JEAN-BAPTISTE LAGRANGE

NOTE DE LECTURE

MATHEMATICS EDUCATION IN THE AGE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE. HOW ARTIFICIAL INTELLIGENCE CAN SERVE MATHEMATICAL HUMAN LEARNING.[1]

Contexte

Selon le chapitre de présentation, le livre vise à mettre en lumière la contribution de l'intelligence artificielle à « l'éducation mathématique ». En premier lieu, il convient de s'entendre sur les termes. « L'éducation mathématique » (*mathematics education* en anglais), même complétée par « recherche en » couvre un champ plus large que la didactique telle qu'on l'entend dans le contexte francophone. De plus, selon moi, l'éducation mathématique se distingue de la didactique par son orientation pragmatique ; elle s'intéresse à « est-ce que ça marche ? » plus souvent qu'à « pourquoi ça marche ? ». Le livre présenté ici est bien représentatif de ces deux caractères : une grande diversité de préoccupations et de situations, ainsi que des approches s'appuyant sur l'expérience plus souvent que sur une problématique de recherche.

Il convient de s'entendre aussi sur le terme « Intelligence Artificielle ». Le propos introductif (*foreword*) de Nicolas Balacheff propose de distinguer des *machines d'IA* mettant en œuvre des algorithmes et des modes de représentation issus de l'IA comme domaine de l'informatique, et ce qu'il appelle les « machines mathématiques intelligentes » (*Smart mathematical machines*) dont il fait remonter la généalogie jusqu'à la machine arithmétique de Pascal, en passant par les micromondes (*micro-worlds*) et la Géométrie Dynamique. Balacheff souligne :

> D'une part, les machines d'IA (…) ont donné des résultats prometteurs pour l'acquisition de compétences techniques, mais elles sont limitées lorsqu'il s'agit de problèmes, ce qui restreint leur impact sur le développement d'une

---

[1] Richard, P.R., Vélez, M.P. et Van Vaerenbergh, S. (dir.). (2022). *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. How Artificial Intelligence can Serve Mathematical Human Learning*. Springer, Cham.

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 27, p. 169 – 174.

> compréhension des mathématiques. D'un autre côté, les machines mathématiques intelligentes (smart) sont des outils efficaces pour concevoir des situations problématiques par la possibilité qu'elles offrent de créer des champs d'expérience mathématique. (p. ix).

Balacheff ne s'étend pas sur la différence entre « smart » et « intelligent ». « Smart » se distingue de « intelligent » par une forte dimension d'ingéniosité et de capacité à agir, bref d'intelligence pratique. Le terme « smart » est donc bien choisi pour des environnements dont les concepteurs se préoccupent d'abord de l'expérience des utilisateurs. Il est cependant difficile de le traduire en français. Les termes les plus proches seraient « futé » ou « malin », mais ils peuvent avoir une connotation péjorative ou réductrice. Je propose donc de distinguer dans cette présentation d'une part les analyses qui considèrent des environnements numériques permettant de créer des champs d'expérience mathématique pour l'enseignement ou l'apprentissage sans qu'existe une référence précise à l'IA et d'autre part celles qui s'adressent à la conception ou à la mise en œuvre de logiciels faisant explicitement appel à l'IA comme domaine de l'informatique. Même si je partage l'analyse de Balacheff quant aux limites qu'a connues l'IA, je pense qu'il est important de s'intéresser à ses développements, car, ayant récemment connu des progrès spectaculaires dans certains domaines, l'IA a aujourd'hui une grande visibilité sociale qui s'étend à l'éducation par le biais de plateformes d'apprentissage revendiquant être fondées sur (*powered by*) l'IA.

Je vais présenter quelques chapitres, les plus à même d'intéresser les lecteurs des Annales.

Les champs d'expérience mathématique

Je commence par les chapitres qui considèrent des environnements technologiques permettant de créer des champs d'expérience mathématique (*smart machines* pour Balacheff). Parmi ces chapitres, une majorité peut être vue comme du partage d'expérience plus ou moins appuyé sur une analyse réflexive, ce qui est cohérent avec ce qui a été dit plus haut de l'« éducation mathématique ». Ces expériences sont souvent très riches et ouvrent des perspectives novatrices. Je retiens particulièrement quatre chapitres dans l'ordre d'apparition dans le livre. Betteridge et al. (pp. 251-276) font un bilan de plus de 10 ans de rénovation des cours pour étudiants en mathématiques dans deux universités. Un choix raisonné a été fait de fonder ces cours sur des activités de programmation. Celles-ci ne sont pas vues comme des applications de savoirs mathématiques, mais bien comme participant à la construction de ces savoirs. Le chapitre montre comment la programmation, en tant qu'activité créatrice, a évolué dans les années récentes et comment elle peut contribuer aux différents champs des mathématiques enseignés dans ces cours. Jarvis et al. (pp. 283-317) analysent eux aussi un exemple de rénovation des cours au niveau universitaire, fondé cette fois sur l'utilisation du calcul formel (CAS en anglais). Nous sommes maintenant 40 ans après l'invention du calcul formel, et au fil des ans, cette technologie a été vue sous deux aspects : d'une part les nombreuses opportunités offertes pour l'enseignement ou l'apprentissage, et d'autre part une difficile intégration dans la réalité des classes. Le chapitre de Jarvis et al. montre comment ces deux aspects peuvent être réconciliés grâce à des années de pratique réfléchie. L'analyse des pratiques d'un enseignant et de leur évolution témoigne aussi des liens profonds qui existent entre ses usages de la technologie et sa conception personnelle des mathématiques et de l'apprentissage des mathématiques.

Parmi les perspectives innovantes, le chapitre de Rodríguez (pp. 343-363) propose une utilisation de la réalité virtuelle en classe. Rodríguez repère des potentialités de visualisation et de manipulation à partir d'utilisations observées dans d'autres domaines comme la médecine. L'étude empirique, réalisée pendant la pandémie, vise à confronter ces potentialités à la réalité de l'enseignement ou l'apprentissage des mathématiques au niveau universitaire. Les observations sont obtenues à partir des réactions des élèves en tenant compte des différentes positions de l'apprenant (observateur ou manipulateur) et des différents environnements matériels. Les avantages pour la pratique de l'enseignant sont soulignés. Le chapitre de Diego-Mantecon et al. (pp. 399-416) porte sur les retombées de projets innovants menés en classe conjointement par des enseignants de mathématiques et de technologie avec des équipes d'élèves de 14-15 ans. Les technologies ont été utilisées par les équipes en fonction de leur projet, notamment l'impression 3D et les environnements de programmation. Les compétences visuelles ou spatiales ainsi que le raisonnement ont été stimulés, mais les enseignants ont eu tendance à négliger les occasions apportées par les connexions entre les mathématiques et la technologie, privilégiant les contenus curriculaires dans leur spécialité.

Dans une perspective nettement didactique, le chapitre de Trgalová (pp. 417-430) s'appuie sur une quarantaine d'années de recherche sur l'utilisation de la géométrie dynamique en classe, pour aborder la diversité des façons dont la technologie numérique peut être mise en œuvre. Elle propose une classification des tâches en quatre niveaux, depuis les tâches où la géométrie dynamique est simplement substituée à la construction papier-crayon jusqu'aux tâches spécialement conçues pour tirer parti de ses potentialités. Étant donné que l'engagement et l'activité cognitive des élèves se développent mieux dans les niveaux supérieurs de la classification, Trgalová insiste sur le fait qu'il ne faut pas considérer la technologie comme un vecteur de transformation en soi, mais plutôt examiner de près la manière dont elle est utilisée dans les contextes éducatifs. Comme elle le dit dans sa conclusion, la classification se propose comme valable pour des usages de technologies autres que la géométrie dynamique, en fait elle s'applique bien aux environnements permettant de créer des champs d'expérience dans tous les domaines des mathématiques.

La preuve automatique

Parmi les chapitres portant sur des applications faisant explicitement appel à l'IA (machines d'IA), je vais d'abord considérer ceux qui s'intéressent à la preuve automatique. Quaresma (pp. 3-22) fait le point sur les différentes approches de la preuve automatique en géométrie : méthodes synthétiques utilisant les axiomes classiques et des heuristiques, méthodes algébriques qui transposent un problème géométrique en problème algébrique, méthodes semi-synthétiques basées sur une axiomatique appropriée au traitement automatique et finalement méthodes basées sur la logique propositionnelle. Chaque type de méthode est discuté de deux points de vue : son efficacité dans la production de preuves automatiques, et la possibilité qu'ont ou non les preuves produites d'être lues par des êtres humains. Le chapitre de Kovács et al (pp. 23-44) concerne la méthode algébrique, puisqu'il s'agit de présenter les outils de preuve automatique dans le logiciel GeoGebra. Ces outils sont en effet implémentés grâce à la représentation des objets dans un système de calcul formel interne au logiciel et grâce aux traitements permis par le calcul formel, notamment la résolution de systèmes polynomiaux utilisant les bases de Gröbner. Les auteurs insistent sur le changement de perspective que ces outils entraînent, de par leur disponibilité dans un logiciel très présent dans l'enseignement des mathématiques. Narboux et Durand-Guerrier (pp. 167-192) quant à eux font l'hypothèse que l'introduction d'un logiciel de preuve automatique en géométrie est susceptible de contribuer à l'analyse de preuves, une activité importante particulièrement pour de futurs enseignants. Globalement, ces chapitres sur la preuve automatique font penser aux réflexions sur les potentialités du calcul formel dans les années 1980. Il a fallu des années d'investigation tant empirique que théorique pour outiller la recherche sur ces potentialités. Du travail en perspective, donc pour faire de même avec la preuve automatique.

Environnements tutoriels

Les trois chapitres présentant des environnements tutoriels (*Intelligent Tutoring Systems*) font aussi explicitement appel à des méthodes d'IA. Ces chapitres ont en commun d'être issus de projets menés dans le contexte francophone et qui sont peut-être déjà connus des lecteurs des Annales. Les auteurs ont fait l'effort de développer leurs travaux pour un public plus large. Ils ont aussi en commun de fonder leur recherche sur un cadre didactique qui permet d'apprécier les objectifs et les hypothèses sous-jacents. Font et al (pp. 45-76) s'appuient sur les études didactiques concernant le passage d'une conjecture à une démonstration en géométrie notamment. L'objectif du projet QED-Tutrix que présente ce chapitre est d'aider l'élève grâce à un environnement logiciel qui lui permet d'explorer le problème et de construire une preuve, et fournit un tuteur virtuel basé sur l'identification de l'étape de la preuve sur laquelle il travaille, le tout de façon non supervisée. Le chapitre détaille les principes de réalisation de QED-Tutrix et l'évaluation de ses capacités. Grugeon-Allys et al (pp. 141-165) s'appuient sur une recherche menée depuis 20 ans pour développer des systèmes permettant de différencier l'apprentissage. Ils détaillent les modèles qui permettent de concevoir, développer et implémenter un environnement de diagnostic automatisé. Le travail des élèves sur l'environnement permet d'identifier des profils et des besoins d'apprentissage personnalisés. Emprin (pp. 319-341) s'appuie quant à lui sur des cadres théoriques concernant l'apprentissage et l'activité des élèves, et les enseignants et leur formation. La réalisation de simulateurs informatiques qu'il présente dans le chapitre prolonge une recherche sur les stratégies visant à ce que les enseignants et formateurs prennent conscience des potentialités de la géométrie dynamique pour l'apprentissage des mathématiques, mais aussi des conditions permettant à ces potentialités de se réaliser.

L'apprentissage machine

Sur le plan des techniques d'IA, les chapitres que je viens de présenter s'appuient en général sur le calcul formel ou les systèmes experts et la programmation logique. Chacun sait que de nouvelles techniques se sont développées sous le terme générique d'apprentissage machine (*machine learning*) et que ces techniques ont permis des avancées décisives dans des domaines comme le traitement des langues naturelles et la reconnaissance d'image. Van Vaerenbergh et Pérez-Suay (pp. 89-106) notent que l'influence de ces techniques commence à être perceptible dans les environnements numériques pour l'enseignement des mathématiques. Ils proposent une classification et, à partir de celle-ci, discutent les usages possibles. Le chapitre comporte de nombreuses références à des travaux de spécialistes de l'IA. Ces travaux s'intéressent surtout aux performances de systèmes simulant l'apprentissage. Elles sont plutôt modestes dès que l'on sort d'applications phares comme la reconnaissance d'images ou d'écriture manuscrite. La classification proposée permet cependant d'apercevoir comment des environnements d'apprentissage pourraient évoluer. Le lecteur trouvera des pistes dans les chapitres de Emprin et de Grugeon-Allys et al. Le chapitre de Martínez-Sevilla et Alonso (pp. 107-136) est quant à lui basé sur un projet éducatif exploitant directement l'apprentissage machine. Les auteurs présentent l'environnement logiciel MonuMAI, construit comme un outil d'aide à la reconnaissance de motifs typiques dans une façade de monument. Pour ces auteurs, les monuments concentrent une grande partie des connaissances mathématiques de leur époque, ainsi que des informations artistiques précieuses. MonuMAI peut donc servir d'outil dans un travail pédagogique en mathématiques, en éducation artistique et en histoire. Les auteurs ont de plus veillé à ce que les étudiants portent un regard critique sur

MonuMAI notamment en les encourageant à repérer des cas où l'algorithme échoue à reconnaître des éléments ou détermine une conception architecturale erronée. Il paraît en effet fondamental que les élèves prennent conscience de ce qu'un environnement d'IA fonctionne selon un modèle, certes performant du fait de l'apprentissage machine, mais qui a nécessairement des limites liées au panel d'exemples sur lequel il a été entraîné.

Conclusion

Sur le plan de l'édition, le livre propose de nombreuses illustrations dont beaucoup utilisent la couleur. Le livre est structuré en trois parties : (1) création de milieu d'IA, (2) apprentissage aidé par l'IA et (3) apports de recherches empiriques. Chaque partie débute par une présentation rédigée par un expert. En l'absence de résumés, le lecteur devra se référer à ces présentations pour un aperçu des points forts de chaque chapitre. En fonction de l'intérêt que j'ai trouvé à ce livre, particulièrement aux chapitres présentés ici, j'ai fait le choix d'une structure différente, axée sur les potentialités des environnements technologiques pour l'enseignement des mathématiques de façon à montrer comment le livre s'inscrit dans l'histoire déjà longue de ces environnements.

JEAN-BAPTISTE LAGRANGE

LDAR, UNIVERSITE PARIS-CITE, FRANCE

jb.lagrange@casyopee.eu