

---

## A L'INTENTION DES PROFESSEURS DE CURIOSITES

---

L'enseignant peut-il rêver d'un plus beau succès pédagogique que d'inciter un élève à faire des mathématiques pour son plaisir ?

Ce que les jeunes apprennent tout seul (ou entre eux), au cours de loisirs studieux, constitue la part la plus solide de leur culture. Il n'y a vraiment pas de quoi s'inquiéter s'ils étudient des choses intéressantes qui ne figurent pas au programme !

J'y songeai récemment au cours d'une visite à des parents dont la jeune fille (nommons-la L.N.) est une élève de 4<sup>ème</sup> plutôt faible en mathématiques. Il y a quelques années, elle jouait avec un spirographe, et depuis que sa classe a adopté le manuel d'André Deledicq et Claude Lassave, elle passe parfois une heure à des jeux mathématiques suggérés par l'ouvrage. Cela n'empêche pas qu'elle commette souvent des erreurs de calcul dues à un entraînement insuffisant, et qu'elle récolte de temps en temps des notes médiocres: les activités libres et joyeuses ne dispensent pas d'un certain dressage, qui fixe les mécanismes... Mais, c'est là une toute autre histoire, étrangère à mon propos.

Il faut féliciter Deledicq et Lassave: leur livre contient beaucoup de thèmes d'activités susceptibles d'éveiller la curiosité.

Je vais maintenant émettre quelques critiques pédagogiques suggérées par l'observation d'une situation didactique où la jeune L.N. se trouvait impliquée lors de ma visite. Les remarques qui vont suivre sont de portée générale et profitables à tous les enseignants qui s'efforcent d'être des professeurs de curiosités.

L'incitation à l'initiative ne porte ses fruits que si la tentative est couronnée de succès. Par exemple, on trouve dans des journaux illustrés destinés aux jeunes des recettes de pâtisserie qu'on invite à exécuter. Si le jeune lecteur parvient à confectionner un succulent gâteau, on aura favorisé une vocation culinaire. Mais si la recette, mal rédigée, n'indique pas les précautions indispensables à la réussite, et si l'apprenti aboutit à des ragougnasses immangeables, il risque d'être définitivement dissuadé de mettre la main à la pâte !

Or, j'ai pu observer L.N. aux prises avec l'exercice suivant qui présentait une activité fort instructive: il s'en fallut de peu que l'expérience ne rate, et cela se serait sans doute produit si la jeune expérimentatrice était res-

tée livrée à elle-même :

**« Enveloppés ».**

- 21 – a) *Trace un cercle dont le rayon soit le plus grand réalisable dans ta feuille.*  
b) *Prends un point S à l'intérieur du cercle, distinct de son centre.*  
c) *Prends un point  $A_1$  sur le cercle.*  
d) *Trace d'un trait léger, au crayon à papier, le segment  $[SA_1]$ .*  
e) *Trace d'un trait léger, au crayon à papier la demi-droite qui est perpendiculaire à  $(SA_1)$  en  $A_1$  et qui recoupe le cercle.*  
f) *Choisis une couleur une fois pour toutes. Utilise-la pour repasser le segment de la demi-droite tracée en e) qui est intérieur au cercle.*  
g) *Si tu n'as pas suffisamment de segments colorés pour conclure, reprends en c) avec un autre point.*  
h) *Tu vois que tes segments colorés enveloppent une courbe. Dessine cette courbe au crayon à papier. Renseigne-toi sur son nom.*

Il manquait au départ une liste précise d'instruments indispensables à la réussite de l'expérience. Pourtant L.N s'était munie d'un bon compas, d'une grande feuille de papier à dessin (bonne idée !), de crayons de couleurs... Très bien. Mais elle ne se rendit pas compte que sa règle était beaucoup trop courte. En cours d'expérience, elle s'aperçut qu'il lui fallait une équerre: elle descendit en acheter une (d'ailleurs pas assez grande) au bazar. Cette interruption aurait bien pu s'avérer dissuasive.

L'instruction a) de l'énoncé est excellente et très importante. Si les auteurs ne l'avaient pas écrite, l'expérimentatrice risquait de produire un dessin de la taille d'un ticket de métro !. Mais la règle trop courte l'incita à choisir son point A sur la petite portion du cercle qu'elle pouvait atteindre.

L'analyse linguistique des instructions b) et c) suivantes fait apparaître beaucoup d'ambiguïtés. En particulier, il faut être bien perspicace pour deviner que le point S est destiné à rester fixe tout au long de l'expérience, et que le point  $A_1$  n'est qu'une première détermination d'un point variable A destiné à décrire tout le cercle.

Ainsi L.N. dessina une demi-douzaine de segments  $SA_i$  où les points  $A_i$  se resserraient sur un faible arc du cercle. Manifestement, il ne se passait rien !

C'est alors qu'elle vint me trouver et m'annonça qu'elle ne comprenait rien à l'exercice !

Dès que je diagnostiquai la cause de l'échec dû à sa règle, elle alla emprunter une belle règle plate à son frère aîné.

Elle reprit l'expérience... en ma présence, cette fois.

L.N. me demanda où il serait avantageux de choisir le point S. Très bonne question ! Puisque l'ellipse que l'on cherche à obtenir a même centre que le cercle, et que S est l'un des foyers, on n'obtiendra une ellipse très aplatie que si S est éloigné du centre. Dans le cas contraire, l'enveloppe ressemblera à un cercle, et l'effet sera moins saisissant.

L.N. ne devina pas d'elle-même qu'il fallait recommencer l'opération élémentaire plusieurs dizaines de fois de suite pour aboutir à l'effet voulu. Et elle ne comprit pas que l'instruction d) n'avait qu'une valeur provisoire, en attendant qu'on se familiarise avec la manoeuvre. Après quoi, on a intérêt à faire simplement glisser l'équerre, en sorte qu'un de ses côtés passe par S et que le sommet décrive le cercle. Il suffit alors de tracer la corde perpendiculaire à SA, au crayon de couleur, sans s'attarder à marquer le segment SA .

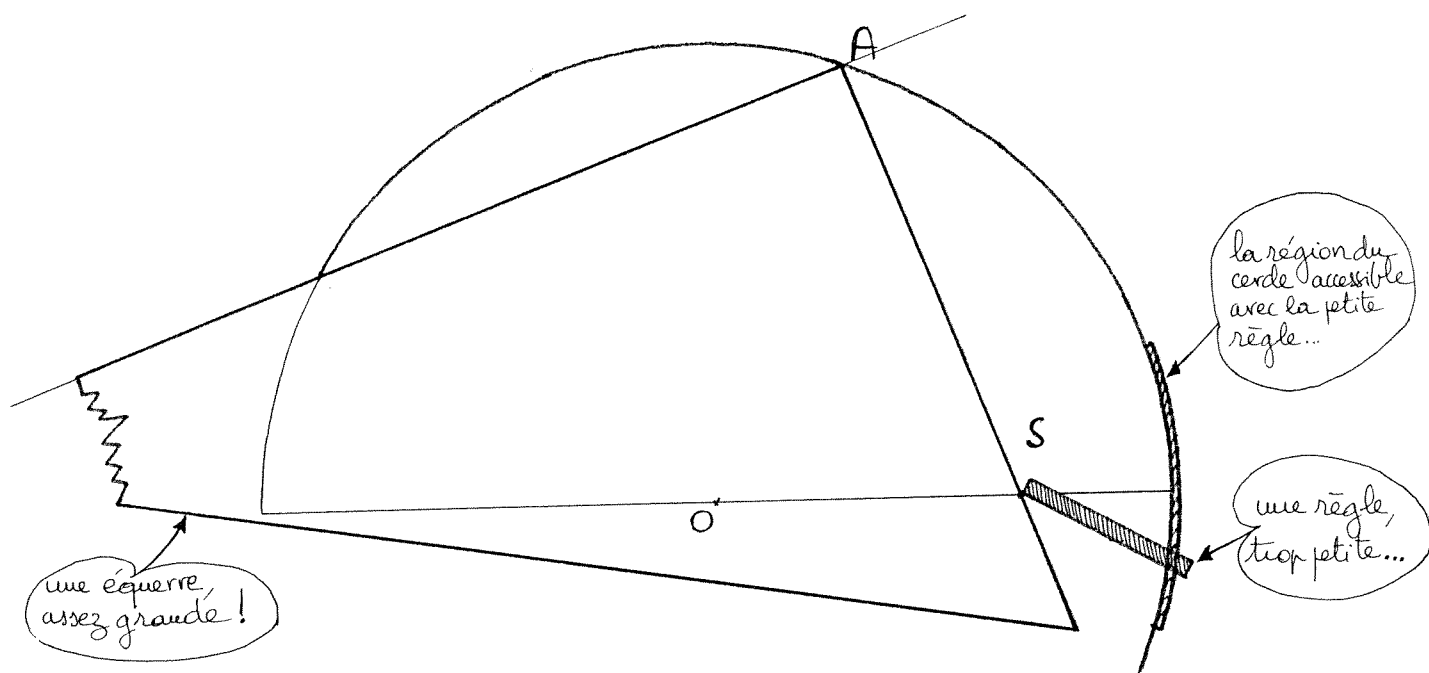


Fig 1. Des causes techniques des malheurs de L.N. et des moyens d'y remédier.

L.N. fut fort satisfaite d'obtenir une enveloppe bien apparente. Au cours de cette séance, elle améliora son adresse à manier les instruments à dessin, et acquit beaucoup de souvenirs cognitifs qui pourront lui être utiles, plus tard. Il est même probable qu'elle retienne ainsi la belle génération tangentielle de l'ellipse qui ne figure pas à son programme d'étude.

Mais il est clair qu'il ne s'agit pas là d'une activité "élitiste" destinée seulement aux futurs mathématiciens. Les habitudes acquises au cours de manipulations semblables trouvent leur utilité dans l'exercice de beaucoup de métiers manuels où l'on a l'occasion de réfléchir un peu à ce que l'on fait !

Revenons aux auteurs du manuel scolaire. Ils me rétorqueront sans doute que l'énoncé était destiné à une séance de travaux dirigés: le maître serait alors disponible pour fournir aux élèves toutes les précisions pratiques qui ne se trouveraient pas explicitement dans l'énoncé.

Mais n'oublions pas qu'un livre est un discours écrit qui s'adresse à un interlocuteur anonyme ! On ignore à l'avance dans quel contexte tel passage sera lu. Le hasard a fait que j'ai observé une situation didactique où l'énoncé a mal fonctionné.

Et que les auteurs ne viennent pas me raconter qu'ils savaient d'avance qu'au moment où la gamine serait sur la point d'abandonner, il se trouverait là, à point nommé, quelqu'un pour rétablir la situation !

Georges GLAESER.

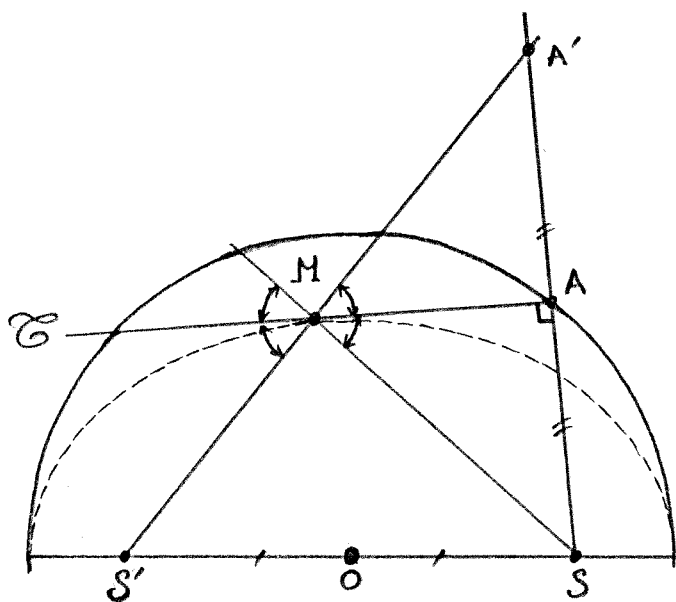


Fig 2. L'ellipse comme antipodaire d'un cercle par rapport à un point S qui lui est intérieur.

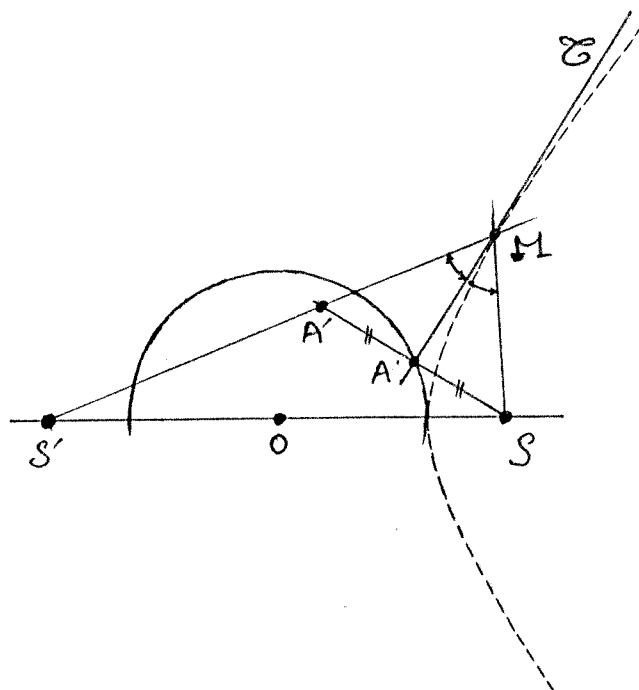


Fig 3. L'hyperbole comme antipodaire d'un cercle par rapport à un point S qui lui est extérieur

La belle génération tangentielle de l'ellipse que L.N. a failli méconnaître à jamais repose sur une propriété des tangentes aux coniques à foyer que l'on aurait naguère qualifiée de classique :

Si  $\mathcal{C}$  est tangente en M à la conique  $\mathcal{C}$  de foyers S et S',  $\mathcal{C}$  est la bissectrice (intérieure pour l'hyperbole, extérieure pour l'ellipse) du couple de demi-droites (MS, MS'). (Fig 2 et 3).

Revenons au problème de L.N. Soit S' le symétrique de S par rapport à O, centre du cercle. Soit A l'un des points de la circonférence choisis, et A' le symétrique de S par rapport à A. Si  $\mathcal{C}$  est la perpendiculaire en A à SA, construisons A'S' qui coupe  $\mathcal{C}$  en M (fig 2).  $\mathcal{C}$  étant la médiatrice de SA', le triangle SMA' est isocèle et  $\mathcal{C}$  est par conséquent la bissectrice extérieure du couple de demi-droites (MS, MS'). Elle est donc tangente en M à l'ellipse de foyers S et S' dont le cercle est le cercle principal. L'ellipse lui est bitangente.

Si  $S$  avait été donné à l'extérieur du cercle,  $\mathcal{C}$  aurait été la bissectrice intérieure de  $(MS, MS')$  et aurait enveloppé une hyperbole de foyers  $S$  et  $S'$ , bitangente au cercle donné.

Le cercle est le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées de  $S$  sur les tangentes de la conique. Autrement dit, il constitue la podaire de la conique par rapport à  $S$ . La correspondance ainsi définie étant bijective, la conique est l'antipodaire du cercle.

Eric CHANEY.