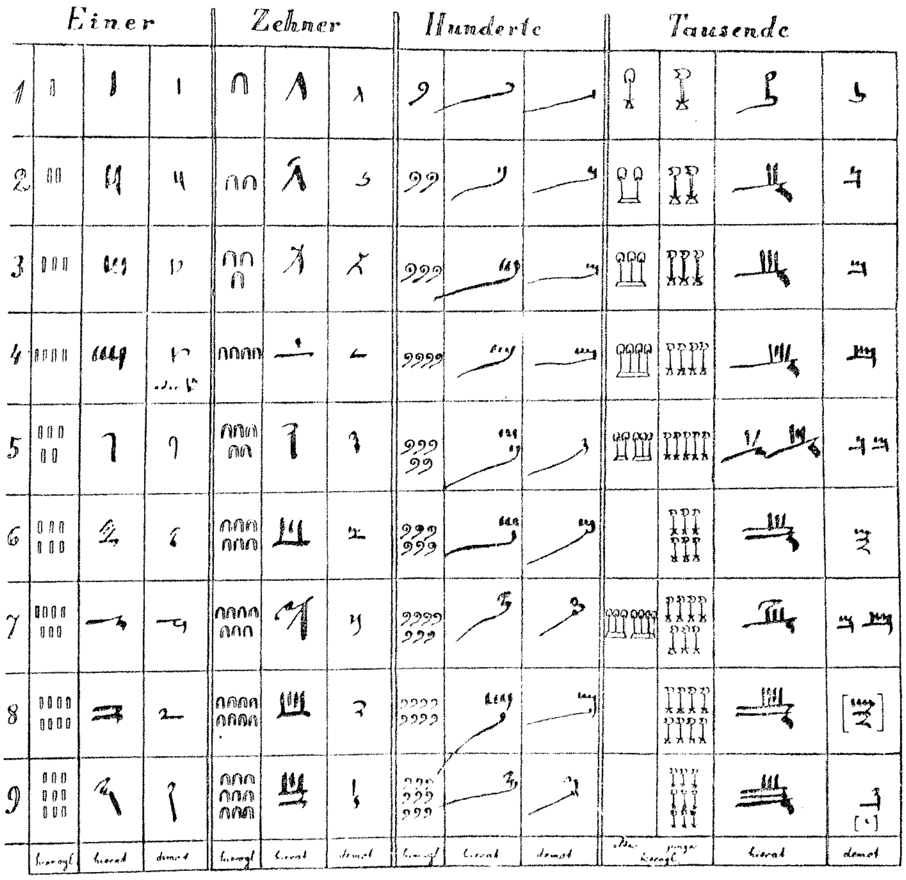
EGYPTE

Les égyptiens utilisaient deux types d'écriture : l'écriture monumentale ou hiéroglyphes et l'écriture cursive ou hiératique. Cette dernière s'écrivait de droite à gauche alors que la première pouvait aussi s'écrire de gauche à droite, auquel cas tous les symboles étaient retournés.

Pour compter, ils utilisaient un signe différent pour chaque puissance de dix (un, dix, cent...) chaque signe étant répété de 1 à 9 fois selon les besoins.



Le tableau ci-contre donne dans chaque colonne la représentation en hiéroglyphes (à gauche) et en écriture hiératique (à droite) des multiples des puissances de dix. Ces signes était complétés par :

pour dix mille 

pour cent mille 

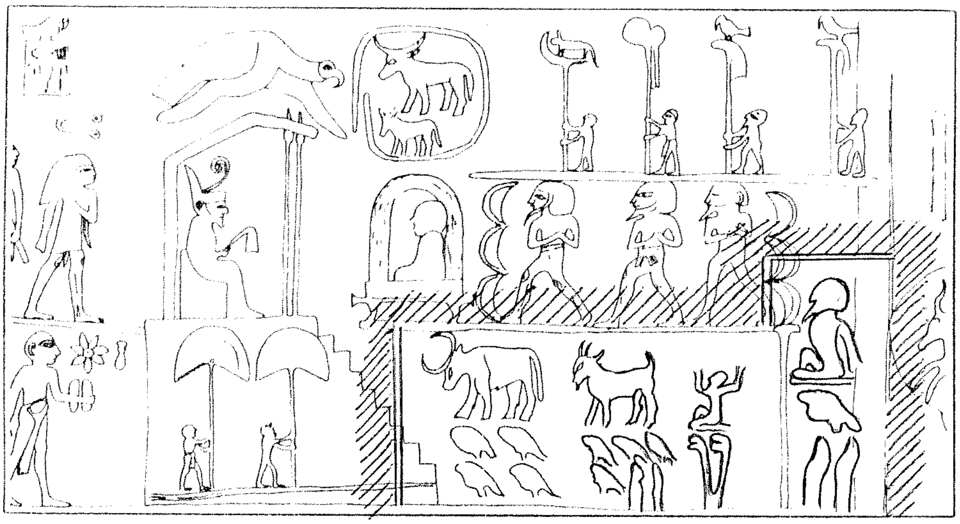
pour un million 

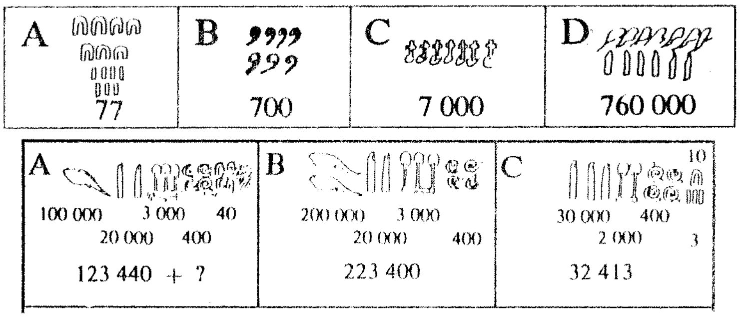
signes qui suivaient les mêmes règles de répétitions.

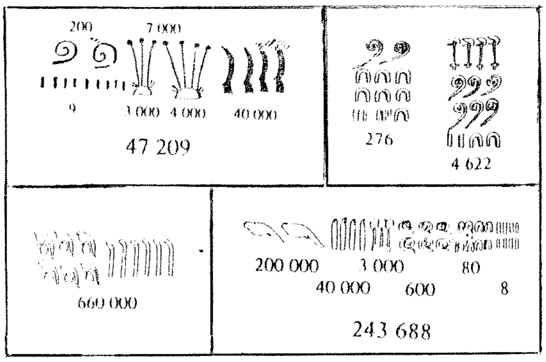
L'unité est donc symbolisé par un bâton, la dizaine par une anse, la centaine par une corde enroulée, le millier par la fleur de lotus, la myriade par un index, cent mille par un têtard et le million par un dieu.

Voici quelques exemples tirés de documents qui nous sont parvenus. Certains textes anciens ont une écriture archaïque.

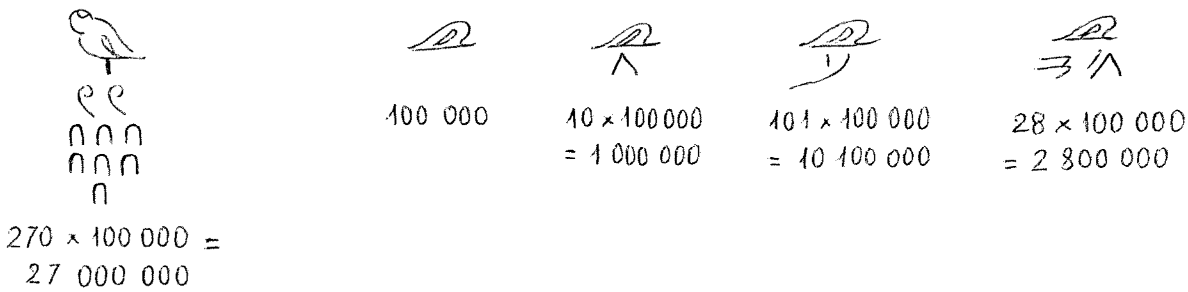
tête de massue de
(Hiérakonpolis)
400 000 bovidés
1422 000 chèvres
120 000 prisonniers







Au moyen empire (à partir de 1800 avant notre ère) le signe pour "un million" tomba en désuètude. Pour écrire les grands nombres les égyptiens eurent recourt à une technique multiplicative :



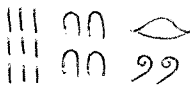
ceci impliqua une disposition rigoureuse pour éviter les confusions. Le symbole multiplicatif doit apparaître nettement au-dessus des autres. Cette technique d'abord réservée aux grands nombres fut peu à peu étendue aux nombres plus petits, sans être utilisée systématiquement puisque l'on trouve à la fois :

On peut remarquer que le principe multiplicatif est utilisé dans l'écriture hiératique, essentiellement à partir de 50 000.

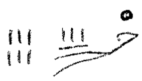
LES FRACTIONS

Pour noter les fractions, les égyptiens se servaient du symbole de la bouche qui dans ce contexte signifiait "partie". Ils plaçaient ce symbole au-dessus du nombre ; si le nombre était trop long, on l'écrivait à la suite

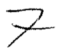
 signifie la "cinquième partie"
c'est à dire $\frac{1}{5}$

 signifie "la 249e partie"
c'est-à-dire $\frac{1}{249}$

En hiératique, le symbole de la bouche était stylisé à l'aide d'un gros point, d'où les écritures :

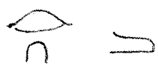
1/8  1/49  1/196  1/25 

Cette méthode présentait les 4 exceptions suivantes

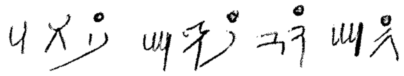
	Hiéroglyphe	Hiératique	
1/2			idée de moitié
1/3			
2/3			C'est-à-dire les 2 parties
1/4			

A l'exception de 2/3, on ne pouvait noter de cette façon que des fractions dont le numérateur est "1". Pour représenter une fraction comme 3/5, plutôt que de répéter trois fois de suite le symbole pour 1/5, les égyptiens préféraient décomposer 3/5 en somme de fractions toutes différentes ayant l'unité pour numérateur.

$$5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} = 5 + \frac{5}{7} = \frac{40}{7}$$



$$\frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$$



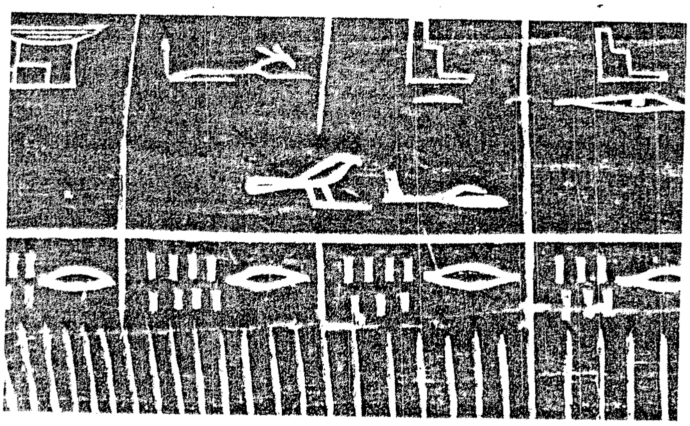
$$\frac{1}{232} + \frac{1}{174} + \frac{1}{58} + \frac{1}{24} = \frac{2}{29}$$

Ce dernier exemple montre que les égyptiens n'utilisaient pas toujours la décomposition la plus simple puisque $\frac{2}{29} = \frac{1}{15} + \frac{1}{435}$.

Contrairement aux nombres entiers, l'addition des fractions présentait de grandes difficultés. Il fallait éviter de retrouver deux ou plusieurs fois la même fraction. D'oũ l'importance particulière de la duplication (c'est-à-dire de la multiplication par 2) qui joue un rôle capital dans les techniques égyptiennes de multiplications et de divisions des nombres. Pour résoudre ces problèmes, les égyptiens disposaient de tables numériques donnant la décomposition du double d'une fraction donnée. On comprend alors l'intérêt des décompositions ne faisant intervenir que des fractions de dénominateur pair (exemple de $\frac{2}{29}$ ci-dessus) ; il est facile d'en calculer le double.

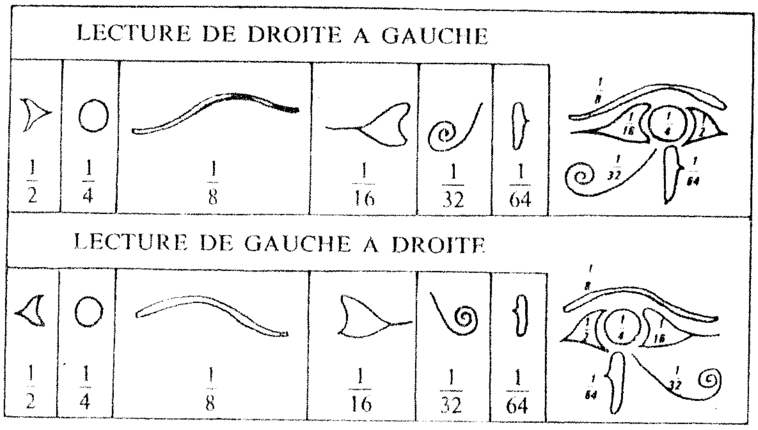
Les égyptiens utilisaient les fractions pour les unités de mesure :

- Pour les poids, il y avait le deben valant environ 91 grammes et le kité valant 1/10e de deben.
- Pour les longueurs il y avait la coudée royale valant environ 52,3 cm qui était divisée en 7 palmes ou 28 doigts. Chaque doigt était



divisé en fraction, du demi-doigt au seizième de doigt. La coudée de Maya reproduite partiellement ci-dessus, en donne un exemple. Chaque doigt est placé sous la protection d'un dieu.

- Pour les capacités, il y avait le "khar" divisé en 16 "héqat" (un héqat valant environ 4,6 litres). Le héqat était divisé selon les fractions 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 et 1/64. Ces fractions se rattachaient à l'oeil d'Horus, le dieu-faucon, oeil qui avait été dépecé en ces six morceaux par Seth (l'esprit du mal). Mais Thot, le dieu de la médecine et du calcul, recomposa par sa puissance l'oeil entier avec les 63/64.



LES TEXTES MATHEMATIQUES EGYPTIENS

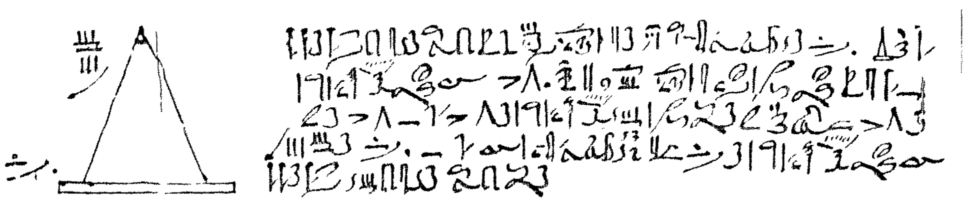
Nous ne possédons qu'un très petit nombre de textes mathématiques égyptiens. Le plus important est le célèbre papyrus de Rhind qui tire son nom d'Alexandre Henry Rhind, un homme de loi écossais, qui voyagea en Egypte au milieu du XIVe siècle, pour des raisons de santé. Il dirigea des fouilles dans la nécropole de Thèbes, et pendant son séjour il acheta de nombreux papyrus passant pour avoir été trouvés près du temple funéraire de Ramsès le Grand. Quand le papyrus mathématique fut acquis par Rhind, il était déjà séparé en deux parties. Une lacune d'environ 20 cm sépare ces deux parties. La première est longue de 2 mètres ; la seconde de 2,95 mètres ; la largeur commune est de 32 cm.

Le titre du document établit qu'il a été écrit par le scribe Iahmès en l'an 33 de Aousserré Apophis, le grand souverain Hyksos de la XVIe dynastie (vers 1660 avant notre ère), étant copié sur un original écrit sous le règne du roi Amenemhat III de la XIIe dynastie (vers 1790 avant notre ère).

Le titre précise ensuite : "Règles pour étudier la nature et pour comprendre tout ce qui existe, chaque mystère, chaque secret" (!) Ce texte nous initie seulement à l'art de calculer et nous permet de résoudre les problèmes qui étaient ceux des administrateurs de l'Egypte ancienne.

La première section contient une table donnant la division de 2 par tous les nombres impairs de 3 à 101. Cette table était indispensable pour le calcul (addition, multiplication, division) avec des fractions égyptiennes. Les sections suivantes contiennent 84 problèmes arithmétiques : distribution de salaires, quantité de grains nécessaires à la production d'une quantité déterminée de pain ou de bière, calcul des volumes et des surfaces... On y trouve en particulier la méthode suivante pour le cercle : "L'aire du cercle de 9 coudées de diamètre est celle du carré de côté 8 coudées", ce qui donne à π la valeur aprochée 3,16...

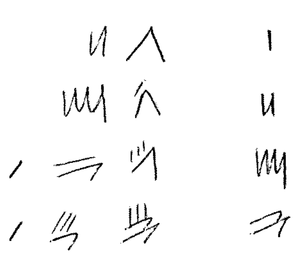
La graphie du texte hiératique est très lisible. On a utilisé de l'encre noire et de l'encre rouge, cette dernière étant employée pour les têtes de chapitre et pour mettre en valeur certains éléments dans la résolution des problèmes.



TECHNIQUES DE LA MULTIPLICATION ET DE LA DIVISION

Soit à multiplier 15 par 3. Par duplications successives, on formera 15, 2 x 15, 4 x 15, 8 x 15 en adoptant la disposition :

/	15	1
	30	2
/	60	4
/	120	8



exemple du carré de 12.

Seules les opérations marquées d'un trait oblique devront être retenues ; on en fera la somme :

120 + 60 + 15 = 8 x 15 + 4 x 15 + 1 x 15 = (3 + 4 + 1) x 15 = 13 x 15 = 195

Pour des nombres plus importants, on utilise la simplicité de la multiplication par 10 qui s'obtient en décalant d'un rang tous les symboles. La même méthode s'appliquait pour des nombres fractionnaires en utilisant des tables :

$\left(1 + \frac{1}{9}\right) \times 8$

1	$1 + \frac{1}{9}$
2	$2 + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$
4	$4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$
8	$8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$

$$\left(1 + \frac{1}{9}\right) \times 7 = \left(1 + \frac{1}{9}\right) + \left(2 + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) + \left(4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}\right).$$
$$= 7 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}.$$
$$= 7 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{18}.$$
$$= 7 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}.$$
$$= 7 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}.$$

Pour la division on utilisait une procédure inverse. Soit par exemple à diviser 1120 par 80 (problème N° 69 du papyrus de Rhind). Le scribe précise "Additionne en commençant par 80 jusqu'à ce que tu trouves 1120". Pour les égyptiens, 1120 est le résultat (il est accompagné du hiéroglyphe  qui est un rouleau scellé).

1120 ÷ 80	1	80	
	/ 10	800	or 800 + 320 = 1120
	2	160	donc le quotient est
	/ 4	320	10 + 4 = 14

Quand la division ne donne pas un nombre entier, la méthode est la même comme le montre les exemples suivants :

19 : 8		
	1	8
/	2	16
	½	4
/	1/4	2
/	1/8	1

4 : 15		
	1	15
	1/10	1+½
/	1/5	3
/	1/15	1

7 : 9		
	1	9
	1/3	3
/	1/9	1
/	2/3	6

Donc $\frac{19}{8} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ donc $\frac{4}{15} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$ donc $\frac{7}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$