

LE JEU DU PORTRAIT

Jean LEFORT

Nous avons proposé dans le numéro 45 l'énigme suivante :

Si c'était un nombre?	Ce serait 2, 3 ou 4.
Si c'était un élément?	Ce serait la terre.
Si c'était un monument?	Ce serait la Kaaba.
Si c'était une ville?	Ce serait New-York.
Si c'était un personnage?	Ce serait Picasso ou Braque.
Si c'était une date?	Ce serait 1907.
Si c'était un jeu?	Ce serait le 421.
Si c'était un bijou?	Ce serait un diamant.

Nous avons reçu de M. François APÉRY la réponse que voici :

- ... " je pense qu'il s'agit d'un cube, en effet :
- * 2, 3, 4 sont les ordres des symétries que l'on rencontre dans un cube.
 - * La terre est représentée symboliquement par un cube chez PLATON.
 - * Kaaba signifie cube.
 - * J'imagine que l'aspect des gratte-ciels de New-York n'est pas sans rappeler le cube.
 - * PICASSO et BRAQUE sont deux des leaders du mouvement cubiste.
 - * Le mouvement cubiste démarre en 1907 avec "Les demoiselles d'Avignon" de PICASSO.
 - * le 421 se joue avec des dés cubiques.
 - * Le réseau atomique du diamant est cubique centré.

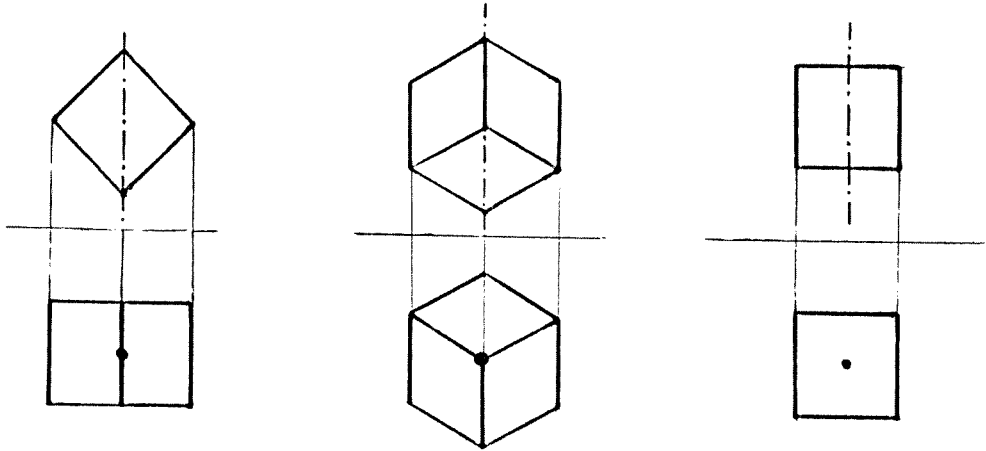
J'espère que je ne suis pas trop loin de l'objet recherché."

Notre collègue a parfaitement justifié sa réponse et gagne donc un abonnement au profit de qui il voudra.

Illustrons davantage la réponse.

LE JEU DU PORTRAIT

1) Pour les ordres de symétrie du cube, ces trois épures de descriptive montrent bien ce qu'il en est :



axe d'ordre 2
il y en a 6

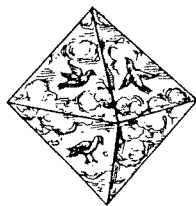
axe d'ordre 3
il y en a 4

axe d'ordre 4
il y en a 3

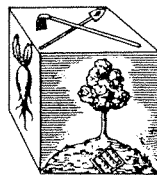
Nous obtenons ainsi toutes les isométries directes conservant le cube; il y en a 24 en comptant l'identité.

2) Dans la Grèce antique, on attribuait une signification aux polyèdres réguliers. Aux 4 connus dans les temps les plus reculés étaient associés les 4 éléments. Au **tétraèdre** et à l'**icosaèdre** ayant respectivement le plus petit et le plus grand volume pour une aire latérale donnée correspondent respectivement la sécheresse, c'est-à-dire le **feu**, et l'humidité, c'est-à-dire l'**eau**. Au **cube**, en raison de sa stabilité, correspond la **terre**, tandis qu'à l'**octaèdre** qui paraît tourner facilement autour d'un axe passant par deux sommets opposés est associé l'**air**. La découverte du cinquième polyèdre régulier, le **dodécaèdre**, permit de faire intervenir la **quintessence** et plus tard, KÉPLER, remarquant que ce solide a 12 faces, l'associa à l'**univers** en liaison avec les douze signes zodiacaux.

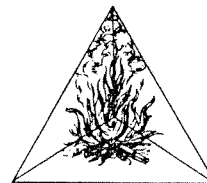
Voici une reproduction des dessins de KÉPLER.



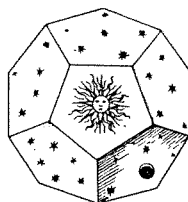
OCTAHEDRON
Air



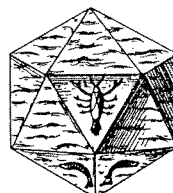
CUBE
Earth



TETRAHEDRON
Fire



DODECAHEDRON
the Universe

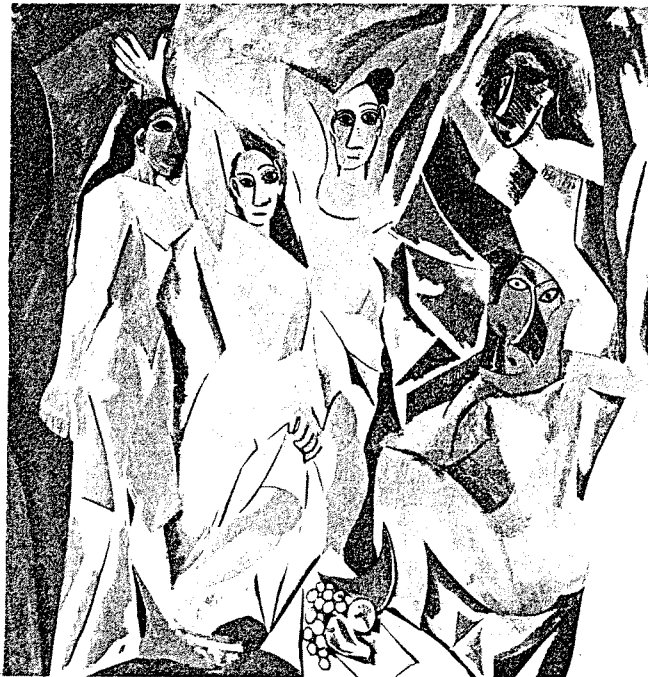


ICOSAHEDRON
Water

3) On trouve dans 'L'Ouvert' n° 44 un compte-rendu d'une conférence de A. DJEBBAR sur l'algèbre arabe. On y lit que x^3 était noté ك (lettre K de l'alphabet arabe) en raison du mot كعب qui est le cube-objet, mot qu'on retrouve dans كعبة, la Kaaba qui a justement la forme d'un cube. Notre collègue Michel EMERY a cependant attiré notre attention sur un article paru dans "Le Monde" du 16-17 novembre 1986. On y lit :

... "C'est en effet dans le Haram al Charif, le sanctuaire sacré, que se trouve la Kaaba, édifice cubique de 15 mètres de haut et de 12 de large qui contient cette fameuse pierre noire que l'archange Gabriel a, selon la tradition, apportée à ABRAHAM pour parachever la construction du temple." Sic!

4) S'il est difficile de définir le **cubisme**, mouvement pictural du début du siècle, tous les historiens des arts s'accordent pour dire que "Les demoiselles d'Avignon", peintes au printemps 1907 par PICASSO, sont l'acte officiel de naissance du cubisme. BRAQUE fut le premier à percevoir l'importance de cette oeuvre qui doit à CÉZANNE et surtout aux arts primitifs : art ibérique, art nègre, ... dont la géométrisation des formes a fourni à PICASSO le répondant plastique qui lui était nécessaire. Le mot même de **cubisme** aurait pour origine une boutade de MATISSE à propos d'un tableau de BRAQUE, boutade qui fut reprise par toute la presse.



(D'après "le Dictionnaire Universel de la Peinture" - ROBERT.)

LE JEU DU PORTRAIT

5) On sait que le carbone peut cristalliser de plusieurs façons : deux manières pour le graphite (système hexagonal ou système rhomboédrique); une manière pour le diamant (système cubique à faces centrées). La figure 1 ci-dessous montre la disposition des atomes de carbone, chacun d'entre eux étant relié à 4 autres placés au sommet d'un tétraèdre régulier dont il est le centre. La distance entre deux atomes voisins est de 1,54 Å et la maille cubique a donc une dimension de 3,56 Å.

Dans la terminologie des cristallographes, le groupe de symétrie du diamant est $Fd\bar{3}m$.

F pour cubique à faces centrées;

d pour indiquer que les plans des faces sont des plans de symétrie- glissée (le vecteur ayant une norme de $1/2$ si l'arête du cube vaut 1)

$3m$ pour indiquer que les trois plans diagonaux sont plans de symétrie.

Il y a des axes de symétrie d'ordre 2 parallèles aux arêtes de la maille et passant par les atomes. Il n'y a pas d'axes de symétrie d'ordre 4 mais des axes de déplacement hélicoïdaux d'angle $/2$ et de vecteur de norme $1/4$.

Projettons une maille sur une de ses faces et indiquons l'altitude des atomes. On obtient la figure 2

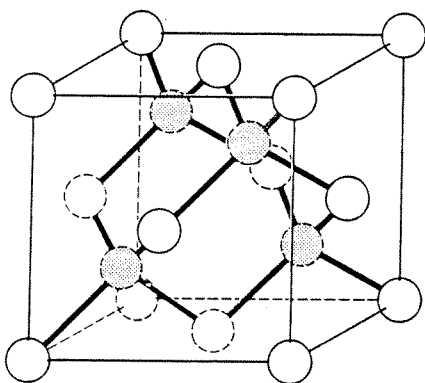


Figure 1

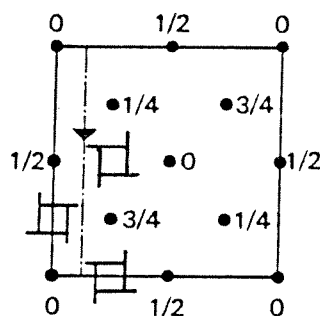


Figure 2

où les \square symbolisent quelques axes verticaux de déplacements hélicoïdaux.

Cette énigme sur le cube nous a fait parcourir bien des disciplines et nous sommes revenus aux mathématiques. Il y aurait des volumes à écrire sur chacun des points précédents et sur le cube en général. D'autres y pourvoient.