construite en appui sur le cadre théorique que nous venons de présenter et vise à répondre à notre question de recherche.

Dans une perspective institutionnelle qui s'inscrit dans le cadre de la TAD, nous cherchons à déterminer quels sont les types de tâches et techniques proposés aux élèves du secondaire et aux étudiants de l'université dans le cadre de l'enseignement des probabilités conditionnelles. Nous répertorions les types de tâches en analysant des supports : manuel, fascicule d'exercices et diapositives de cours. Les techniques sont quant à elles extraites à partir des films de classes.

En considérant les besoins de notre étude, nous construisons notre méthodologie en appui sur l'articulation théorique présentée dans la partie précédente. Aussi, nous nous intéressons tout particulièrement à la présence ou non de variations de type de tâches. Comme en ce qui concerne les types de tâches, nous les répertorions à partir des supports : manuel, fascicule d'exercices et diapositives de cours. Nous nous penchons également, au moyen des vidéos de classe, sur la prise en charge de ces variations. Quelles sont les variations à la charge des élèves et étudiants, celles systématiquement prises en charge ou bien éliminées par l'enseignant(e) ? Enfin, intrinsèquement lié à la définition de variation de type de tâches, il nous est nécessaire de chercher à mesurer l'impact de ces variations sur les techniques et leurs mises en œuvre afin de résoudre les tâches.

Par ailleurs, la dimension médiative de l'activité des sujets telle qu'elle est définie dans la TADM, nous intéresse tout particulièrement dans le contexte de la transition lycée-université. Nous souhaitons aussi identifier le rôle de l'enseignant(e) et son impact sur l'activité des élèves (secondaire) et des étudiants (supérieur). Par exemple, quelles sont les aides procédurales qui modifient l'activité des élèves (et étudiants) relative aux types de tâches et variations relevés ? Nous nous appuyons sur les films de classe pour relever ces aides, ce qui nous permettra également d'identifier les éléments du discours (enseignant ou élève) relevant de la dimension *logos* des praxéologies.

Enfin, dans la prise en compte de la dimension cognitive de l'activité, nous cherchons à décrire les activités (cognitives) de production et de conversion de registres de représentations ainsi que les sous-activités de reconnaissance, d'organisation et de traitement à la charge des élèves et étudiants. Pour cela nous disposons des films de classes dont nous avons produit des transcriptions.

Dans ce qui suit, nous décrivons avec précisions nos données empiriques et celles retenues dans le cas de cet article. Les observations menées ont eu lieu en France au cours de l'année scolaire 2018-2019.

Dans le secondaire, nos observations se déroulent dans une classe de terminale série scientifique, au sein d'un lycée français en milieu rural. Les élèves sont âgés de 17 ans en moyenne. L'enseignante de cette classe est ce que nous appelons une experte du point de vue didactique, elle est chevronnée, s'implique à l'IREM de Rennes et encadre des stagiaires. Cette enseignante choisit de consacrer environ huit heures au thème des probabilités conditionnelles. Ces heures sont réparties en six séances, dont une séance de travaux pratiques d'algorithmique de 2 h, en salle informatique. Nous avons observé trois des six séances dédiées aux probabilités conditionnelles dans cette classe de lycée qui compte 29 élèves.

À l'université, nous avons assisté à deux séances d'un module de probabilités à destination des étudiants en première année de filière biologie (première année de licence). Il s'agit des deux seules séances de ce module, un Cours Magistral (CM) suivi d'une séance de Travaux Dirigés (TD), sur le thème de probabilités conditionnelles. Les étudiants sont environ 300 en CM et une trentaine en séance de TD. Les enseignants que nous avons observés, l'un en CM, l'autre en TD, sont enseignants-chercheurs en mathématiques pures et ont suivi une formation de mathématiques classique (formation initiale en mathématiques puis thèse en mathématiques fondamentales).

Nous avons pu filmer certaines des séances dans le secondaire, mais nous n'avons pas pu le faire à l'université. À partir des notes prises au cours de nos observations, ou des films le cas échéant, nous avons produit des synopsis de chacune des séances auxquelles nous avons assisté. Ces synopsis de séances présentent un découpage des séances en épisodes selon la méthode suivante : un épisode prend fin, soit lorsque les contenus changent (par exemple, des nombres complexes on passe aux probabilités), soit lorsque l'on passe d'un moment de cours à des exercices, soit lorsque l'on change d'exercice.

Dans cet article notre étude porte sur une seule séance du secondaire (la séance n° 4) et une seule séance (celle de TD) à l'université. Les synopsis des séances sont présentés dans les tableaux 1 et 2.

Tableau 1. Synopsis de la séance n° 4 sur les probabilités conditionnelles — Terminale scientifique

n° de l'épisode	Thème de l'épisode
1	Exercice sur les nombres complexes à préparer en dehors de la classe et présenté par un élève.
2	Questions succinctes et posées oralement par l'enseignante sur le cours de la fois précédente : rappeler la formule de Poincaré qui donne la probabilité d'une union, rappeler le critère d'indépendance de deux évènements, rappeler la formule des probabilités totales.
3	Travail en autonomie sur un extrait de sujet de baccalauréat
4	Travail en autonomie sur un extrait de sujet de baccalauréat

Tableau 2. Synopsis de la séance de TD les probabilités conditionnelles — Première année de biologie à l'université

n° de l'épisode	Thème de l'épisode
1	Exercice 1 : étudier l'indépendance d'évènements dans une configuration d'équiprobabilité
2	Exercice 3 : calculs d'intersection d'évènements et de probabilités conditionnelles
3	Exercice 5 : associer les valeurs numériques d'un énoncé à des probabilités et calcul d'une probabilité conditionnelle
4	Exercice 7 : calcul d'une probabilité conditionnelle à partir d'un énoncé en langage naturel

Nous présentons dans ce qui suit l'analyse détaillée de l'épisode n° 3 de la séance de lycée et de l'épisode n° 4 de la séance de TD à l'université.

Nos analyses sont illustrées par des extraits de transcriptions et s'appuient sur les résultats de l'analyse historico-épistémologique et de l'analyse des manuels de terminale que nous ne présentons pas ici, mais dont les résultats principaux sont à retrouver dans notre thèse (Doukhan, 2021).

À partir de ces deux exemples que nous analysons finement dans la suite, nous souhaitons mettre en évidence des points saillants de la transition secondaire-supérieur pour des étudiants non-spécialistes dans les cas des probabilités conditionnelles. Il s'agit de répertorier les types de tâches et techniques proposés aux élèves (et étudiants) puis, pour chaque type de tâches relevé, d'identifier les variations qui sont à la charge des élèves (et étudiants), celles qui sont systématiquement prises en charge par l'enseignant (lycée ou université) et comment elles sont gérées dans la classe. Nous nous demandons également si l'enseignant(e) (lycée ou université) élimine certaines variations, quel est son rôle et quelles sont les aides procédurales qui modifient l'activité des élèves (et étudiants) sur les types de tâches et variations relevés.

4. Observation et analyse au lycée : épisode 3, séance 4

Nous présentons dans ce qui suit les résultats issus de l'analyse des synopsis et des transcriptions de l'épisode n° 3 de la séance n° 4 dédiée aux probabilités conditionnelles dans la classe de terminale scientifique dans laquelle nous avons fait nos observations.

L'analyse des supports a permis de repérer des types de tâches et des variations « a priori ». Dans cet article, par manque de place, nous ne développons pas ces analyses préliminaires, nous nous centrons sur les types de tâches et variations « effectives » apparaissant dans les mises en œuvre. Nous les avons choisis sur la base de l'analyse des supports, qui a indiqué leurs potentialités.

Les types de tâches (et variations associées) qui ont été rencontrés jusqu'à présent par les élèves de cette classe de terminale dans le cadre de la séquence sur les probabilités conditionnelles sont les suivants :

- T-CompletTab : *compléter un tableau de probabilités* (étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; étant donné que c'est la première question de l'exercice ; les données sont en fréquences relatives)
- T-CalcSimple : *calculer la probabilité d'un évènement simple* (à partir d'un tableau de probabilités ; faisant intervenir une variable aléatoire binomiale ; à partir d'un énoncé en langage naturel ; étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; étant donné que c'est la première question de l'exercice ; les données sont en pourcentages ; les données sont en fréquences relatives)
- T-CalcInter : *calculer la probabilité d'une intersection d'évènements* (à partir d'un tableau de probabilités ; à partir d'un énoncé en langage naturel ; étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; sans que les évènements aient été explicitement nommés dans l'énoncé ; les données sont en fréquences relatives)
- T-CalcProbaCond : *calculer une probabilité conditionnelle* (étant donné que les probabilités qui apparaissent dans la formule ont déjà été calculées ou sont données dans l'énoncé ; faisant intervenir une variable aléatoire binomiale ; à partir d'un énoncé en langage naturel ; étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; étant donné que la situation a déjà été représentée par un arbre ; sans que l'évènement apparaisse sur l'arbre ; étant donné que les probabilités qui apparaissent dans la formule ont déjà été calculées ; les données sont en pourcentages ; étant donné que les probabilités qui apparaissent dans la formule ont déjà été calculées ou sont données dans l'énoncé)
- T-LirArb : *associer les valeurs numériques présentes sur les branches de l'arbre à des valeurs de probabilités* (étant donné qu'il est demandé d'indiquer la signification d'une certaine valeur numérique qui correspond à une probabilité située sur une branche de l'arbre ; étant

donné qu'il est demandé de donner/préciser la valeur de la probabilité d'un évènement présent sur une branche de l'arbre)

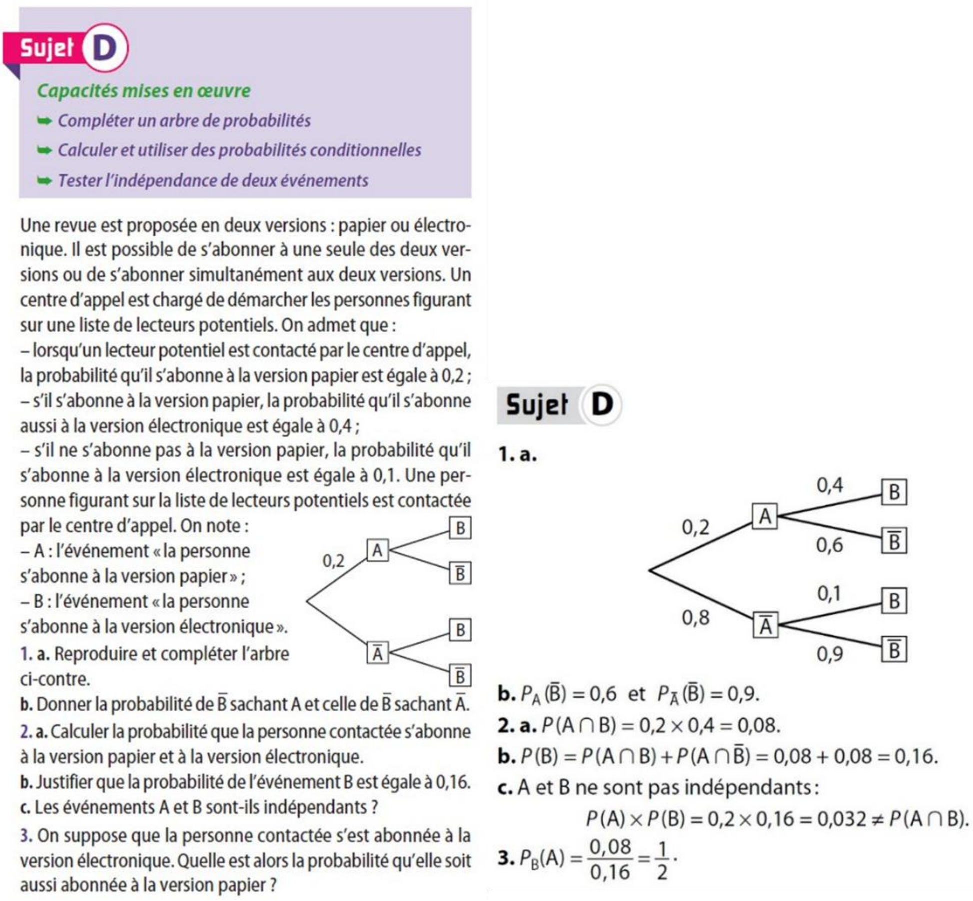
- T-CompletArb : *compléter un arbre de probabilités* (étant donné que les évènements ont déjà été nommés et placés sur l'arbre ; les données sont en fréquences relatives)

Les élèves viennent de terminer un moment de questions succinctes et posées oralement par l'enseignante. Ces questions ont permis de mobiliser des connaissances vues lors de la séance précédente qui ne sont pas encore totalement acquises par les élèves : formule de Poincaré qui donne la probabilité d'une union, critère d'indépendance de deux évènements, formule des probabilités totales.

Les élèves se mettent à travailler en autonomie et en groupe de trois ou quatre. L'enseignante se déplace dans la salle et envoie au fur et à mesure des élèves corriger au tableau les différentes questions. L'exercice proposé aux élèves est un extrait de sujet de baccalauréat provenant du manuel Indice (Poncy et al., 2012) dont l'énoncé est en figure 1.

La première question de cet exercice correspond au type de tâches T-CompletArb : *compléter un arbre de probabilités*. C'est un type de tâches qui est en réalité un ingrédient de la technique (au sens de Chaachoua, 2018) qui réalise le type de tâches T-ModéArb : *modéliser une situation probabiliste décrite en langage naturel par un arbre de probabilités*. Le type de tâches T-ModéArb a déjà été rencontré par les élèves en tant qu'ingrédient de technique permettant de calculer une probabilité simple relativement à T-CalcSimple. Cette praxéologie a été rencontrée dans un exemple du cours et traitée par l'enseignante lors de la séance n° 2. Il fallait dans cet exemple faire un arbre. Ici l'activité de production de représentation dans le registre « arbre » fait partiellement partie de la tâche prescrite. Il n'y a pas l'étape *identifier et nommer les évènements en jeu*, ni l'étape *tracer l'arbre et placer les évènements sur l'arbre* que l'on retrouve pour T-ModéArb. Ici il faut associer les évènements aux valeurs numériques de l'énoncé puis compléter l'arbre. Les variations de T-CompletArb présentes ici sont les suivantes :

- *à partir d'un énoncé en langage naturel*. Il s'agit d'une variation qui nous semble importante d'un point de vue contextuel. Par ailleurs, cette variation de type de tâches va impacter l'activité de l'élève dans le traitement de la tâche relative à T-CompletArb, car elle induit une activité de conversion de registres de la part de l'élève : il doit passer du registre de la langue naturelle au registre de représentation de l'arbre ;



Sujet D

Capacités mises en œuvre

- *Compléter un arbre de probabilités*
- *Calculer et utiliser des probabilités conditionnelles*
- *Tester l'indépendance de deux événements*

Une revue est proposée en deux versions : papier ou électronique. Il est possible de s'abonner à une seule des deux versions ou de s'abonner simultanément aux deux versions. Un centre d'appel est chargé de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels. On admet que :

– lorsqu'un lecteur potentiel est contacté par le centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à la version papier est égale à 0,2 ;

– s'il s'abonne à la version papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à la version électronique est égale à 0,4 ;

– s'il ne s'abonne pas à la version papier, la probabilité qu'il s'abonne à la version électronique est égale à 0,1. Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par le centre d'appel. On note :

– A : l'événement « la personne s'abonne à la version papier » ;

– B : l'événement « la personne s'abonne à la version électronique ».

1. **a.** Reproduire et compléter l'arbre ci-contre.

b. Donner la probabilité de $\bar{B}$ sachant A et celle de $\bar{B}$ sachant $\bar{A}$.

2. **a.** Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à la version papier et à la version électronique.

b. Justifier que la probabilité de l'événement B est égale à 0,16.

c. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

3. On suppose que la personne contactée s'est abonnée à la version électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à la version papier ?

Sujet D

1. a.

b. $P_A(\bar{B}) = 0{,}6$ et $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0{,}9$.

2. a. $P(A \cap B) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$.

b. $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0{,}08 + 0{,}08 = 0{,}16$.

c. A et B ne sont pas indépendants :

$$P(A) \times P(B) = 0{,}2 \times 0{,}16 = 0{,}032 \neq P(A \cap B).$$

3. $P_B(A) = \dfrac{0{,}08}{0{,}16} = \dfrac{1}{2}$.

Figure 1. Énoncé du sujet D (à gauche) — Corrigé issu du manuel du professeur (à droite) Extraits du manuel Indice (p. 316)

– *étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte*. Cette variation nous semble importante, car elle provoque des adaptations dans l'activité de l'élève, la sous-activité d'organisation est impactée, l'élève n'a pas – pour résoudre T-CompletArb – à identifier les évènements en jeu ;

– *les données sont en fréquences relatives*. Cette variation va impacter l'activité de l'élève dans le traitement de la tâche relative à T-CompletArb : ici les données sont déjà dans le « bon » format pour être représentées sur l'arbre.

L'enseignante demande à un élève d'aller au tableau pour écrire la correction de cette première question. L'élève qui va au tableau pour corriger reproduit et complète l'arbre, mais il ne donne aucune explication oralement ce qui nous empêche d'obtenir des informations concernant la dimension *logos* de cette praxéologie. Ce que l'élève écrit au tableau se trouve dans la figure 2.

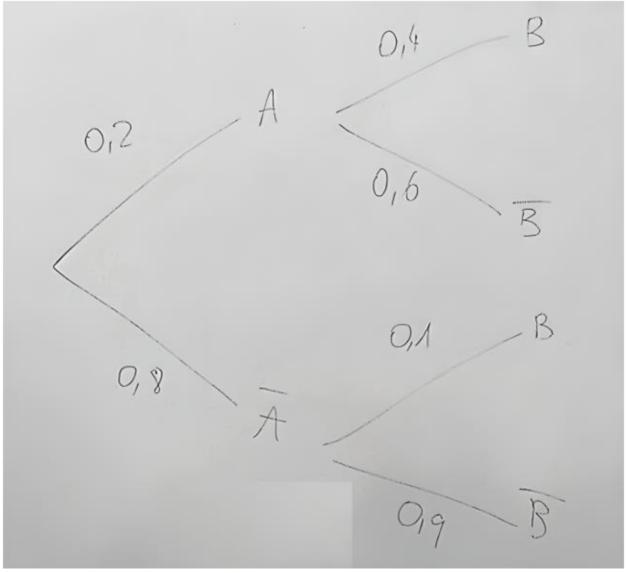


Figure 2. Extrait du tableau

Les variations susmentionnées semblent avoir été prises en charge par l'élève. En effet, les variations de T-CompletArb sont ici les mêmes que celles présentes dans l'exemple traité en cours lors de la séance n° 2. Ce dernier avait été traité en classe sous la forme d'interactions entre l'enseignante et les élèves, ces variations ont donc déjà été rencontrées par les élèves. L'enseignante précise à l'oral :

> Faites attention aux mots dans l'énoncé. Qu'est-ce qu'on nous demande exactement ?

Une élève répond :

> Reproduire et compléter.

Cet élève fait référence ici à l'activité cognitive de production de représentation, l'enseignante insiste :

> Donc on attend que toutes les branches soient reproduites et complétées.

La seconde question (1.b) de cet exercice correspond au type de tâches T-LirArb : *lire les données présentes sur un arbre*. Ici les évènements sont connus et nommés, la seule variation présente est la suivante : donner la valeur de la probabilité d'un évènement représenté sur une des branches de l'arbre. Cette variation impacte l'activité de traitement de l'élève. En effet, on lui demande ici une valeur numérique et non un évènement, il y a un changement de registres à effectuer. C'est un type de tâches et une variation déjà rencontrés lors d'un exercice durant la séance n° 2.

L'enseignante prend rapidement en charge la reconnaissance du type de tâches (il faut lire l'arbre) et de la variation. En effet, elle indique oralement à l'ensemble des élèves :

> C'est donner ceci cela et non pas calculer. Donc il n'y a pas de calcul, c'est juste une lecture dans l'arbre. Ce n'est pas étonnant, car on a dit « donner ».

Tout en circulant dans la classe, l'enseignante s'adresse à un élève après avoir regardé les notes de celui-ci :

> Ça, tu le lis dans l'arbre, il n'y a pas de calcul, c'est une probabilité conditionnelle.

L'enseignante prend ici en charge une partie de la résolution en indiquant qu'il s'agit d'une probabilité conditionnelle. Par cet élément de discours, l'enseignante justifie la technique en indiquant qu'il s'agit d'une probabilité conditionnelle apparente sur une des branches de l'arbre, l'arbre apparaît donc ici comme aide procédurale dans l'activité de traitement. Une élève est envoyée au tableau et corrige cette deuxième question sans donner oralement d'explication supplémentaire, nous n'avons donc pas d'élément concernant la dimension *logos* de cette praxéologie.

La troisième question de cet exercice (2.a) correspond au type de tâches T-CalcInter : *calculer la probabilité d'une intersection d'évènements*. Ce type de tâches a déjà été rencontré dans les exercices de la séance n° 2. Les variations associées à ce type de tâches sont très proches de celles rencontrées dans les questions précédentes, il y a donc une certaine routinisation de la technique à mettre en œuvre. Les variations présentes ici sont les suivantes :

– *à partir d'un énoncé en langage naturel* ;
– *étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte* ;
– *étant donné que la situation a déjà été représentée par un arbre*. Cette variation impacte les sous-activités d'organisation et de traitement de l'élève ;
– *les données sont en fréquences relatives*.

Le type de tâches T-CalcInter accompagné de la variation, *étant donné que la situation a déjà été représentée par un arbr*e, a déjà été rencontré dans l'exemple du cours de la séance n° 2 en tant qu'ingrédient de technique du type de tâches T-

CalcProbaCond : *calculer une probabilité conditionnelle*. Dans cet exemple, l'enseignante avait pris en charge les sous-activités mathématiques d'organisation. Les ingrédients d'une technique sont, identifier l'évènement en jeu, à partir des données présentent sur l'arbre exprimer la probabilité d'intersection en fonction d'une probabilité conditionnelle, effectuer le calcul. L'arbre est donc un support à la technique. Ici, l'élève au tableau prend en charge les sous-activités de reconnaissance, d'organisation et de traitement de la tâche. Il n'a pas de difficulté et écrit ce qui suit : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$

L'élève ne donne pas d'explication supplémentaire, nous n'avons donc pas d'élément concernant la dimension *logos* de cette praxéologie.

La quatrième question (2.b) de cet exercice correspond au type de tâches T-CalcSimple : *calculer la probabilité d'un évènement simple*. Il a déjà été rencontré dans les exercices de la séance n° 2. Les variations présentes ici sont les suivantes :

– *étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte* ;

– *étant donné que la situation a déjà été représentée par un arbre* ;

– *les données sont en fréquences relatives*.

L'enseignante envoie au tableau un élève pour corriger la quatrième question. Après avoir circulé dans la classe, l'enseignante s'adresse aux élèves :

> Je ne le vois pas assez dans vos cahiers, d'après la formule des probabilités totales.

Il s'agit là d'un élément du discours de l'enseignante qui appelle la justification de la technique utilisée, nous sommes donc ici face à la dimension *logos* de la praxéologie.

Ce type de tâches a déjà été traité par les élèves, notamment avec l'enseignante lors de la première question de l'exemple traité lors de la séance n° 2. De ce fait, s'il est reconnu par les élèves grâce à l'enseignante ou à l'énoncé, la technique devient plus naturelle à mettre en œuvre et donc la reconnaissance de la technique est minorée. L'élève qui est au tableau corrige la question et écrit au tableau ce qui suit :

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= 0{,}08 + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) \quad \text{d'après la formule des probabilités totales} \\ &= 0{,}08 + 0{,}1 \times 0{,}8 \\ &= 0{,}16 \end{aligned}$$

L'élève ne donne pas d'explication supplémentaire, mais il a justifié la formule algébrique utilisée par la formule des probabilités totales.

La cinquième question (2.c) correspond au type de tâches suivant T-EtudInd : étudier l'indépendance de deux évènements. Les variations présentes ici sont les suivantes :

- *étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte* ;
- *étant donné que la situation a déjà été représentée par un arbre* ;
- *les données sont en fréquences relatives*.

Étant donné que nous n'avons pas pu assister à la séance n° 3 qui était sur le thème de l'indépendance, nous ne pouvons pas apporter d'éléments sur les connaissances qui ont déjà été mises en fonctionnement ni sur les tâches qui ont déjà été proposées ou non sur le thème de l'indépendance de deux évènements.

En passant près d'un élève l'enseignante lui dit :

> Tu confonds évènements indépendants et évènements incompatibles. Et ici, ils ne sont surtout pas indépendants. Indépendant c'est la leçon qu'on vient de faire.

L'élève confond ici deux définitions : « les évènements A et B sont incompatibles $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ » et « les évènements A et B sont indépendants $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ». La caméra étant placée près d'un îlot de quatre élèves (que nous appellerons E1, E2, E3 et E4) nous avons pu recueillir des extraits de leurs échanges. Un élève (E2) s'adresse à un autre élève (E1) de son îlot :

> E2 : Comment tu justifies que deux évènements ne sont pas indépendants ?
> E1 : Tu fais A et B...
> E2 : Ah oui, A et B pas égal à…
> E3 : Il faut calculer avant

La sixième et dernière question (3.) de l'exercice correspond au type de tâches T-CalcProbaCond : *calculer une probabilité conditionnelle*. Ce type de tâches a déjà été rencontré dans les exercices de la séance n° 2. Les variations présentes ici sont les suivantes :

- *à partir d'un énoncé en langage naturel* ;
- *étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte* ;
- *étant donné que la situation a déjà été représentée par un arbre* ;
- *sans que l'évènement apparaisse sur l'arbre*. Cette variation impacte la sous-activité de reconnaissance du type de tâches, mais également l'activité de traitement, il s'agit ici d'un calcul et non de la lecture d'une branche de l'arbre ;

– *étant donné que les probabilités qui apparaissent dans la formule ont déjà été calculées*. Cette variation impacte l'activité de traitement, car l'élève – en utilisant les résultats aux questions précédentes – peut s'alléger une partie du traitement (ici le calcul) ;

– *les données sont en fréquences relatives*.

Un élève (E) s'adresse à l'enseignante (A) qui passe à côté de lui :

> E : En fait la question 3 elle embrouille. Enfin, elle n'est pas si compliquée, car la proba on l'a déjà !
> A : Ah ! On l'a déjà ? Tu es sûr ?

L'élève (E) hésite, bafouille (inaudible) puis reprend :

> E : Ça serait plutôt P(A sachant B) ?
> A : Il y a une conditionnelle, oui c'est P(A sachant B). Et on l'a où dans l'arbre ? »
> E : Non on ne l'a pas. »
> A : Ça c'est classique, la dernière question c'est une conditionnelle, mais pas lisible dans l'arbre, donc il faut la calculer.

Face à ce type de tâche, du point de vue de l'élève, il y a une adaptation qui est que l'évènement n'apparaît pas sur l'arbre. La sous-activité de reconnaissance attendue (quel calcul dois-je faire ?) est à la charge de l'élève, mais est ici prise en charge par l'enseignante. L'élément de discours suivant « ça c'est classique, la dernière question c'est une conditionnelle, mais pas lisible dans l'arbre, donc il faut la calculer », fait référence à la dimension *logos* de la praxéologie. L'enseignante justifie la nécessité de faire un calcul (ici la technique) par le fait que l'évènement n'apparaisse pas sur l'arbre (technologie).

Un second élève (P) du même îlot questionne l'enseignante (A) à propos de cette dernière question :

> Mais dans la question, le texte peut prêter à confusion, le « aussi » on peut le comprendre comme « et » ou « en plus » ? Ça peut être l'intersection ?

L'enseignante accompagne la reconnaissance du bon type de tâches et répond à l'élève :

> Non parce que c'est quand même une structure particulière de phrase. C'est même deux phrases et j'ai quelque chose qui est certain. On me dit que…

Il s'agit ici d'aides procédurales que l'enseignante adresse à l'élève. Une des adaptations ici est de reconnaître qu'il faut calculer une probabilité conditionnelle. De plus, l'évènement n'apparaît pas sur l'arbre, il s'agit d'une autre adaptation, il y a donc une activité de reconnaissance à la charge de l'élève (quel calcul dois-je faire ?).

Un troisième élève de l'îlot s'adresse à l'enseignante :

> Ce genre de question on ne peut pas y répondre si on n'a pas fait le reste…

Un élève est envoyé au tableau pour corriger cette dernière question. Il n'y aura pas de remarque de l'enseignante ni d'interaction orale de cet élève avec la classe concernant la réponse écrite au tableau. L'élève écrit au tableau :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}08}{0{,}16} = 0{,}5$$

Dans cette analyse nous avons observé des choix de l'enseignante qui jouent sur les variations et la mise en œuvre des techniques. Nous nous intéressons dans la section suivante à un épisode à l'université.

5. Observation et analyse à l'université : épisode 4

Nous présentons dans cette partie l'analyse d'un exercice traité lors d'une séance de travaux dirigés à l'université auprès d'étudiants en première année de filière de biologie. La séance de cours magistral (CM), qui a précédé le TD, a permis de présenter quelques exemples, traités exclusivement par l'enseignant à travers des diapositives, présentant les types de tâches suivants : T-CalcSimple, T-CalcProbaCond et T-CalcEtudInd.

L'exercice 7 (figure 3) a été proposé à la fin de cette séance de TD, qui est la seule séance sur le thème des probabilités conditionnelles au sein de ce module de probabilités.

Exercice 7. Le quart d'une population est vacciné contre le choléra. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour 4 non-vaccinés. En plus, parmi les vaccinés il y a une personne sur 12 qui tombe malade. Quelle est la probabilité qu'un non-vacciné tombe malade ?

Figure 3. Exercice issu de la feuille de TD du cours de probabilités de première année de biologie

Les types de tâches et variations qui ont été rencontrés par les étudiants tout au long de cette séance de TD sont les suivants :

– T-EtudInd : *étudier l'indépendance de deux évènements* (à partir d'un énoncé en langage naturel ; étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; les données sont en fréquences naturelles ; sans que les évènements aient été explicitement nommés dans le texte)

- T-CalcUnion : *calculer la probabilité d'une union d'évènements* (à partir d'un énoncé en langage naturel ; sans que les évènements aient été explicitement nommés dans le texte)
- T-CalcProbaCond : *calculer une probabilité conditionnelle* (à partir d'un énoncé en langage naturel ; sans que les évènements aient été explicitement nommés dans le texte ; étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; les données sont en pourcentages)
- T-Assoc : *associer les valeurs de l'énoncé à des probabilités d'évènements* (à partir d'un énoncé en langage naturel ; étant donné que c'est la première question de l'exercice ; étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; les données sont en pourcentages)
- T-CalcBar : *calculer, à partir de la probabilité d'un évènement, la valeur de la probabilité de son évènement contraire* (à partir d'un énoncé en langage naturel ; étant donné que c'est la première question de l'exercice ; étant donné que les évènements ont déjà été décrits et nommés dans le texte ; les données sont en pourcentages)

L'exercice 7 présente une seule et unique question, celle-ci relève du type de tâches T-CalcProbaCond avec une forte modélisation laissée à la charge de l'étudiant. Les variations de type de tâches sont les suivantes :

- *à partir d'un énoncé en langage naturel*. Cette variation impacte l'activité de reconnaissance du type de tâches par l'étudiant. Par reconnaissance de la tâche, nous entendons *associer la tâche prescrite à un type de tâches pour lequel une technique est connue* ;
- *sans que les évènements n'aient été décrits ni nommés dans le texte*. Cette variation influe sur les sous-activités d'organisation à mettre en œuvre par l'étudiant. En effet, il doit d'abord identifier les évènements ;
- *les données sont en fréquences naturelles*. Cette variation impacte l'activité de traitement des étudiants. Une étape supplémentaire, de transformation des données en un format plus à même d'être manipulé, est nécessaire pour avoir accès aux probabilités des évènements donnés dans l'énoncé.

Les étapes de l'activité de modélisation telle qu'elle est présentée au travers de cet exercice sont les suivantes : identifier et nommer les évènements décrits dans l'énoncé, associer les valeurs numériques de l'énoncé à des probabilités d'évènements (T-Assoc), interpréter la question et formuler la tâche.

L'enseignant donne des éléments de contexte aux étudiants de biologie :

> C'est un exercice typique, car c'est l'utilisation du calcul de probabilités pour avoir des statistiques en épidémiologie. On cherche à savoir, si vous êtes vaccinés, quelles sont les chances pour que vous tombiez malade face à cette épidémie de choléra. En fait, ça peut être utile, parce que si vous avez des données statistiques, notamment dans des modèles bio-médico, dans des enquêtes épidémiologiques, savoir calculer certaines probabilités d'une certaine manière plutôt qu'une autre, ça peut être intéressant parce que le coût d'implémentation de votre étude n'est pas forcément le même.

L'enseignant commence la correction et demande aux étudiants quels sont les évènements que l'on peut considérer d'après l'énoncé, il prend ainsi en charge la variation *sans que les évènements n'aient été décrits ni nommés dans le texte*. Un étudiant répond :

> La probabilité d'être vacciné c'est un quart.

L'enseignant attendait ici une réponse différente et formulée dans un registre différent. Il lui répond :

> Quels sont les évènements qu'il faut considérer ? Avant de mettre les nombres, il faut les évènements. Typiquement, on a quoi dans cet énoncé ? On a ceux qui sont vaccinés et ceux qui sont malades, donc on a deux évènements.

Il prend finalement en charge l'identification des évènements et leur dénomination. De cette manière, la sous-activité d'organisation et la sous-activité de traitement sont prises en charge ici par l'enseignant. Il écrit au tableau (figure 4) :

On considère deux évènements :

M = le patient est malade

V = le patient est vacciné

On dispose des informations suivantes :

$$P(V) = \frac{1}{4}$$

Figure 4. Extrait du tableau

L'enseignant (P) demande aux étudiants de poursuivre l'identification des données présentes dans l'énoncé, un étudiant (E) répond :

> P : Qu'est-ce qu'on connaît encore ?
> E : La probabilité d'être malade sachant qu'on est vacciné c'est 1/12.

> P : Et sachant qu'on est malade, la probabilité d'être vacciné c'est 1/5.

Puis l'enseignant écrit au tableau (figure 5) :

$$P(M|V) = \frac{1}{12} \quad ; \quad P(V|M) = \frac{1}{5}$$

Figure 5. Extrait du tableau

L'enseignant prend en charge les conversions de registres de la langue naturelle vers le registre symbolique probabiliste.

Il reste à interpréter la question et à identifier la probabilité recherchée, c'est-à-dire la reconnaissance du type de tâches. Un étudiant (E_1) propose quelque chose puis un autre (E_2) complète. L'enseignant (P) clôt l'échange :

> E1 : Qu'on soit vacciné sachant qu'on est malade... Qu'on soit non vacciné sachant qu'on est malade.
> E2 : Non c'est l'inverse !
> P : C'est le problème, il faut réussir à traduire le français dans les maths ce qui n'est pas toujours évident.

Une étudiante propose finalement :

$$P(M|\overline{V})$$

L'enseignant conclut :

> Quelqu'un qui n'est pas vacciné quelles sont ses chances d'être malade ? Comme ça vous pourrez comparer à la probabilité d'être malade sachant qu'on est vacciné, et savoir quelle est l'efficacité du vaccin dans la population. Typiquement, vous avez un certain nombre de données épidémiologiques, vous savez parmi les gens vaccinés quelle est la proportion de ceux qui sont malades et vous voulez connaître la probabilité d'être malade quand on n'est pas vacciné, de façon à comparer l'efficacité du vaccin par rapport au taux de prévalence dans la population.

Puis il écrit au tableau (figure 6) :

On cherche à déterminer :

$$P(M|\overline{V}) = \frac{P(\overline{V}|M)P(M)}{P(\overline{V})}$$

On connait $P(V)$ et $P(\overline{V}|M) = 1 - P(V|M) = \frac{4}{5}$

Figure 6. Extrait du tableau

L'enseignant entoure dans la formule les probabilités qui sont connues d'après l'énoncé et celles qui ne le sont pas, il écrit au tableau les valeurs des probabilités qui sont connues (figure 7).

$$P(\overline{V}) = \frac{3}{4}$$
$$P(\overline{V}|M) = \frac{4}{5}$$
$$P(\overline{M}|V) = 1 - P(M|V) = \frac{11}{12}$$

Figure 7. Extrait du tableau

L'enseignant s'adresse à la classe :

> Ici, on cherche *P*(*M*), comment on fait ? Il faut aussi se souvenir qu'on peut utiliser la formule des probabilités totales. Est-ce que vous pouvez m'exprimer la probabilité de *M* en fonction de l'évènement *V* ?

En indiquant qu'il faut exprimer la probabilité de *M* par la formule des probabilités totales, l'enseignant prend ici en charge la sous-activité de reconnaissance de la technique à mettre en œuvre et la sous-activité d'organisation. Cet élément du discours fait également référence à la dimension *logos* de la praxéologie, on utilise la formule des probabilités totales pour calculer *P*(*M*) car on connait les probabilités conditionnant l'apparition de l'évènement *M*. Il écrit au tableau (figure 8) :

Or : $P(M) = P(M|V)P(V) + P(M|\overline{V})P(\overline{V})$

Figure 8. Extrait du tableau

L'enseignant entoure d'une certaine couleur les probabilités, dans l'expression ci-dessus, qui sont connues d'après l'énoncé et termine la résolution de l'exercice en posant $p = P(M|\overline{V})$ la probabilité recherchée. Il écrit au tableau (figure 9):

En remplaçant les valeurs numériques et en posant $p = P(M|\overline{V})$ on obtient :

$$p = \frac{\frac{4}{5}\left(\frac{1}{12} \times \frac{1}{4} + p\frac{3}{4}\right)}{\frac{3}{4}}$$

Cela donne $p = \frac{1}{45} + \frac{4}{5}p$ et finalement : $p = \frac{1}{9}$

Figure 9. Extrait du tableau

6. Comparaison entre les deux institutions

Le type de tâches commun aux deux exemples présentés dans les parties 4 et 5 est T-CalcProbaCond : calculer une probabilité conditionnelle. Il s'agit donc d'un type de tâches rencontré dans le secondaire qui fait à nouveau partie du savoir enseigné dans le supérieur. Nous nous concentrons au début de cette partie, sur ces deux exemples et nous les comparons, en termes d'activités des élèves (et étudiants) et de praxéologies enseignées associées.

Ce type de tâches apparaît à la sixième et dernière question de l'exercice présenté dans le secondaire tandis qu'il est l'unique question de l'exercice à l'université. Une variation apparaît donc à l'université : *étant donné qu'il s'agit de la seule et unique question de l'exercice*. Le fait qu'il s'agisse de l'unique question de l'exercice impacte la sous-activité d'organisation (et donc de traitement) à la charge de l'étudiant. Il s'agit ici d'une tâche complexe au sens de Robert et Vandebrouck (2014), car elle combine plusieurs sous-activités à mettre en œuvre. Dans le secondaire en revanche, et d'ailleurs l'enseignante le souligne elle-même, il est assez classique que la dernière question d'un exercice soit une probabilité conditionnelle qu'il faille calculer en utilisant les résultats issus des questions précédentes. En effet, dans l'exercice présenté dans la partie 4 un certain nombre de questions ont précédé ce dernier calcul, permettant ainsi de réduire les sous-activités d'organisation et de traitement à la charge de l'élève. Autrement dit, les premières questions présentent une description de la technique à mettre en œuvre pour résoudre la tâche T-CalcProbaCond proposée dans la dernière question.

Dans les deux exercices (lycée et université), le type de tâches T-CalcProbaCond présente des variations similaires. En effet, l'énoncé de la question est en langage naturel et l'évènement, dont on cherche à connaître la valeur de la probabilité, n'apparaît pas explicitement ni sur un arbre de probabilités (question 3, exercice du secondaire) ni dans l'énoncé de l'exercice. Ces variations induisent des adaptations à la charge des élèves et étudiants. Nous relevons que les sous-activités mathématiques qui en découlent (y compris les activités cognitives faisant référence aux registres de représentation) à la charge des élèves sont finalement assez similaires à celles à la charge des étudiants. Dans l'exemple présenté au secondaire, la reconnaissance du type de tâches (quel calcul dois-je faire ?) est à la charge de l'élève, mais est rapidement prise en charge par l'enseignante. Dans l'exemple présenté à l'université la reconnaissance est à la charge des étudiants, mais celle-ci se fait après que les évènements en jeu ont été identifiés et nommés par l'enseignant. L'organisation des différentes étapes, quant à elle, est prise en charge par l'enseignant. Les étudiants n'ont donc plus à leur charge que le traitement de chacune des différentes étapes précisément identifiées par l'enseignant. Les étudiants à l'université n'ont finalement pas mis en fonctionnement les connaissances de façon plus complexe que dans le secondaire même si la tâche de prime abord est plus complexe (d'après la caractérisation de Robert et Vandebrouck, 2014).

Les techniques mises en œuvre dans les deux exercices pour résoudre T-CalcProbaCond diffèrent par la présence des variations mentionnées ci-dessus. À partir de l'exemple présenté, nous observons qu'au lycée, les ingrédients qui forment une technique sont : identifier l'évènement dont on cherche à déterminer la probabilité, utiliser la définition d'une probabilité conditionnelle, remplacer les deux termes par les valeurs préalablement calculées. Si les ingrédients sont si peu nombreux, c'est notamment, car cette question arrive comme la dernière de l'exercice, de nombreuses étapes ont déjà été prises en charge par l'énoncé. À l'université, tout un travail de modélisation (au sens restreint présenté dans l'exercice) est à faire. Les ingrédients (au sens de Chaachoua, 2018) qui composent la technique sont ici : identifier les évènements en jeu, associer les valeurs numériques de l'énoncé à des probabilités d'évènements, identifier l'évènement dont on cherche à déterminer la probabilité, utiliser la formule de Bayes, exprimer chacun des termes en fonction des données présentes dans l'énoncé, résoudre une équation algébrique dont l'inconnue est la probabilité recherchée.

Nous élargissons certains résultats en nous appuyant sur des observations menées dans le secondaire et à l'université dont les détails sont à retrouver dans (Doukhan, 2021, dans le chapitre 5).

Une différence que nous relevons à l'université vis-à-vis du lycée est la non-utilisation du registre de représentation « arbre de probabilités ». Il s'agit selon nous d'un point important en ce qui concerne la transition. En effet, dans le secondaire l'arbre de probabilités a une place majeure. Dans l'exemple présenté dans la partie 4, il apparaît à la fois en tant qu'intermédiaire dans l'activité de modélisation (première question : T-CompletArb), comme aide procédurale (dimension *logos*) dans l'activité de traitement (seconde question : T-LirArb), mais aussi comme ingrédient de la technique (dimension *praxis*) lors du calcul de la probabilité de l'intersection (T-CalcInter). Les changements de registres liés à une activité de modélisation du type passage du registre de la langue naturelle au registre de représentation arbre sont alors à la charge de l'élève au lycée – c'est le cas de la première question de l'exemple présenté à la partie 4. Dans l'exemple du TD de l'université, l'arbre pourrait permettre de représenter la situation probabiliste décrite par l'énoncé et permettre de faire apparaître les données et l'évènement dont on cherche à déterminer la probabilité. En revanche, dans le cas de la recherche d'un inversement de conditionnement (ce qui est le cas dans l'exemple traité) l'arbre n'est pas d'une utilité technique comme ce qui est le cas dans la question 2 de l'exemple du lycée. C'est pour cela que le recours à la formule de Bayes est préféré. De façon systématique, désormais, à l'université, l'arbre ne fait plus partie du savoir enseigné, ni dans la composante *praxis*, ni dans la composante *logos*. On peut donc s'interroger sur la disparition de l'arbre qui intervenait comme soutien dans l'activité mathématique pour les élèves de terminale, à la fois comme élément de la *praxis*, du *logos*, et comme support à l'activité de modélisation. Nous y reviendrons dans la partie de discussion.

Une nouvelle notation apparaît à l'université, pour une notion qui existait déjà dans le secondaire. Il s'agit de la notation de la probabilité conditionnelle notée $P(A|B)$ au lieu de $P_B(A)$. Nous ne l'avons pas détaillé ici, mais durant le cours magistral qui précède cette séance de TD l'enseignant motive ce changement de notation en expliquant qu'elle est plus facilement mémorisable pour un public de biologistes (Doukhan, 2021, p. 198). L'enseignant s'adapte au public et argumente en faveur de cette notation, car elle représente, selon lui, un moyen mnémotechnique de se souvenir de la définition d'une probabilité conditionnelle.

Nous venons de comparer les deux exemples présentés dans la partie 4 et la partie 5, en termes de praxéologies, d'activités des élèves (et étudiants) et de pratiques des enseignants. La comparaison menée nous a conduit à formuler des hypothèses complémentaires que nous présentons dans la partie suivante.

7. Discussion

À partir des principaux éléments de résultats présentés dans la partie précédente, nous souhaitons désormais examiner en quoi ces constats dépassent le cas des deux séances observées. Nous nous appuyons pour cela sur les analyses d'autres observations que nous avons menées dans le secondaire et à l'université (Doukhan, 2021, chapitre 5).

De façon quasi systématique, dans le secondaire, et c'est notamment le cas dans l'exemple présenté à la partie 4, l'enseignante prend en charge la reconnaissance du type de tâches et de la variation. Nous pouvons alors nous demander si les élèves savent prendre en charge ces sous-activités de façon autonome. La complémentarité entre TAD et TADM développée dans notre méthodologie nous permet d'affiner ce questionnement. Les élèves sont-ils capables de reconnaitre le type de tâches (au sens de « associer à la tâche prescrite un type de tâches dont on connait une technique »), qui leur est adressé ? Sont-ils capables de mettre en œuvre la technique adaptée et notamment les ingrédients de la technique sans que l'enseignante prenne en charge une partie de l'organisation ?

À travers l'exemple présenté à la partie 5, nous avons pu relever qu'à l'université l'enseignant prend lui aussi en charge certaines des sous-activités et notamment les conversions de registres lorsqu'il s'agit de passer de la langue naturelle (réponse proposée par un étudiant) au registre symbolique probabiliste (trace écrite au tableau). Ce constat a également été fait dans les autres séances (Doukhan, 2021). On peut alors se demander dans quelle mesure ces conversions sont si naturelles pour les étudiants, et si les techniques (au sens de la TAD) qui leur sont associées ont suffisamment été mises en fonctionnement dans le secondaire pour être disponibles désormais à l'université. L'intérêt d'articuler description des praxéologies et prise en compte de la dimension cognitive de l'activité du sujet apparaît à nouveau lorsque l'on cherche à questionner l'utilisation et la conversion de registres de représentations. Au moyen d'un test, composé d'exercices ciblés, et d'entretiens, nous avons mené une étude auprès de ces élèves de terminale scientifique et de ces étudiants afin de répondre à ces questions. Nous explorons actuellement ces questions dans une recherche en cours.

La non-utilisation, dans le supérieur (du moins dans le cours universitaire où se déroulent nos observations), d'arbres de probabilités comme intermédiaires dans la représentation d'une situation probabiliste nous questionne. En effet, des auteurs comme Martignon et Wassner (2002), expliquent que l'utilisation de représentations permet une meilleure compréhension des problèmes par les étudiants. Concernant les arbres de probabilités en particulier, Diaz et De la Fuente (2007) ajoutent qu'un intérêt de leur utilisation est qu'ils permettent de faire apparaître une grande quantité d'informations grâce à leur lisibilité. L'utilisation d'un arbre dans l'exemple présenté à la partie 5 aurait ainsi pu faciliter la résolution du problème par les étudiants en permettant la représentation de la situation probabiliste étudiée.

En appui sur la comparaison présentée dans la partie 6 et sur les analyses menées à l'université pour ce cours de probabilités, nous constatons que les contenus ne sont pas particulièrement plus abstraits ni plus étoffés à l'université. Les nouveautés en termes de praxéologies enseignées dans le module d'université, tout du moins en ce qui concerne le bloc *praxis* que nous avons principalement observée, sont assez peu nombreuses par rapport à ce que nous avons observé en classe de terminale scientifique. On peut relever la technique de l'utilisation de la formule de Bayes (sans qu'elle soit nommée) pour le calcul de $P\left(M\middle|\overline{V}\right)$.

Le croisement entre TAD et TADM nous permet enfin d'apporter un éclairage quant aux éléments de discours. En effet, la dimension *logos* des praxéologies enseignées est très peu perceptible chez les élèves et étudiants, elle est cependant présente dans le discours des enseignants, notamment dans le secondaire où l'enseignante en formulant des aides ou des indications apporte des éléments de technologies justifiant les techniques à mettre en œuvre.

À partir des analyses présentées dans la partie 5, nous pouvons affirmer que la tâche associée au type de tâches T-CalcProbaCond rencontré à l'université, dans le cadre de ce cours, est complexe. En effet, l'étudiant doit ici reconnaitre le type de tâches (dans le sens, associer à la tâche prescrite un type de tâches dont il connait une technique), puis prendre en charge l'organisation et le traitement de la technique à mettre en œuvre. Mais la complexité est également dans la mise en œuvre de la technique qui est composée d'un grand nombre d'ingrédients, contrairement à ce que nous avons pu observer dans le secondaire où la description de la technique à mettre en œuvre est prise en charge par l'énoncé et le découpage en sous-questions.

8. Conclusion

Nous avons présenté ci-dessus des résultats concernant l'enseignement des probabilités conditionnelles à la transition secondaire-supérieur. Toutefois, l'objet de cet article dépasse ces résultats, puisqu'il concerne la proposition d'une approche théorique et méthodologique spécifique à l'étude de la transition secondaire-supérieur.

L'articulation des cadres de la TADM et de la TAD, avec au cœur le concept nouveau de variation de type de tâches, nous permet de mettre en évidence des éléments saillants de la transition secondaire-supérieur dans le cas de l'enseignement des probabilités conditionnelles. Nous les reprenons ci-dessous.

Dans une perspective institutionnelle qui s'inscrit dans le cadre de la TAD, nous avons souligné que les nouveautés en termes de praxéologies enseignées dans le module d'université sont assez peu nombreuses par rapport au lycée. Il s'agit là d'un constat s'inscrivant principalement dans la dimension *praxis* des praxéologies.

Par ailleurs, les variations de type de tâches, leurs prises en charge ou non dans la résolution de la tâche, par l'enseignant ou l'enseignante, l'énoncé ou l'élève ainsi que leurs impacts sur les techniques a guidé notre analyse présentée aux parties 5 et 6. Par exemple, le fait qu'il s'agisse de l'unique question de l'exercice (variation) impacte la sous-activité d'organisation et de traitement, ainsi que la technique et sa mise en œuvre.

L'articulation de ces outils théoriques nous a permis de nous pencher sur la manière dont la complexité d'une tâche impacte l'organisation praxéologique associée et en particulier les techniques et leurs mises en œuvre. C'est notamment le cas de la tâche proposée à l'université et présentée à la partie 5, cette tâche est complexe et appelle des adaptations en termes d'organisation, de traitement. Le nombre important d'ingrédients de la technique nécessaire à la résolution participe à la complexité de la tâche du point de vue de l'étudiant. Par ailleurs, la gestion de la tâche dans le déroulement modifie cette complexité *a priori*.

En ce qui concerne les activités (cognitives) de production et de conversion de registres de représentations, nous soulignons que l'arbre de probabilités a une place très importante dans l'enseignement secondaire, à la fois comme intermédiaire dans l'activité de modélisation, comme aide procédurale dans l'activité de traitement, mais aussi comme ingrédient de la technique lors du calcul de probabilités. Ce n'est plus le cas à l'université ou le registre symbolique probabiliste est préféré pour la résolution (algébrique) des problèmes de probabilités.

Le croisement entre TAD et TADM nous a également permis d'apporter un éclairage sur certains éléments de discours des enseignants et ainsi considérer la dimension médiative de l'activité des sujets. En effet, nous avons relevé que la dimension *logos* des praxéologies enseignées est relativement absente chez les sujets, mais présente dans le discours des enseignants. C'est notamment le cas dans le secondaire où l'enseignante en formulant des aides ou des indications apporte des éléments de technologies justifiant les techniques à mettre en œuvre.

Enfin, concernant les aspects de modélisation, le modèle est généralement donné dans les exemples et exercices proposés pour le thème des probabilités conditionnelles. La modélisation laissée à la charge du sujet est assez faible au sens de l'activité de modélisation présentée par Derouet (2022), car elle ne présente que quelques étapes qui sont : identifier les évènements à partir d'un énoncé en langage naturel ou encore représenter la situation probabiliste à travers un arbre de probabilités. Ces étapes nécessitent la mise en œuvre de sous-activités de production et conversion de registres, de type passage du registre de la langue naturelle au registre des arbres de probabilités, mais ont également un impact sur les mises en œuvre des techniques pour résoudre la tâche.

Ces choix théoriques nous ont aussi amenée à adopter une méthodologie spécifique. En effet, si notre étude globale a débuté avec la comparaison des institutions (manuel, polycopiés de cours, etc.) dont les détails sont à retrouver dans (Doukhan, 2021), nous allons plus loin en comparant les mises en œuvre en classe de ces supports. Nous considérons en effet que ces mises en œuvre sont caractéristiques de l'institution. Cette méthodologie est conçue en cohérence avec notre cadre théorique original, elle permet de prendre en compte les différences institutionnelles, mais également le point de vue des acteurs et notamment le contexte dans lequel sont proposées les tâches. Les limites que présente cette méthodologie sont liées à la seule observation d'une classe et d'une enseignante dans le secondaire, mais aussi d'un seul enseignant à l'université. Il n'est pas certain que ces sujets soient représentatifs des institutions, aussi, pour lever ces limites, nous envisageons d'ouvrir nos observations à d'autres terrains, notamment dans le supérieur.

Enfin, puisque nous nous situons ici au niveau des programmes du secondaire en vigueur jusqu'en 2020, les changements de programme majeurs qui ont eu lieu dans le secondaire en France impliquant la disparition des filières générales S, ES et L ne font pas l'objet du travail présenté. Il s'agit là de perspectives à ce travail étant donné que ces changements soulèvent de nombreux questionnements quant à la transition secondaire-supérieur.

Bibliographie

ARTIGUE, M. (2004). *Le défi de la transition secondaire-supérieur. Que peuvent nous apporter les recherches en didactique des mathématiques* [communication orale]. Premier congrès franco-canadien de sciences mathématiques.

BAKKER, A., HAHN, C., KAZAK, S., & PRATT, D. (2018). Research on probability and statistics education. Dans T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger, K. Ruthven (dir.), *Developing Research in Mathematics Education: twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (p. 46-59). Routledge.

CHAACHOUA, H. (2018). T4TEL un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. Dans J. Pilet & C. Vendeira (dir.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM*. IREM de Paris - Université Paris Diderot. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/PS/IPS19021/IPS19021.pdf

CHEVALLARD, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. Dans R. Noirfalise (dir.), *Actes de l'université d'Été de didactique de la Rochelle* (p. 91-118). IREM de Clermont-Ferrand.
https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WD/IWD99008/IWD99008.pdf

CHEVALLARD, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans S. Maury & M. Caillot (dir.), *Rapport du savoir et didactiques* (p. 81-104). Editions Fabert. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf

CHIEL, H. J., MCMANUS, J. M., & SHAW, K. M. (2010). From biology to mathematical models and back: Teaching modeling to biology students, and biology to math and engineering students. *CBE-Life Sciences Education*, *9*(3), 248-265.

DEROUET, C. (2022). Caractérisation de démarches de modélisation probabiliste. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *27*, 89-131.

DIAZ, C., & DE LA FUENTE, I. (2007). Assessing students' difficulties with conditional probability and bayesian reasoning. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *2*(3), 128-148.
https://www.iejme.com/download/assessing-students-difficulties-with-conditional-probability-and-bayesian-reasoning.pdf

DOUKHAN, C. (2021). *Modèles praxéologiques dans la transition secondaire-supérieur : le cas des probabilités en filière biologie* [thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale]. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03632311/document

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 5*, 37-65.

EICHLER, A., & VOGEL, M. (2014). Three approaches for modelling situations with randomness. Dans E. J. Chernoff & B. Sriraman (dir.), *Probabilistic thinking: presenting plural perspectives* (p. 75-99). Springer.

GONZÁLEZ-MARTÍN, A., GUEUDET, G., BARQUERO, B., & ROMO-VÁZQUEZ, A. (2021). Mathematics and other disciplines, and the role of modelling: advances and challenges. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmut, E. Nardi, & C. Winsløw (dir.), *Research and development in university mathematics education* (pp. 169–189). Routledge ERME Series: New Perspectives on Research in Mathematics Education.

GUEUDET, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 237-254.

GUEUDET, G., & THOMAS, M. (2019). Secondary-tertiary transition in mathematics education. Dans S. Lerman (dir.), *Encyclopedia of mathematics education* (p. 762-766). Springer.

GUEUDET, G., & VANDEBROUCK, F. (2022). Transition secondaire-supérieur: Ce que nous apprend la recherche en didactique des mathématiques. *ÉpiDEMES, 1*. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03225490v2/document

HEUBLEIN, U. (2014). Student drop-out from german higher education institutions. *European Journal of Education, 49*(4), 497-513.

HUERTA, M. P. (2014). Researching conditional probability problem solving. Dans E. Chernoff & B. Sriraman (dir.), *Probabilistic Thinking. Adances in Mathematics Education* (p. 613-639). Spinger.

JOLIVET, S., LESNES-CUISINIEZ, E. & GRUGEON-ALLYS, B. (2021). Conception d'une plateforme d'apprentissage en ligne en algèbre et en géométrie : prise en compte et apports de modèles didactiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 26*, 117-156.

MARTIGNON, L., & WASSNER, C. (2002). Teaching decision making and statistical thinking with natural frequencies. Dans B. Phillips (dir.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. https://iase-web.org/documents/papers/icots6/10_52_ma.pdf?1402524959

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (MEN). (2011). Programme de l'enseignement des mathématiques. Classe terminale de la série scientifique. *Bulletin Officiel spécial du 13 octobre 2011*. https://cache.media.education.gouv.fr/file/special_8_men/98/4/mathematiques_S_195984.pdf

NECHACHE, A. (2016). *La validation dans l'enseignement des probabilités au niveau secondaire* [Thèse de doctorat, Université Paris Diderot Paris 7].

PARZYSZ, B. (2011). Quelques questions didactiques de la statistique et des probabilités. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *16*, 127-147.

PONCY, M., MENY, J., MOUNIER, F., VIEUDRIN, D., VINCEROT, F., BONNAFET, J., & RUSSIER, M. (2012). *Indice Mathématiques Spécialité Tle S*. Bordas.

ROBERT, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'Université. *Recherche en didactique des mathématiques*, *18*(2), 139-190.

ROBERT, A., & VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *34*(2-3), 239-285.

ROGALSKI, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Dans F. Vandebrouk (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 23-30). Octarès Editions.

ROGALSKI, J. (2012). Théorie de l'activité et didactique pour l'analyse conjointe des activités de l'enseignant et de l'élève. *International Journal for Studies in Mathematics Education, 5*(1). http://periodicos.uniban.br

VANDEBROUCK, F. (dir.). (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Octarès Editions.

VANDEBROUCK, F. (2018). Activity theory in French didactic research. Dans G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, & B. Xu (dir.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (p. 679-698). Springer.

VIIRMAN, O., & NARDI, E. (2018). Negotiating different disciplinary discourses: biology students' ritualized and exploratory participation in mathematical modeling activities. *Educational Studies in Mathematics*, *101*(2).

CAMILLE DOUKHAN

LISEC UR2310, Université de Strasbourg, UL, UHA

camille.doukhan@espe.unistra.fr