
DRAPEAU DANOIS

Par un week-end pluvieux d'automne, l'IREM s'était réuni au village de vacance de Plaine. Comme d'habitude, il y avait de nombreuses activités prévues, mais ce qui avait étonné les participants, c'est qu'on leur avait demandé d'apporter leur matériel de dessin, celui qu'utilisaient les professeurs de mathématiques, il y a bien longtemps.

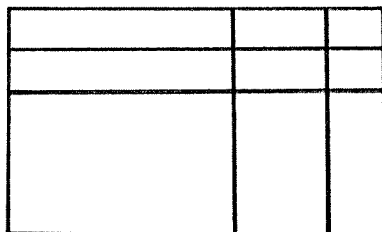
Mais on ne tarda pas à être fixé: les règles et les compas allaient servir à une séance d'heuristique prévue le dimanche matin, à l'aube, juste après le petit déjeuner, quand les esprits sont encore bien dispos.

Pendant une bonne heure, tout le monde travailla, s'acharna sur l'énoncé proposé par Georges Glaeser. On trouva beaucoup de choses ce jour-là, mais on peut en trouver bien plus en regardant le problème de plus près.

Mais, au fait, quel était ce problème ?

Tout le monde connaît le drapeau danois. On adoptera donc la définition suivante :

Définition : On dit que 16 points du plan forment un drapeau danois, s'ils sont disposés comme sur la figure ci-dessous :



Problème : Etant donné un cercle (Γ) et quatre points A; B; C; D de ce cercle, on considère les centres des cercles inscrits et exinscrits de chacun des triangles que l'on peut obtenir en prenant trois des quatre points A; B; C; D.

Montrer que la figure obtenue est un drapeau danois.

Commentaire : Ce problème contient un certain nombre de difficultés qu'il convient de résoudre.

- 1) notation
- 2) construction
- 3) démonstration

Afin de faciliter l'étude du problème, vous trouverez en fin d'article, 5 feuilles appelées planche 1, planche 2, ...

1) Choix d'une notation

Pour le centre du cercle inscrit au triangle ABC, on a pris I_D .

Pour les centres des cercles exinscrits au triangle ABC, on a désigné par E_{DC} celui du cercle qui est inscrit dans l'angle C

E_{DB}	"	"	"	"	"	"	"	"	B
E_{DA}	"	"	"	"	"	"	"	"	A

2) Construction

Il est judicieux de se donner le milieu des arc MNPQ et de construire ensuite les points ABCD. Cela permet d'éviter les fastidieuses constructions des bissectrices. (voir planche 1).

Pour la construction des centres, il est intéressant de remarquer que I_D P E_{DC} sont alignés (voir planche 2).

3) Démonstration

Pour obtenir la propriété, on l'établira dans un cas, la généralisation se faisant sans problème.

Montrons, par exemple, que $E_{DC} E_{CD} I_D I_C$ est un rectangle (voir planche 3).

D'après la remarque 2 faite pour la construction,

C, I_D, P, E_{DC} sont alignés

D, I_C, P, E_{CD} sont alignés

$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{E}_{DC} \quad A \quad I_D \\ \text{---} \end{array}$ est un angle droit

$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{E}_{DC} \quad B \quad I_D \\ \text{---} \end{array}$ est un angle droit par construction

Le quadrilatère $E_{DC} A I_D B$ est inscriptible dans un cercle dont $[E_{DC}, I_D]$ est le diamètre. Le centre de ce cercle se situe aussi sur la médiatrice de $[A, B]$, c'est donc P .

En faisant la même démonstration pour $E_{CD} A I_C B$, on montre que $[E_{DC}, I_D]$ et $[E_{CD}, I_C]$ sont deux diamètres d'un même cercle, donc que la figure $E_{DC} E_{CD} I_D I_C$ est un rectangle.

La démonstration se généralise à tous les rectangles de la figure. (voir planche 4 et 5).

Conclusion : Les élèves actuels des lycées ne pratiquent pas beaucoup la géométrie élémentaire. Un problème comme celui qui vient d'être énoncé serait de nature à les inciter à s'y intéresser.

Pour le savoir, on a donné ce problème à des élèves de seconde, mais sans donner la définition préalable du "drapeau danois". L'expérience a eu lieu dans une classe de seconde spéciale qui est une classe d'adaptation pour les élèves titulaires d'un CAP industriel. Dans ce type de seconde, les élèves ont en général trois années de dessin industriel derrière eux et sont en général capables de constructions graphiques complexes. La plupart des élèves a réussi une construction complète assez précise. Quelques uns ont "oublié" des points alors qu'un petit nombre était totalement incapable d'entreprendre le travail. Aucun n'a été capable de formuler ou d'ébaucher

une démonstration. Il semble donc utile de susciter l'intérêt en amorçant dès le début (dans la définition) un résultat attrayant. A ce prix, on obtiendra sûrement des constructions soignées et des ébauches de démonstration.

Afin de stimuler les fanatiques de la règle et du compas, l'"Ouvert" lance le concours du plus beau drapeau danois (en noir et blanc) afin d'en faire la décoration de couverture d'un prochain "Ouvert".

Jean DREYER,

sur une idée de Georges GLAESER.

LE PETIT ARCHIMÈDE

Revue de l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique
10 numéros par an

ABONNEMENT 1981 (nouveau tarif)

Abonnement de Soutien : 100F
Abonnement de Bienfaiteur : 500F
Abonnement ordinaire : 50 F
Abonnements groupés (minimum 10) : 35 F

(Ils peuvent être servis à une ou plusieurs adresses)

MAJORATION POUR TOUT ENVOI HORS EUROPE
ou PAR AVION (le préciser) de 50 %

Toutes les collections anciennes sont disponibles :

N° 1 à 10, 11 à 20, 21 à 30, 31 à 40, 41 à 50, 51 à 60 : 35F

Prix de vente au n° : 8F la collection 61 à 70 : 40 F

PRODUCTIONS SPECIALES

Le nouveau calendrier perpétuel : 50 F le paquet de cinquante

Affiches (5 affiches : 15 F) (10 affiches : 25 F)

N° Spécial PA Sp1 (index général PA1 à PA50) : 5 F

N° Spécial Pi : 75 F - A partir de 4 exemplaires : 70 F l'unité

A partir de 10 exemplaires : 60 F l'unité

NOM :

Prénom :

Adresse d'expédition :

Code Postal :

Ville :

Bureau distributeur :

Cette demande est à adresser exclusivement à :

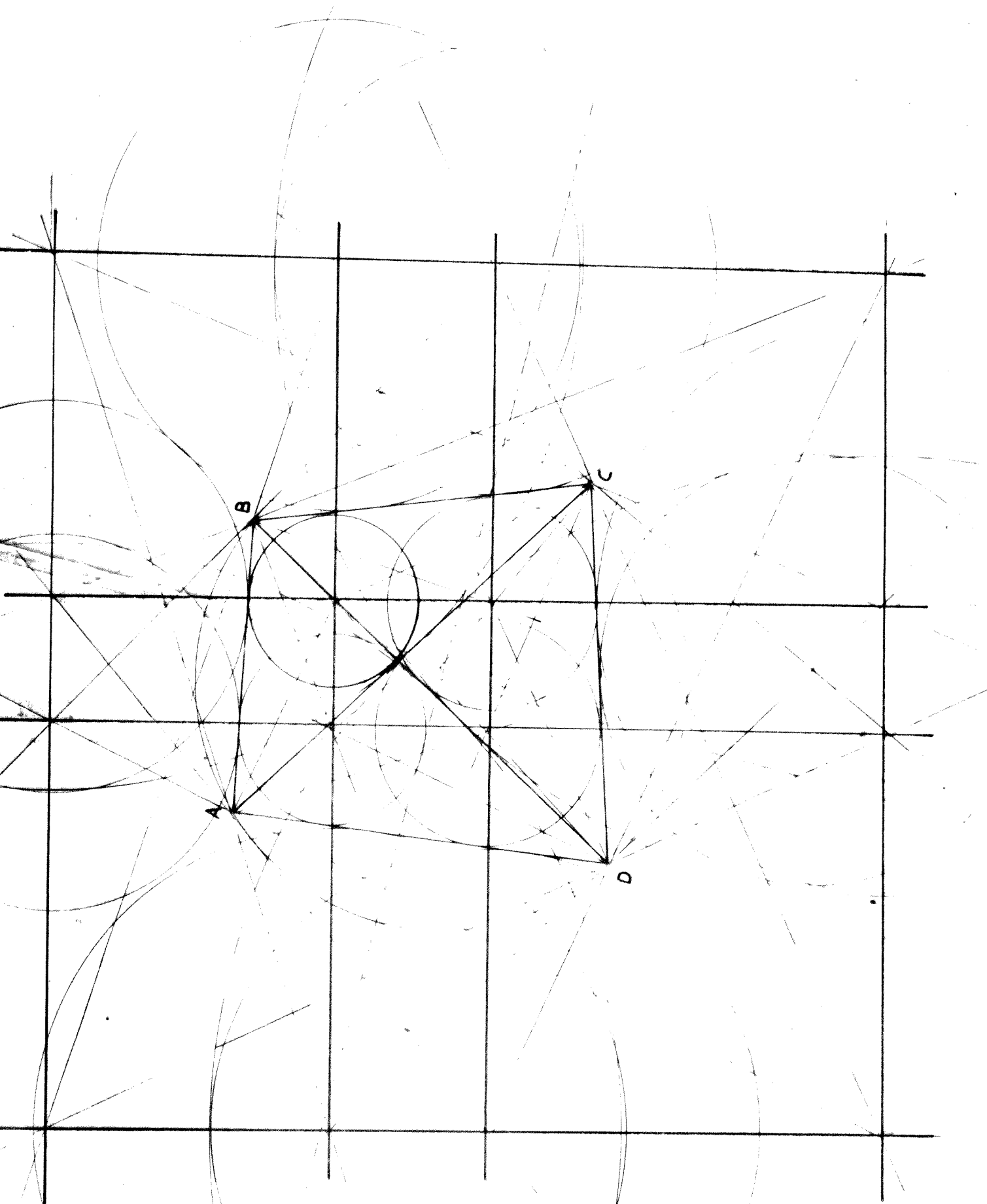
ADCS - Abonnement - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS

Joindre chèque ou mandat à l'ordre de :

ADCS CCP 4736 63 W LILLE

Adresser toute correspondance à :

Y. ROUSSEL - 61 rue St Fuscien 80000 AMIENS



Travail d'un élève
de 2e T

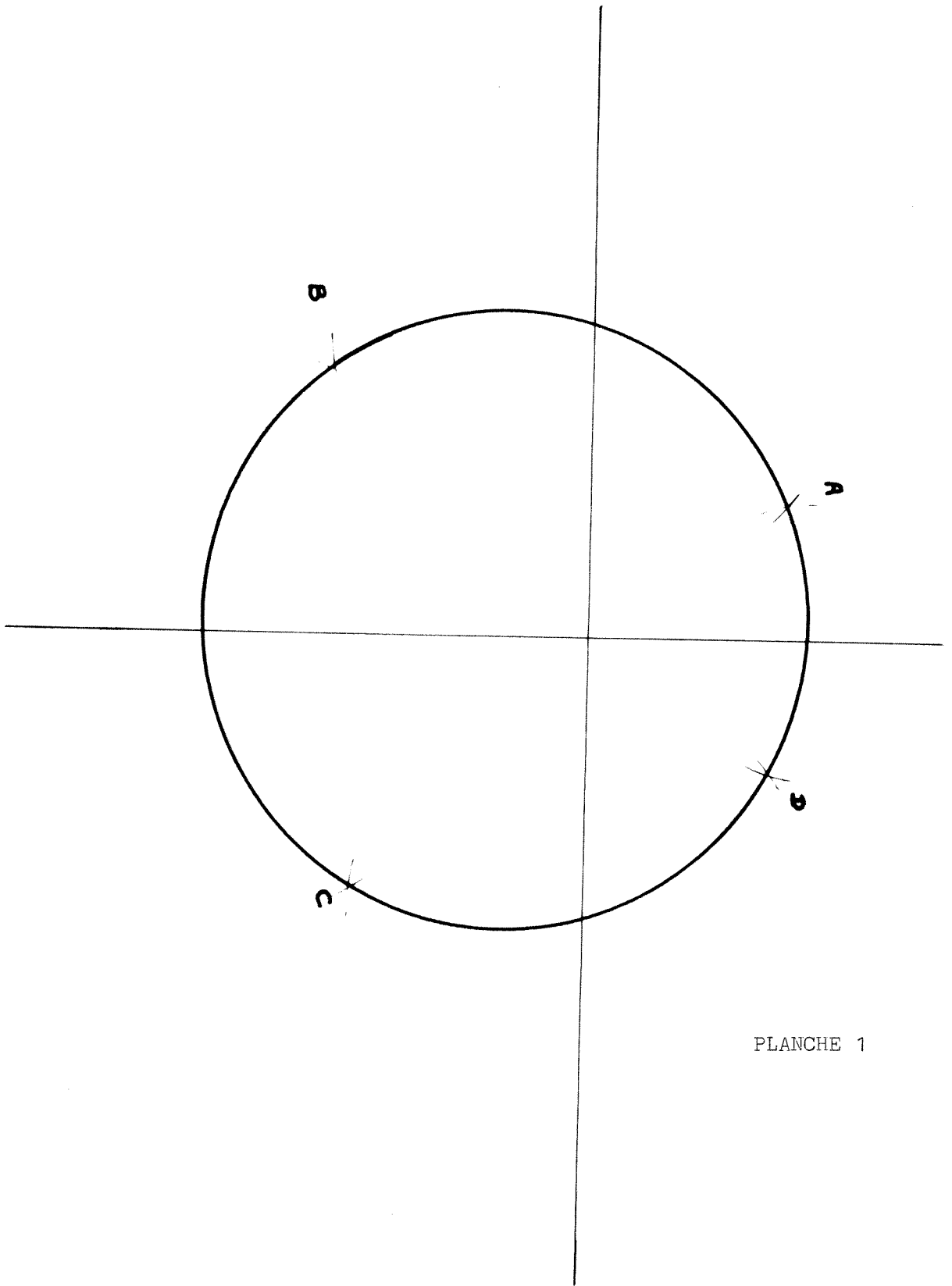


PLANCHE 1

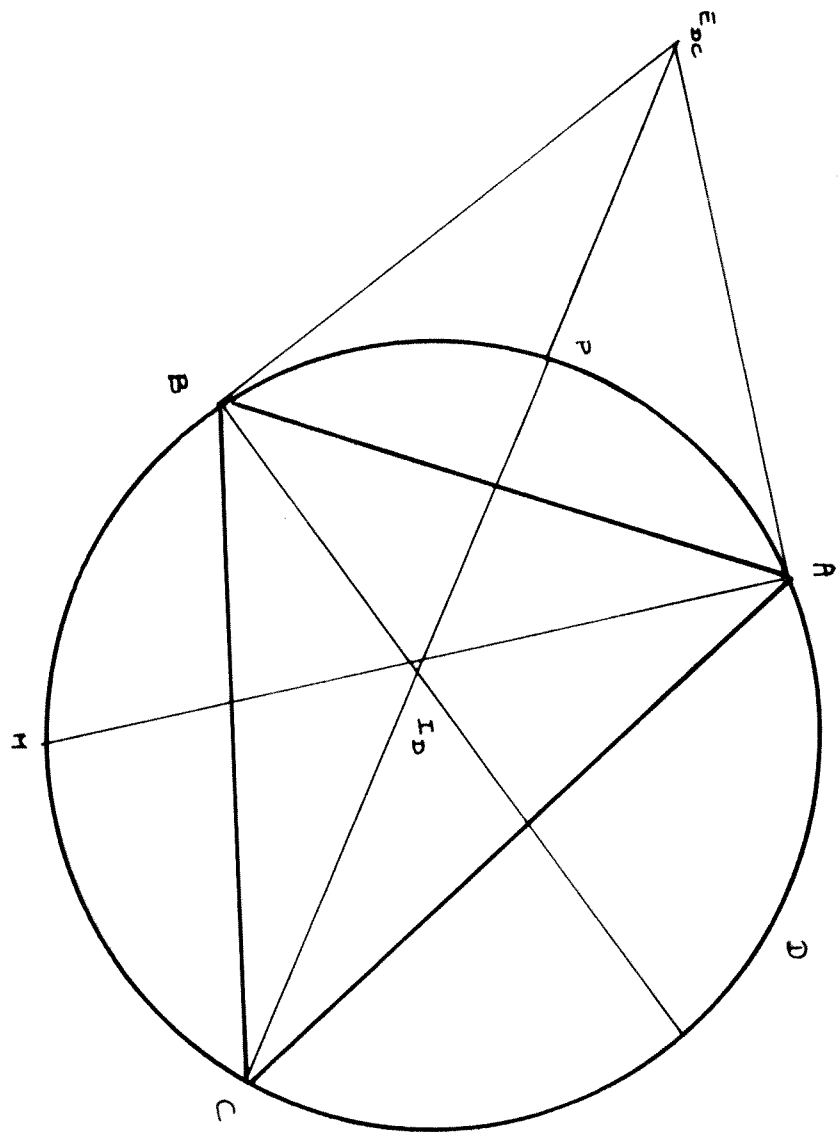


PLANCHE 2

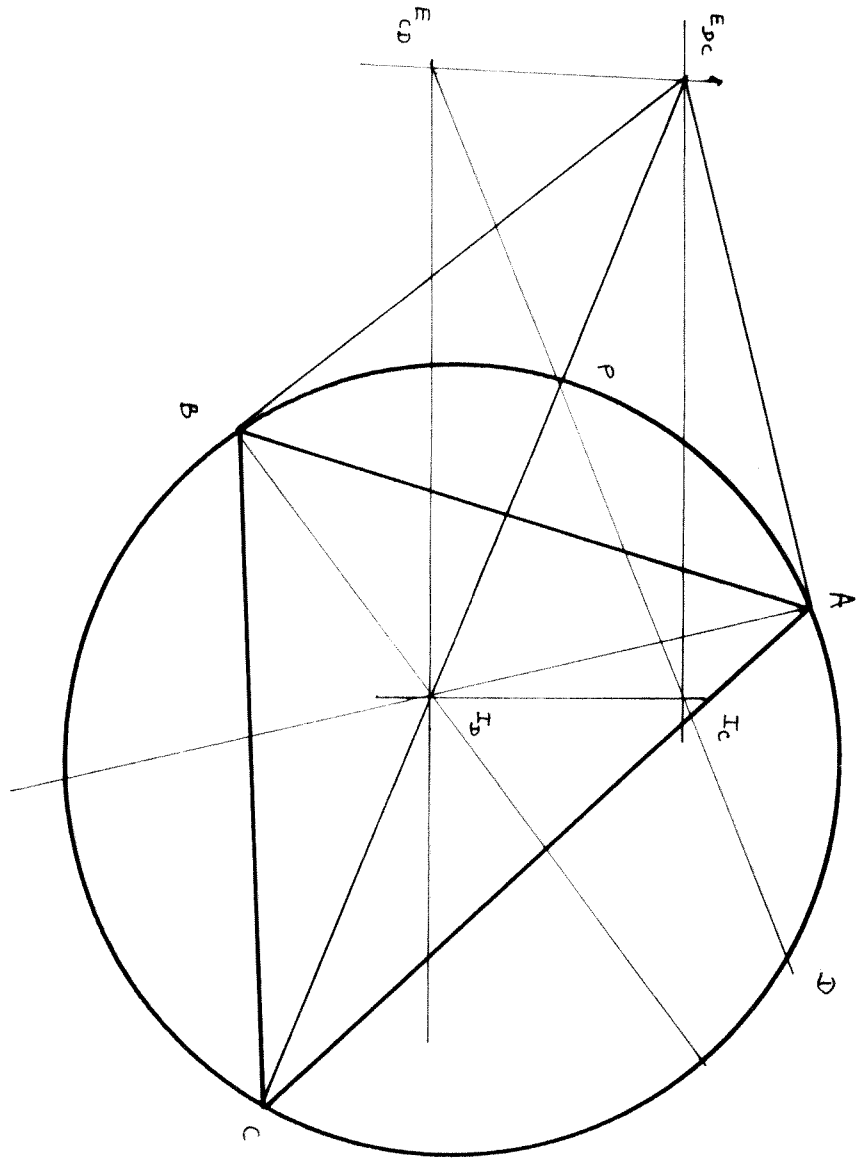


PLANCHE 3

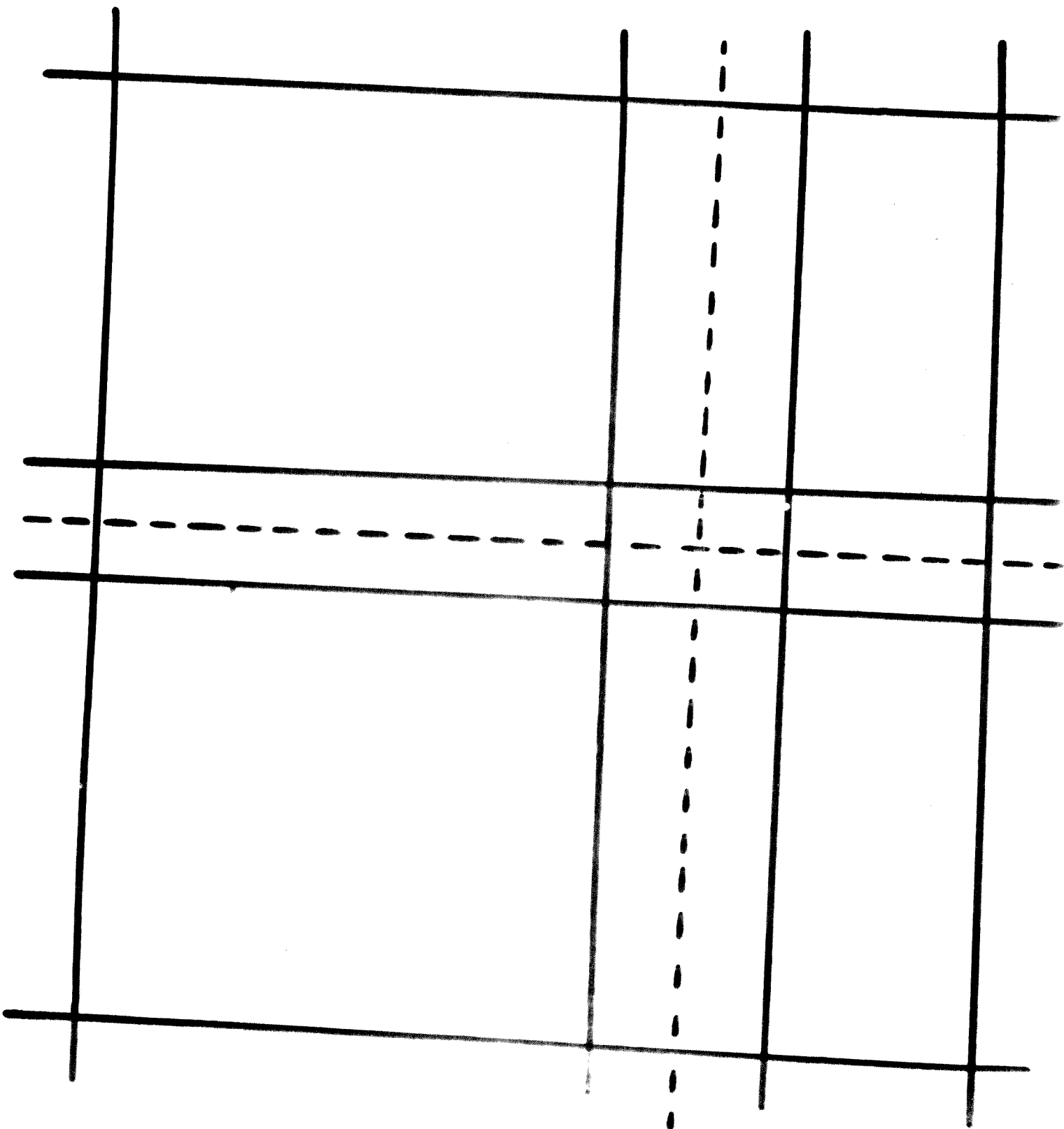


PLANCHE 4

