

RÊVERIES D'UNE NUIT DE SABBAT MATHÉMATIQUE

Olivier GEBUHRER

Tout occupé à noyer mon chagrin dans le vin à la suite de vaines recherches sur un célèbre problème d'entraînement de Géométrie de 5^e (Niveau 2 dans la terminologie I.R.E.M.), l'article de M. HOQUET "*Espaces Ethyliques*" de '*L'Ouvert*' n° 50 tomba sous mes yeux imbibés de larmes et de vapeurs d'alcool.

Je parcourus tout d'abord ces pages avec la mélancolie titubante caractéristique de mon état, puis d'étranges lueurs se mirent à danser au plafond des brumes de mon imagination. L'aubergiste, éberluée, assista ainsi à la métamorphose subite d'un individu sur lequel l'alcool avait déjà exercé quelques ravages en une puissante mécanique qui se mit à noircir fièvreusement sa nappe de papier.

Si je renonce à vous livrer les résultats de cette nuit agitée, c'est que l'aube grise me contraignant à rejoindre mes pénates, les terrifiants pépins de la réalité réduisirent en poudre mes plus belles espérances.

Jugez-en plutôt : tout d'abord notre ami M. HOQUET ne s'intéresse semble-t-il qu'aux espaces vectoriels topologiques **localement compacts** : on travaille donc dans la catégorie des espaces vectoriels de dimension finie, pourquoi le cacher aux lecteurs ?

Mais imaginons l'hypothèse la plus favorable d'un lapsus conduisant à écrire COMPACT là où il eût été nécessaire d'écrire CONVEXE. Dorénavant, je prendrai la liberté **d'écrire e.v.t.l.c. avec cette dernière acception.**

A quoi ressemblent les espaces bondés ? Notre ami M. HOQUET nous dévoile certains mystères au "*théorème I.1*". Mais comme dans TOUT espace vectoriel topologique localement convexe, le point O admet un système fondamental de voisinages tonneaux, il en résulte que tout élément d'un tel système est confondu avec l'espace tout entier.

Autrement dit, les seuls e.v.t.l.c. **bondés** sont les espaces vectoriels E munis de la topologie grossière qui comporte comme seuls ouverts \emptyset et E .

Hélas, les malheurs ne font que commencer car lorsqu'on s'intéresse aux **espaces pintés**, la situation est bien pire.

Si l'on veut éviter de se référer à BOURBAKI (EVT) ou tout autre auteur du même genre pour prouver la propriété précédemment rappelée, il suffit d'introduire pour un ensemble convexe équilibré absorbant T sa jauge P_T définie par $P_T(x) = \inf\{\lambda \geq 0 / \lambda x \in T\}$ et de vérifier que, si T est ouvert, $\{P_T < 1\} = T$, que si T est un voisinage ouvert de O pour la topologie considérée, P_T est une fonction

continue sur E et il en résulte que les ensembles $\{P_T \leq \alpha\}$ sont des voisinages tonneaux pour tout $\alpha > 0$.

Cela étant, il en résulte que la définition I.5 des espaces pintés est VIDE car dans tout espace vectoriel topologique localement convexe, tout voisinage tonneau de O contient 0 .

On vient de prouver le MÉTATHÉOREME : dans tout e.v.t.l.c. les tonneaux appartiennent à la catégorie des Danaïdes.

Moralité : Une condition nécessaire pour introduire l'humour en mathématiques est d'opérer à jeun.

NOUVELLES DU RALLYE

Le rallye mathématique d'Alsace se porte bien. Quand vous lirez ces lignes, les prix auront été distribués. D'ores et déjà (mi-mai), nous savons que ce fut un succès : 800 participants en 1^{ère}, 400 en Terminales.

En 1^{ère}, 3 premiers prix, 7 deuxièmes prix et 7 troisièmes prix récompenseront les candidats sans compter la possibilité d'un séjour aux U.S.A. comme l'an passé.

Si tous n'ont pas réussi, tous ont participé dans la bonne humeur comme en témoignent ces remarques :

— *“Comme nous n'aurons pas la joie de terminer parmi les premiers, nous aurons au moins celle d'être les premiers à terminer.”*

— *“A l'année prochaine.”*

— *“Une chose est sûre, quelques lignes suffisent à constituer un problème suffisamment ardu pour retenir des élèves pendant plusieurs heures.”*