

LES FAUSSES DÉMONSTRATIONS

Jean LEFORT

1) $3=0$

Soit à résoudre dans \mathbb{R} : $x^2 + x + 1 = 0$.

Multiplions par x ; comme $x = 0$ n'est pas solution, il y a équivalence :

$$x^3 + x^2 + x = 0.$$

Retranchons membre à membre les deux égalités :

$$x^3 - 1 = 0$$

soit

$$x^3 = 1$$

équivalent à

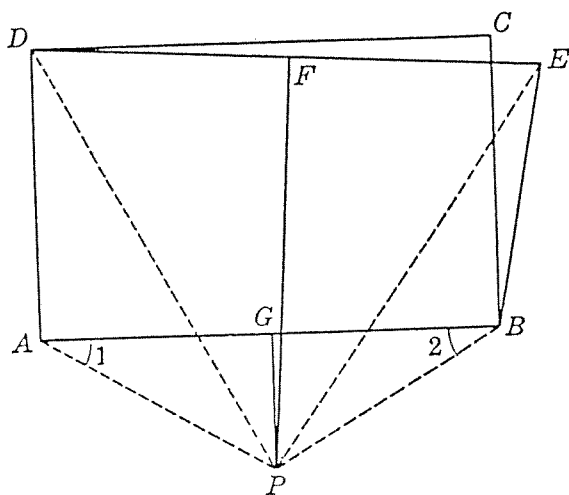
$$x = 1$$

et en reportant dans l'équation initiale il vient : $3 = 0$!

Moralité : Tu ne diviseras pas par zéro ! (car ce n'est pas par x que l'on a multiplié mais, de façon détournée, par $x - 1$).

2) Un angle droit est égal à un angle obtu

La figure ci-après est construite de la façon suivante :



$ABCD$ est un rectangle; $BE = BC = AD$ et E est à l'extérieur du rectangle. Les médiatrices FP de $[DE]$ et GP de $[AB]$ se coupent en P .

Figure a

On a alors les résultats suivants :

$PD = PE$; $PA = PB$; l'angle en 1 vaut l'angle en 2; les triangles PAD et PBE sont isométriques; $\widehat{PAD} = \widehat{PBE}$; $\widehat{DAB} = \widehat{ABE}$ ce qui traduit bien qu'un angle droit vaut un angle obtu !

Moralité : Qui prétend raisonner juste sur une figure fautive? (En fait P est très très loin et les triangles PAD et PBE se correspondent par une rotation.)

3) La mixité n'existe pas

Dans une classe de n élèves, il n'y a que des filles ou que des garçons !

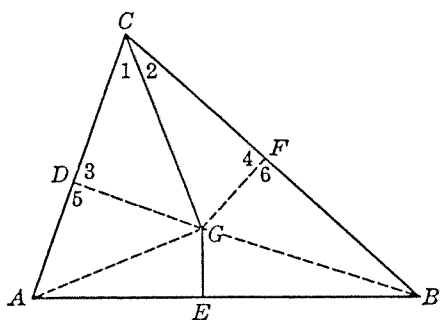
★ Cela est manifestement vrai pour $n = 1$.

A qui dit que c'est faux car il n'a jamais vu une classe de 1 élève, je dis que l'absence de preuve n'est pas une preuve !

★ Supposons le résultat vrai pour n élèves et prenons une classe de $n + 1$ élèves. Les n premiers (par ordre alphabétique) sont du même sexe en raison de l'hypothèse de récurrence. Les derniers aussi et comme ces deux sous-ensembles sont d'intersection non vide, tous les élèves de la classe ont le même sexe !

Moralité : Qui croit qu'une récurrence commence toujours à 0 ou à 1? (C'est évidemment au passage de 1 à 2 que la démonstration fautive !)

4) Tous les triangles sont isocèles



La figure ci-contre représente un triangle ABC , la bissectrice CG de \widehat{C} et la médiatrice EG de $[AB]$ qui se coupent en G . D est la projection de G sur (AC) et F celle de G sur (BC) .

Figure b

On a alors les résultats suivants :

$GA = GB$ car G est sur la médiatrice de $[AB]$; $GD = GF$ car G est sur la bissectrice de \widehat{C} ; \widehat{D} et \widehat{F} sont des angles droits; GAD et GBF sont des triangles isométriques puisque triangles rectangles ayant deux côtés égaux : $\widehat{GAD} = \widehat{GBF}$; $\widehat{GAE} = \widehat{GBE}$ et finalement $\widehat{A} = \widehat{B}$; le triangle ABC ayant ses angles à la base égaux, il est isocèle !

LES FAUSSES DÉMONSTRATIONS

Quelqu'un me dit que la figure est fautive. Admettons et regardons tous les autres cas de figures.

G sur AB

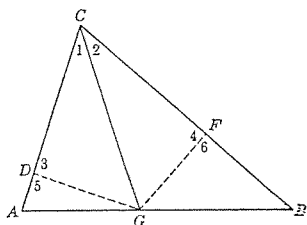


Figure c

G extérieur à ABC
 G proche de (AB)

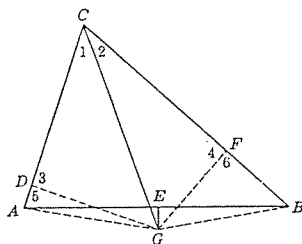


Figure d

G extérieur à ABC
 G loin de (AB)

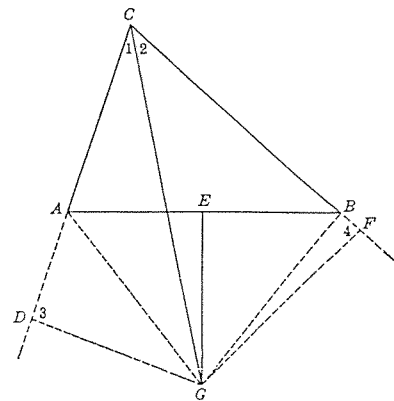


Figure e

Dans tous les cas la démonstration précédente s'applique mot pour mot !

Moralité : Quand il y a beaucoup de cas, on risque d'en oublier ! (G est extérieur au triangle mais des points F et D , l'un est sur le segment côté et l'autre non !)

□ ANNALES DE DIDACTIQUE ET DE SCIENCES COGNITIVES

Publication des travaux du séminaire de Didactique des Mathématiques de Strasbourg

Volume 1 – 1988 – Au sommaire : Test de closure et formules mathématiques – Questions de représentation et de formulation dans la résolution de problèmes mathématiques – Pour une analyse multi-critères d'activités de programmation en Logo – Problèmes de l'enseignement de la géométrie au collège – Ecarts sémantiques et cohérence mathématique – La mesure des temps de réponse en arithmétique élémentaire – Sur une approche d'apprentissage de la démonstration – Typologie des situations probabilistes et démarches de réponses – Etude didactique d'une méthode d'apprentissage fondée sur le tâtonnement expérimental de l'apprenant – Graphiques et équations : l'articulation de deux registres – Le rôle des erreurs n'est-il pas surfait ? – Pour une approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence

Un volume annuel – En souscription jusqu'au 29 février 1988 (50.- F) – Après parution : 60.- F