

SUR L'INVITATION ET L'INITIATION À LA RECHERCHE

Dominique DUMONT

Fidèle lecteur de '*L'Ouvert*', j'ai cru répondre à son appel en proposant plusieurs problèmes, soit originaux soit trop peu connus, pour qu'ils soient soumis aux lecteurs de cette revue. Mais comme je n'ai pas envoyé de solutions, la rédaction a réagi en me faisant savoir que sa "politique éditoriale" était de ne publier que des problèmes résolus. La meilleure méthode pour elle de s'assurer qu'ils le sont consiste à exiger des correspondants qu'ils envoient les solutions des problèmes qu'ils posent. Un autre moyen consiste bien sûr en ce que la rédaction résolve elle-même les problèmes avant de les publier, mais cette procédure-là présente deux inconvénients : d'une part elle fait la part trop belle au correspondant, puisqu'elle aboutit à faire faire par la rédaction un travail que lui devrait faire, d'autre part elle présente le risque que la rédaction ne sache pas résoudre le problème posé (*).

Pour ma part je persiste à penser que c'est une habitude désastreuse d'envoyer les solutions des problèmes qu'on pose. La rédaction de '*L'Ouvert*' m'ayant libéralement proposé de défendre mon point de vue, je vais à présent tenter de le faire, en centrant le débat sur les points suivants : à quoi sert au juste une rubrique de problèmes dans une revue ? Qu'est-ce qu'une initiation à la recherche mathématique ? Les deux questions précédentes sont-elles liées ou non ?

On se demande parfois, pour aborder la première question, si certaines rubriques de "problèmes" ne sont pas avant tout des occasions pour d'incorrigibles professeurs-évaluateurs de faire encore passer des examens à leurs lecteurs. "Très bonne solution de M. Machin, bonnes solutions de MM. Chose et Autre, etc". La "*Revue de Mathématiques Spéciales*" reste attentive à complimenter ses lecteurs professeurs, qui ont été et seraient toujours de **bons élèves**. L'une des règles de ce jeu est évidemment de détenir les solutions des problèmes. Un bon professeur doit savoir résoudre les problèmes qu'il pose à ses élèves, or nous sommes des professeurs de professeurs, par conséquent cette règle s'applique à nous.

C'est cette idée que je conteste, car elle contribue à maintenir le fossé existant entre l'enseignement et la recherche. Nous sommes des **enseignants chercheurs**, et dès que nous sommes un peu chercheurs l'obligation de détenir et dispenser la connaissance devient dérisoire et prétentieuse. En outre je refuse que l'on tienne pour acquis que seuls les universitaires sont des enseignants chercheurs. Peut-être en effet ont-ils seuls le statut (et les privilèges en matière de charges d'enseignement) d'enseignants-chercheurs, mais je ne vois absolument pas au nom de quoi les universités et le CNRS auraient le monopole de toute recherche. Je

© L'OUVERT 58 (1990)

(*) N.D.L.R. : Ce qui est déjà arrivé.

pense au contraire que tout mathématicien qui aime les Mathématiques se doit d'être un peu chercheur, même si comme WEIERSTRASS il enseigne dans un lycée. Rappelons que WEIERSTRASS est resté dans un Gymnasium jusqu'à passé l'âge de 40 ans, à enseigner la géographie, les sciences naturelles etc, et à s'occuper de recherches mathématiques durant ses loisirs. Quand bien même il ne deviendrait pas un nouveau WEIERSTRASS, un professeur de lycée d'aujourd'hui peut fort bien avoir le goût et même la passion de la recherche mathématique. Un non professionnel aussi, d'ailleurs, car faut-il rappeler que FERMAT était magistrat, que FOURIER était préfet, que l'actuel chef de file de la Combinatoire en France, M.-P. SCHÜTZENBERGER, était au départ médecin de par sa profession? Il y a toujours eu, à des degrés divers dans le mérite et la réputation, de nombreux chercheurs qu'on peut qualifier de "non institutionnels" (terme préférable à celui d'"amateurs").

Une rubrique de problèmes dans une revue peut certainement jouer un rôle de point de rencontre entre gens qui, de près ou de loin, s'occupent de, ou s'intéressent à, la recherche mathématique. L'intérêt est similaire à celui que présentent des activités telles que les "clubs mathématiques" parmi les lycéens. Il s'agit ni plus ni moins de rappeler que l'activité des mathématiciens consiste essentiellement, comme dit DIEUDONNÉ ("Penser les mathématiques", éd. Seuil, coll. Points, p. 23-24), à se poser des devinettes et à tenter d'y répondre. La recherche commence dès qu'il apparaît clairement que le problème posé est "hors programmes", qu'il faut trouver une méthode et non se contenter d'appliquer ce qui marche dans la routine des exercices au programme. Ce type d'activités a évidemment plus de rapport avec la recherche mathématique que les études secondaires et universitaires au cours desquelles on demande aux étudiants d'absorber sans renâcler quantité de théories, et quelques rares méthodes vraiment utiles pour résoudre certains problèmes, et où on ne leur demande jamais d'**inventer** quoi que ce soit, ou du moins de réfléchir dans ce sens. L'année de DEA ne fait nullement exception, puisque comme son nom l'indique c'est une année d'études approfondies. Comprenons-nous, il ne s'agit pas ici de dénier tout intérêt à ces études, simplement d'affirmer qu'elles ne sont pas une initiation à la recherche, ni même une préparation à la recherche en tant que démarche intellectuelle spécifique.

Une authentique initiation à la recherche doit être précédée d'une **invitation** à la recherche, et celle-ci ne saurait consister à ne poser que des problèmes résolus. Imaginez un jeune inspecteur de police à qui son patron dirait :

"J'ai décidé de vous confier l'affaire du crime de la rue Descartes. Mais je vous préviens, j'ai déjà identifié le coupable, c'est juste pour voir comment vous vous débrouillez..."

Après quelque temps de ce régime, ce patron s'étonnerait de voir le jeune homme manquer d'enthousiasme dans ses enquêtes policières. Non, un bon patron de recherche est celui qui formule à la fois son ignorance personnelle et son espoir que son élève fasse progresser l'enquête, et même résolve l'énigme.

SUR L'INVITATION ET L'INITIATION À LA RECHERCHE

Certes on peut concevoir que si la rédaction de ‘*L'Ouvert*’ ne pose que des problèmes dont elle détient les solutions, c’est dans l’intention charitable d’épargner à ses lecteurs la peine inutile (?) de travailler sur des problèmes trop difficiles pour eux. En effet, un préjugé bien ancré veut que les problèmes de mathématiques se répartissent en deux catégories : les problèmes résolus et les problèmes “ouverts”. Les problèmes résolus sont de difficultés variables, ils peuvent même être franchement difficiles (genre olympiades), s’ils ne sont pas trop difficiles ils sont bons pour les lecteurs de ‘*L'Ouvert*’. Les problèmes dits “ouverts” et autres terribles “conjectures” forment la seconde catégorie, ils sont toujours par essence extrêmement difficiles et ne sont bons que pour une espèce supérieure de mathématiciens, lecteurs d’autres revues que ‘*L'Ouvert*’.

Tout chercheur sait parfaitement que cette vision des choses est caricaturale, qu’il n’y a pas d’un côté les problèmes qu’on sait résoudre et de l’autre les problèmes qu’on ne sait pas résoudre, puisque l’essentiel de l’activité d’un chercheur consiste précisément à s’intéresser à des problèmes qu’il ne classe dans aucune de ces deux catégories. Le sort de celui qui cherche est très souvent de “tomber” sur un problème au sujet duquel il ne sait **rien**. Il ne sait pas si ce problème est nouveau ou déjà posé (probablement sous une autre forme) “quelque part dans la littérature”, il ne sait pas si ce problème est facile ou difficile, s’il saura bientôt le résoudre ou si cet espoir est vain, si un autre que lui-même serait mieux armé pour le résoudre, si une meilleure connaissance de telle ou telle théorie pourrait l’aider, bref il ne sait rien.

Son réflexe naturel est alors de se tourner vers d’autres mathématiciens, pour tenter de s’informer auprès d’eux, de les informer et de susciter leur intérêt pour son problème. Dans la plupart des cas il ne rencontrera qu’indifférence, ou plutôt indisponibilité chez ces mathématiciens qui sont eux aussi des chercheurs suffisamment préoccupés comme ça par leurs propres problèmes ou par de tout autres tâches. Si, comme c’est souvent le cas, notre chercheur ne s’est posé ce problème “qu’incidemment”, si ce n’est pas un point fondamental de ses recherches en cours, alors il abandonnera purement et simplement son problème, sans avoir pu y intéresser qui que ce soit et sans y avoir sérieusement réfléchi lui-même, et en sachant pertinemment qu’il n’a aucune raison a priori de penser que ce problème soit réellement difficile. Il est simplement dommage qu’il n’ait pas à cette occasion réussi à inviter et à initier à la recherche quelqu’un de disponible :

“Je vous invite à travailler sur l’affaire de la rue Descartes, sur laquelle je n’ai pu réunir le moindre élément. Je n’ai pas le temps de m’en occuper moi-même, je suis trop pris par la rue Blaise Pascal, il est possible d’ailleurs que les deux affaires soient liées, et c’est pourquoi nous devons rester en contact. Consultez les fichiers, remontez les filières, tâchez d’interroger la gouvernante, cette Irma qui veut donner l’impression de tout savoir. C’est une éventualité à envisager qu’elle sache effectivement la vérité, auquel cas tout l’art serait de réussir à la faire parler. Tenez-moi au courant de tout progrès de votre enquête”.

On pourra objecter que beaucoup de problèmes de recherche en mathématiques ne s'expriment pas en langage élémentaire et ne peuvent guère concerner que des spécialistes. C'est indiscutable, certains sujets sont devenus au fil des années hautement techniques et sont plus ou moins hermétiques aux non spécialistes, qui peuvent tout au plus espérer être informés dans des conférences de vulgarisation des progrès de ces sujets de recherche, mais non participer à ces progrès. Il n'en demeure pas moins qu'il existe au moins trois immenses domaines des mathématiques où l'on peut encore énoncer et résoudre en termes élémentaires de très nombreux problèmes de recherche, ce sont la théorie des nombres, la géométrie et la combinatoire. Ces problèmes peuvent intéresser et inspirer un vaste public de gens susceptibles d'être attirés par les joies que procurent l'invention et la découverte, je crois que c'est le cas de nombreux lecteurs de '*L'Ouvert*'. Je voudrais donc conclure en exposant comment cela pourrait se répercuter au niveau de la rubrique de problèmes.

Voici comment on pourrait distribuer les rôles (d'ailleurs interchangeables) entre les trois acteurs principaux : les correspondants qui soumettent des problèmes, la rédaction de la revue, les lecteurs qui réagissent aux problèmes.

1) Le correspondant doit faire l'effort de soumettre un problème d'un type bien particulier, c'est-à-dire un problème original, ou du moins peu connu. Dans l'idéal le problème se compose d'abord d'une partie assez facile, que le correspondant sait résoudre, puis d'une partie qu'il ne sait pas résoudre mais sans y avoir beaucoup réfléchi, ce qui signifie donc qu'elle n'est pas forcément difficile. Tout dans la rédaction de l'énoncé doit être incitatif, doit montrer au lecteur qu'on travaille avec des objets qui lui sont familiers. Par conséquent l'astérisque qui prévient le lecteur qu'on aborde une question non résolue par le correspondant est évidemment à proscrire, car chacun sait l'effet dissuasif d'un tel signe distinctif.

Au départ, le correspondant n'envoie pas de solution, il n'enverra de solution que si les lecteurs le demandent explicitement.

2) Le rôle de la rédaction se borne à juger de l'intérêt du problème soumis. Un problème présente de l'intérêt s'il est original et s'il est de nature à susciter des réactions chez les lecteurs, le niveau de difficulté supposé ne doit jouer aucun rôle dans la décision de publication.

3) Les lecteurs envoient leurs solutions, même partielles, à défaut des lettres montrant leur intérêt pour le problème. Si le problème ne suscite pas d'écho on n'y reviendra plus, en particulier on ne publiera pas l'éventuelle solution du correspondant. Si au contraire il y a des réactions, on met les lecteurs rapidement en contact avec le correspondant, ensemble ils préparent un petit dossier sur l'état d'avancement du problème, à publier rapidement (et non des années plus tard comme dans un mensuel américain bien connu).

Je pense très sérieusement que cela pourrait permettre à certains chercheurs de sortir de cet isolement qui est une plaie très répandue dans la recherche mathématique. Je pense tout aussi sérieusement que cela pourrait conduire beaucoup de gens à

SUR L'INVITATION ET L'INITIATION À LA RECHERCHE

se sentir véritablement concernés par ce que font les chercheurs. Car c'est par le décloisonnement du petit milieu de la recherche mathématique, et par son ouverture au monde extérieur, qu'on pourra concrétiser l'intention généreuse d'Alain CONNES, telle qu'elle s'exprime dans la phrase concluant son livre :

“Ce qui m'importe surtout en fait, c'est de faire partager à d'autres l'essentiel de ce qui habite la recherche mathématique, le sens que l'on peut donner à la “quête du vrai”, et la joie intérieure que l'on peut éprouver à s'y abandonner.” (“Matière à pensée”, entretiens avec J.-P. CHANGEUX, éd. Odile JACOB.)

Pour chacune des matières suivantes, je voudrais que tu me dises si en général à l'école, tu as des notes au-dessus de la moyenne, à peu près à la moyenne, en dessous de la moyenne :

	<i>au-dessus</i>	<i>moyenne</i>	<i>en dessous</i>	<i>n'en fait pas</i>	<i>SR</i>
<i>Langues vivantes</i>	49	30	17	4	1
<i>Histoire-géo</i>	50	31	17	1	0
<i>Français</i>	49	30	20	0	0
<i>Maths</i>	47	26	26	0	0
<i>Dessin</i>	53	22	10	14	1
<i>Musique</i>	41	15	12	31	0
<i>Latin</i>	8	5	4	81	2
<i>Physique</i>	45	27	21	7	0
<i>Biologie, géologie</i>	44	28	15	13	0
<i>Ateliers techniques</i>	40	16	6	38	1

Les intérêts des enfants se distribuent assez régulièrement selon les différentes disciplines; les matières scientifiques se rangent à peu près au même niveau que les autres à l'exception de la physique qui suscite peu d'attrait (33%).

A travers ces choix se dessine une carte reflétant une intériorisation précoce du sentiment de compétence en fonction du sexe. On l'a vu, les filles dans leur ensemble adoptent des attitudes moins favorables vis-à-vis du champ scientifique. De même, à l'école, elles manifestent un moindre intérêt pour les matières appartenant à ce domaine. Elles choisissent plus volontiers les disciplines littéraires : 49 % d'entre elles disent s'intéresser beaucoup aux langues vivantes contre seulement 39 % des garçons, 53 % au français contre 35 % des garçons, par ailleurs elles cultivent davantage la musique ou le dessin. En revanche, les garçons sélectionnent plus souvent les matières scientifiques : 52 % d'entre eux disent s'intéresser beaucoup aux maths contre seulement 37 % des filles, 43 % à la physique contre 25 % des filles, et davantage aux activités proposées dans les ateliers techniques. Sur les sciences de la vie en revanche, on n'observe pas de différences en fonction du sexe.

L'analyse des distributions concernant les notes obtenues donne des résultats analogues. Pourtant les statistiques scolaires montrent qu'en moyenne les garçons ne surpassent nullement les filles dans les matières scientifiques. La discrimination culturelle fonctionne donc de façon si efficace qu'elle conduit les filles non seulement à dénier leur intérêt pour les matières “masculines” mais en plus à se déprécier et à nier leur propre compétence.