

Pour un enseignement de la mathématisation

ou : "Vive Euclide et à bas Bourbaki"

Au moment où l'A.P.M.E.P. développe les programmes par "Noyau-Thème", je voudrai apporter quelques rélexions personnelles sur un sujet voisin. Auparavant, et pour introduire mon propos, il me paraît bon de réfléchir quelque peu à l'épistémologie des mathématiques ainsi qu'à la réalité quotidienne de l'enseignement et de l'enseignant pour apprécier les raisons qui font que nos élèves "ne passent pas plus de temps à agir qu'à regarder faire" (cf éditorial de De Cointet dans le numéro 297 du bulletin). Par là même nous chercherons les **remèdes** à y apporter.

Que sont les mathématiques ? En simplifiant on peut distinguer au départ, la pratique, le concret, l'expérience quotidienne, l'intuition, la recherche systématique sur ordinateur, ... qui permettent d'induire des théorèmes ou conjectures. Ces conjectures conduisent ensuite à la création de systèmes d'axiomes, de théories desquelles on déduit d'autres théorèmes, à partir desquelles on démontre les conjectures initiales ; la mathématique devient alors un pur jeu logique jusqu'au moment où le chercheur imagine au sein de la nouvelle théorie une nouvelle conjecture qui le ramène au point de départ. Ce cercle est souvent schématisé par l'opposition entre mathématique faites et mathématiques à faire.

Si maintenant nous comparons la réalité quotidienne du mathématicien avec celle de l'enseignant, nous remarquons que ce dernier, à cause de la longueur des programmes qu'il faut absolument traiter avant l'examen, à cause de sa formation, à cause de la pesanteur sociologique, à cause de la présentation des manuels qu'il utilise, ... ne peut pas ou pas souvent faire autre chose que de présenter aux élèves des mathématiques toutes faites. Et ce, quelle que soit la pédagogie utilisée ; car dans le meilleur des cas, faute de temps l'élève sera guidé pour arriver au résultat avec le minimum d'erreurs et de perte de temps. (1)

(1) On remarquera que ce défaut n'est pas propre à l'enseignant de mathématique ; le professeur de physique, par exemple, se contentera lui aussi, le plus souvent, faute de temps et de matériel, d'un enseignement théorique où les travaux pratiques apparaissent comme un complément de cours plutôt que comme le point de départ de découvertes de lois, de théories qui permettront de prévoir d'autres expériences qui infirmeront ou confirmeront la théorie.

Or se contenter d'enseigner les mathématiques comme une science achevée comporte des pièges pédagogiques dans lesquels tombent non seulement le maître, mais encore toute la hiérarchie mathématico-administrative (ce qui excuse en partie le premier).

1^o) L'école française encore fortement marquée par l'esprit bourbakiste, ne tolère aucun manquement à la sacro-sainte logique, trame de toutes les mathématiques : Les programmes adaptent au niveau considéré l'ordre des "bourbaki". Or les élèves ne pourront jamais être d'emblée des "homo mathematicus".

2^o) Pas question de parler d'une chose avant qu'on soit capable d'en faire la démonstration ou d'en faire une théorie. Par conséquent on se coupe totalement des références au "concret", car en donnant aux élèves un problème tiré de la vie courante, on risquerait de tomber sur des points qui ne sont pas au programme.

3^o) Privilégier les mathématiques toutes faites justifie le maintien d'une filière noble, formée des élèves que leur milieu familial a rendu aptes à saisir le pourquoi de telle ou telle théorie. Aux autres on dira qu'ils ne comprennent pas les mathématiques et on ne leur enseignera que quelques extraits des programmes des sections nobles, en se bornant à n'insister que sur les résultats. (2)

4^o) On enseigne ainsi la même mathématique à tous les élèves, accroissant son rôle de sélection, sans tenir compte du caractère propre de chaque section. Dans le technique, par exemple, l'élève déjà rebuté par notre discipline, se mettra à en refuser tout emploi malgré l'outil important qu'elle devrait être.

Tout cela est grave et résulte de la tradition dogmatique de l'ensemble de l'enseignement français. Une réforme est possible, mais reste une oeuvre de longue haleine. En effet, elle demande entre autre :

- Une modification de la formation des maîtres qui recevraient, à côté d'un enseignement de haut niveau en mathématique, des bases solides en psychopédagogie et en didactologie.
- Une transformation des sujets d'examens qui, plutôt que de vérifier la connaissance d'un corpus de théorèmes, feraient appel aux aptitudes à mathématiser une situation.
- Une réforme des programmes laissant plus de liberté au professeur ; par exemple la création de programmes par "Noyaux-Thèmes", à condition que l'on sache les uti-

(2) C'est alors qu'on voit apparaître des chapitres sur la continuité, dégagés de tout contexte topologique et qui ne servent à rien, sinon à justifier auprès des élèves la réputation d'ésotérisme des mathématiques.

liser correctement. (3)

- ...

Aucune de ces trois propositions n'est suffisante à elle seule, et d'autres sont nécessaires ; je me bornerai cependant, dans ce qui suit, en tant qu'enseignant du technique, à développer le problème de la mathématisation.

Si les programmes tels qu'ils sont conçus actuellement sont des guides souvent bienvenus pour les professeurs débutants, ils apparaissent rapidement comme un carcan trop étroit dès que l'enseignant a quelques années de métier. Dans le contexte actuel il est quasiment impossible de faire faire des activités de recherche aux élèves, c'est à dire que notre enseignement des mathématiques ne se fait au mieux qu'à 50%. Au mieux, car c'est la partie recherche, mathématisation, action qui fait comprendre le pourquoi des théories mathématiques et en facilite l'assimilation. Tous les élèves seront amenés un jour ou l'autre à mathématiser une situation concrète. Quelques uns seulement devront en faire une théorie achevée.

Toutes les théories mathématiques peuvent donner lieu à mathématisation. Il suffit de trouver le bon point de départ, très souvent proche des raisons historiques qui ont conduit à cette théorie. Voyons quelques exemples :

Géométrie : Historiquement, la géométrie est une mathématisation de l'espace dans le quel nous vivons, c'est-à-dire qu'une étude de cet espace a permis la mise en évidence d'un certain nombre de concepts, donc d'abstractions mathématiques, qui permettent la description et la prévision de l'espace macroscopique. En ce sens, la géométrie est une théorie physique de l'espace.

Malheureusement pour l'enseignant, toutes les géométries (affine, métrique,...) demandent un nombre considérable d'axiomes et si une étude descriptive et un début de mathématisation sont toujours possibles (voir par exemple les programmes de C.A.P.); la mathématisation complète est hors de portée de bien des élèves (voir les programmes de 4ème).

Cependant, malgré ces défauts, la géométrie reste pour l'enseignant moyen, grâce aux manipulations naturelles qu'elle implique, une source importante pour l'enseignement de la mathématisation. (4). A condition de ne pas vouloir déboucher trop tôt

(3) La grande majorité des réformes passées, et en tout cas les plus importantes, ont été faites sans tenir compte de l'avis des enseignants, ou même sans les informer au préalable, d'où les graves erreurs qui ont été commises (géométrie en 4ème). Il faut espérer qu'une réforme proposée par l'APMEP ne soulève pas les mêmes difficultés.

(4) Voir entre autre : Le livre du problème : "Géométrie d'incidence" (CEDIC).

sur une théorie achevée.

Statistique et probabilité : Les programmes actuels semblent vouloir faire des probabilités une application de la théorie de la mesure, alors qu'il faut en faire, dans le secondaire, une explication des statistiques. Il est plus important que des élèves comprennent la signification d'un sondage et sa fiabilité en en réalisant un, plutôt que d'entendre parler de tribus, ... dont ils ne voient pas l'utilité. Il existe un certain nombre d'exemples frappant d'application des statistiques et des probabilités qui montrent toute la puissance de cette branche mathématique. Comme pour la géométrie il est nécessaire de passer beaucoup de temps sur la mathématisation de situations où intervient le hasard. Ce n'est qu'après qu'on peut esquisser une théorie et dans le secondaire on ne devrait pas dépasser le stade du dénombrement quitte à donner quelques formules généralisables.

Algèbre : La notion de groupe est fondamentale ; mais de grâce, que les groupes étudiés le soient à partir de situations concrètes : groupe de transformations, calcul de pourcentage, entiers modulo n , ...

De même en algèbre linéaire, il est primordial de montrer aux élèves que l'utilisation des espaces vectoriels est le plus souvent le seul moyen d'obtenir des solutions approchées de certains problèmes (gestion de stock par exemple). Il faut leur faire sentir que la notion de dimension est en étroite liaison avec le nombre de paramètres indépendants d'un problème concret. Ce n'est qu'à cette condition que les élèves comprendront l'utilité de cette notion.

Analyse : Les programmes actuels se limitent à faire étudier certaines fonctions, pour terminer par la représentation graphique. Ceci est un tout petit aspect du problème et qui montre bien que l'on ne s'attache pas à la mathématisation. Le physicien, l'ingénieur, le statisticien, ... partent de la courbe obtenue expérimentalement et essayent d'en déduire une fonction ; ce sont des problèmes d'interpolation et ils permettraient de faire méditer les élèves sur les extrapolations ! (5). D'un autre côté, les calculs d'intégrales ne se font pratiquement jamais au moyen de primitives ; cette notion doit donc être précédée de nombreux calculs approchés d'aires ou de longueur de courbes par toutes les méthodes que l'on voudra.

Ces quelques exemples, nécessairement parcourus trop vite dans le cadre de cet article, montreront, je l'espère, que toute théorie mathématique nécessite une phase initiale de mathématisation et que ce n'est que dans ce cadre que les élèves, pour qui notre science reste à faire, comprendront et la discipline que nous enseignons et son utilité. Cela rejoint d'ailleurs les préoccupations des pédagogues qui

(5) Voir : Fletcher , "l'algèbre linéaire par ses applications" (CEDIC).

ont montré que ce n'est que par la manipulation qu'une notion s'assimile.

Il est nécessaire, pour rénover réellement l'enseignement des mathématiques de prôner l'enseignement de la mathématisation. Il est bien plus important dans le monde actuel de savoir mathématiser une situation concrète que de connaître un corpus de théorèmes. On m'objectera que l'un ne va pas sans l'autre et l'on aura raison. C'est justement l'intérêt des programmes par noyaux-thèmes que de manier ces deux aspects. Le futur citoyen doit pouvoir analyser des statistiques, critiquer des quantifications, proposer des solutions ou des alternatives réalistes aux projets des administrations ... A l'époque où tout se met en chiffres, une formation à la mathématisation est plus que jamais nécessaire. On aura compris qu'une telle formation débouche sur l'interdisciplinarité, mais ceci est une autre histoire.

Jean Lefort

J'ai compris peu à peu ce qu'était le vrai rôle de la F.P.A. Apprendre un métier, c'est le prétexte. En réalité, c'est un organisme de mise en condition. La plupart des stagiaires sont des jeunes qui ont échoué au C.A.P., ou n'ont même pas pu s'y présenter. Là où le système scolaire a échoué, la F.P.A. reprend le flambeau et conditionne le jeune à la vie d'ouvrier d'usine. Il s'agit, pour lui, de la hiérarchie, du système. La fonction objective de la F.P.A. c'est, comme l'école ou l'armée, la reproduction de notre système inégalitaire. Ce n'est pas l'acquisition de nouveaux savoirs ou savoir-faire qui donnent à l'homme plus d'autonomie et de pouvoir sur son environnement.

La plupart des stagiaires, il est vrai, ne se posent pas de questions de cet ordre. Ils viennent chercher un C.A.P. Ils l'obtiennent. Ils sont contents. Il y a toujours suffisamment d'échecs pour valoriser la réussite à l'examen. A la fin du stage, sur les dix que nous étions, six étaient satisfaits du stage. La nourriture convenait à cinq sur neuf, l'hébergement à cinq sur sept. Cinq sur neuf étaient satisfaits des connaissances acquises et six sur dix des méthodes d'enseignement. Mais seulement un sur dix était satisfait de la discipline et du règlement. La principale critique était : "ON n'est pas considérés comme des adultes!"

René-Guy Chedanne

Mon stage de serrurerie

in : Le monde de l'éducation (Sept. 75)