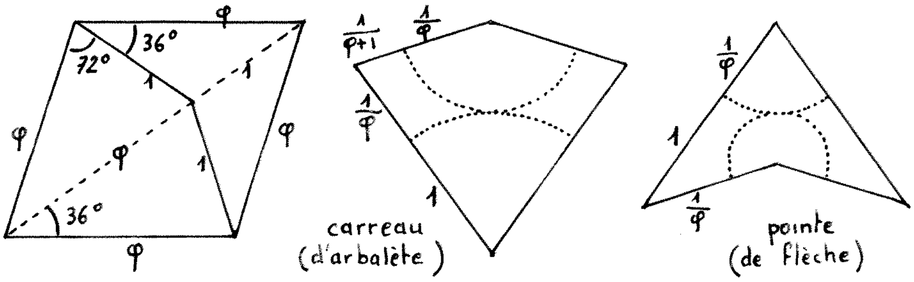
A propos de la couverture

Le problème de l'existence de pavages réguliers obligatoirement non-périodiques est intimement lié aux questions de décision en logique symbolique. Ce problème fut posé pour la première fois en 1961 par Hao Wang qui conjecturait une réponse négative, mais il fut résolu par l'affirmative en 1964 par Robert Berger avec un ensemble de plus de 20 000 pavés qu'il réduisit plus tard à 104. R. M. Robinson et L. S. Penrose le réduisirent finalement à 2 pavés qui peuvent avoir différentes formes, mais qui toutes dépendent du nombre d'or $\varphi = (1+\sqrt{5})/2$. En particulier les deux pavés ont des aires dans le rapport φ et le plus grand des deux est φ fois plus nombreux que le petit dans tout pavage du plan ;(le décompte des pavés dans un ensemble borné permet le calcul d'une approximation de φ d'autant meilleur que l'ensemble est plus vaste - vérifiez-le sur la couverture). Penrose a même dessiné deux pavés en forme de poules.

Les deux pavés de la couverture sont réalisés de la façon suivante :



Les arcs de cercles auraient pu être remplacés par des tenons et des encoches situés respectivement à chacune des extrêmités des arcs et ils n'ont pour but que d'interdire l'assemblage du carreau et de la pointe suivant le losange de gauche, ce qui conduitait à un pavage périodique.

Si vous réalisez un tel pavage (il en existe une infinité non-dénombrable) vous verrez que les arcs de cercle décrivent des courbes qui en général se referment, (au plus 2 d'entre-elles ne se referment pas) et englobent des régions possèdant une symétrie d'ordre 5. Par contre, le pavage complet ne présente souvent aucune symétrie bien qu'on puisse en construire deux ayant cette symétrie d'ordre 5 (l'étoile en commençant par 5 pointes ; le soleil en commençant par 5 carreaux) et une infinité ayant un axe de symétrie.

On pourrait penser que le dessin de couverture est original. En fait il n'en est rien, aucun dessin fini ne l'est, en ce sens qu'il se retrouve (et une infinité de fois) dans n'importe quel pavage. C'est un phénomène analogue qui se produit pour le développement décimal de π par exemple, où tout groupe, aussi grand soit-il, de décimales se répète une infinité de fois. Mais ici l'écart entre deux groupes identiques consécutifs est arbitraire ; dans le cas du pavage de Penrose, une région quelconque est au plus à une distance égale à deux fois son diamètre d'une région isométrique.