

---

ATELIER D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Thème de l'année 1986-1987 : LES SÉRIES TRIGONOMETRIQUES DANS LA CONSTRUCTION DE  
L'ANALYSE MODERNE

---

La richesse inépuisable des séries trigonométriques ainsi que la rapidité avec laquelle on est conduit, dans leur étude aux questions les plus profondes concernant l'évolution des concepts mathématiques – sans lourdeurs terminologiques ou pré-requis démesurés – les mystères renouvelés des calculs effectifs qui s'y rattachent, pourraient suffire à motiver une étude de l'histoire des idées dans ce domaine.

Il se trouve que les séries trigonométriques constituent sans conteste possible un point nodal récurrent de la pensée mathématique contemporaine : on ne peut à cet égard mieux faire que de citer l'un des grands ouvrages récents sur le sujet (hélas en anglais !) : R.E. Edwards : *Fourier Series, a Modern Introduction* T.1 et T.2 (Holt-Rinehart Winston Eds) ou récemment dans la collection Textbooks in Maths de Springer.

"It seems fair to credit Dirichlet with the beginning of the rigorous study of Fourier Series in 1829, and with the closely related concepts of function in 1837. Both topics have been pursued with great rigor ever since, in spite of more than one crisis no less serious than that which engaged the attentions of Bernoulli, Euler, d'Alembert, and others and which related to the prevailing concept of functions and their representation by trigonometric series. (Cantor's work in set theory, which led ultimately to another major crisis had its origins in the study of trigonometric series.)"\*

Nous étudierons donc les textes relatifs aux problèmes clefs suivants :

- . La querelle de l'équation des cordes vibrantes ; d'Alembert, Euler, Bernoulli – ou : qu'entend-t-on par fonction, fonction analytique, fonction continue ?
- . Le problème de la convergence uniforme : "démonstration" par Cauchy d'une conjecture considérée jusque là comme évidente : la limite d'une série convergente de fonctions continues est continue ; les exemples de Fourier et Poisson ; les contre-exemples d'Abel ; la "bonne" démonstration de Seidel.
- . Les travaux de Dirichlet – ou : quelles fonctions peut-on représenter par une série trigonométrique ?
- . Le rôle joué par les séries trigonométriques dans la constitution de la théorie des ensembles, dans les théories de l'intégration – Riemann – Cantor – Lebesgue.

L'atelier fonctionnera un mercredi par mois, de 14 h 30 à 16 h 30. Première séance le 1er octobre 1986 en salle de réunion de l'I.R.E.M.

O. GEBUHRER

J.-P. FRIEDELMEYER

(\*)

Il semble juste d'attribuer à Dirichlet l'initiative de l'étude rigoureuse des séries de Fourier (1829) et du concept de fonction qui s'y rattache étroitement (1837). Ces deux domaines ont fait l'objet d'études très précises depuis, malgré plusieurs crises aussi sérieuses que celle qui préoccupa Bernoulli, Euler, d'Alembert et d'autres, concernant le concept prédominant des fonctions et de leur représentation par les séries trigonométriques (les travaux de Cantor sur la théorie des ensembles qui aboutirent à terme à une nouvelle crise d'importance, dérivèrent des séries trigonométriques).