COMMENTAIRES SUR L'ARTICLE "L'ÉTENDUE DES JOURS"

Jean-Paul PARISOT (*)

1) Remarques générales sur la méthode

La méthode astucieuse qui est proposée permet de passer directement du repère écliptique au repère local en évitant des intermédiaires de calcul qui nécessitent la définition des coordonnées équatoriales locales. Classiquement avec les méthodes de la trigonométrie sphérique, on opère en deux temps (nous renvoyons le lecteur aux ouvrages d'astronomie, par exemple : '*Les éphémérides du bureau des longitudes*' pour la définition et la signification des variables utilisées) :

i) passage des coordonnées écliptiques (longitude l) aux coordonnées équatoriales (ascension droite α ou angle horaire H et déclinaison δ),
ii) passage des coordonnées équatoriales aux coordonnées horizontales (azimut et hauteur).

Dans la méthode proposée, on court-circuite le premier pas en arrivant directement à la formule (p. 8) qui donne la durée du jour :

$$J = \frac{24}{180} \text{ arc } \cos\left(\frac{-\sin\theta\sin i\sin\varphi}{\cos\theta(\cos^2\varphi+\cos^2 i\sin^2\varphi)^{1/2}}\right) \tag{1}$$

En réalité, le terme entre parenthèses est H, l'angle horaire du soleil à son lever ou à son coucher. C'est un angle dont la signification physique est très importante puisqu'il définit l'heure solaire vraie : c'est celle que l'on lit sur les cadrans solaires. Nous en verrons l'importance plus loin dans l'étude de la variation de la durée du jour.

2) Notations de l'article

A partir des notations de l'article, il est pratiquement **impossible** de se rattacher aux notations consacrées dans tous les ouvrages d'astronomie :

— ce qui est appelé déclinaison est en réalité **la distance zénithale** notée z. Elle est égale au complément de la hauteur. On réserve le terme de déclinaison (δ) pour la hauteur du soleil au-dessus de l'équateur.
— φ est la longitude écliptique. On réserve φ à la latitude du lieu à la place de θ.
— i est l'inclinaison de l'écliptique notée habituellement ϵ. Il est dit p. 8 que "*i est une constante* **chez nous**" ce qui est assez curieux, car i est une constante **pour tout le monde** ! Elle vaut actuellement 23° 27'.

(*) Observatoire de Besançon — 25044 Besançon Cedex

3) Remarques sur la variation de la durée du jour

Ainsi qu'il est précisé dans l'introduction, les calculs présentés dans l'article reposent sur une **discrétisation** de la position du soleil sur son orbite, position repérée par l'angle $\varphi(t)$ qui reste constant pendant 24 h. Quelques lignes plus loin (p. 3) il est montré que la durée du jour est indépendante de la longitude de l'observateur. Cette affirmation est évidemment vraie en raison de l'hypothèse simplificatrice car dans la réalité ceci est faux. C'est cette idée qui est développée dans ce paragraphe. Après une mise en évidence des écarts, nous en verrons une explication à partir des données des calendriers puis une justification théorique.

3-1 Données brutes

Si l'on fait appel à des éphémérides (Dumoulin et Parisot, 1987 ou Meeus, 1982), on peut estimer numériquement la variation de durée du jour en fonction de la longitude. Le calcul nous fournit les données suivantes sur l'évolution de la durée du jour le 1er janvier 1988 pour trois villes situées à une latitude de 48° :

Longitude	Durée du jour
90° Est	8h 23min 26s
0°	8h 23min 38s
90° Ouest	8h 23min 50s

La figure 1 qui reproduit la variation de déclinaison du soleil durant cette même journée va nous guider dans la recherche de l'explication de cet écart. En examinant les déclinaisons correspondant aux heures de lever et coucher, on constate que dans des zones de longitudes différentes, la déclinaison du soleil n'est pas la même : elle augmente avec le temps car nous avons choisi une époque située juste après le solstice d'hiver. Ainsi, plus on se dirige vers l'Ouest et plus le soleil est haut; la durée du jour augmente continuement.

3-2 Données des calendriers et estimation de l'écart

Si l'on consulte un calendrier (par exemple, celui des P.T.T.) pour l'année 1988, on lit les informations suivantes pour les 1er et 6 janvier (les indications des calendriers et éphémérides français dont données pour Paris – longitude = 2°20′ Est, latitude = 48°50′ Nord – et les heures sont exprimées en TU) :

Date	Lever	Coucher	Durée du jour	Déclinaison
1/1	7h 46	16h 02	8h 16min	$-23°00'$
6/1	7h 45	16h 08	8h 23min	$-22°29'$

ce qui indique une augmentation de la durée du jour d'environ 1min 24s par jour. En réalité, cette augmentation est liée à la variation de la déclinaison du soleil qui passe de $-23°$ à $-22°29'$ durant la même période. Dans ces conditions, en 24 h, quand on se déplace en longitude avec le soleil tout **en conservant la même latitude**, les caractéristiques du soleil varient continuement : il n'est pas dans la même situation quand il se lève ou quand il se couche dans des zones de longitude différentes. L'augmentation de la durée du jour de 1min en 24h se répartit sur 360° de longitude. Quand on se déplace seulement de 90° comme dans les exemples traités, l'augmentation moyenne entre le 1er et le 6 janvier sera seulement de $84/4 = 21$s. On retrouve l'ordre de grandeur du calcul précédent. Si l'on avait choisi une période proche des équinoxes quand les variations de déclinaison sont les plus importantes, l'effet serait plus évident. Par exemple entre le 21 mars et le 25 mars on lit sur les calendriers :

Date	Lever	Coucher	Durée du jour	Déclinaison
20/3	5h 55min	18h 02min	12h 07min	$-0°07'$
25/3	5h 44min	18h 10min	12h 26min	$1°51'$

avec une durée du jour qui augmente en moyenne de 3min 48s par jour au lieu de 1min 24s en janvier.

3-3 Justification théorique

Parmi les formules concernant les levers et couchers, la plus importante relie l'angle horaire de l'astre à la latitude du lieu (φ) et à la déclinaison de l'objet (δ) :

$$\cos H = -\tan\varphi \tan\delta \tag{2}$$

C'est la forme simplifiée d'une formule plus générale qui est écrite ici dans le cas d'un astre à l'horizon (on retrouve une relation équivalente à (1) en écrivant que la durée du jour est égale à $2H$). Si h est la hauteur de l'objet, la relation générale est :

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H.$$

En différenciant (2) on obtient directement la variation de durée du jour car la quantité H exprime la demi-durée du jour, ou plus exactement l'intervalle de temps qui sépare le lever ou le coucher du passage au méridien.

$$\partial H/\partial t = \frac{\tan\varphi}{\sin H \cos^2\delta} \partial\delta/\partial t \tag{3}$$

Date	$\delta(°)$	$\partial\delta/\partial t(°/j)$	$H(°)$	$\partial H/\partial t(°/j)$	$2\partial H/\partial t$
01/01	$-23°$	0.103	61.8	0.154	1min 23s
20/03	0	0.393	90	0.436	3min 29s
21/12	$-23°27'$	0.0166	61.2	0.025	12s

Evolution de δ et de la durée du jour à une latitude de 48°.
La dérivée $\partial\delta/\partial t$ est calculée à partir de 2 valeurs de δ espacées de 5 jours.

Pour estimer $\partial\delta/\partial t$ il n'est pas nécessaire de connaître avec une grande précision la variation de δ. On obtient une très bonne approximation de cette fonction avec une représentation sinusoïdale (*Fig. 2*) :

$$\delta(t) = 23.45° \sin(360(t - 80)/365))$$

où la variable t est exprimée en jours à partir du premier janvier. $t = 80$ correspond au jour de l'équinoxe de printemps. La variation de δ exprimée en o/jour s'écrit :

$$\partial\delta/\partial t = 0.403 \cos(360(t - 80)/365)).$$

On peut remarquer que le maximum est réalisé aux équinoxes avec une variation de près de 1/2 degré par jour.

4) Question :

Le calendrier dans lequel j'ai relevé les informations signale qu'en 1988 le printemps a lieu le 20 mars. Or, d'après les heures de lever et coucher de soleil, la durée du jour est de 12 h 07 min alors que nous sommes le jour de l'équinoxe (jour = nuit ?). Pourquoi cette égalité est-elle réalisée le 18 mars et non pas le 20 ? Même remarque en automne.

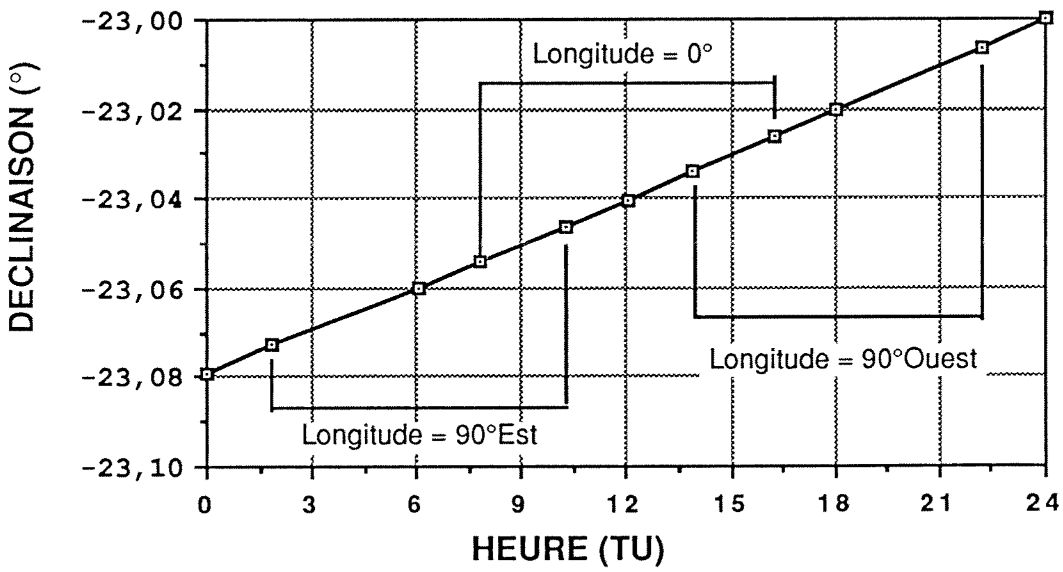

Figure 1

Variation de la déclinaison du soleil le 1er janvier 1988. Sur le même graphique sont notées les valeurs de δ correspondant aux instants des levers et couchers en trois lieux situés à la même latitude de 48° mais de longitudes différentes. En cours de journée, la déclinaison du soleil augmentant, la durée du jour ne sera pas la même en ces trois lieux de même latitude.

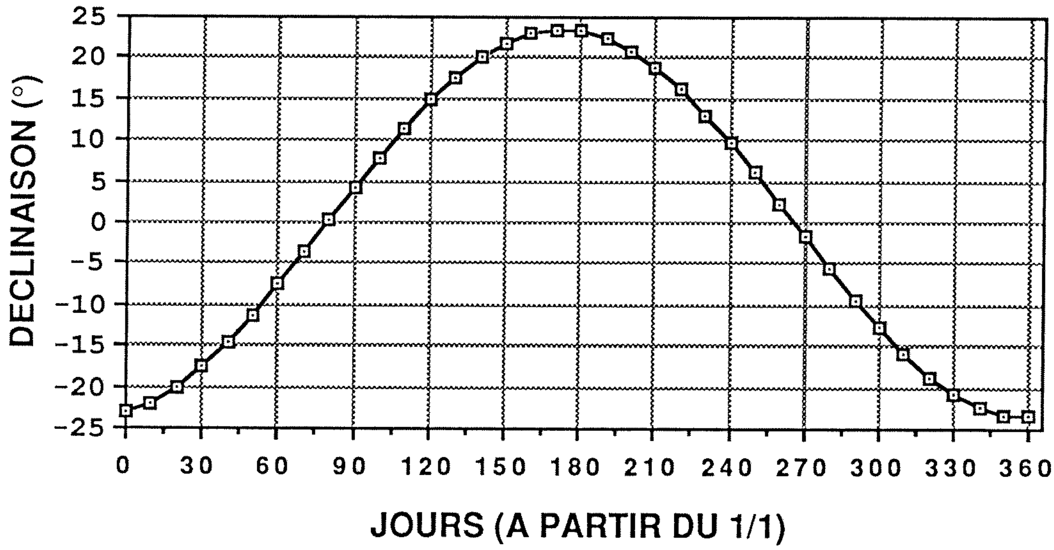

Figure 2

Variation de la déclinaison du soleil durant l'année.

Références

DUMOULIN (C.) et PARISOT (J.-P.) – *Astronomie pratique et informatique* – Paris, Masson, (1987)

MEEUS (J.) – *Calculs astronomiques pour amateurs* – Société Astronomique de France (1982).