A PROPOS D'ILLUSION

Voici deux raisonnements qui conduisent à des résultats manifestement faux. Où sont les erreurs :

I) Soit ABC un triangle et I l'intersection de la bissectrice intérieure de $\hat{A}$ et de la médiatrice de BC . Soit H le milieu de BC et B' et C' les pieds des perpendiculaires abaissées de I à AC et AB respectivement. Il est clair que les triangles rectangles AB'I et AC'I sont isométriques (un angle et un côté isométriques) et par conséquent AB' et AC' ont même longueur. De façon analogue les triangles rectangles BC'I et CB'I sont isométriques (deux côtés isométriques) et par conséquent B'C et C'B ont même longueur. En conclusion AB et AC sont isométriques et le triangle ABC est isocèle. En faisant le même raisonnement sur les deux autres côtés, on démontre ainsi que tout triangle est équilatéral !

II) Soit à résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (1) : $x^2 + x + 1 = 0$

Cette équation est équivalente à : $\left.\begin{array}{r} x^3 + x^2 + x = 0 \\ x \neq 0 \end{array}\right\}$

Mais d'après (1) $x^2 + x = -1$ et par conséquent le système précédent est équivalent au système : $\left.\begin{array}{r} x^3 - 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{array}\right\}$

qui admet comme unique solution évidente : $x = 1$ et par suite 1 est solution de (1) !

Dans le même genre d'idées, voici une erreur attribuée à un illustre mathématicien (je crois que c'est Gallois) :

Soit f une fonction continuement dérivable qui tend vers une limite finie l quand la variable tend vers l'infini. Alors dans les mêmes conditions la fonction dérivée f' tend vers 0 .