

# Divertissements mathématiques

## SOLUTIONS DES DIVERTISSEMENTS DE L'OUVERT N° 6

L'âge du capitaine : Soit  $x, y, z, t$  le nombre d'enfants respectifs de chaque famille. Soit  $a$  l'âge du capitaine. On a le système suivant :

$$\begin{cases} x.y.z.t = 2a \\ x + y + z + t \leq 17 \end{cases}$$

Comme  $x, y, z, t$  sont tous différents, on peut toujours supposer, en réarrangeant l'ordre des familles, que :

$$x < y < z < t$$

Si on cherche toutes les solutions entières de l'inéquation, on trouve (entre parenthèses est indiquée la quantité  $2.a$ ) :

1 2 3 4 (24)	1 2 3 5 (30)	1 2 3 6 (36)	1 2 3 7 (42)
1 2 3 8 (48)	1 2 3 9 (54)	1 2 3 10 (60)	1 2 3 11 (66)
1 2 4 5 (40)	1 2 4 6 (48)	1 2 4 7 (56)	1 2 4 9 (72)
1 2 4 10 (80)	1 2 5 6 (60)	1 2 5 7 (70)	1 2 5 8 (80)
1 2 5 9 (90)	1 2 6 7 (84)	1 2 6 8 (96)	1 3 4 5 (60)
1 3 4 6 (72)	1 3 4 7 (84)	1 3 4 8 (96)	1 3 4 9 (108)
1 3 5 6 (90)	1 3 5 7 (105)	1 3 5 8 (120)	1 3 6 7 (126)
1 4 5 6 (120)	1 4 5 7 (140)	2 3 4 5 (120)	2 3 4 6 (144)
2 3 4 7 (168)	2 3 4 8 (192)	2 3 5 6 (180)	2 3 5 7 (210)
1 2 4 8 (64)	2 4 5 6 (240)		

Soit 38 solutions. Mais en effectuant les produits correspondants, seuls 60 et 120 apparaissent trois fois :

$$\left. \begin{array}{l} 1 \ 2 \ 3 \ 10 \\ 1 \ 2 \ 5 \ 6 \\ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \end{array} \right\} \text{ pour } 60 \qquad \left. \begin{array}{l} 1 \ 3 \ 5 \ 8 \\ 1 \ 4 \ 5 \ 6 \\ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \end{array} \right\} \text{ pour } 120$$

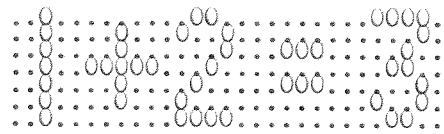
Comme on apprend que chaque famille a deux enfants au moins, la seule solution est la répartition 2, 3, 4, 5. Le nombre d'enfants du professeur est 5 puisque c'est le seul nombre qui apparaît dans les trois cas. Quant à l'âge du capitaine, c'est 60 ans.

En conclusion, il faut croire que cet ancien professeur est un calculateur prodige !

### Messages interplanétaires :

I - Il y a 203 signes, c'est à dire 7 fois 29 (décomposition unique en nombres

premiers). Or en plaçant les symboles en 7 rangés de 29 signes on trouve :



C'est tout simplement le procédé de télévision. Peu importe que les extraterrestres lisent de haut en bas ou de droite à gauche ou..., l'essentiel est qu'il fasse toujours de même.

II - 1) liste des 24 symboles

- 2) A = 1 , B = 2 , ..... I = 9 , J = 10
- 3) K = + , L = "=" . (K est le signe "plus" et L le signe "égal")
- 4) M = - (M est le signe "moins")
- 5) N = 0 (zéro)
- 6) notation en base 10.
- 7) P = x (P est le signe "multiplié")
- 8) Q = : (Q est le signe "divisé" ou barre de fraction)
- 9) R est le symbole d'exponentiation
- 10) S = 100 , T = 1000
- 11) U = 1/10 , V = 1/100
- 12) W représente la virgule ou le point décimal.
- 13) Y =  $\simeq$  , Z =  $\pi$
- 14)  $(\frac{4}{3}) \pi (0,0092)^3$

Cette dernière ligne est le volume d'une sphère réelle, en l'occurrence, celui de la Terre dont le rayon serait rapporté à celui du soleil.

AUTRES PROBLEMES ET DIVERTISSEMENTS

Problèmes élémentaires :

I - Simplifier l'expression :

$$\frac{(nx)^{nx} (ny)^{ny} (x+y)^{(x+y)} ((n-1)(x+y))^{(n-1)(x+y)}}{((n-1)x)^{(n-1)x} ((n-1)y)^{(n-1)y} x \cdot y (n(x+y))^{n(x+y)}}$$

II - Comparez les trois nombres  $99/70$  ,  $140/99$  et  $\sqrt{2}$  . Des deux rationnels précédents, quel est le plus proche de  $\sqrt{2}$  ? Quelle erreur fait-on en remplaçant 2 par  $(1/2)(99/70 + 140/99)$  ?

Problème pour physicien :

Trouver la surface fermée de révolution d'aire maximum dont la méridienne a une longueur donnée.

— Problème de vache : (d'après Sam Loyd)

Certaines vaches ont plus de sens commun que l'homme moyen, disait ce brave fermier. Roussette, ma vieille vache se tenait l'autre jour sur le pont de chemin de fer, à cinq mètres du milieu du pont, ruminant paisiblement en regardant l'eau. Soudain elle aperçut le rapide qui arrivait vers elle à 90 km/h et se trouvait déjà à une distance de l'extrémité du pont égal à deux fois sa longueur.

Sans perdre un moment en décision oisive, la vache s'élança vers l'extrémité du pont la plus proche, du côté du train et sauva ainsi sa vie à un mètre près.. Si elle avait suivi l'instinct humain de s'enfuir devant le train, à la même vitesse elle aurait été happé au moment même où elle aurait atteint l'extrémité du pont.

Quelle est la longueur du pont et la vitesse de Roussette la vache.