

ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES : Revue internationale de didactique des mathématiques. Les Annales thématiques numéro 4, 2025

Teaching and learning of calculus: duality of the transition between secondary and tertiary education.

**IREM de STRASBOURG
RÉSUMÉS**

IMÈNE GHEDAMSI, THOMAS LECORRE, OLOV VIIRMAN . Unpacking the calculus transition: A multi-dimensional view

Décrypter la transition en analyse réelle : une perspective multidimensionnelle. Cet article introductif présente les objectifs et la structuration du numéro spécial. Les sept contributions réunies dans ce numéro sont organisées selon trois axes thématiques : le développement cognitif et les fondements conceptuels, la continuité épistémologique et didactique, et la structuration curriculaire et les propositions pédagogiques. L'article inscrit ces contributions dans le paysage actuel de la recherche en didactique des mathématiques, en soulignant l'importance de l'unité épistémologique, de la fluidité représentationnelle, ainsi que du renforcement du pouvoir d'agir des enseignants pour soutenir des trajectoires d'apprentissage de l'analyse réelle cohérentes et porteuses de sens.

GILAT FALACH, ANATOLI KOUROPATOV, TOMMY DREYFUS. Accumulative Thinking as an intuitive base for the concept of integral

Le calcul intégral présente des défis persistants pour les étudiants en général et pour ceux qui passent de l'enseignement secondaire à l'enseignement tertiaire en particulier. Cette étude examine le développement de « pensée accumulative » comme fondement à la compréhension de l'intégration. Au cours d'une activité d'apprentissage spécialement conçue, des paires d'élèves de la 11ème année scolaire ont exploré des concepts d'accumulation en utilisant le contexte d'eau coulant dans une piscine. En utilisant le cadre d'« abstraction en contexte », nous avons analysé les processus de construction de connaissances des élèves au cours de cette activité. Nos résultats indiquent que la plupart des élèves ont construit des éléments de pensée accumulative, les préparant ainsi à des études futures ; les résultats montrent également comment un contexte réel peut faciliter le développement de la pensée accumulative.

MIKE THOMAS, TOMMY DREYFUS, CAROLINE YOON. Building Thinking about Graphical Antiderivatives: The Role of Interval Perspectives

La notion de fonction traverse les mathématiques étudiées à l'école et à l'université. Cet article examine comment une perspective d'intervalle sur les fonctions peut aider des étudiants à construire graphiquement des fonctions primitives. Un certain nombre de concepts importants nécessaires à la construction d'une telle compréhension graphique sont examinés, ainsi que la manière dont les étudiants de l'étude les ont reliés et ont construit avec eux. Les résultats montrent qu'une perspective d'intervalle sur les fonctions était importante pour pouvoir le faire. Par conséquent, nous proposons que cette perspective d'intervalle sur les fonctions puisse s'avérer utile pour aider des étudiants en transition à construire une

perspective locale sur les fonctions. En retour, nous voyons à quoi pourrait ressembler une voie potentielle de réflexion sur les primitives graphiques et le type d'activités qui pourraient aider les étudiants à faire la transition dans cette voie.

GUERSHON HAREL. Calculus Education: Aspects of Order, Continuity, and Reconceptualization

La triade ordre, continuité et reconceptualisation, mentionnée dans le titre de cet article, fait référence à une mise en relation de trois dimensions de l'enseignement de l'analyse réelle. L'ordre renvoie à trois approches distinctes : la différentiation suivie de l'intégration (approche DI), l'intégration suivie de la différentiation (approche ID), et l'approche intégrée de Thompson (approche TI), qui considère la différentiation et l'intégration comme indissociables. La continuité concerne l'impact de ces différentes approches sur l'apprentissage des étudiants, notamment lors de la transition du lycée à l'université. La reconceptualisation désigne les efforts visant à réformer l'enseignement et l'apprentissage de l'analyse en invitant les futurs enseignants du secondaire à redécouvrir ces concepts à travers le prisme du raisonnement quantitatif. Cet article est de nature analytique. Il débute par une analyse des caractéristiques cognitives et pédagogiques des trois approches (DI, ID et TI), puis aborde la problématique de la continuité dans le passage des mathématiques scolaires aux mathématiques universitaires, en insistant sur les difficultés rencontrées dans la réforme de l'enseignement du calcul aux États-Unis. Pour faire progresser cette réforme, il est nécessaire d'examiner en profondeur les approches actuelles de l'enseignement du calcul aux États-Unis, ainsi que les alternatives proposées par les mathématiciens et les didacticiens des mathématiques. L'analyse des trois approches (DI, ID et TI) vise à contribuer à cet examen essentiel. Dans ce cadre, l'article propose également un module de l'analyse destiné aux futurs enseignants du secondaire ayant suivi le cursus classique. Ce module, bien qu'il s'inscrive dans une logique proche de l'approche TI, est conçu et mis en œuvre à partir d'un cadre théorique distinct.

STÉPHANIE BRIDOUX. Spécificités de la notion de limite dans l'enseignement secondaire belge : quelles potentialités pour favoriser l'enseignement de l'Analyse à l'université ?

Nous nous intéressons aux débuts de l'enseignement de l'Analyse au lycée en ciblant l'introduction de la notion de limite (suites et fonctions). Alors que les travaux menés sur la transition secondaire-université pointent des difficultés récurrentes chez les étudiants en première année d'université avec cette notion, nous montrons ici que les programmes du lycée en Belgique francophone permettent de nombreuses continuités entre le lycée et l'université. Cependant, l'analyse d'un manuel va révéler certains décalages avec le potentiel relevé dans les injonctions des programmes.

VIVIANE DURAND-GUERRIER, GAËTAN PLANCHON, NICOLAS SABY. Sur le rôle de l'ordre en analyse à la transition secondaire – supérieur.

En France, les choix curriculaires actuels tendent à invisibiliser le rôle de l'ordre en analyse. Ils privilégient implicitement un point de vue topologique renvoyant aux espaces métriques, que l'on retrouve dans la notion de valeur absolue, se généralisant à celle de distance. Ces choix conduisent à laisser de côté une perspective complémentaire mettant en avant les ensembles ordonnés, où les parties connexes de \mathbb{R} que sont les intervalles jouent un rôle central. Nous montrons dans notre étude épistémologique et sur deux exemples à la transition secondaire-supérieur que considérer les relations entre connexité et complétude dans l'ensemble des

nombres réels favorise une prise en compte explicite du rôle de l'ordre en analyse, notamment dans les preuves. Nous proposons enfin des pistes de recherches ouvertes par ce travail pour contribuer à la prise en compte de la nature duale de cette transition.

KRISTOFFER HEGGELUND OMARHAUG, HANS KRISTIAN NILSEN. The Didactical Transposition and Praxeology related to the study of Integration at the Secondary and Tertiary levels in Norway

Cet article s'appuie sur deux études conduites en Norvège, respectivement avec des élèves en dernière année de lycée et des étudiants en ingénierie en première année d'université. À partir de la perspective de la Théorie Anthropologique du Didactique, nous discutons la transposition didactique concernant la notion d'intégrale, une notion pertinente pour ces deux institutions. Les programmes ne favorisent aucune approche spécifique de la notion d'intégration, et les sommes de Riemann dominaient les manuels utilisés à l'université, tandis qu'une approche basée sur la notion d'infinitésimale était proposée au cours du deuxième cycle du secondaire. La praxéologie au niveau du lycée semble conduire les étudiants exclusivement vers des interprétations liées à la notion d'anti-dérivation et de calcul de l'aire de l'intégrale, tandis que pour les étudiants à l'université, l'approche semble plus variée avec un accent sur des raisonnements basés sur le calcul infinitésimal. Nous argumentons pour la nécessité de revoir la manière dont la notion d'intégrale est présentée et utilisée aux deux niveaux de scolarité.

LETICIA SOSA, CINTHIA ALMARAZ. Design and Implementation of a teaching proposal of the Fundamental Theorem of Calculus to explore the conjunction of Mathematics Teacher's Specialized Knowledge and Teaching for Robust Understanding

L'objectif de cette recherche est de concevoir et de mettre en œuvre une proposition d'enseignement du théorème fondamental du calcul au niveau du lycée, d'explorer la conjunction des catégories du modèle des connaissances spécialisées des enseignants de mathématiques (MTSK) et des dimensions de l'enseignement pour une compréhension robuste (TRU). Le modèle MTSK et le TRU ont été utilisés comme cadre de référence. La recherche est une étude qualitative et exploratoire dans un paradigme interprétatif, employant la méthode de la recherche-action. Ensuite, l'analyse des données est décrite en cinq étapes. Enfin, les résultats donnent une approche de la conjunction de MTSK et de TRU. Nous avons identifié des éléments des sous-domaines du MTSK qui peuvent être liés à certaines dimensions du TRU. Cependant, il y a d'autres éléments de chaque modèle dont les liens ne sont pas clairs, à la fois en théorie et en pratique.