

NOTRE COUVERTURE :

LES ENSEMBLES DE MANDELBROT ET DE JULIA

Les ensembles de MANDELBROT et de JULIA sont issus de la même transformation T du plan complexe :

$$\begin{aligned} T : \mathbb{C} &\longrightarrow \mathbb{C} \\ Z &\longrightarrow Z^2 + c \quad c \in \mathbb{C} \end{aligned}$$

Quand on itère indéfiniment cette transformation, on constate que le module du résultat peut être fini ou infini. Compte tenu de la forme de la transformation, deux cas peuvent être envisagés :

1) On fixe le Z initial à zéro et on cherche les valeurs de c pour lesquelles une infinité d'itérations de T fournit un résultat de module fini.

L'ensemble des images de c forme alors dans le plan complexe l'ensemble de MANDELBROT.

2) On fixe c et on cherche les valeurs de Z initial pour lesquelles une infinité d'itérations de T fournit un résultat de module fini. L'ensemble des images des Z ainsi obtenu forme alors dans le plan complexe l'ensemble de JULIA relatif à la valeur du paramètre c initialement choisie.

On constate qu'il existe un seul ensemble de MANDELBROT mais une infinité d'ensembles de JULIA suivant les valeurs attribuées à c .

Ces définitions, purement mathématiques, des ensembles de MANDELBROT et de JULIA doivent être précisées dès lors que l'on envisage un traitement informatique.

En particulier, il faut donner un sens au mot *fini* et *infinité d'itération* :

- pour *fini* on se contentera de vérifier que le module de Z est inférieur à deux ;
- pour *infinité d'itérations* on prendra un grand nombre d'itérations (500 à 1000 en général).

Afin d'obtenir des représentations graphiques parlantes on ne se contente pas de représenter uniquement les ensembles susnommés, on représente à l'aide de couleurs différentes les zones du plan complexe pour lesquelles après k itérations de T ($k = 10, 100, 200, 300, 400 \dots$) on obtient un résultat fini. Quand on ne dispose pas de couleur, on peut obtenir un effet de courbes de niveaux en provoquant un changement de couleur noir/blanc pour certaines valeurs de k .

Dans le même ordre d'idée, on peut utiliser le nombre k d'itérations nécessaires pour dépasser 2 en module pour représenter une altitude et donc obtenir des ensembles de MANDELBROT ou JULIA en *relief*.

Jean DREYER.