A VOS STYLOS!

Sécher un peu, mais pas trop, sur une question à la fois élémentaire et astucieuse est un plaisir d'esthète; c'est pourquoi chaque numéro de '*L'Ouvert*' vous proposera désormais un problème. Vos contributions à cette rubrique (énoncés nouveaux, solutions ingénieuses ou élégantes, commentaires, etc ...) sont bien sûr vivement sollicités. Compte-tenu des délais d'impression et de routage, qui ne laissent finalement que peu de temps entre le moment où vous lisez '*L'Ouvert*' et celui où le numéro suivant est bouclé, et pour nous permettre de prendre en compte vos éventuelles réactions, la solution de chaque problème ne paraîtra que deux numéros plus tard; le numéro intermédiaire fournira une indication, coup de pouce à d'éventuels égarés. A vos stylos!

PROBLÈME 1 :

Pour toute famille de réels positifs $c_1, \ldots, c_p$ tels que $c_1^3 + \cdots + c_p^3 \geq 7$, montrer que le cube unité (fermé, d'équation $0 \leq x, y, z \leq 1$) est inclus dans une réunion de p cubes fermés, parallèles aux axes, de côtés respectifs $c_1, \ldots, c_p$. Etablir aussi que 7 ne peut être remplacé par aucun nombre plus petit.