

JULIÁN SANTOS

BÚSQUEDA DEL EQUILIBRIO ENTRE EL COMPONENTE ADIDÁCTICO Y DIDÁCTICO DEL *SABER* EN LA INGENIERÍA DIDÁCTICA

Abstract. Search for balance between the adidactic and didactic components of *savoir* in didactic engineering. Didactic Engineering describes in detail the stages of *connaissances* construction within *adidactic situations*, yet it does not address the stages in which this *connaissances* becomes decontextualized and transformed into formal *savoir*. This imbalance between the adidactic and didactic components of *savoir* presents a challenge for teachers who aim to implement Didactic Engineering with regard to meaning as the connection between *connaissances* and *savoir*. In this theoretical essay, I will defend the hypothesis that institutionalization needs to be considered in the design and a priori analysis of Didactic Engineering.

Keywords. institutionalization, theory of didactic situations, didactic engineering, teaching methods, mathematics education

Resumen. En las Ingenierías Didácticas se describen con detalle los momentos de construcción del *conocimiento* en las *situaciones adidácticas*, pero no se describen los momentos en los que se produce esa descontextualización del *conocimiento* al *saber*. Este desequilibrio entre el componente adidáctico y didáctico del *saber* se traduce en un problema para los profesores que pretenden implementar una Ingeniería Didáctica en relación con el sentido como conexión entre el *saber* y el *conocimiento*. Defenderé en este ensayo teórico la hipótesis de que la *institucionalización* necesita ser considerada en el diseño y el análisis a priori de las Ingenierías Didácticas.

Palabras clave. institucionalización, teoría de situaciones didáctica, ingeniería didáctica, métodos de enseñanza, educación matemática

Résumé. Recherche de l'équilibre entre la composante adidactique et didactique du *savoir* en ingénierie didactique. L'ingénierie didactique décrit en détail les moments de construction des *connaissances* dans les *situations adidactiques*, mais ne décrit pas les moments où s'opère cette *décontextualisation* par rapport au *savoir*. Ce déséquilibre entre la composante adidactique et didactique des *connaissances* se traduit par un problème pour les enseignants qui entendent mettre en œuvre l'ingénierie didactique en relation avec le sens en tant que lien entre les *connaissances* et le *savoir*. Dans cet essai théorique, je défendrai l'hypothèse selon laquelle *l'institutionnalisation* doit être prise en compte dans la conception et l'analyse a priori de l'ingénierie didactique.

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 29, p. 161 – 190.
© 2024, IREM de STRASBOURG.

Mots-clés. institutionnalisation, théorie des situations didactiques, ingénierie didactique, méthodes d'enseignement, enseignement des mathématiques

El principio teórico que propone la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) es considerar que no es posible transmitir el *saber*¹ de forma directa. Se propone en cambio definir un *saber* matemático mediante una *situación* que permita a los estudiantes aprender de forma indirecta, produciendo un mayor sentido, un mayor grado de conexión entre el *saber* y el *conocimiento* producido en la *situación*.

Para producir esas *situaciones*, Brousseau (1998) desarrolló la Ingeniería Didáctica (ID) como una herramienta para producir una génesis artificial del *saber*. El *saber* tiene un componente cognitivo que se prevé producir en una *situación adidáctica*, cuando el sujeto interactúa con un *milieu*² material, que durante la *situación* deberá transformarse en un *milieu* intelectual, para alcanzar la solución óptima en la *situación*, y un componente sociocultural que se prevé producir en una *situación didáctica*, cuando el sujeto interactúa con un *milieu* intelectual en el que se encuentra con métodos, herramientas y formas de lenguaje que pertenecen a la cultura fuera de clase, y los incorpora a sus maneras de actuar, reflexionar y comunicar.

El elemento determinante en el sentido que le da el estudiante al *saber*, en relación con su producción de conocimientos en la *situación*, es la posibilidad de *validación* (Margolinas, 1992). En los momentos de *validación* «le caractère public du travail de l'élève l'oblige à établir et à maintenir une relation avec la question, et donc avec le problème et le savoir» [el carácter público del trabajo del alumno le obliga a establecer y mantener una relación con la pregunta, y por tanto con el problema y el conocimiento] (Margolinas, 1992, p. 129). La fase de *validación* hace parte de una fase de conclusión durante la cual el estudiante accede a información sobre la validez de su respuesta, pero debe ser capaz de decidir por sí mismo sobre la validez de esta, según Margolinas (1992) «La phase de validation est donc la modalité adidactique de la phase de conclusion» [La fase de validación es, por tanto, la modalidad adidáctica de la fase de conclusión] (p. 129).

Para que una fase de conclusión se convierte en una fase de *validación* es necesario que se produzcan *criterios de validez*. Los *criterios de validez* son *conocimientos* producidos por los estudiantes, en la *situación adidáctica*, que se usan para validar cuando hay un retiro total o parcial de un *milieu* material (Margolinas, 1992), es decir, cuando el *milieu* material se retira de la *situación*, deben existir esos *criterios*

¹ Saber y conocimiento tienen distinciones diferentes en el marco de la TSD. Remito al lector a (Margolinas, 2014) para ampliar esta observación.

² Para ampliar la idea de *milieu* en el marco de la TSD remito al lector a (Margolinas, 1995).

de validez que posibilitarán las conexiones entre el *saber* y *conocimiento*, es entonces, en la transformación de un *milieu* material en *milieu* de otro carácter, de un carácter intelectual, que se deben producir las deducciones necesarias para la descontextualización del *conocimiento*.

En las ID se describen con detalle los momentos de construcción del *conocimiento* en las *situaciones adidácticas*, pero no suelen describirse los momentos en los que se produce esa descontextualización del *conocimiento* al *saber*. Es decir, se describe su componente adidáctico en el que se produce la génesis artificial del *conocimiento*, pero no se describe su componente didáctico, no se describe la *institucionalización*. Este desequilibrio entre el componente adidáctico y didáctico del *saber*, es fruto de una visión teórica que priorizó el desarrollo de *situaciones adidácticas* (Artigue, 2011).

Esto se traduce en un problema para los profesores que pretenden implementar una ID en relación con el sentido como conexión entre el *saber* y el *conocimiento*: el profesor que implementa la ingeniería puede (y de hecho sucede) terminar presentando un *saber* sin sentido para sus estudiantes. El problema termina siendo la ruptura entre el *conocimiento* y el *saber* cuando aquello que se institucionaliza no se conecta con la génesis artificial provocada en la *situación adidáctica*.

El concepto de *institucionalización* apareció de manera tardía en la TSD como un fenómeno observado en la implementación de las ingenierías diseñadas (Brousseau, 1988) y fue teorizado solo como un elemento de análisis a posteriori, no considerado en el diseño de las ingenierías. Aunque después de haber sido teorizado, el término *institucionalización* comenzó a ser utilizado en la descripción de las ingenierías, continuó considerándose como un «factor externo», no susceptible de ser analizado a priori y por lo tanto mantenido al margen de las ingenierías como algo por fuera del control epistemológico de las *situaciones*.

Propongo la hipótesis de que la *institucionalización* necesita ser, no solo reconocida como fenómeno observable o definida a nivel teórico, sino que debe ser considerada en el diseño y el análisis a priori de las ID lo que favorecerá la conexión entre el *conocimiento* producido por los estudiantes y el *saber* que se desea enseñar.

Para defender esta hipótesis, presentaré un estado del arte del concepto *institucionalización* en la TSD tomando como puntos de referencia los aportes de autores que han contribuido a su evolución. Describiré la *institucionalización* desde cuatro concepciones diferentes: La *institucionalización* desde la concepción de Brousseau (en el marco de la ID), la *institucionalización* desde la concepción de Perrin-Glorian, la *institucionalización* desde la concepción de Margolinas, y la *institucionalización* desde la concepción de Allard (en el marco de las clases

«ordinarias»³); luego, tomando como referencia estas concepciones, describiré la complejidad del proceso de *institucionalización* para el profesor; posteriormente discutiré la necesidad de describir a priori lo que he llamado el componente *didáctico* de la ID; por último presentaré un ejemplo de cómo se podría considerar el proceso de *institucionalización* en el análisis a priori de una ID, basado, no solo en el estado del arte que se presentará en el apartado inicial de este artículo, sino además, en la reflexión de otras ideas teóricas.

1. La *institucionalización* desde la concepción de Brousseau

1.1. La *institucionalización* en la TSD

Para la TSD el aprendizaje no es un proceso de transferencia simple, ni un proceso lineal y continuo. Brousseau (1998) propone el aprendizaje como un proceso doble: de adaptación (asimilación y acomodación) a un *milieu* que es productor de contradicciones, de dificultades, desequilibrios y que permite la construcción de *conocimiento* y, de aculturación: adaptación a un *saber* cultural, por la entrada en las prácticas de una institución (Margolinas *et al.*, 2011; Mangiante-Orsola *et al.*, 2018; Houle, 2016).

Brousseau reconoce la importancia de aceptar el aprendizaje por aculturación en la TSD mucho tiempo después de haber presentado los postulados teóricos iniciales de la teoría. Reconoce esto al admitir que sólo la intervención didáctica del profesor permite discutir en un espacio común los *conocimientos* que el estudiante construye en las *situaciones adidácticas* con el fin de acercar estos al *saber* a través de la *institucionalización*. La *institucionalización* fue también reconocida tiempo después dentro de la TSD, considerada inicialmente como un tipo de *situación* (Brousseau, 1988; Laparra & Margolinas, 2008), y propuesta solo al reconocer que la enseñanza no podría reducirse solamente a la organización del aprendizaje (Brousseau, 1988).

1.2. La *institucionalización* como *situación*

Para Brousseau la *institucionalización* de los *conocimientos* es una *situación* en la que el profesor reconoce como válidos y aceptados por la sociedad los *conocimientos* que los alumnos han elaborado en el transcurso o como conclusión de una *situación* o serie de *situaciones adidácticas*; una *situación* en la que, al nivel de la clase, se produce el acto por el que un *conocimiento* se convierte en un *saber*. La *institucionalización* modifica las reglas de utilización del *conocimiento* y le da otro estatus, el estatus de *saber* que ya no pertenece exclusivamente a la clase, que puede

³ Comparto la postura de Margolinas sobre el interés que se despertó entre los investigadores después de los años 90 sobre el estudio de las clases «ordinarias» (Margolinas, 2003, p. 2).

ser utilizado fuera de esta (Brousseau, 1984, 1988, 1998; Brousseau *et al.*, 2014). El *conocimiento* debe ser entonces capaz de adquirir una función de *saber* matemático en el curso de la *situación de institucionalización* (Brousseau, 1998).

La *institucionalización* no puede aparecer sin que previamente se hayan desarrollado otras *situaciones*, las cosas que las *situaciones de acción* hacen descubrir, las *situaciones de formulación* hacen expresar, las *situaciones de validación* hacen demostrar, y otras *situaciones* hacen tomar como referencia e *institucionalizar* (Brousseau *et al.*, 2014). La *situación de institucionalización* está entonces, al finalizar una cadena evolutiva de otras *situaciones* que permiten su aparición.

El objetivo de la *situación de institucionalización* es que los estudiantes sepan que disponen de un repertorio común de objetos y términos (*saber*), que pueden entenderse mejor en los intercambios con los demás si utilizan las definiciones convencionales (Brousseau *et al.*, 2014) que no están a su disposición en una *situación adidáctica* y que solo el profesor puede promover.

1.3. El rol del profesor

Para Brousseau (1988) el trabajo del profesor, en cuanto a su relación con el *saber*, es diferente al trabajo del matemático. Mientras que el matemático debe presentar el *saber* de forma comunicable, descontextualizada, despersonalizada y destemporalizada, el profesor debe hacer inicialmente un trabajo inverso, una recontextualización y repersonalización de los saberes: busca situaciones que den sentido a los conocimientos a enseñar (Brousseau, 1988), que culminará, una vez los estudiantes hayan producido el *conocimiento* esperado en las *situaciones*, con la transformación de ese *conocimiento* en *saber*.

El rol del profesor en la *situación de institucionalización* es entonces garantizar, una vez ha logrado producir una recontextualización y repersonalización del *saber* para diseñar *situaciones* en las que se produzcan *conocimientos* con sentido, que los estudiantes descontextualicen y despersonalicen el *conocimiento* y así dar a los estudiantes los *milieux* para encontrar en esta historia particular que les ha hecho vivir, lo que es el saber cultural y comunicable que queríamos enseñarles (Brousseau, 1986, p. 38).

Para describir comportamientos que se esperan del profesor en la *institucionalización*, Brousseau *et al.* (2014) identifican una serie de actuaciones que el profesor debe evitar en la gestión de las *situaciones de institucionalización*: institucionalizar prematuramente (p. 134), institucionalizar de forma excesivamente escrupulosa (p. 134), limitar el vocabulario o usar inadecuadamente analogías y metáforas (p. 16); además, identifica acciones que se esperan de él: ocuparse simultáneamente del conocimiento de cada estudiante y del conocimiento de la clase

(p. 134), planificar sus acciones (p. 204), conocer el *saber* (p. 142) o limitar sus explicaciones (p. 32).

Según Brousseau *et al.* (2014), el profesor debe institucionalizar métodos usados por los estudiantes, pero también el lenguaje que han usado en la clase para resolver los problemas en las *situaciones de acción y formulación*, dándole un estatus diferente a esos términos que les han permitido entenderse en el espacio de la clase, pero que seguramente les impediría comunicarse fuera de esta. La *institucionalización* se concibe como parte final de una serie de *situaciones* en la que el profesor aprueba el método eficaz de manera que esté disponible para resolver otros problemas y presenta el lenguaje canónico que permita a los estudiantes comunicarse con la comunidad matemática fuera de la clase.

1.4. Discusión

Para la TSD, una *situación* es «un modèle d'interaction d'un sujet avec un certain milieu qui détermine une connaissance donnée comme moyen, pour le sujet, d'atteindre ou de conserver dans ce milieu un état favorable» [un modelo de interacción de un sujeto con un determinado *milieu* que determina un determinado conocimiento como *milieu* para que el sujeto alcance o mantenga un estado favorable en ese *milieu*] (Brousseau, 2012, p. 106). Una *situación* es entonces el modelo de un *conocimiento* determinado cuando ese *conocimiento* se experimenta como la solución óptima a esa *situación* en la interacción de un sujeto con un *milieu*.

He podido reconocer en algunos documentos en los que Brousseau teoriza sobre la *situación de institucionalización* (Brousseau, 1984, 1988, 1998, 2014) que no se explicita una descripción de las *situaciones de institucionalización* como modelos de *conocimientos*; la *institucionalización* aparece más bien como un momento en el que, al nivel de la clase, se produce el acto por el que un *conocimiento* se convierte en un *saber*. Al contrario de las situaciones de *acción*, y *formulación*, en las que se describen las interacciones entre el sujeto y el *milieu*, en las *situaciones de institucionalización*, solo se describen pasajes en los que el profesor aprueba una forma y presenta un lenguaje.

Considero que la *institucionalización* encierra una serie de dificultades y retos para el profesor que van más allá de avalar un método eficaz o presentar un lenguaje canónico. Las *situaciones de institucionalización* parecen emerger como un momento que el profesor sabrá sobrellevar. Aunque Brousseau reconoce comportamientos que el profesor deberá evitar, parece dar por sentado que sabrá de antemano cómo gestionar adecuadamente las pretensiones propuestas.

2. La institucionalización desde la concepción de Perrin-Glorian

No pasaría mucho tiempo para que el concepto teórico se reinterpretara. Perrin-Glorian (1993) descubrió «un divorce net entre les situations d'action visant à donner du sens aux notions enseignées et l'institutionnalisation qui est faite ensuite par le maître» [un claro divorcio entre las situaciones de acción destinadas a dar sentido a los conceptos enseñados y la institucionalización que posteriormente lleva a cabo el profesor] (p. 65). Reconoció que, en el transcurso de la acción, no se ven muchas diferencias en los procedimientos que ponen en marcha los estudiantes, en cambio, la diferencia se acentúa cuando se trata de reutilizar los *conocimientos* producidos, se pierde la conexión entre el objeto matemático y la *situación de acción* que le daba sentido.

2.1. La institucionalización como fase

Para contrarrestar las diferencias entre los estudiantes cuando le dan sentido al *saber*, Perrin-Glorian (1993) propone que la *institucionalización* se da a lo largo del proceso de enseñanza: «Ceci nous amène à considérer aussi l'institutionnalisation comme un processus qui se déroule tout au long de l'enseignement, un moteur de l'avancement du contrat didactique et non comme une phase en fin de processus où le maître fait son cours» [Esto nos lleva a considerar la institucionalización como un proceso que tiene lugar a lo largo del proceso de enseñanza, un motor para el avance del contrato didáctico y no como una fase al final del proceso en la que el profesor imparte la lección] (Perrin-Glorian, 1993, p. 82).

Destaco en su consideración (Perrin-Glorian, 1993), al menos dos evoluciones en la concepción de la *institucionalización*: ya no se concibe solo como un momento final de exposición del profesor posterior a la acción de los estudiantes, en cambio se concibe como un proceso que puede tener diferentes momentos que den sentido a la acción; y el descubrimiento de la relación estrecha entre la *institucionalización* y la *devolución*, ambos procesos vinculados al profesor.

Otro aporte importante de Perrin-Glorian (1993) a la concepción de la *institucionalización* en la TSD es el reconocimiento de otro tipo de *situaciones*, las *situaciones de recuerdo*, que favorecen los procesos de despersonalización y descontextualización, específicamente porque permiten adaptar las institucionalizaciones locales a las concepciones de cada estudiante y vincular las nuevas nociones a los problemas que han permitido darles sentido, estas *situaciones* desempeñan una función determinante en lo que Brousseau reconoce como la memoria de la clase (Perrin-Glorian, 1993).

Perrin-Glorian (1993) distingue dos momentos y dos funciones para las *situaciones de recuerdo*: de tipo 1 «En essayant de dire collectivement ce qui s'est passé, quel problème a été traité, les élèves sont amenés à repenser le problème, les procédures

de traitement envisagées dans la classe» [Al intentar decir colectivamente qué ha pasado, qué problema se ha tratado, se lleva a los alumnos a replantearse el problema, los procedimientos de tratamiento previstos en la clase] (p. 85); y de tipo 2 «Chacun des problèmes traités est alors intégré dans un processus, il est intériorisé avec un sens nouveau» [Cada uno de los problemas tratados se integra en un proceso, se interioriza con un nuevo significado] (p. 85).

En las *situaciones de recuerdo* de tipo 1 se favorece una despersonalización de las soluciones institucionalizadas que son retomadas y presentadas por estudiantes distintos a los que las encontraron. En las *situaciones de recuerdo* de tipo 2 se favorece la descontextualización al integrar los *conocimientos* construidos en las reformulaciones colectivas. Estos dos momentos de las *situaciones de recuerdo*, las sitúan evidentemente en el nivel de las *situaciones didácticas*. El rol del profesor parece problematizarse.

2.2. El rol del profesor

Al reconocer que el proceso de *institucionalización* comienza desde el principio de la *devolución*, Perrin-Glorian (1993) problematiza el rol del profesor. Para ella es evidente que el profesor se encuentra más que nunca en una paradoja propuesta por (Brousseau, 1988): el profesor no puede hablar de los nuevos *conocimientos*, pero sí puede decir que se va a aprender algo nuevo e ilustrar a los alumnos sobre los antiguos *conocimientos* (Perrin-Glorian, 1993, p. 83).

Aunque el profesor tiende a institucionalizar a lo largo de todo el proceso, no puede develar su proyecto por completo, pues de lo contrario fracasará. Si el profesor espera gestionar adecuadamente el proceso de *institucionalización*, garantizando que se realice en buenas condiciones y con sentido para los estudiantes, no puede ir directamente al grano, sino que debe tenerlo siempre presente para crear, desde el principio y a lo largo de todo el proceso de enseñanza, las condiciones que le permitan negociar el proceso (Perrin-Glorian, 1993), el margen de maniobra para el profesor es limitado (Perrin-Glorian, 1993, p. 83).

Ante un margen de maniobra limitado, Perrin-Glorian propone que para que el profesor pueda controlar su proyecto y así gestionar adecuadamente el proceso de *institucionalización*, este debe darse gradualmente con numerosos ciclos de contextualización-descontextualización, lo que la lleva a distinguir tres etapas no correspondidas cronológicamente: 1. Institucionalizaciones locales en uno o varios contextos, realizadas justo después de la resolución de un problema 2. Reutilización en otro contexto de lo producido en un contexto dado: *institucionalización* de un vínculo entre diferentes contextos, que permiten anclar lo viejo en lo nuevo 3. Un texto construido por el profesor para ser memorizado por los estudiantes, dando el estatus de objeto matemático a algunas de las nociones encontradas, que se refieren a la aparición del concepto (Perrin-Glorian, 1993).

Al referirse al papel del profesor en las *situaciones de recuerdo*, Perrin-Glorian (1993) reconoce que la función que él desempeña es muy importante y describe sus comportamientos esperados en la gestión de estas *situaciones* especialmente en relación con: dar la palabra a los alumnos que no hayan encontrado una solución o que no hayan conseguido comprobar que siguen y se apropian de los métodos utilizados (favoreciendo homogeneización y despersonalización) o dar la palabra a los «líderes» (favoreciendo la descontextualización y la formulación) (Perrin-Glorian, 1993, p. 87).

2.3. Discusión

Aunque la *institucionalización* se reinterpreta como un proceso, un análisis más profundo permite observar que se propone como una o varias fases locales que se producen en espacios decididos por el profesor que institucionaliza lo que es nuevo para los estudiantes: definiciones, teoremas y demostraciones considerando las formulaciones propuestas en etapas anteriores. Considero necesario interpretar esta concepción de la *institucionalización* más que como proceso, como una acumulación de fases propuestas por el profesor cuando los estudiantes solucionan un problema.

Perrin-Glorian (1993) reconoce, a diferencia de Brousseau (1998), un margen de maniobra muy escaso del profesor cuando se trata de reutilizar los *conocimientos* producidos en las fases de *acción* y no perder la conexión entre el objeto matemático y la *situación de acción* que le daba sentido. Para contrarrestar esto propone numerosos ciclos de contextualización-descontextualización que traduce en la consideración de etapas locales de *institucionalización*. Creo que este avance es un indicador de evolución en la concepción de la *institucionalización*.

Reconoce también que el margen de maniobra para gestionar las necesidades que provocan las *situaciones de recuerdo* dependerá de las habilidades que el profesor tiene para evaluar lo que los estudiantes han alcanzado en relación con el problema. Me cuestiono sobre: ¿qué elementos tiene el profesor, a priori, a su disposición para categorizar esa evaluación, que le permitan saber cuándo y cómo proceder en el sentido de la despersonalización o de la descontextualización en fases de trabajo colectivo? ¿cómo el profesor gestionará adecuadamente acciones que permitan evocar una memoria en la clase? ¿cómo tomará decisiones oportunas sobre lo que debe ser olvidado y debe ser recordado por la clase?

3. La *institucionalización* desde la concepción de Margolinas

En el curso de la investigación sobre este fenómeno he presentado una evolución de *situación* a fase, ahora presentaré una evolución de fase a proceso (Margolinas, 1992, 1993).

3.1. La institucionalización como proceso

Para Margolinas la *institucionalización* es un proceso: el profesor, además de las fases específicas de la *institucionalización*, tiene un proyecto que le permite llevar a cabo las fases de la *institucionalización* sin ruptura de sentido (Margolinas, 1992). El profesor tiene un proyecto más allá de las fases específicas, lo que en términos de Perrin-Glorian se ha descrito como institucionalizaciones locales, está a cargo de descontextualizar, despersonalizar y destemporalizar el *conocimiento* construido por los estudiantes, haciéndolo evolucionar gradualmente, sin romper el sentido que este tiene para ellos (Laparra & Margolinas, 2010, p. 146).

El proceso de *institucionalización* no puede reducirse a una fase del trabajo de clase en la que el profesor expone el *saber*. Margolinas (1992) reconoce además que el proceso requiere la participación de los estudiantes: «[le] processus d'institutionnalisation, symétrique du processus de dévolution, ne dépend pas uniquement de la volonté du maître, mais aussi de celle de l'élève» [[el] proceso de institucionalización, simétrico al proceso de devolución, no depende únicamente de la voluntad del profesor, sino también de la del alumno] (Margolinas, 1992, p. 139), y hace énfasis en que una participación de estos en el proyecto, permitirá al profesor institucionalizar los *conocimientos*: «Ils participent activement au processus qui permettra en fin au maître d'institutionnaliser la connaissance acquise» [participan activamente en el proceso que, en última instancia, permitirá al profesor institucionalizar los conocimientos adquiridos] (Margolinas, 1992, p. 139).

3.2. El rol del profesor

En el proceso de *institucionalización* el profesor tendrá que establecer relaciones entre: por una parte, el *conocimiento*, que logra el equilibrio entre el sujeto y el *milieu*, que vive en una *situación*, es personalizado, contextualizado y temporalizado y por otra parte el *saber* cultural, producto cultural de la actividad científica, que vive en una institución, es despersonalizado, descontextualizado, destemporalizado (Margolinas, 2014).

Margolinas (1992) reconoce que una de las disfunciones de la *institucionalización* es el *efecto Jourdain* que se produce cuando el profesor decide que el estudiante comprendió, pero en realidad no ha comprendido. Para Margolinas (1992) esta cuestión está ligada a las de la descontextualización y despersonalización del *conocimiento*, resultado del esfuerzo conjunto del profesor y del estudiante (Margolinas, 1992). Identifica como parte del proceso de *institucionalización* las fases de balance propuestas por (Douady, 1984) en las que los estudiantes acceden a la información sobre la validez de sus respuestas (Margolinas, 1992, p. 139).

Identifica además algunas actuaciones que el profesor debe promover para garantizar una gestión adecuada del proceso de *institucionalización*: el abandono gradual de la

referencia al *milieu* material para validar, en favor de la utilización de *criterios de validez*, proponiendo una reestructuración de un método que relaciona el *milieu*, con las posiciones del estudiante, en el proceso evolutivo de una situación adidáctica (Margolinas, 1995); la formulación de *conocimientos* por parte de los estudiantes en una *situación de formulación* o en una fase de balance y el control de estas fases de balance por parte del profesor, como una posibilidad en la *institucionalización* (Margolinas, 1992).

3.3. Discusión

A diferencia de las dos concepciones precedentes, Margolinas (1992) reconoce que la *institucionalización* es un proceso que debe evolucionar gradualmente, reconociendo en las fases de balance una oportunidad para que el profesor pueda llevar a cabo un restablecimiento progresivo de la asimetría desde el punto de vista del *saber* a partir de una descontextualización progresiva de los *conocimientos* construidos usando las formulaciones de los estudiantes.

Estas fases de balance son una oportunidad para que el profesor pueda recuperar las formulaciones de los estudiantes en relación con sus producciones en su interacción con el *milieu*. Margolinas (1992) reconoce que el proceso de *institucionalización* requiere la participación de los estudiantes en la exposición de sus formulaciones que le permita al profesor controlar adecuadamente el proceso. El proceso no depende solo de la voluntad del profesor.

Aunque reconozco en estos dos aspectos: la consolidación de la *institucionalización* como proceso gradual y la necesidad de la exposición de la formulación de los estudiantes en el proceso, una evolución en la concepción de la *institucionalización*; identifiqué algunas cuestiones que no se han discutido en la relación a las formas de actuación del profesor en la gestión de este proceso gradual: ¿cómo el profesor gestionaría adecuadamente las *formulaciones* propuestas por los estudiantes: los *conocimientos* que cambiarán de estatus, los términos usados que deberán convertirse en términos canónicos y los métodos que deberán ser reconocidos fuera del aula? ¿de qué naturaleza deben ser las intervenciones del profesor para promover el cambio del estatus del *conocimiento* al *saber* en un proceso de transformación gradual?

4. La *institucionalización* desde la concepción de Allard

Otros autores han desarrollado la concepción de *institucionalización* como proceso (Allard, 2015), problematizando con mucha más fuerza el rol del profesor, sus limitaciones, sus oportunidades; contemplando otras aristas, por ejemplo, el papel del lenguaje.

4.1. La institucionalización como proceso

Al igual que Margolinas (1992), desde su concepción la *institucionalización* está asociada a un proceso de descontextualización y despersonalización del *conocimiento*. Se refiere a la descontextualización, presentándola como una faceta del proceso de *institucionalización* en la que el profesor extrae de las acciones de los alumnos las que pueden aportar al proceso, también señala la importancia del profesor en esta fase, pero recalca la necesidad de los intercambios colectivos. La importancia de la descontextualización en el proceso de *institucionalización* es entonces dar un cambio de estatus al *conocimiento* privado e incluso al público, que permanece contextualizado, para que no desaparezca. Se refiere también a la despersonalización como el proceso que permite alejar el *conocimiento* del sujeto. En este sentido la *institucionalización* sería una forma de ir más allá del caso específico del aprendizaje en contexto para ofrecer un *saber* de referencia más universal, un *saber* transferible de una clase a otra, no solo apegado a un contexto y a una persona (Allard, 2015; Allard & Masselot, 2016).

4.2. El rol del profesor

Para Allard (2015), el profesor debe controlar en el proceso de *institucionalización* algunos comportamientos: tendrá que ser lo suficientemente sutil para que el *saber* no se adjunte a su persona, *saber* del que no es creador. Se cuestiona así sobre el lugar de la personificación del *conocimiento* por parte del profesor. Algunas *institucionalizaciones* orales que muchas veces se producen en un diálogo entre profesor y estudiantes, podrían estar personificadas, apegadas a la persona del profesor. El estudiante puede creer que está aprendiendo una forma o un *saber* que pertenece al profesor (Allard, 2015).

A veces, los profesores tienen el llamado *conocimiento* naturalizado, luego pueden evocar un *saber* fuera del alcance del aprendizaje de los estudiantes o ir tan rápido en las exposiciones del *saber* que su discurso es inapropiado. El profesor debe evitar ir tan rápido en las exposiciones del *saber* de manera que su discurso no resulte inapropiado e incomprensible. Aunque Brousseau (1998) ya se había referido a esto, Allard (2015) centra su mirada en la dificultad del profesor para repensar en contexto, en términos del lenguaje, por ejemplo, en lo que puede llevar al profesor a utilizar palabras, definiciones o formalismos que no se corresponden con lo que los alumnos son capaces de escuchar con respecto a sus aprendizajes previos. Esta tarea no es nada fácil ya que el profesor debe articular el lenguaje de los estudiantes con el lenguaje formal y esperado, de forma que el *conocimiento* sea descontextualizado (Allard & Masselot, 2016).

También reconoce algunas estrategias que el profesor puede usar para evitar estos comportamientos. Al respecto de la personificación del *saber* que puede tener un profesor al momento de *institucionalizar*, para Allard (2015) la redacción de un texto

permite la desvinculación de la acción de su autor (y conduce a la descontextualización y despersonalización) y el acceso diferido para los lectores.

Se deben registrar los *conocimientos* producidos por los estudiantes para que puedan ser recuperados en el proceso de *institucionalización*. Allard reconoce que el uso de esta *memoria didáctica* (Brousseau & Centeno, 1991) tiene efectos beneficiosos al removilizar las acciones y los caminos del pensamiento relacionados con un problema, pero recalca la necesidad de ser cuidadoso en la forma como se llevan a cabo las recontextualizaciones de forma que no se ‘mate el problema’.

4.3. Discusión

A pesar de que para Allard la concepción de la *institucionalización* es considerada en el mismo sentido que el de Margolinas, propongo que su propuesta está enriquecida al problematizar con mayor fuerza otras condiciones, relacionadas con el profesor, que se movilizan en el proceso: la necesidad de promover intercambios colectivos entre el profesor y la clase, que favorezcan la descontextualización del *conocimiento*; el uso adecuado del lenguaje que debe aparecer en la articulación entre el lenguaje de los estudiantes y el lenguaje formal cuando se descontextualiza y despersonaliza el *conocimiento*; la producción de textos que permitan la despersonalización del *saber*. Esta es una evolución del concepto teórico en relación con el rol del profesor en el proceso.

5. El rol del profesor en el proceso de *institucionalización*

Conuerdo con Coulange (2012) en reconocer que «Il est intéressant de constater que ces élargissements de la notion d’institutionnalisation vont de pair avec une prise en compte croissante du rôle du professeur dans la mise en œuvre d’ingénieries didactiques, voire dans l’ordinaire de son enseignement des mathématiques» [Es interesante observar que estas ampliaciones de la noción de institucionalización van acompañadas de un creciente reconocimiento del papel del profesor en la aplicación de la ingeniería didáctica, e incluso en la enseñanza ordinaria de las matemáticas] (p. 97), esta ampliación de la concepción de la *institucionalización* ha permitido por ejemplo, describir las limitaciones que encuentra el profesor durante el proceso.

5.1. Los aportes del «grupo de Bordeaux»

Aunque Margolinas (1995) ya había descrito un modelo de estructuración del *milieu*, (Bloch & Gibel, 2011) proponen un modelo de estructuración, derivado originalmente del modelo de Margolinas, pero modificado para tener en cuenta el papel del profesor en *situaciones adidácticas*. En este estudio se describe un análisis a priori de la *situación* del copo de nieve de Von Koch, en el que además se describe un método para tener en cuenta las declaraciones de los estudiantes y utilizarlas en

una fase final de *institucionalización*, esto a partir de la descripción a priori de los diferentes estados del *milieu* y cuyos resultados se analizan con la posterior confrontación de dichos estados, con los resultados obtenidos tras la implementación.

Otros trabajos han seguido esta misma idea de estructuración del *milieu*. Por ejemplo (Akrouti, 2022) al cuestionarse sobre cómo mejorar la comprensión de la integral por parte de los estudiantes en clases ordinarias (fuera de un contexto ingenieril), logra demostrar como las intervenciones del profesor deben enriquecer el trabajo de los estudiantes y su evolución en el *milieu* durante las fases de *acción*, *formulación* y *validación*, como se hace necesario el control epistemológico de la *situación* por parte del profesor, a partir de las descripciones de acciones generales que podría tener el profesor para posibilitar dicha evolución. En esta propuesta, la *institucionalización* aparece nuevamente como una fase final a cargo del profesor, en la que él ha reconocido que el *repertorio didáctico* de la clase, el conjunto de *milieux* que el profesor puede esperar de sus estudiantes, es identificable por la parte de su *repertorio matemático* útil para resolver la *situación* (Akrouti, 2022).

Bloch y Gibel (2022) en un artículo en el que presentan un dispositivo que tiene como objetivo ayudar a los estudiantes de primer año a superar sus dificultades y adaptarse a las matemáticas de este nivel, involucrándolos en la investigación de problemas matemáticos, utilizan el modelo de reestructuración del *milieu* para analizar a priori, el funcionamiento de las *situaciones* y las formas generales de proceder del profesor para producir su *institucionalización*.

Estas propuestas teóricas demuestran un esfuerzo por describir a priori los momentos en los que se produce la descontextualización del *conocimiento* al *saber*, es decir, por describir el componente didáctico de la *situación*, partiendo del análisis de la evolución del *milieu*, a través de la idea de la estructuración del *milieu* y entendiendo la *institucionalización* como una fase puntual, posterior a una fase de *validación*.

5.2. Diferenciar acciones de *devolución* de acciones de *institucionalización* y la importancia del lenguaje

Aunque ya he presentado en los apartados anteriores comportamientos esperados por el profesor y comportamientos que el profesor debe evitar, me parece necesario presentar dos discusiones que podrían promover nuevas ideas en el desarrollo del concepto: la dificultad reconocida de y la importancia de problematizar el adecuado uso del lenguaje.

Una de las dificultades más detallada en la literatura en estudios sobre la *institucionalización*, es la necesidad de la diferenciación de los actos del profesor que corresponden a la *institucionalización* de los que corresponden a la *devolución* (Bloch, 2009; Butlen *et al.*, 2012; Coulange, 2012; Laparra & Margolinas, 2010;

Mangiante-Orsola *et al.*, 2018; Margolinas, 1993, 2014; Margolinas *et al.*, 2011; Sarrazy, 2007). Aunque se reconoce esta dificultad, no se reconoce en los artículos otra estrategia para superarla, que no sea advertir al profesor de esta situación, prevenirlo, solicitarle estar atento sobre la gestión simultánea de ambos procesos.

Al respecto del uso adecuado del lenguaje por parte del profesor (Allard & Masselot, 2016; Mangiante-Orsola *et al.*, 2018; Pilet *et al.*, 2019) señalan su interferencia en una adecuada gestión del proceso reconociendo que es una variable que se debe reconocer y describir en función de propiciar un adecuado cambio de estatus de los términos usados en la solución de un problema.

Mangiante-Orsola *et al.* (2018) proponen por ejemplo, que aparezca el vocabulario específico del *saber* enriquecido con el vocabulario usado cuando se manipulaba el *milieu*. Señalan también que, en las *situaciones* estudiadas, el uso del lenguaje aparece como una relación entre las expresiones orales y escritas, por lo tanto, proponen recuperar en el tablero las expresiones verbales como una práctica que le permita al profesor la estructuración del pensamiento colectivo de los estudiantes.

El creciente reconocimiento del rol del profesor en la *institucionalización*, producto de la evolución del concepto, me lleva a proponer algunas hipótesis basadas en las interpretaciones discutidas en este artículo.

6. Problematización

6.1. La *institucionalización* es una *situación*, fase o proceso problemático para el profesor

La *institucionalización* como *situación* (Brousseau, 1988), como fase (Perrin-Glorian, 1993) o como proceso (Margolinas, 1993; Allard, 2015) es problemática. Reconozco que en ninguna de las concepciones presentadas en este documento debe darse por sentado que el profesor sabe gestionar adecuadamente las dificultades reconocidas cuando se gestiona la *institucionalización* del *saber*.

Las estrategias propuestas por autores que han continuado el estudio de la *institucionalización*, siguen estando abiertas a la discusión: cómo lograr una disociación adecuada de los procesos de *devolución* e *institucionalización*, cómo planificar productivamente las fases de balance, cómo garantizar cuál es el momento justo para discutir sobre el *saber*, cómo aprovechar eficientemente los *conocimientos* de los estudiantes, cómo gestionar adecuadamente el uso del lenguaje cuando se discute en una fase de trabajo colectivo, cómo intervenir adecuadamente para promover un avance gradual en el cambio del estado del *conocimiento* al *saber*.

6.2. El momento de formulación pública que denomino «puesta en común» podría convertirse en un momento de construcción compartida del *saber*

Aunque Margolinas (1992) reconoce que el proceso de *institucionalización* requiere de la participación de los estudiantes en la exposición de sus formulaciones, propongo que los espacios de trabajo colaborativo con la clase, en lo que llamo espacios de «puesta en común», podrían convertirse en espacios de construcción colectiva entre los estudiantes y el profesor, en los que el profesor recupere los *conocimientos* producidos por los estudiantes en las interacciones con el *milieu*.

En los espacios de «puesta en común» el profesor debería:

- reformular lo que dicen los estudiantes sobre su proceso de solución para proponerlo como un acuerdo social sobre una estrategia válida,
- solicitar a los estudiantes que identifiquen un *conocimiento* como necesario para resolver un problema,
- propiciar un desarrollo de la conexión entre el *conocimiento* y el *saber* para dar mayor sentido a la construcción colectiva del *saber*,
- establecer acuerdos colectivos a partir de las construcciones del *conocimiento* producido por los estudiantes,
- recuperar y proponer métodos para solucionar problemas.

Si consideramos esto, el proceso de *institucionalización* debería ser un proceso de trabajo compartido entre los estudiantes y el profesor, cuyo objetivo debería ser lo que he reconocido como «la construcción compartida del *saber*». Aunque reconozco que el profesor es el único en la clase que puede avalar los *conocimientos* otorgándoles un nuevo estatus, el hecho de poner los *conocimientos* producidos en una discusión con la clase y someterlos a un consenso, podría producir un mayor sentido del *saber* en el estudiante.

6.3. Consideración del proceso de *institucionalización* en los análisis a priori de las ID

Propongo que la *institucionalización* necesita ser, no solo reconocida como fenómeno observable o definida a nivel teórico, sino considerada en el diseño y el análisis a priori de las ID. Conuerdo con (Bloch & Gibel, 2011) en que es posible anticipar teóricamente comportamientos esperados del profesor dentro de los análisis a priori, y sugiero que esto puede hacerse también en las ingenierías, previendo por ejemplo: la aparición de los momentos que he llamado «puestas en común» después de fases de interacción entre el estudiante y el *milieu*, las formulaciones propuestas por los estudiantes en estos momentos de trabajo compartido y las acciones que el

profesor puede implementar para ir explicitando las relaciones entre el *conocimiento* de los estudiantes y el *saber*.

Propongo que si se esclarecen a priori este proceso, se podrá facilitar la gestión del profesor del proceso de *institucionalización* en una implementación porque le permitirá: estar preparado para articular el lenguaje que se prevé use la clase y el lenguaje canónico del *saber*, recuperar las intervenciones previstas de las que podría valerse para avanzar en una construcción compartida, diferenciar a priori los actos del profesor que corresponden a la *institucionalización* de los que corresponden a la *devolución*.

La planificación de «puestas en común» desde los análisis a priori de las ID, podría propiciar que el *saber* aparezca como resultado de acuerdos colectivos de la clase sobre los *conocimientos* personales de los estudiantes, sobre sus formas de enunciación o formulación y sobre la validez de esos *conocimientos* y formulaciones; y no solamente como la presentación del *saber* por el profesor que recupera acciones adecuadas del estudiante al final de una serie de *situaciones*. En conclusión, el control a priori de las acciones del profesor en las «puestas en común», podría aportar a la discusión sobre cómo ayudar al profesor a gestionar adecuadamente el proceso de *institucionalización*, y garantizar un mayor impacto de la ID en su conjunto sobre el aprendizaje a largo plazo de los estudiantes.

6.4. La importancia de problematizar el uso del lenguaje en el proceso de *institucionalización*

Concuerdo con Sensevy y Quilio (2002) en que una buena parte de las acciones del profesor en la relación didáctica están en concordancia con la actividad lingüística. Para dar cuenta de la problematización del uso del lenguaje usado por el profesor cuando gestiona el proceso de *institucionalización*, será necesario analizar las acciones del profesor en relación con su actividad lingüística.

Considero que el proceso de *institucionalización* consiste en la transformación de un *milieu* material en un *milieu* intelectual, que posibilita la producción de deducciones. En el proceso de comunicación entre el profesor y la clase en referencia a un *milieu* material, se construye de manera colectiva ese *milieu* intelectual en el que pueden surgir razonamientos matemáticos que constituirán el *saber*. En este sentido es necesario reflexionar sobre cómo el lenguaje que el profesor y los estudiantes usan cuando el *milieu* material se transforma en un *milieu* de carácter intelectual afecta el proceso de *institucionalización* del *saber* y una forma de estudiar ese uso del lenguaje podría ser el estudio de la actividad lingüística del profesor.

7. ¿Cómo entender la *institucionalización* en el análisis a priori de una ID?

7.1. Describiendo en el análisis los estados de evolución del *conocimiento* al *saber*

Asumiendo la *institucionalización* como un proceso gradual de construcción compartida entre el profesor y los estudiantes del *saber*, propongo que una forma de reconocer este proceso dentro de los análisis a priori de las ID, es describir en los análisis diferentes estados de evolución de los *conocimientos* producidos por los estudiantes cuando interactúan con el *milieu* material hasta la producción final del *saber* que debe ser aprendido.

Propongo que en la medida en que el cambio del estado del *conocimiento* al *saber* no sea inmediato y que se someta a un proceso de evolución, los *conocimientos* tendrán un mayor grado de conexiones con el *saber*, lo que se traduce en un mayor sentido por parte del sujeto del *saber* que se espera sea aprendido. Persiguiendo el objetivo de producir ese cambio de estado de una manera gradual y compartida, propongo que el profesor, para gestionar el cambio progresivo del *conocimiento* al *saber*, es decir el proceso de *institucionalización*, deberá garantizar que la clase transite por lo menos por cuatro estados en la evolución del *conocimiento* al *saber*: *conocimiento personal*, *conocimiento compartido*, *conocimiento compartido de referencia* y *saber*.

El *conocimiento* personal es contextualizado, personalizado porque el estudiante puede producir tantos tipos diferentes de *conocimiento* personal como formas de "actuar con" el *milieu* tenga, y temporalizado porque se produce en un momento preciso de la interacción del estudiante con el *milieu*. El *conocimiento* compartido contiene el *conocimiento* personal, pero incluye el *conocimiento* producido por la toma de conciencia de nuevas formas de "actuar con" y "ver" el *milieu* que la clase ha validado, la diferencia entre el *conocimiento* personal y el *conocimiento* compartido es que éste ha sido objeto de un momento de discusión con la clase en una «puesta en común», durante el cual se ha llegado a acuerdos sobre nuevas formas de ver el *milieu*. El *conocimiento* compartido de referencia es un *conocimiento* estructurado, con evidencia, tomado como objeto de referencia en relación con otros *saberes*, pero que podría no estar formulado con un lenguaje matemático que le permitirá ser reconocido como *saber*. El *saber* en cambio se formula en un lenguaje matemático convencional que sería reconocido y aceptado por la comunidad de matemáticos fuera de la institución de la clase.

7.2. Describiendo los elementos que faciliten la gestión adecuada del proceso de *institucionalización* por parte del profesor

Al sistematizar las ideas teóricas estudiadas para la construcción del estado del arte presentado en el apartado inicial de este artículo, pude reconocer que la evolución

del *conocimiento* al *saber* se produce esencialmente por cinco elementos teóricos que intervienen en el proceso: las formas como los estudiantes «actúan con» y «ven» el *milieu*; las formas como los estudiantes enriquecen el lenguaje usado en sus formulaciones; la forma como el profesor y los estudiantes producen de una memoria compartida y codificada del *saber*; la forma como el profesor lleva a cabo acciones de introducción de formas de actuar con el *milieu* que el estudiante necesita y no puede aprender en una *situación adidáctica*; y las formas como el profesor «supervisa» ese proceso para garantizar la interacción adecuada del estudiante con el *milieu*. Describiré brevemente estos cinco elementos teóricos.

En el movimiento de re-despersonalización y re-descontextualización del *saber* (Brousseau, 1988), el profesor debe inicialmente proponer una *situación* en la que repersonaliza, recontextualiza y retemporaliza el *saber*, en la que el sujeto construye un *conocimiento* personal, contextualizado y temporalizado, para luego gestionar la re-despersonalización y re-descontextualización (que el matemático ha realizado inicialmente) del *saber*. Propongo que la eficacia de este movimiento requiere en gran medida, del diseño por parte del profesor, del *milieu* material que le permite al sujeto aprender el *saber*, sin embargo ese *milieu* también debe evolucionar (Margolinas, 1995). Propongo que en el análisis a priori del proceso de *institucionalización* se deben diseñar acciones que le permitan al profesor promover la evolución del *milieu* material a un *milieu* de carácter intelectual.

Los términos ordinarios que usa un sujeto para comunicar las acciones en la interacción con el *milieu material* deben también evolucionar a los términos canónicos del *saber* (Brousseau *et al.*, 2014). Para garantizar esta evolución el profesor podría: presentar directamente los términos del *saber*, sustituyendo los términos naturales usados por el sujeto o podría también llevar a cabo la gestión de un proceso de evolución de estos términos como un proceso de transformación de términos ordinarios a términos del *saber*. Propongo que al igual que los *conocimientos* necesitan un mayor grado de conexiones con el *saber* para producir un mayor sentido por parte del sujeto, los términos del *saber* necesitarán mayores grados de conexiones con los términos ordinarios usados por el sujeto en el proceso de evolución del *conocimiento* al *saber*. Propongo que en el análisis a priori del proceso de *institucionalización* se deben diseñar acciones que le permitan al profesor promover dicha evolución del lenguaje ordinario, usado por los estudiantes en la comunidad de la clase para comunicar sus acciones con el *milieu* material, a un lenguaje canónico y matemático que le permita a la institución de la clase comunicarse con las instituciones fuera de la clase.

Brousseau y Centeno (1991) identifican una relación estrecha entre el *saber* y la memoria del profesor: es la memoria del profesor la que le permite organizar los cambios de estado del *conocimiento*. El profesor tiene la necesidad de resumir ciertos

saberes para que a partir de un momento dado el sujeto pueda utilizarlos de forma automática, el profesor debe entonces encontrar un equilibrio entre lo que se debe recordar y lo que ya no puede permitir al sujeto. Propongo que el objetivo del profesor en el proceso de construcción de una memoria compartida y codificada del *saber*, debe estar en función de la evolución de una *memoria de la acción personal* construida en la fase *adidáctica*, a una *memoria compartida y codificada del saber*, construida en las «puestas en común». Propongo que en el análisis a priori del proceso de *institucionalización* se deben diseñar acciones que le permitan al profesor gestionar un recuerdo y promover la producción de una memoria codificada del *saber*.

Perrin-Glorian y Hersant (2003) han mostrado cómo el profesor se apoya tanto en el *milieu* como en el *contrato* para hacer avanzar la investigación de los alumnos. El profesor siempre tendrá la autoridad para imponer formas hablar y actuar en la clase, por lo tanto, es quien está en posición de institucionalizar. Esa *institucionalización* puede basarse en su posición de autoridad y por lo tanto consistir en imponer un *contrato* didáctico pero el profesor también puede tratar de minimizar el rol del contrato en la constitución del *saber*. Propongo que es posible prever a priori dificultades de *devolución* o de *institucionalización* ligadas a la ausencia de lo que he llamado «*conocimientos de infraestructura*»⁴ y diseñar acciones del profesor para superar esas dificultades, introduciendo de manera ostensiva progresiva, los «*conocimientos de infraestructura*» que posibilitarán el funcionamiento de las *situaciones adidácticas*, para hacer funcionar el *contrato* y posibilitar al sujeto la asimilación de las formas de hablar y actuar que les posibiliten la resolución de problemas, así como los posibles puntos en los que podrían presentarse diferentes *efectos didácticos*. Es decir, el profesor podría producir un trabajo de aculturación para poner en contacto las prácticas, las formas de hablar y actuar de la institución de clase con las prácticas de las instituciones fuera de la clase en la negociación del *contrato didáctico*.

Para que el proceso de evolución del *conocimiento* al *saber*, de garantías de una producción de los enriquecimientos esperados en el lenguaje, el *milieu* y la memoria, el profesor debe llevar a cabo otro tipo de acciones, que he llamado acciones de «supervisión» del proceso de *institucionalización*. Propongo que, a lo largo del proceso, el profesor deberá: posibilitar el tratamiento de los errores del sujeto en la interacción con el *milieu* (Brousseau *et al.*, 2014); evitar efectos y fenómenos

⁴ Los *conocimientos de infraestructura* son las maneras de decodificar, de interpretar las *situaciones*, de movilizar conjuntos de acciones y formulaciones; que no pueden surgir de la interacción con un *milieu* material en una *situación adidáctica*; y requieren necesariamente pasar por la ostensión por parte del profesor. Estos *conocimientos de infraestructura* se asimilan no por acomodación, sino por aculturación, no por acomodación a un *milieu* material sino por acomodación a un *milieu* intelectual.

(Margolinas, 2005; Allard, 2015), coordinar adecuadamente los procesos de *devolución e institucionalización* (Butlen *et al.*, 2012; Laparra & Margolinas, 2008; Sarrazy, 2007; Sensevy & Quilio, 2002), ejercer una adecuada *vigilancia didáctica* en la producción de la conexión entre el *conocimiento* y el *saber* (Allard *et al.*, 2017; Charles-Pezard, 2010; Masselot *et al.*, 2012; Robert & Rogalski, 2002).

Formulo que la consideración y descripción de estos cinco elementos teóricos, que posibilitan la evolución de los *conocimientos* al *saber* en los análisis a priori de las ID, permitiría además responder a la necesidad de la diferenciación de los actos del profesor que corresponden a la *institucionalización* de los que corresponden a la *devolución*.

7.3. Un ejemplo de análisis en una ID sobre el teorema de Pitágoras

En el marco de un proyecto de producción de ID con el uso de tecnologías para el aprendizaje de la geometría, del grupo de investigación sobre Didáctica de las Matemáticas y Tecnologías, de la universidad Distrital Francisco José de Caldas, en Bogotá, Colombia, se ha construido una ID en la que se usa el software de geometría dinámica DGPAD-Colombia con el objetivo de que los estudiantes reconozcan las relaciones geométricas entre las áreas de los cuadrados de los lados de un triángulo rectángulo (Teorema de Pitágoras) a partir de una construcción en la que se produce una relación entre los cuadrados que tienen como diagonales los lados de un triángulo rectángulo (Teorema auxiliar).

Esta ID se divide en tres fases: en la fase 1 los estudiantes deben aprender que dado un triángulo ABC y tres cuadrados cuyas diagonales son los lados AB, BC y AC de ese triángulo, para que dos de esos cuadrados puedan unirse por un lado moviendo los puntos, el triángulo debe ser rectángulo, en la fase 2 los estudiantes deben aprender un teorema auxiliar del teorema de Pitágoras para relacionar cuadrados que tienen como diagonales los lados de un triángulo rectángulo, en la fase 3 se pretende que los alumnos construyan el teorema de Pitágoras a partir de la relación con el teorema auxiliar construido en la fase 2. Para facilitar la presentación del ejemplo en el que se analizará a priori el proceso de *institucionalización*, presentaré en este artículo solamente el análisis de la fase 2 de esta ID.

En la fase 2 los estudiantes trabajan con el *milieu* que se puede observar en la figura 1: un triángulo rectángulo ABC (cuyos lados han sido ocultados usando las herramientas del software), los cuadrados que tienen como diagonales los lados del triángulo ABC. Esta figura ha sido construida en la fase 1, fase en la que se espera que los estudiantes hayan reconocido que para que los cuadrados que tienen como diagonales los catetos del triángulo ABC siempre estén pegados, el triángulo ABC debe ser rectángulo. Esta figura es una construcción dinámica, los estudiantes pueden

arrastrar los puntos A, B o C y siempre el triángulo ABC será rectángulo y los cuadrados que tienen como diagonales los catetos estarán pegados por un segmento.

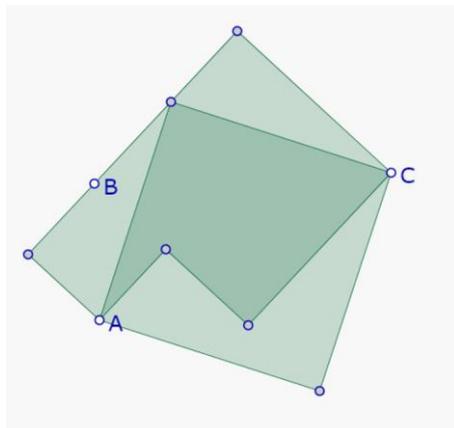


Figura 1. *Milieu* producido por los estudiantes en la fase 1 de la ID

Para construir el análisis de la evolución del *conocimiento* al *saber*, buscando la construcción del teorema auxiliar, se han definido los estados (tabla 1):

Tabla 1. Estados del *conocimiento* en la fase 2 de la ID

<i>Conocimientos personales</i>	<i>Conocimientos compartidos</i>	<i>Conocimientos de referencia</i>	<i>Saber</i>
<ul style="list-style-type: none"> - La zona oscura resulta de la superposición de figuras - La zona oscura resulta de la superposición de 2 cuadrados - La zona clara del cuadrado grande es igual a la zona clara de la L 	<ul style="list-style-type: none"> - Hay una zona oscura por la superposición del cuadrado cuya diagonal es la hipotenusa con L. - La zona clara de la L está formada por dos triángulos rectángulos iguales - La zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa está formada por dos triángulos rectángulos iguales - Los triángulos de la zona clara de la L son iguales a los triángulos de la zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa - La zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa es igual a la zona clara de la L - La L está formada por la zona oscura y una parte de zona clara. - El cuadrado cuya diagonal es la hipotenusa está formado por la zona oscura y una parte de zona clara. - Las dos zonas claras son iguales. - La L es igual al cuadrado cuya diagonal es la hipotenusa del triángulo 	<ul style="list-style-type: none"> -Si un triángulo es rectángulo entonces la L es igual al cuadrado cuya diagonal es la hipotenusa. 	<ul style="list-style-type: none"> -Si un triángulo es rectángulo entonces los cuadrados cuyas diagonales son los catetos son iguales en área, al cuadrado cuya diagonal es la hipotenusa.



Para lograr que esta evolución se produzca y apoyar al profesor en la gestión adecuada del proceso de la *institucionalización* del *saber*, se han diseñado no solo acciones de *devolución*, sino además acciones de *institucionalización* que están en relación con los cinco elementos teóricos descritos en el apartado anterior. Presentaré a continuación algunas de las acciones que se han diseñado.

Para promover la discusión sobre las zonas que se forman en la figura 1, el profesor debe llevar a cabo una acción de *devolución*, proponiendo a los estudiantes resolver una pregunta sobre ¿por qué hay una zona oscura? la intención de esta acción es introducir una descomposición de la configuración y reconocer que en esa descomposición hay una parte común a dos figuras, una descomposición de figuras superpuestas. Si los estudiantes no reconocieran que la zona oscura se forma por una superposición de figuras, el profesor podría llevar a cabo otra acción de *devolución*, solicitando al estudiante ocultar y mostrar reiteradamente el cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa.

La formulación esperada por parte de los estudiantes es que hay una zona oscura porque hay figuras superpuestas, aunque es una formulación válida, es una formulación incompleta para la posterior producción del *saber*, así que se ha diseñado una acción de *institucionalización* para propiciar la evolución del *milieu*: el profesor debería preguntar, si esta fuera la formulación ¿qué se superpone? Los estudiantes podrían usar términos como «esos cuadrados» o «los cuadrados pequeños con el cuadrado grande», aunque estos términos podrían ser entendidos en la comunicación con la clase y en la interacción con el *milieu* material, no permitirían la comunicación con sujetos fuera de la clase cuando se interactúe con el *milieu* intelectual, el profesor debería llevar a cabo una acción de *institucionalización* de lenguaje en la búsqueda de la producción de formulaciones que tengan un lenguaje canónico, podría preguntar ¿qué cuadrados se superponen?

Se ha diseñado además una acción de *institucionalización* para facilitar el uso adecuado del lenguaje al responder esta pregunta: el profesor puede proponer a los estudiantes referirse a los cuadrados que tienen como diagonales los catetos como una sola figura, para efectos del análisis se ha denominado como la «L⁵», la intención de esta acción es facilitar la comunicación de la clase en los momentos de «puesta en común». De esta manera se espera que se produzca en la «puesta en común» el

⁵ Tras las primeras implementaciones de la ID, reconocí que es un proceso más complejo para los estudiantes, en términos del lenguaje, producir una formulación de referencia para comparar el área de los tres cuadrados que tiene como diagonales los lados del triángulo rectángulo. Esta es la razón por la cual decidí considerar en el diseño un *signo pivotante*: la «L» es una figura compuesta por los cuadrados que tiene como diagonales los catetos del triángulo rectángulo.

conocimiento compartido: hay una zona oscura por la superposición del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa y la «L», el profesor debe entonces llevar a cabo una acción de *institucionalización* en relación con la memoria, solicitando a los estudiantes escribir la formulación compartida sobre la zona oscura con el objetivo de producir un texto de un *conocimiento* compartido que deberá ser evocado posteriormente como un *criterio de validez*.

Una vez se ha producido el *conocimiento* compartido sobre la zona oscura, el profesor debe llevar a cabo una nueva acción de *devolución* para centrar la atención en la zona clara, preguntando a los estudiantes ¿cuál zona clara es más grande, la de la «L» o la del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa? la intención de esta acción es introducir una descomposición y una comparación de la configuración de la zona clara. Si algunos estudiantes propusieran que la zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa es más grande porque «se ve más grande» o «porque es un pentágono», el profesor debe pedir a los estudiantes arrastrar el punto C en dirección del punto B hasta sobrepasarlo, luego preguntar a los estudiantes ¿qué ha pasado con la figura de la zona clara que tenía como vértice el punto A? la intención de esta acción es facilitar el reconocimiento de una descomposición mereológica (Duval, 2017): la zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa se puede descomponer en dos triángulos.

Si los estudiantes propusieran que la zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa es igual a la zona clara de la «L» porque «se ven dos triángulos que son iguales a los otros dos triángulos», el profesor debe llevar a cabo una acción de *institucionalización* para producir una evolución en el *milieu*, que consiste en preguntar a los estudiantes ¿cómo poder justificar que los dos triángulos de la zona clara de la «L» son iguales a los dos triángulos de la zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa? El profesor deberá introducir un «*conocimiento* de infraestructura»: las estrategias perceptivas son insuficientes para justificar. Hay dos intenciones en esta acción: posibilitar en los estudiantes una acción-formulación sobre la descomposición y búsqueda de una relación entre las figuras que conforman la zona clara, y posibilitar que los estudiantes interactúen con el *milieu* para formular un *conocimiento* que se usará como *criterio de validez*. Se espera que los estudiantes logren justificar que los triángulos de la zona clara son rectángulos e iguales (dos triángulos comparten un ángulo con un ángulo de un cuadrado, dos triángulos tienen un ángulo suplementario de un ángulo de un cuadrado, los 4 triángulos comparten la hipotenusa con cada uno de los lados de un cuadrado, un par de lados de cada zona clara son congruentes) al comparar los vértices de los triángulos y los cuadrados en la figura y usar algunos criterios de congruencia. La clase también podría discutir sobre otras propiedades de la figura relacionadas con la alineación de algunos puntos que son vértices de los cuadrados o del triángulo y que podrían garantizar la congruencia de los triángulos.

Se espera entonces que se produzca en la «puesta en común», un nuevo *conocimiento* compartido: la zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa es igual a la zona clara de la «L» porque cada zona está formada por dos triángulos rectángulos iguales. El profesor debe entonces llevar a cabo una acción de *institucionalización* en relación con la memoria, solicitando a los estudiantes escribir la formulación compartida sobre la zona oscura con el objetivo de producir un texto de un *conocimiento* compartido que deberá ser evocado posteriormente como un *criterio de validez*.

Por último, el profesor debe llevar a cabo una acción de *devolución* que permitirá producir una deducción, les propone a los estudiantes la tarea: Pedro dice que la «L» es más grande en área que el cuadrado cuya diagonal es la hipotenusa ¿está de acuerdo? justifique su respuesta. La intención de esta acción es plantear la *situación de validación* en la que los estudiantes deberán validar las relaciones entre los cuadrados.

Si los estudiantes propusieran que el cuadrado que tiene diagonal la hipotenusa es más grande o más pequeño que la «L» porque «se ve más grande o más pequeño» el profesor debe llevar a cabo una acción de *devolución*, al proponer la construcción de la «L» usando tres piezas de un rompecabezas (la zona oscura y dos triángulos de la zona clara), luego usando las mismas tres piezas construir el cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa. Si los estudiantes propusieran que el cuadro que tiene como diagonal la hipotenusa es igual a la «L», el profesor debe preguntar a los estudiantes cómo poder justificar esta formulación, la intención es promover el uso de *conocimientos* como *criterios de validez* para deducir.

El profesor debe llevar a cabo una acción de *institucionalización* para producir una evolución del *milieu*, al proponer una «puesta en común» para discutir con la clase sobre la justificación de la formulación la «L» es igual al cuadrado cuya diagonal es la hipotenusa y además discutir con la clase sobre ¿son iguales en qué? Esta «puesta en común» es de gran importancia para la ID, es en este momento en el que se producirá la deducción compartida usando los *conocimientos* construidos como *criterios de validez*. Es además una «puesta en común» en la que el profesor podría con facilidad caer en un efecto negativo del contrato didáctico así que se ha diseñado una acción de *institucionalización* de supervisión para evitar que esto pueda suceder, el profesor debería evocar la justificación de algunos estudiantes y debatir con los demás sobre estas formulaciones, el profesor debe evitar explicitar por su cuenta los *criterios de validez* que permitirán la deducción.

Se espera que se usen los siguientes *conocimientos* compartidos para producir una validación: la «L» está formada por la zona oscura y una zona clara; el cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa está formada de la zona oscura y una zona clara; la zona oscura es la superposición de la «L» y el cuadrado que tiene como diagonal

la hipotenusa; la zona clara de la «L» es igual a la zona clara del cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa. La intención de esta acción es producir un acuerdo compartido sobre la formulación: la «L» es igual al cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa.

Posteriormente el profesor debe llevar a cabo una nueva acción de *institucionalización* de memoria, al cuestionar a la clase sobre si esta relación (la «L» es igual al cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa) se cumpliría si el triángulo fuera un triángulo cualquiera. La intención de esta acción, además de evocar un *conocimiento* construido en la fase anterior, es introducir la implicación: es porque el triángulo es rectángulo que se cumple la relación.

Para este momento el profesor debería llevar a cabo una acción de *institucionalización* para enriquecer el lenguaje solicitando a la clase completar la frase: «si un triángulo es rectángulo entonces ...». La intención de esta acción es producir un texto de un *conocimiento* compartido de referencia: si un triángulo es rectángulo entonces la «L» es igual en área, al cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa. El profesor debería entonces llevar a cabo una acción de *institucionalización* para enriquecer el lenguaje y producir una formulación canónica del *saber*, preguntando a los estudiantes ¿qué era la «L»? Aunque algunos estudiantes podrían haber sustituido el término «L» en la formulación, el profesor debe solicitar la sustitución del término «L» para producir el *saber*: si un triángulo es rectángulo entonces los cuadrados que tienen como diagonales los catetos son iguales en área, al cuadrado que tiene como diagonal la hipotenusa.

7.4. Algunas conclusiones

En el ejemplo aquí presentado, he propuesto para una fase de una ID sobre el teorema de Pitágoras, la evolución de los *conocimientos* que se esperan se produzca por los estudiantes durante una implementación, he propuesto que esta evolución debe pasar por lo menos por cuatro estados: *conocimiento* personal, *conocimiento* compartido, *conocimiento* compartido de referencia y *saber*.

He propuesto además que es posible, en los análisis a priori de las ID, diseñar acciones de devolución e *institucionalización* que le permitan al profesor tener más herramientas para gestionar adecuadamente el proceso como una construcción gradual y compartida del *saber*, favoreciendo un mayor grado de conexión entre el *conocimiento* producido en la interacción con el *milieu* material y el *saber*.

He propuesto también que estas acciones de *institucionalización* deben estar en relación con por lo menos cinco elementos teóricos que intervienen en el proceso: las formas como los estudiantes «actúan con» y «ven» el *milieu*; las formas como los estudiantes enriquecen el lenguaje usado en sus formulaciones; la forma como el profesor y los estudiantes producen de una memoria compartida y codificada del

saber; la forma como el profesor lleva a cabo acciones de introducción de formas de actuar con el *milieu* que el estudiante necesita y no puede aprender en una *situación adidáctica*; y las formas como el profesor «supervisa» ese proceso para garantizar la interacción adecuada del estudiante con el *milieu*.

He reconocido que hay momentos de discusión colectiva en la clase, que he llamado momentos de «puesta en común», en los que es necesario que el profesor lleve a cabo esas acciones de *institucionalización* que le permitirán a la clase producir: los *conocimientos* compartidos de referencia y el *saber* en un proceso gradual y compartido; los enriquecimientos necesarios para producir un *milieu* intelectual; los enriquecimientos del lenguaje necesarios para formular el *saber*; y la memoria codificada del *saber*.

Agradecimientos

Extiendo mi agradecimiento a mi tutor Dr. Martín Acosta por su importante aporte a la concreción de las ideas aquí presentadas.

Referencias

AKROUTI, I. (2022). La situation du barreau : une alternative possible pour l'enseignement de l'intégrale à l'entrée à l'université. *Revue québécoise de didactique des mathématiques, numéro thématique 1*(1), 72–110.

ALLARD, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions* [Thèse de doctorat, Université Paris 7]

ALLARD, C., & MASSELOT, P. (2016). De la ressource à la séance de classe. Institutionnaliser : tâche impossible ? Dans *Actes du 43^e colloque de la COPIRELEM* (p. 219–242). ARPEME.

ALLARD, C., WINDER, C., & MANGIANTE-ORSOLA, C. (2017). De l'étude de pratiques enseignantes en géométrie aux possibilités d'enrichissement de ces pratiques : focale sur l'exercice de la vigilance didactique. Dans S. Coppé, E. Roditi, v. Celi, F. Chellougui, F. Tempier, C. Allard, C. Corriveau, M. Haspekian, P. Masselot, S. Rousse, H. Sabra & M. Kiwan-Zacka (Dir.), *Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques. Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques* (Vol. 2, p. 301-328). La Pensée sauvage.

ARTIGUE, M. (2011). L'ingénierie didactique : un essai de synthèse résumé. Dans C., Margolinas, M., Abboud-Blanchard, L., Bueno-Ravel, N., Douek, A., Fluckiger, P., Gibel, F., Vandebrouck & F., Wozniak (Dir.), *En amont et en aval des ingénieries*

didactiques. XV^e école d'été de didactique des mathématiques (Vol. 1, p. 225–237). La Pensée sauvage.

BLOCH, I. (2009). Les interactions mathématiques entre professeurs et élèves. Comment travailler leur pertinence en formation ?. *Petit x*, 81, 25–53.

BLOCH, I., & GIBEL, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(2), 191–227.

BLOCH, I., & GIBEL, P. (2022) Situations de recherche pour l'accès aux concepts mathématiques à l'entrée à l'université. *epiDEMES*, 1, 1 – 25.

BROUSSEAU, G. (1984). Le rôle du maître et l'institutionnalisation. Dans N. Balacheff (Ed.), *Actes de la troisième école d'été de didactique des mathématiques* (p. 40-44). IMAG.

BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33–115.

BROUSSEAU, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, 23, 14–24.

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.

BROUSSEAU, G. (2012). Des dispositifs piagétiens... aux situations didactiques. *Éducation et didactique*, 6(2), 103–129.

BROUSSEAU, G., & CENTENO, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 11(2/3), 167–210.

BROUSSEAU, G., BROUSSEAU, N., & WARFIELD, V. (2014). *Teaching fractions through situations: a fundamental experiment*. Springer science & business media.

BUTLEN, D., CHARLES-PÉZARD, M., & MASSELOT, P. (2012). Apprendre et enseigner les mathématiques en ZEP, former à cet enseignement. Dans *Actes du 34^e colloque de la COPIRELEM* (p. 113-147). ARPEME.

CHARLES-PEZARD, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 30(2), 197–260.

COULANGE, L. (2012). *L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves* [Thèse de doctorat, Université Paris 7]

DOUADY, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectiques outil-objet dans l'enseignement des mathématiques. Une réalisation dans tout le cursus primaire* [Thèse de doctorat, Université Paris 7]

- DUVAL, R. (2017). Understanding the mathematical way of thinking - The registers of semiotic representations. *Springer International Publishing*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>
- HOULE, V. (2016). Étude de conditions didactiques favorables à la décontextualisation des connaissances mathématiques. *Canadian Journal of Education*, 39(4), 1–19.
- LAPARRA, M., & MARGOLINAS, C. (2008). Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. Des effets de la transparence des objets de savoir. [communication orale] *Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation*. <https://hal.science/hal-00779656v1>
- LAPARRA, M., & MARGOLINAS, C. (2010). Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement. *Pratiques. Linguistique, littérature, didactique*, 1(145), 141–160.
- MANGIANTE-ORSOLA, C., PERRIN-GLORIAN, M., & STRØMSKAG, H. (2018). Theory of didactical situations as a tool to understand and develop mathematics teaching practices. *Annales de didactique et de sciences cognitives, Special issue*, 145–174.
- MARGOLINAS, C. (1992). Éléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 113–158.
- MARGOLINAS, C. (1993). *Le vrai et le faux dans la classe de mathématiques*. La Pensée sauvage.
- MARGOLINAS, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. Dans C. Margolinas (Ed.), *Les débats de didactique des mathématiques* (p. 89–102). La Pensée sauvage.
- MARGOLINAS, C. (2003). Un point de vue didactique sur la place du langagier dans les pratiques d'enseignement des mathématiques. Dans M. Jaubert, M. Rebière & J. Bernié (Ed.), *Construction des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement. Actes du colloque pluridisciplinaire international* (p. 1–17). IUFM d'Aquitaine-Université Victor Segalen Bordeaux 2.
- MARGOLINAS, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques ? *Revue française de pédagogie. Recherches en éducation*, 188, 13–22.
- MARGOLINAS, C., ABBOUD-BLANCHARD, M., BUENO-RAVEL, L., DOUEK, N., FLUCKIGER, A., & GIBEL, P. (2011). *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. La Pensée sauvage.

MASSELOT, P., BUTLEN, D., & CHARLES-PEZARD, M. (2012). Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des classes de milieux défavorisés : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. Dans J. Dorier & S. Coutat (Ed.), *Actes du colloque EMF* (p. 362–370). Université de Genève.

PERRIN-GLORIAN, M. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(1-2), 5–118.

PERRIN-GLORIAN, M., & HERSANT, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(2), 217–276.

PILET, J., ALLARD, C., & HOROKS, J. (2019). Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves dans les moments de mise en commun. *Éducation et francophonie*, 47(3), 121–139.

ROBERT A., & ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignantes de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505–528.

SARRAZY, B. (2007). Ostention et dévolution dans l'enseignement des mathématiques. *Éducation et didactique*, 1(3), 31–46.

SENSEVY, G., & QUILIO, S. (2002). Les discours du professeur. Vers une pragmatique didactique. *Revue française de pédagogie*, 141, 47–56.

JULIÁN SANTOS

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

julianhumbertosantos@gmail.com